

**Veran Vasić**

**SKRIPTA**

**UVOD U ELEKTRIČNE MAŠINE**

**Novi Sad 2023.**

## **SADRŽAJ**

|                                                                                      |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1. TOPLOTNI PROBLEMI U ELEKTRIČNIM MAŠINAMA.....</b>                              | <b>1</b>  |
| <b>2. NAMOTI .....</b>                                                               | <b>2</b>  |
| 2.1. Indukt i induktor. Oblici magnetnog kola.....                                   | 2         |
| 2.2. Navojak. Elektromotorna sila navojka.....                                       | 5         |
| 2.3. Sekcija. Elektromotorna sila sekcije.....                                       | 9         |
| 2.4. Vrste namotaja.....                                                             | 15        |
| 2.4.1. Petljast i valovit namotaj.....                                               | 15        |
| 2.4.2. Polno fazne grupe.....                                                        | 17        |
| 2.4.3. Jednoslojni namotaj.....                                                      | 18        |
| 2.4.4. Dvoslojni namotaj .....                                                       | 19        |
| 2.5. Impregnacija namotaja .....                                                     | 23        |
| <b>3. INDUKOVANA ELEKTROMOTORNA SILA .....</b>                                       | <b>24</b> |
| 3.1. Šematsko prikazivanje (u preseku, razvijenom preseku, razvijenom pogledu) ..... | 24        |
| 3.2. Uticaj oblika pola na raspodelu magnetne indukcije u vazдушnom zazoru .....     | 24        |
| 3.3. Indukovana elektromotorna sila u provodniku .....                               | 26        |
| 3.4. Indukovana elektromotorna sila u navojku i sekciji.....                         | 27        |
| 3.5. Indukovana elektromotorna sila zone (pojasa). Pojasni navojni sačinilac .....   | 29        |
| 3.6. Tetivne sekcije. Tetivni navojni sačinilac .....                                | 33        |
| 3.7. Indukovana elektromotorna sila namota - faze .....                              | 37        |
| 3.8. Eliminacija viših harmonika indukovano napona.....                              | 38        |
| 3.9. Fluks po polu .....                                                             | 41        |
| <b>4. MPS U VAZDUŠNOM ZAZORU ELEKTRIČNE MAŠINE .....</b>                             | <b>45</b> |
| 4.1. MPS koncentrisanog dijametralnog namotaja .....                                 | 45        |
| 4.2. MPS koncentrisanog tetivnog namotaja.....                                       | 50        |
| 4.3. MPS raspodeljenog namotaja.....                                                 | 53        |
| 4.4. Obrtno magnetno polje raspodeljenog namotaja .....                              | 56        |
| 4.5. MPS od raspodeljenog namotaja na rotoru .....                                   | 57        |
| <b>5. momenat konverzije .....</b>                                                   | <b>60</b> |
| <b>6. zakon sličnosti električnih mašina .....</b>                                   | <b>64</b> |
| <b>7. MAŠINE NAIZMENIČNE STRUJE .....</b>                                            | <b>83</b> |
| 7.1. Motori sa stalnim magnetima .....                                               | 83        |
| 7.1.1. PMSM sa površinskom montažom magneta.....                                     | 83        |
| 7.1.2. PMSM sa unutrašnjom montažom magneta .....                                    | 83        |

## **1. TOPLOTNI PROBLEMI U ELEKTRIČNIM MAŠINAMA**

## 2. NAMOTI

Obrtni momenat kod rotacionih električnih mašina posledica je uzajamnog delovanja između magnetnog polja i struje koja protiče kroz namotaje mašine. Prema elektromagnetnim funkcijama koju imaju u mašini, namotaji se dele na:

- pobudni namotaj,
- armaturni namotaj,
- prigušni namotaj.

Pobudni namotaj i struja u njemu formiraju osnovni magnetni fluks potreban za elektromehaničku konverziju. Pobudni namotaj kod sinhronih mašina se nalazi na rotoru, dok je kod mašina jednosmerne struje smešten na stator. Pobudni namotaj se uobičajeno realizuje kao koncentrisan namotaj.

Usled relativnog kretanja magnetnog polja i armaturnog namotaja u provodnicima armaturnog namotaja se indukuje elektromotorna sila. Snaga koju električna mašina isporučuje ili uzima iz električne mreže je snaga koja prolazi kroz armaturni namotaj. Armaturni namotaj prenosi snagu između mehaničkog sistema (pogonska ili radna mašina) i električne mreže. Struja armaturnog namotaja stvara komponentu fluksa u vazdušnom zazoru koja je poznata kao reakcija armature. Armaturni namotaj kod sinhronih mašina se nalazi na statoru, dok je kod mašina jednosmerne struje na rotoru. Armaturni namotaj se realizuje kao raspodeljen namotaj.

Nemaju sve električne mašine zaseban pobudni namotaj. Magnetno pobuđivanje asinhronih mašina – obrtno magnetno polje, postiže se pomoću naizmeničnih struja iz mreže na koju je priključen namotaj statora. Međutim, u tom istom namotaju indukuje se napon koji će držati ravnotežu nametnutom naponu mreže. Dakle, statorski namotaj asinhronih mašina objedinjuje u sebi obe funkcije: pobuđuje mašinu (funkcija pobudnog namotaja), i da se u njemu indukuje elektromotorna sila (funkcija armaturnog namotaja). Namotaj statora asinhronih mašina je sličan namotaju statora (armature) sinhronih mašina, ali nije definisan kao armaturni namotaj.

Prigušni namotaj sinhronih mašina ima primarnu funkciju da priguši oscilacije rotora do kojih dolazi pri nagloj promeni opterećenja sinhronih mašina, kao i da priguši inverzno polje u mašini. Sekundarna uloga prigušnog namotaja bi bila tokom asinhronog rada sinhronih mašina, koji postoji pri asinhronom pokretanju sinhronog motora, tada se prigušni namotaj ponaša kao kavezni namotaj asinhronih mašina.

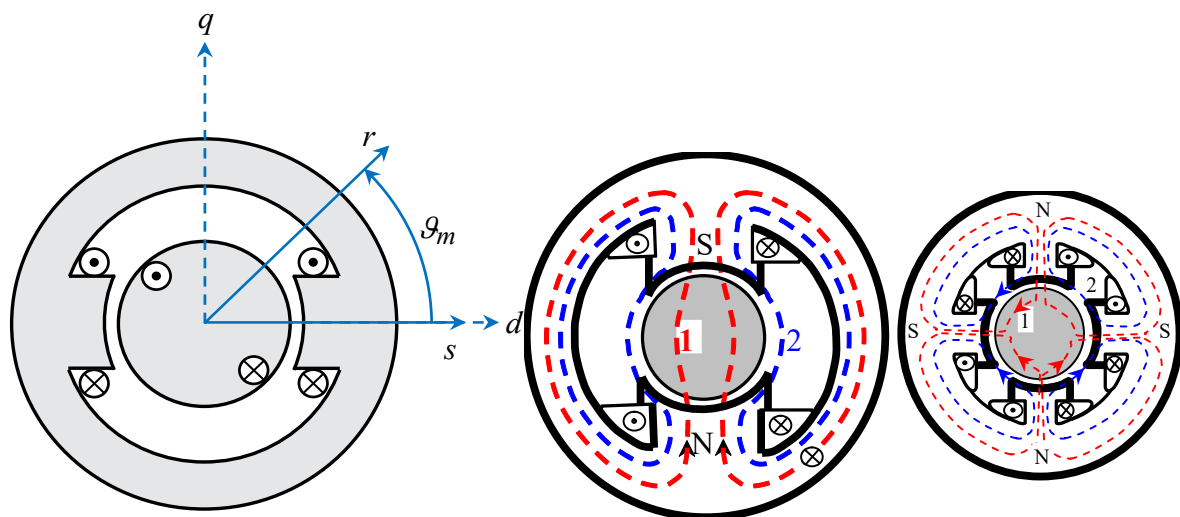
### 2.1. Indukt i induktor. Oblici magnetnog kola

Uporedo sa terminima pobudni i armaturni namotaj koriste se termini induktor i indukt. Induktor su magnetni polovi mašine. Magnetni polovi mogu biti realizovani kao stalni magneti, što se sreće nešto ređe, a znatno češće to su elektromagneti – pobudni namotaj na feromagnetnom jezgru. Po obodu električne mašine razmešteni su naizmenice jedan za drugim severni (N) i južni (S) magnetni pol. Broj severnih i južnih magnetnih polova je jednak, pa uobičajeno govorimo o broju pari polova. Broj pari polova se označava sa  $p$ .

Indukt je onaj deo mašine u kojem se indukuje napon. Sastoji se od armaturnog namotaja i feromagnetnog jezgra. Armaturni namotaj je smešten u žlebove feromagnetnog jezgra. Kroz armaturni namotaj teče struja koja je određena opterećenjem električne mašine. Svaki armaturni namotaj (indukt) sa strujom opterećenja deluje i kao induktor, odnosno utiče na ukupan magnetni fluks u mašini. Struja indukta stvara komponentu fluksa u vazdušnom zazoru koja je poznata kao reakcija indukta. Reakcija indukta i reakcija armature su sinonimi.

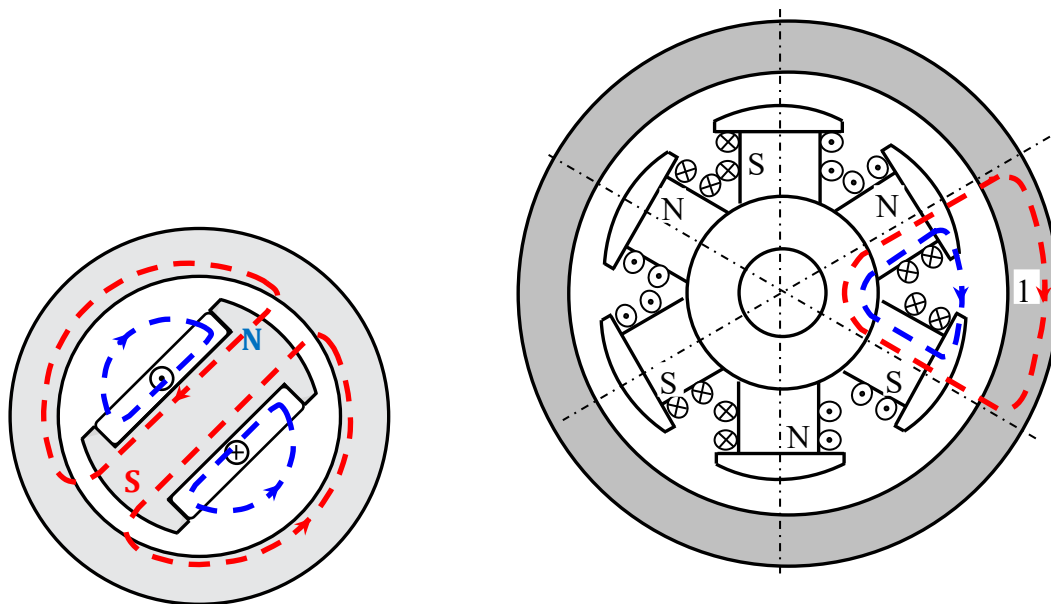
Na slici 2.1. su prikazana magnetna kola dvopolne ( $p = 1$ ) i četveropolne ( $p = 2$ ) mašine sa pobudnim namotajem na istaknutim polovima na statoru i sa cilindričnim rotorom. Na slici je takođe označena i silnica zajedničkog fluksa (1) i rasipnog fluksa (2). Zajednički fluks prolazi kroz rotor i njegov namotaj - armaturu. Određen broj silnica fluksa se direktno zatvara sa jednog na drugi pol statora zaobilazeći pri tome rotor, taj deo fluksa se naziva rasipni fluks pobude. Rasipni fluks pobude se zatvara samo oko pobudnog namotaja. Uopšteno kroz induktor prolazi zajednički i rasipni fluks, a armaturu prožima samo zajednički fluks. Ako po simetrali između susednih polova uočimo jedan par polova lako se zaključuje da je slika magnetnog polja pod drugim parom polova potpuno jednaka. Zato je pri razmatranju magnetnog kola sa više pari polova sasvim dovoljno izučiti jedan par polova, a dobijeni rezultat primeniti i na sve ostale parove polova.

Smer struje oko pola definiše njegovu magnetnu polarnost tj. da li će magnetni pol biti severni ili južni. Smer obilaska struje oko pola predložen je na uobičajeni način pomoću krstića  $\otimes$  i tačkica  $\odot$ . Pomoću oznake  $\otimes$  predstavljen je provodnik u kome struja ima smer od nas tj. struja uvire u papir, dok je sa oznakom  $\odot$  predstavljen provodnik sa strujom ka posmatraču tj. struja izvire iz papira. Na slici 2.1. prikazan je induktor i magnetno kolo mašine jednosmerne struje.



Slika 2.1. Magnetno kolo sa pobudnim namotajem na istaknutim polovima statora dvopolne i četveropolne mašine. Induktor mašine jednosmerne struje.

Na slici 2.2. su prikazana magnetna kola dvopolne ( $p = 1$ ) i šestopolne ( $p = 3$ ) mašine sa pobudnim namotajem na istaknutim polovima na rotoru i sa cilindričnim statorom. Ovom slikom je prikazan induktor sinhronne mašine sa istaknutim polovima. Ovakvo magnetno kolo imaju hidrogenatori.

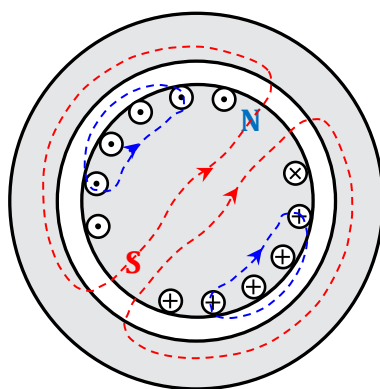


Slika 2.2. Magnetno kolo sa pobudnim namotajem na istaknutim polovima rotora dvopolne i šestopolne mašine. Induktor sinhronne mašine (hidrogenerator).

Za šestopolnu mašinu na slici 2.2. ucrtan je tok silnica između simetrala N i susednog S magnetnog pola. Ta slika bi se mogla preslikati između svake dve simetrane susednih polova.

U istom međupolnom prostoru nalaze se provodnici sa strujom istog smera pa se međupolni prostor može posmatrati kao jedan veliki žleb u kome je koncentrisana celokupna pobudna struja (magnetna pobuda, magnetopobudna sila) između dva pola. Svi navojci jednog pola namotani su jedan preko drugog oko iste ose i spojeni su na red. Magnetna osa navojaka poklapa se sa osom pola.

Magnetna pobuda (magnetopobudna sila) ne mora biti koncentrisana u jedan žleb nego može biti raspoređena u veći broj žlebova čime se dobija raspodeljena magnetna pobuda. Na slici 2.3. je prikazano magnetno kolo dvopolne ( $p = 1$ ) mašine sa pobudnim namotajem na cilindričnom rotoru. Ovom slikom je prikazan induktor sinhronne mašine sa cilindričnim rotorom. Ovakvo magnetno kolo imaju turbogeneratori.



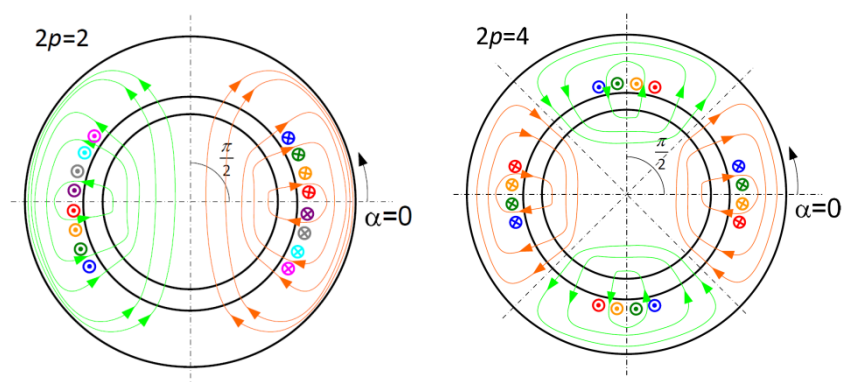
Slika 2.3. Magnetno kolo dvopolne mašine sa raspodeljenim pobudnim namotajem na cilindričnom rotoru. Induktor sinhronne mašine (turbogenerator).

Na slikama 2.1. – 2.3. su prikazani namotaji induktora – pobude rotacionih električnih mašina. Kroz namotaje induktora pritiče jednosmerna struja. Induktor se nalazi na statoru (kod

mašina jednosmerne struje) ili na rotoru (kod sinhronih mašina). Namotaj induktora je realizovani kao koncentrisan (mašine jednosmerne struje i hidrogeneratori) ili kao raspodeljen (turbogeneratori).

Namotaji indukta - armatura se nalazi na statoru (kod sinhronih mašina) ili na rotoru (kod mašina jednosmerne struje). Namotaji indukta se realizuju kao raspodeljeni namotaji. Na slici 2.4. su prikazana magnetna kola dvopolne ( $p = 1$ ) i četvoropolne ( $p = 2$ ) mašine sa raspodeljenim armaturnim namotajem na statoru i sa cilindričnim rotorom. Za indukovanje napona u namotaju armature merodavan je zajednički fluks od struja induktora. Rasipni fluks induktora zaobilazi namotaj armature pa on ne dovodi do indukovanja napona u armaturi.

Struja u armaturnom namotaju formira fluks od koga se najveći deo zatvara preko rotora čineći glavni fluks (fluks reakcije armature), a manji deo fluksa se zatvara samo oko namotaja armature predstavljajući fluks rasipanja armature. Na slici 2.4. je takođe označen i put silnica zajedničkog fluksa koji potiče od struje armature.



Slika 2.4. Magnetno kolo sa raspodeljenim armaturnim namotajem na cilindričnom statoru dvopolne i četvoropolne mašine. Indukt sinhronne mašine.

Rezultantni (ukupni fluks) u vazdušnom zazoru potiče kako od struje u induktoru tako i od struje indukta.

Armaturni namotaj je raspodeljen u određenom pojasu na statoru (kod sinhronih mašina) ili na rotoru (kod mašina jednosmerne struje). Raspodeljeni namotaj se smešta u žlebove koji su pravilno raspoređeni po obimu mašine.

## 2.2. Navojak. Elektromotorna sila navojka.

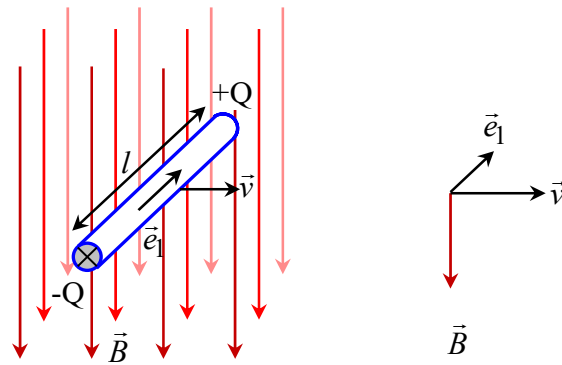
Prema Faradejvom zakonu elektromagnetne indukcije, indukovana elektromotorna sila (indukovani napon) u jednom provodniku, koji se nalazi u stranom magnetnom polju indukcije  $B$ , je:

$$e_1 = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} = Blv, \quad (2.1)$$

gde su: -  $B$  magnetna indukcija, potiče od induktora,

-  $l$  dužina provodnika,

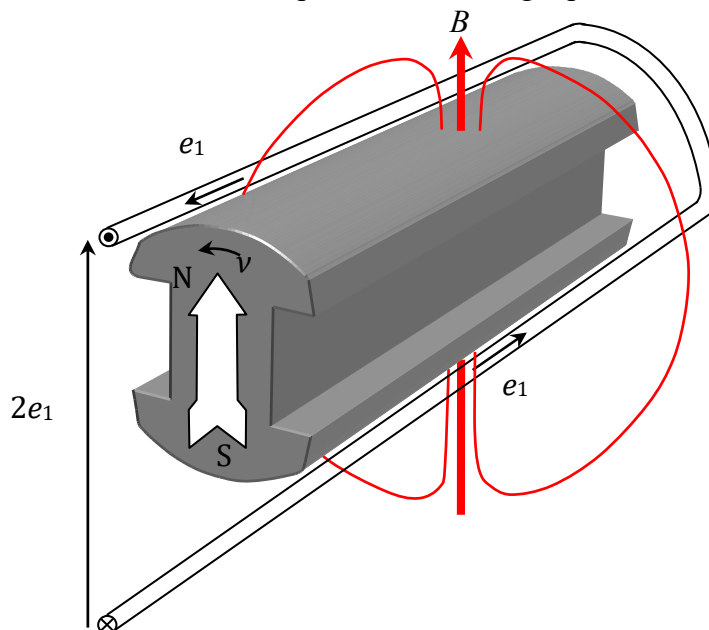
-  $v$  relativna brzina kretanja provodnika u odnosu na magnetno polje. Smer kretanja  $\vec{v}$  je onaj smer u kojem se provodnik kreće relativno prema magnetnom polju indukcije  $\vec{B}$ . Ako provodnik miruje a kreće se magnetno polje, smer kretanja  $\vec{v}$  suprotan je smeru kretanja magnetnog polja.



Slika 2.5. Pojava indukovane elektromotorne sile.

U provodniku se indukuje napon kada se provodnik kreće u stranom magnetnom polju indukcije  $B$ , ali će se indukovani napon pojaviti i ako se magnetno polje kreće u odnosu na provodnik. Za pojavu indukovnog napona u provodniku bitno je da postoji relativno kretanje provodnika i magnetnog polja. Ovaj indukovani napon ne može biti veliki. Brzina  $v$  je ograničena vrednošću mogućih centrifugalnih sila i mehaničkom čvrstoćom rotora. Magnetna indukcija je ograničena zasićenjem u gvožđu magnetnog kola, dok je dimenzija mašine određena njenom prihvatljivom cenom izrade. Radi superpozicije u smislu multiplikacije indukovanih napona provodnici se povezuju međusobno na način koji omogućuje takvu superpoziciju.

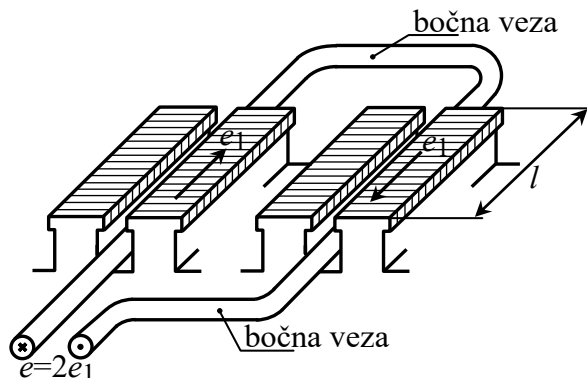
Na slici 2.6. prikazan je induktor na rotoru koji predstavlja magnet sa severnim i južnim magnetnim polom. Magnetna indukcija rotacionih električnih mašina je radijalnog pravca tj. normalna je na površinu feromagnetika, a time i na provodnik statora. Zato se vektorski proizvod u polaznoj jednačini (2.1) pretvara u običan proizvod. Na slici 2.6. je naznačen smer obrtanja rotora kao i referentni smer napona indukovnog u provodniku.



Slika 2.6. Šematski izgled induktora sa naznačenim magnetnim polovima i provodnicima statora u kojima se indukuje napon. Pobudni namotaj nije prikazan.

Električna mašina koja bi imala samo jedan provodnik bila bi jako male snage. Potrebno je postaviti znatno više provodnika kako bi se dobio veći indukovani napon od onog što se indukuje u jednom provodniku. Indukovani napon pojedinačnih provodnika treba višestruko

uključiti u strujni krug i to tako da se u strujni krug uključi više na red vezanih provodnika. Ako se pored jednog provodnika na unutrašnjem obodu statora doda još jedan provodnik smešten dijametralno u odnosu na prvi i oba provodnika spoje dobija se navojak (kontura, zavoj), kao što je prikazano na slici 2.6. Provodnici koji čine jedan navojak nalaze se pod raznoimenim magnetnim polovima. Navojak se smešta u jedan par žlebova kao što je prikazano na slici 2.7.



Slika 2.7. Skica navojka smeštenog u žlebove magnetnog kola. Strelice pokazuju smerove indukovanih napona u aktivnim delovima provodnika, tj. u provodnicima navojka.

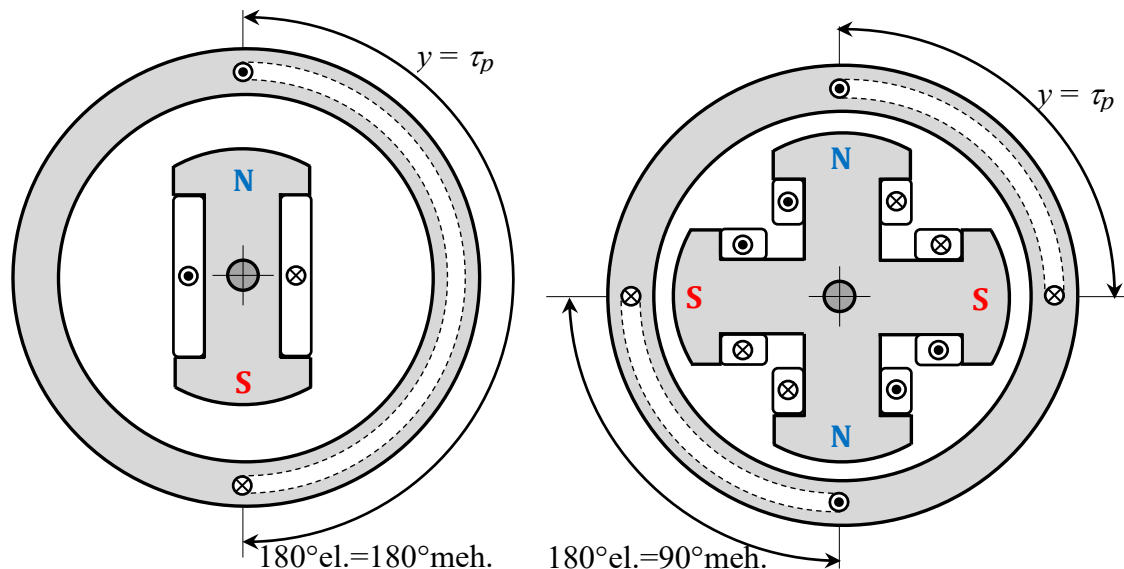
Navojak se sastoji od dva aktivna dela - provodnika koji su smešteni u žlebove i međusobno su povezani bočnim vezama. Aktivni delovi navojka se nazivaju još aktivnim stranama navojka ili jednostavno provodnicima. Provodnici - aktivni delovi navojka se nalaze u žlebovima magnetnog kola i u njima se indukuje elektromotorna sila. Aktivni delovi navojka se nalaze pod raznoimenim magnetnim polovima tj. jedan aktivni deo je pod severnim polom, a drugi u istom ili približno istom položaju pod južnim magnetnim polom. Kako su aktivni delovi navojka vezani na red to se u njima indukovani naponi sabiraju. Bočne veze se nalaze izvan magnetnog kola, gde je  $B = 0$ , pa se u njima ne indukuje elektromotorna sila. Na slici 2.7. sa  $l$  je označena dužina aktivnog dela (jednog) provodnika. To je onaj deo provodnika kojeg preseca magnetni fluks. Kod rotacionih električnih mašina to je dužina paketa limova statora i rotora u čije žlebove su smešteni provodnici. Na slici 2.7. je naznačen i referentni smer indukovane elektromotorne sile u provodniku,  $e_1$ , kao i u navojku,  $e$ . Sa slika 2.6. i 2.7. je očigledno da je indukovana elektromotorna sila navojka jednaka zbiru indukovanih elektromotornih sila u oba provodnika:

$$e = 2e_1. \quad (2.2)$$

Jedan aktivni deo navojka smeštena je u žleb naspram jednog magnetnog pola induktora, a drugi aktivni deo navojka je naspram drugog magnetnog pola induktora. Pri obrtanju pobuđenog rotora (induktora) magnetna indukcija (fluks) preseca obe strane navojka u kojima se usled toga indukuje napon. Smerovi indukovanih napona u provodnicima navojka su takvi da se jedan na drugi superponiraju (sabiraju). Kod dvopolnog namotaja (i induktora) aktivne strane navojka su međusobno pomerene za  $180^\circ$  tj. aktivne strane jednog navojka se nalaze na dijametri (prečniku). Na taj način je postignuto da se aktivne strane navojka nalaze ispod susednih raznoimenih magnetnih polova, kao što je prikazano na slici 2.8. Sa slike je očigledno da dok se jedan aktivni deo navojka nalazi naspram severnog magnetnog pola drugi aktivni deo je naspram južnog. Na slici 2.8. sa oznakama  $\otimes$  i  $\odot$  su predstavljeni provodnici navojka sa naznačenim smerom indukovanih napona. Kod četvoropolne konstrukcije susedni magnetni polovi suprotne polarnosti su međusobno pomereni za  $90^\circ$  (mehaničkih), kao što je i prikazano na slici 2.8. Ugao između dva susedna magnetna pola suprotne polarnosti je  $180^\circ$

(električnih) bez obzira na broj polova, ovo predstavlja električni ugao između dva magnetna pola.

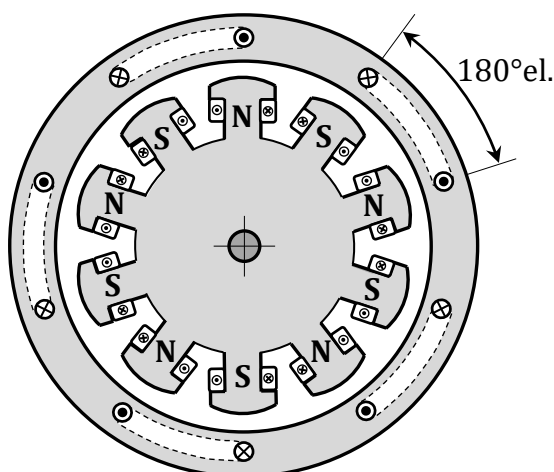
Aktivne strane navojka su međusobno pomerena za ugao  $\pi/p$ , gde je  $p$  broj pari polova za višepolnu konstrukciju. Ovakvim položajem aktivnih delova navojka postignuto je da se indukovani naponi u provodnicima sabiraju dajući indukovani napon navojka koji je dvostruko veći od indukovanog napona u jednom aktivnom delu navojka.



Slika 2.8. Šema rasporeda provodnika navojka u odnosu na polove za slučaj dvopolnog i četvoropolnog induktora.

Jedna cela perioda indukovnog napona postiže se za prolazak jednog para magnetnih polova pored navojka. Za dvopolnu konstrukciju, prikazanu na slici 2.8, da bi se dobila učestanost indukovnog napona od 50 Hz potrebno je da se rotor obrće sa 50 o/s, odnosno sa 3000 o/min. Dok je za četvoropolnu rotor, za indukovani napon učestanosti 50 Hz, potrebna duplo manja mehanička brzina obrtanja.

Na slici 2.9. prikazan je desetopolni indukt i induktor,  $p = 5$  sa jednim faznim namotajem. Kada se obiđe obodom desetopolnog indukta prođe se naizmenice pet puta područjem severnog i pet puta područjem južnog magnetnog pola, dakle prođe se ispod pet pari magnetnih polova. Da bi se i u desetopolnoj konstrukciji namota indukovao napon koji je i dalje učestanosti 50 Hz potrebno je smanjiti mehaničku brzinu obrtanja rotora (induktora) na  $3000/p = 3000/5 = 600$  o/min. Iako je mehanička brzina obrtanja smanjena  $p$  puta, brzina kojom magnetni polovi induktora prolaze pored namota je ostala ista i iznosi 3000 o/min. Ovu brzinu obično zovemo električnom brzinom.



Slika 2.9. Šematski izgled desetopolnog induktora i indukta sa jednim “faznim” namotajem.

Rastojanje između žlebova u koje je smešten navojak predstavlja navojni korak (ili širinu navojka) i obeležava se sa  $y$ . Dok se rastojanje između osa susednih magnetnih polova naziva polnim korakom i obeležava se sa  $\tau_p$ , što je ilustrovano na slici 2.8.

$$\tau_p = \frac{360^\circ}{2p} \text{ mehaničkih.} \quad (2.3)$$

Bez obzira na broj pari polova  $p$  polnom koraku  $\tau_p$  odgovara  $180^\circ$  električnih.

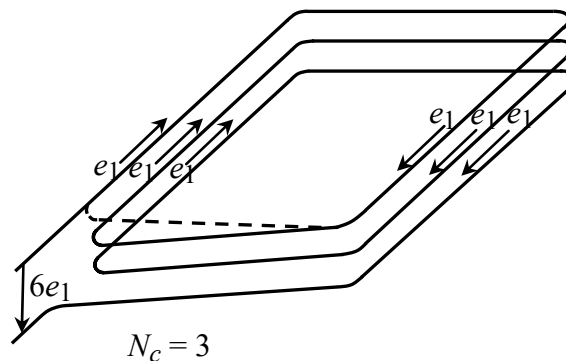
Polni korak kao i navojni korak uobičajeno se izražavaju brojem žlebova (zubaca):

$$\tau_p = \frac{Z}{2p}, \quad (2.4)$$

ili u električnim stepenima. Navojni korak predstavlja i širinu navojka. Uobičajeno se navojni korak iskazuje korakom namotavanja i to tako da se uzme redni broj žleba u kome se nalazi jedna aktivna strana i onaj žleb u koji je smeštena druga strana navojka. Tako da podatak o koraku namotavanja 1 - 11 znači da je navojni korak  $y = 10$  žlebova. Navojni korak može biti jednak polnom koraku, ali takođe može biti i različit od polnog koraka.

### 2.3. Sekcija. Elektromotorna sila sekcije.

Više navojaka se, iz razloga dobijanja veće vrednosti indukovano napona, vezuje na red. Tako se formira sekcija (kanura, svitak, bobina, špulna) na način kao što je prikazano na slici 2.10. Sa slike je očigledno da se navojci u sekciji spajaju tako da se završetak prvog navojka vezuje sa početkom drugog, a završetak drugog sa početkom trećeg i tako do poslednjeg navojka koji pripada sekciji. Početak prvog navojka je početak sekcije, a završetak poslednjeg navojka predstavlja završetak sekcije. Ovako opisana sekcija od više navojaka praktično se izrađuje na šablonu i nema potrebe za bilo kakvim prekidom ili nastavkom provodnika između navojaka koji pripadaju jednoj sekciji.

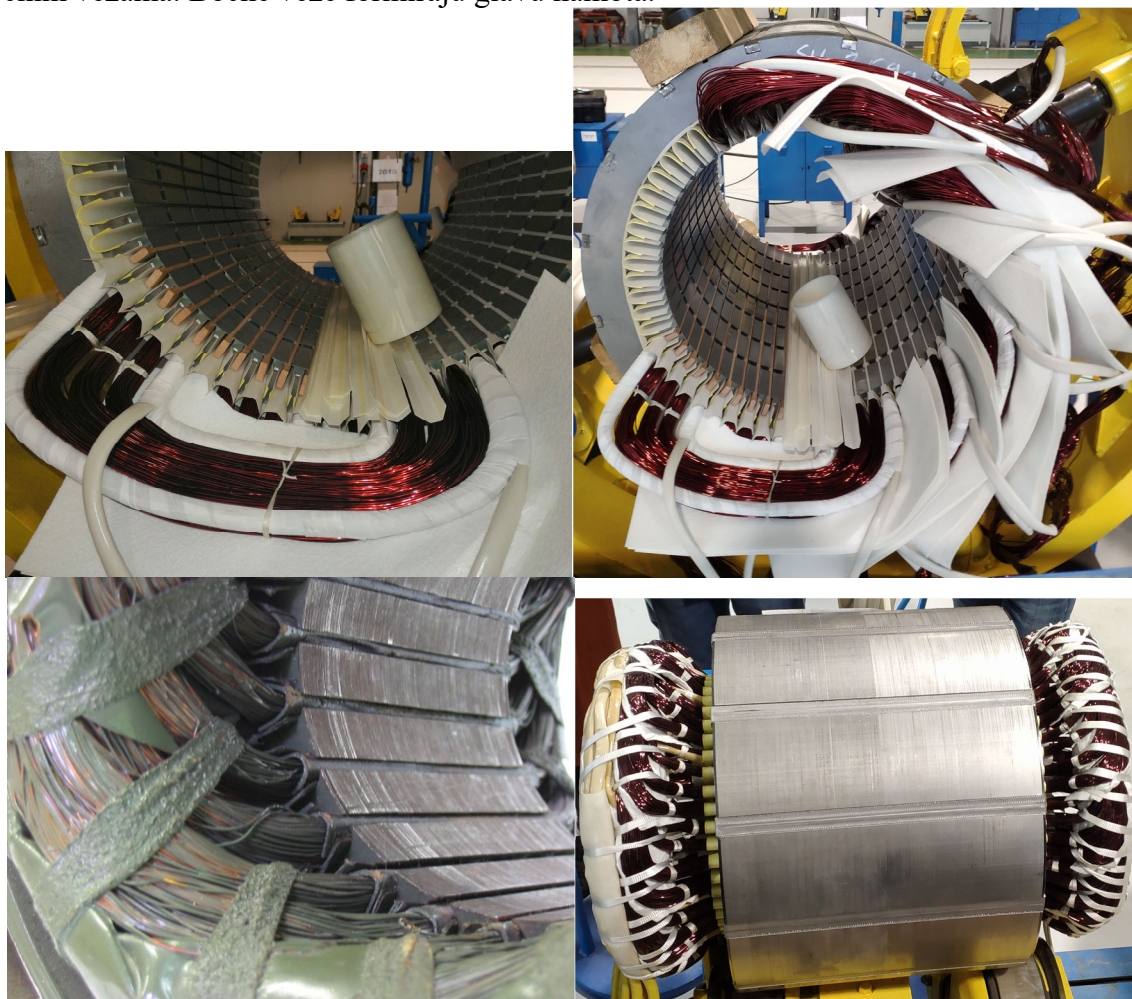


Slika 2.10. Skica sekcije od tri navojka ili šest provodnika.

Sekcija se smešta u jedan par žlebova koji leže pod suprotnim magnetnim polovima. Sve što je rečeno o smeštanju navojka u žlebove važi i za smeštaj sekcije. Ako se broj navojaka u jednoj sekciji označi sa  $N_c$ , tada je ukupan broj provodnika u jednoj sekciji  $2 \cdot N_c$ . Sabiranjem indukovanih napona navojaka, odnosno pojedinih provodnika dobija se indukovani napon sekcije. Indukovani napon sekcije je  $2 \cdot N_c$  puta veći od indukovano napona u jednom provodniku.

$e_s = 2N_c \cdot e_1 \cdot (2.5)$  Na ovaj način tj. vezivanjem više navojaka na red je postignuto povećanje indukovano napona u odnosu na napon indukovani u jednom provodniku.

Prema broju provodnika u žlebu (sloju), odnosno načinu izvođenja sekcije, sekcije mogu biti kanuraste ili štapne. Kanurasta sekcija se sastoji od većeg broja navojaka, odnosno u žlebu se nalazi veći broj provodnika. Kanurasta sekcija se izrađuje od bakarnog provodnika (žice) kružnog poprečnog preseka prečnika do 3 mm. Dimenzija (presek) provodnika je određen strujom (snagom) za koju se izrađuje mašina. Bočne veze kanurastih sekcija se oblikuju nakon ulaganja u žlebove. Kanuraste sekcije se koriste za izradu namota asinhronih motora snage do 11 kW, tj. za niskonaponske namote. Na slici 2.11. prikazano je ulaganje kanuraste sekcije u žlebove, kao i deo namotaja trofaznog asinhronog motora sa oblikovanim bočnim vezama. Bočne veze formiraju glavu namota.



Slika 2.11. Kanurasta sekcija. Ulaganje kanurastih sekcija u žlebove statora. Izgled glava namotaja realizovanog kanurastim sekcijama.

Za veće struje koristi se profilni provodnik pravougaonog poprečnog preseka. Ako su zbog vrednosti struje potrebni provodnici još većih preseka, tada se provodnik izrađuje od profilnih provodnika (žila) koje su međusobno električno izolovane, ali su na kraju galvaniski spojene. Na taj način se formira provodnik u obliku štapa - štapni provodnik, pa otud naziv za sekciju štapna sekcija. Na slici 2.12. prikazana je štapna sekcija sa  $N_c$  navojaka napravljena od izolovanog profilnog provodnika pravougaonog poprečnog preseka. Štapna sekcija se oblikuje pre ulaganja u žlebove. Prvo se oblikuje neizolovani bakar sekcije, a zatim se sekcija izoluje. Štapne sekcije imaju karakterističan oblik bočnih veza.



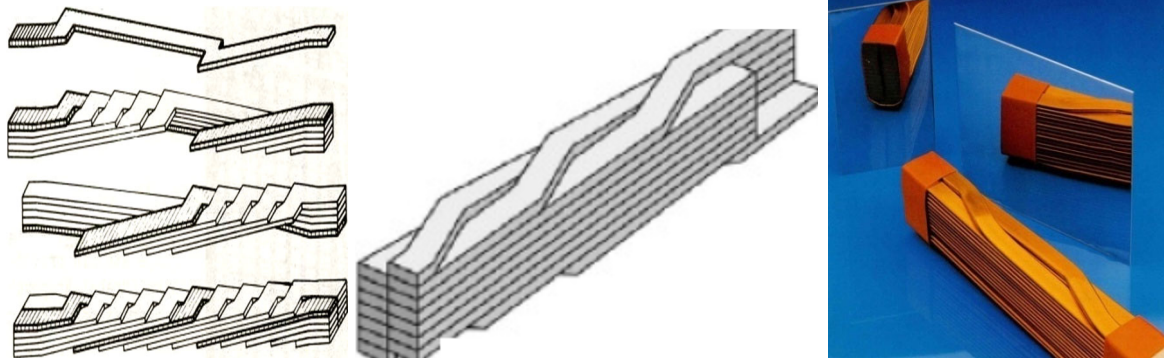
Slika 2.12. Izgled štapnih sekcija napravljenih od profilnog provodnika pravougaonog preseka.

Na slici 2.13 je prikazano ulaganje štapnih sekcija u žlebove statora. Sekcije prikazane na ovoj slici imaju mali navojni korak,  $y$ , što ukazuje da se radi o električnoj mašini sa većim brojem pari polova.



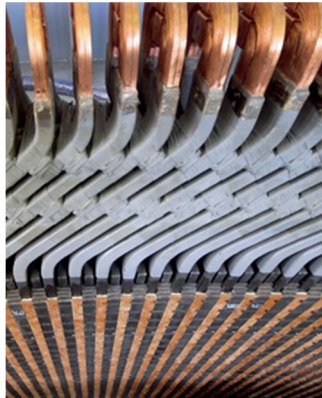
Slika 2.13. Ulaganje štapne sekcije u žlebove statora

Usled postojanja rasipnog fluksa nije konstantna gustina naizmenične struje po visini provodnika, odnosno dubini žleba u koji se smešta štapni provodnik. Najveća gustina struje će biti prema površini provodnika i ona opada sa dubinom žleba tj. dolazi do potiskivanja struje prema površini provodnika. Da bi se suzbio efekat potiskivanja struje prema površini štapnog provodnika, potrebno je da se sve žile u štapnom provodniku po ukupnoj dužini žleba nalaze u jednakim magnetnim uslovima. Zato se sprovodi transpozicija žila - promena položaja žila u štapu po dubini žleba, a po njihovoj ukupnoj dužini. Tako se postiže da svaka žila prolazi podjednako gornjim i donjim delom preseka provodnika (odnosno žleba) kao što je prikazano na slici 2.14. Ovakav štapni provodnik se zove “Rebelov” štap.



Slika 2.14. Štapni provodnik - “Rebelov” štap. Transpozicijom žila profilnog provodnika unutar Rebel štapa suzbija se potiskivanje struje u provodniku.

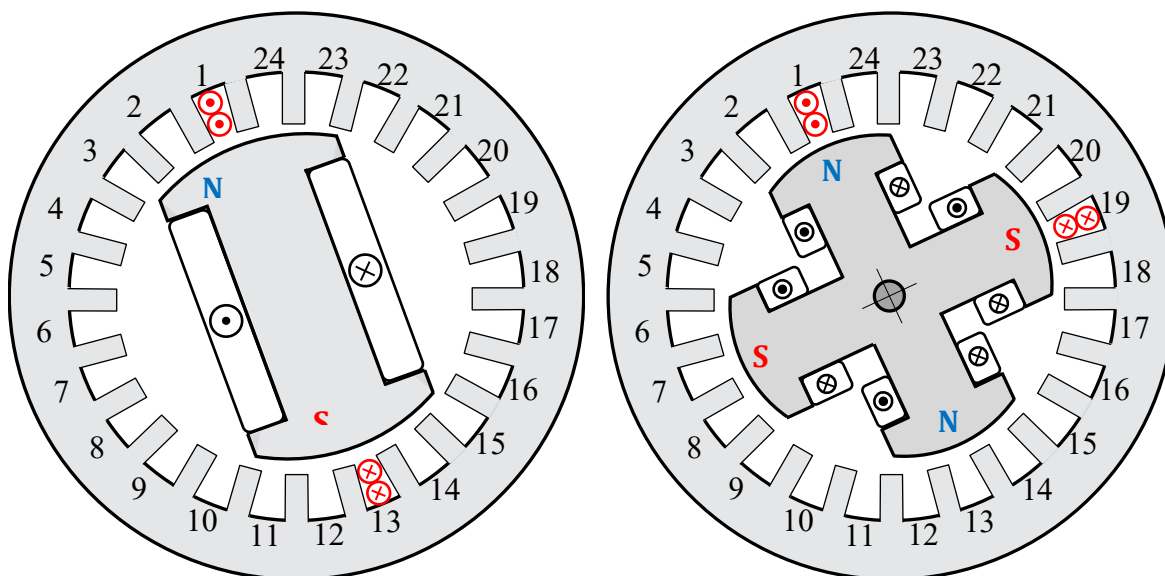
Na slici 2.15. prikazan je deo namotaja statora generatora u HE Đerdap 1. Na statoru se nalazi  $Z = 756$  žlebova u koje se smešta namotaj sa  $2p = 84$  pari polova. Jednom polu pripada  $756/84 = 9$  žlebova u koje se smeštaju sekcije od tri faze. Dakle svakom faznom namotaju pod jednim polom pripadaju  $m = 3$  žleba. Namotaj je izveden sa Rebel štapovima. U žlebu se nalaze po dva štapa.



Slika 2.15. Namotaj realizovan sa Rebel štapovima.

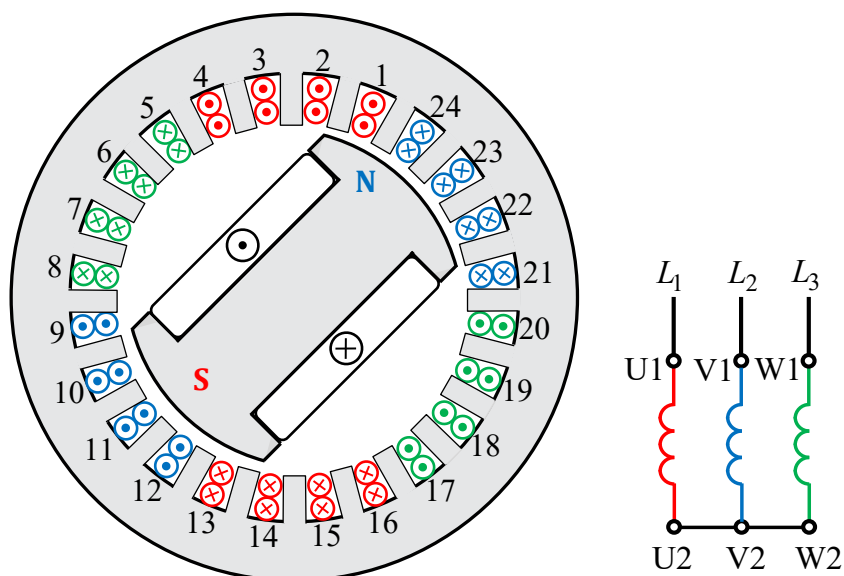
Ako je štapna sekcija izrađena od štapnog provodnika tada štapna sekcija ima samo jedan navojak.

Sekcije se ulažu u žlebove. Na slici 2.16. prikazan je stator sa 24 žleba sa uloženom jednom sekcijom budućeg dvopolnog, odnosno četvoropolnog namotaja.



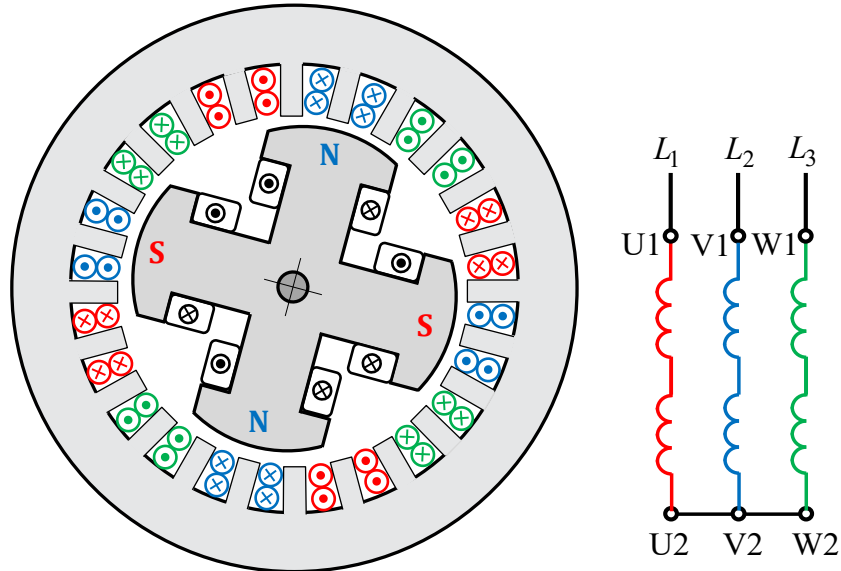
Slika 2.16. Stator sa  $Z = 24$  žleba.

Na slici 2.17. prikazano je kako je u  $Z = 24$  žleba na statoru smešten trofazni dvopolni namotaj. Jednom polu pripada  $24/2 = 12$  žlebova. Polni korak iznosi  $\tau_p = 12$  žlebova. U ovih 12 žlebova se smeštaju tri faze tako da pod jednim polom jednoj fazi pripada pojas od  $m = 12/3 = 4$  žleba. Provodnici koji čine jednu sekciju grade centralni ugao od  $\pi$ , širina sekcije iznosi  $y = 12$  žlebova, korak sekcije je 1-13.



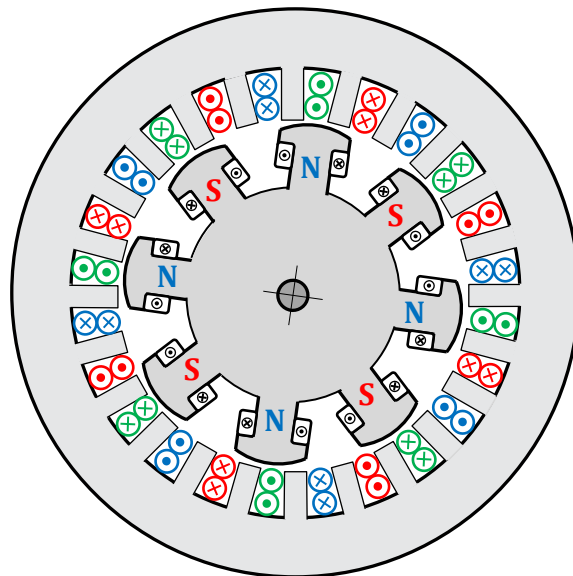
Slika 2.17. Trofazni dvopolni namotaj. Jednom polu pripada  $24/2 = 12$  žlebova u koje se smeštaju 3 faze, jednoj fazi pod polom pripada pojas od  $m = 12/3 = 4$  žleba.

U isti ovaj stator se može smestiti trofazni četvoropolni namotaj. Sada jednom polu pripada  $24/4 = 6$  žlebova. Polni korak iznosi  $\tau_p = 6$  žlebova. U ovih 6 žlebova se smeštaju tri faze tako da pod jednim polom jednoj fazi pripada pojas od  $m = 6/3 = 2$  žleba. Provodnici koji čine jednu sekciju grade centralni ugao od  $\pi/2$ , širina sekcije iznosi  $y = 6$  žlebova, korak sekcije je 1-7.



Slika 2.18. Trofazni četvoropolni namotaj. Jednom polu pripada  $24/4=6$  žlebova u koje se smeštaju 3 faze, jednoj fazi pod polom pripada pojas od  $m = 6/3=2$  žleba.

U isti ovaj stator se može smestiti trofazni namotaj sa najviše osam polova. Jednom polu pripada  $24/8 = 3$  žlebova. U ova 3 žleba se smeštaju tri faze tako da pod jednim polom jednoj fazi pripada pojas od  $m = 3/3=1$  žleba. Provodnici koji čine jednu sekciju grade centralni ugao od  $\pi/4$ .



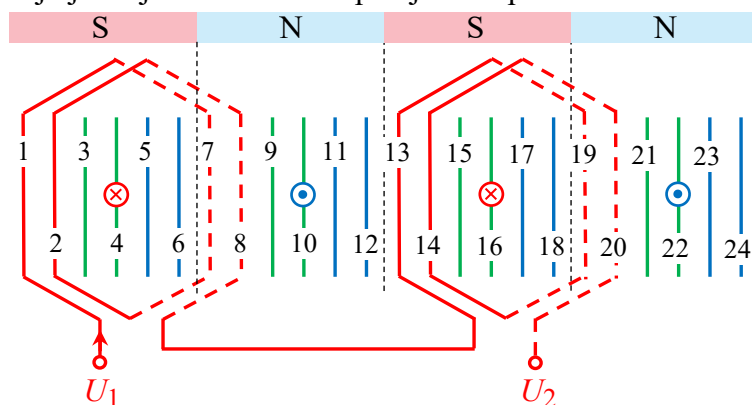
Slika 2.19. Trofazni osmopolni namotaj. Jednom polu pripada  $24/8=3$  žlebova u koje se smeštaju 3 faze, jednoj fazi pod polom pripada pojas od  $m = 3/3=1$  žleba.

## 2.4. Vrste namotaja

### 2.4.1. Petljast i valovit namotaj

Prema načinu međusobnog spajanja sekcija namotaji se dele na petljaste (omčaste) i valovite namotaje. Spajanje sekcija petljastog namotaja je prikazano na slici 2.20, dok je na slici 2.21. prikazano vezivanje sekcija valovitog namotaja. Za predstavljanje namotaja na slikama 2.20. i 2.21. je korišćena razvijena šema. Razvijena šema namotaja se dobija kada se cilindrična površina statora ili rotora preseče po jednoj izvodnici i razvije u ravan. Time je postignuto da se provodnici koji se nalaze u žlebovima predstavljaju vertikalnim linijama. Bez obzira na broj navojaka u sekciji, u cilju preglednosti, namotaji se najčešće crtaju kao da imaju samo jedan navojak u sekciji. Na slici 2.20. iznad žlebova su nacrtane glave namota, a na delu ispod žleba je prikazano spajanje pojedinih sekcija (spojni vodovi). Na ovim šemama brojem su označeni žlebovi u koje su smešteni provodnici sekcija.

Petljasti namotaj se izrađuje pomoću sekcija sa više navojaka bilo da su one izrađene od provodnika okruglog poprečnog preseka bilo od profilnog provodnika pravougaonog preseka. Na slici 2.20. se jasno vidi da je omčasti namotaj izveden na taj način što su sekcije međusobno spojene u obliku zamke ili omče, po čemu su ovi namotaji i dobili naziv. Kod petljastog namotaja kraj jedne sekcije je spojen sa početkom druge sekcije tako da su svi navojci koji pripadaju jednoj fazi i nalaze se pod jednim polom vezani na red.



Slika 2.20. Razvijena šema jedne faze četvoropolnog, petljastog namotaja sa jednakim sekcijama.

Na slici 2.20. su prikazana  $Z = 24$  žleba u koje se smešta trofazni, četvoropolni  $p = 2$ , petljasti namotaj. U preostale žlebove smeštaju se druge dve faze. Broj žlebova po polu i fazi je:

$$m = \frac{Z}{2pq} = \frac{24}{2 \cdot 2 \cdot 3} = 2 \quad (\text{yy.4})$$

Dakle,  $m$  žlebova pod svakim polom pripada jednoj fazi. Strelicama je predložen smer indukovanih napona u provodnicima ispod pojedinih polova (N, S) induktora i o smeru indukovanih napona se mora voditi računa pri međusobnom povezivanju sekcija.

Petljasti namotaji su jednostavni za izradu jer sve sekcije imaju isti oblik i dimenzije, te se zbog toga mogu izvesti pomoću šablona.

Na slici 2.21. je prikazano kako se formira valovit namotaj. Kod valovitog namotaja ne spajaju se susedne sekcije na red već najpre se vezuju prve sekcije svih pari polova, a onda sve druge, i tako svih  $m$  sekcija. Kada se načini  $p$  koraka obiđe se obim mašine jednom. Valoviti

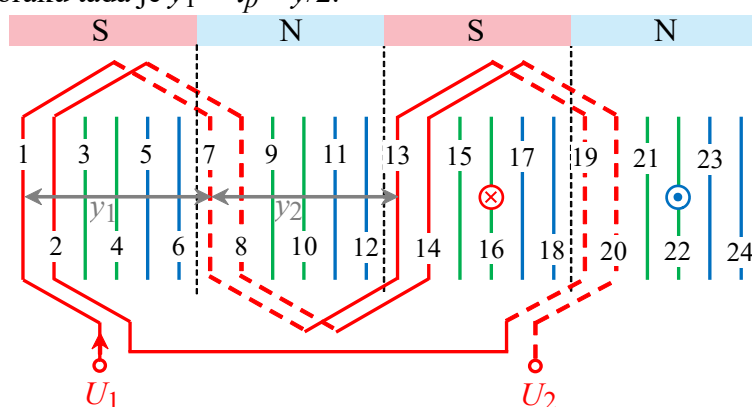
namotaj se dobija rednim spajanjem provodnika (ili sekcija) ispod svih polova uz neprekidno obilaženje obima statora ili rotora. Ovakvim načinom spajanja provodnika bočne veze dobijaju valoviti oblik prelaza od jednog provodnika do drugog, po čemu su ovi namotaji i dobili naziv.

Valovit namotaj se izrađuju štapnim provodnicima uloženim u žlebove. Prvi štap u žlebu se spaja sa štapom koji je od njega odmaknut za navojni korak  $y_1$ . Sledeći štap se spaja sa štapom odmaknutim za spojni korak  $y_2$ , ovaj drugi štap je od prvog štapa odmaknut za dvostruki polni korak kao što je prikazano na slici 2.21.

Da bi se dobio valoviti namotaj naizmenične struje definiše se ukupni navojni korak koji zapravo predstavlja dvostruki polni korak:

$$y = \frac{Z}{p} = 2\tau_p$$

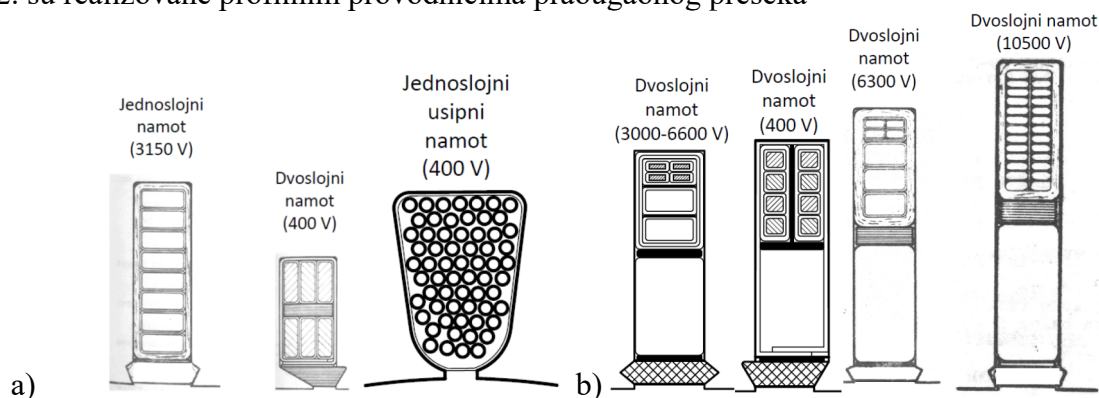
Ovaj ukupni navojni korak se deli na delimične  $y_1$  (navojni) i  $y_2$  (spojni). Kada je navojni korak jednak polnom koraku tada je  $y_1 = \tau_p = y/2$ .



Slika 2.21. Skica vezivanja sekcija u jednoj fazi valovitog namotaja.

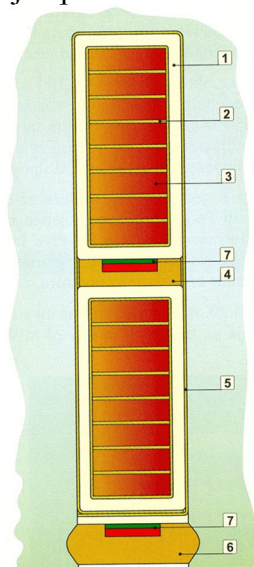
Prilikom jednog obilaska oko obima dobija se lanac navojaka koji imaju isti korak. Valoviti namotaji se najčešće primenjuju za statorske namotaje velikih sinhronih generatora kao i za najveće asinhronne motore. Rotorski namotaji kliznokolutnih asinhronih mašina se takođe izrađuju kao valoviti i obično su tada izvedeni sa navojnim korakom jednakim polnom koraku.

Kada se u žlebovima nalaze samo provodnici koji pripadaju jednoj sekciji, tada se formira jednoslojni namotaj, dok ako se u žlebovima nalaze provodnici koji pripadaju dvema različitim sekcijama tada se formira dvoslojni namotaj. Dakle, prema broju sekcija koje se nalaze u žlebovima namotaji se dele na jednoslojne i dvoslojne. Na slici 2.22. prikazani su žlebovi u koje se smešta jednoslojni, odnosno dvoslojni namotaj. Prikazane sekcije na slici 2.22. su realizovane profilnim provodnicima praougaonog preseka



Slika 2.22. Skica žleba a) jednoslojnog i b) dvoslojnog namotaja.

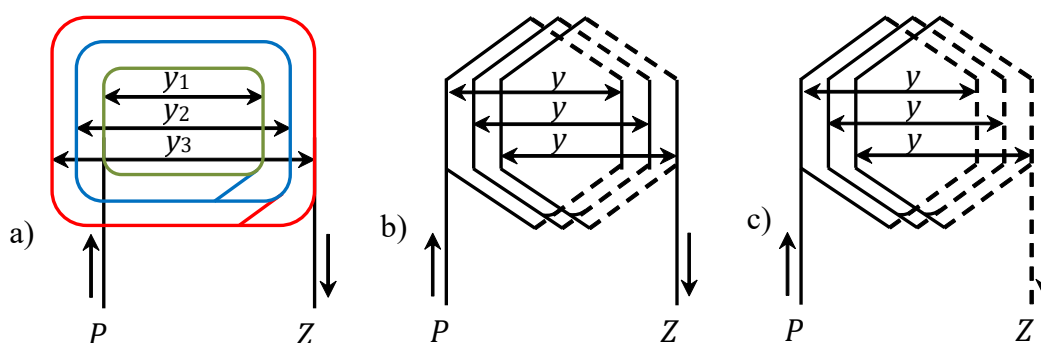
Detaljan presek statorskog žleba visokonaponskog, dvoslojnog namotaja, asinhronog motora.



Sl. 4.16. Presjek kroz statorski utor visokonaponskoga asinkronog motora: 1 – osnovna (poprečna) izolacija namota prema masi, 2 – međuzavojna (uzdužna) izolacija namota, 3 – bakreni vodič namota, 4 – izolacijski uložak između gornjeg i donjeg sloja namota, 5 – polu/vodljivi zaštitni sloj od tinjanja (parcijalnih izbijanja), 6 – utorski klin, 7 – ugrađena Pt-100 sonda

## 2.4.2. Polno fazne grupe

Više sekcija koje se nalaze pod jednim parom polova ( $m$ ) vezanih na red čine **Polno Faznu Grupu** (PFG). PFG se još naziva i navojni deo. PFG može da čini i samo jedna sekcija. Sekcije koje čine jednu PFG mogu da budu sa različitim korakom sekcije,  $y$ , i one su koncentrično postavljene jedna u odnosu na drugu. Namotaj koji je napravljen sa ovakvim sekcijama se naziva koncentričan namotaj. Sa koncentričnim sekcijama se mogu izraditi samo jednoslojni namotaji. Znatno češće se namotaj izrađuje sa sekcijama koje su istog koraka, sa ovim sekcijama se može izrađivati i jednoslojni i dvoslojni namotaj.



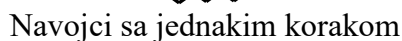
Slika 2.23. Skica polno fazne grupe a) jednoslojnog koncentričnog namotaja, b) jednoslojnog namotaja sa jednakim sekcijama c) dvoslojnog namotaja sa jednakim sekcijama.

Na slici 2.23. pod a) je prikazana PFG jednoslojnog, koncentričnog namotaja koja se sastoji od tri sekcije vezane na red. Sekcije koncentričnog namotaja imaju različit korak namotavanja ( $y_1, y_2, y_3$ ), kao što je naznačeno na slici 2.23. pod a). Očigledno je da se magnetne ose koncentričnih sekcija koje pripadaju istoj PFG poklapaju. Sa  $P$  je označen početak, a sa  $Z$  završetak PFG.

Jednoslojni namotaj može biti izrađen i sa sekcijama koje imaju isti korak tj. sa sekcijama koje su jednake. Na slici 2.23. pod b) je prikazana PFG jednoslojnog namotaja sa tri

Na slici 2.23. pod c) je prikazana PFG dvoslojnog namotaja sa jednakim sekcijama. Punom linijom je prikazana aktivna strana na vrhu žleba, dok je isprekidanom linijom prikazana aktivna strana koja se nalazi na dnu žleba.

Jednoslojni namotaj se može izraditi sa koncentričnim sekcijama ili sa sekcijama jednakog navojnog koraka. Kod jednoslojnog namotaja u svakom žlebu se nalaze provodnici koji pripadaju samo jednoj sekciji. Na slici 2.24. u razvijenom preseku su prikazane silnice magnetne indukcije usled struje u provodnicima. Naznačene su struje u provodnicima kao i bočne veze kojima se ukazuje da li je jednoslojni namotaj sa koncentričnim sekcijama ili sa sekcijama jednakog navojnog koraka. Na raspodelu magnetne indukcije u vazдушnom zazoru mašine ne utiče da li je jednoslojni namotaj izveden sa koncentričnim sekcijama ili je sa sekcijama jednakog navojnog koraka. Sa slike 2.24. je očigledno da se sa jednom PFG formira jedan par magnetnih polova. Dakle, broj PFG jednoslojnog namotaj jednak je broju pari polova tj.  $p$ . Ukupna broj sekcija jednoslojnog namotaja je  $Z/2$  gde je  $Z$  broj žlebova. Jednoslojni namotaj se koristi samo kod malih mašina naizmenične struje snage do 7,5 kW.



Slika 2.24. Polno fazna grupa od tri sekcije jednoslojnog namotaja. Prikaz silnica magnetne indukcije u razvijenom preseku.

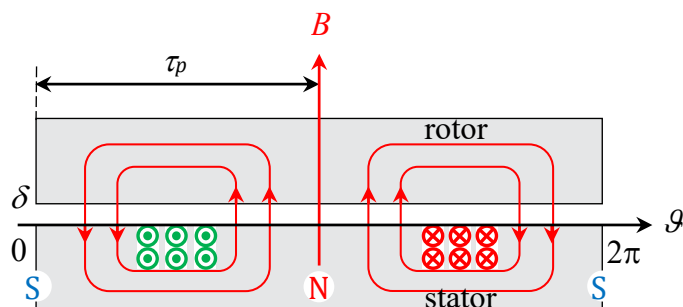
Na slici 2.24. je prikazan razvijen presek stator i rotora sa sekcijama koje formiraju magnetno polje. Simbolično su naznačene bočne veze koje se u ovakvom preseku ne vide.

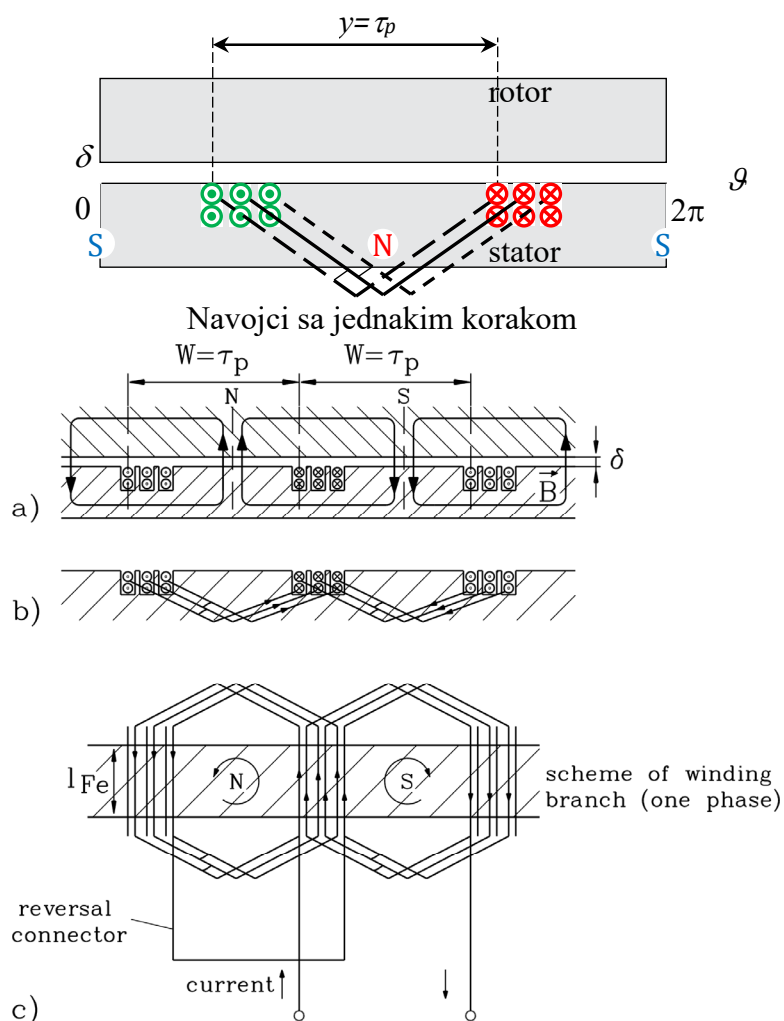


Stator asinhronog motora sa uloženim trofaznim jednoslojnim namotajem. Bojom su predočeni različiti fazni namotaji.

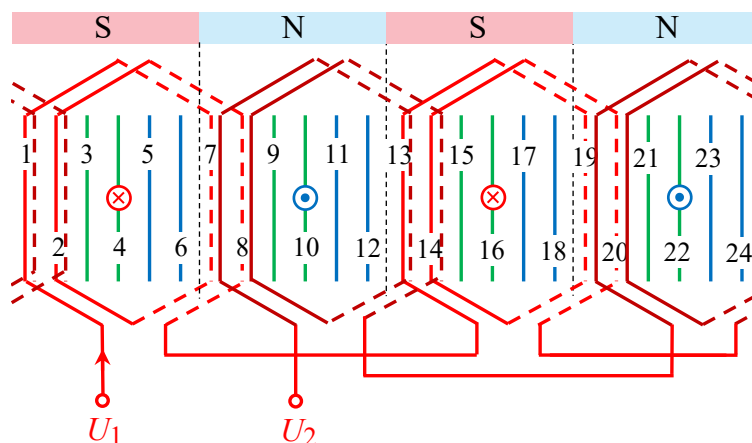
#### 2.4.4. Dvoslojni namotaj

Kod dvoslojnog namotaja u svakom žlebu se nalaze aktivne strane od dve različite sekcije. Sekcija se svojom jednom aktivnom stranom nalazi u donjoj polovini žleba, a drugom aktivnom stranom u gornjoj polovini drugog žleba. U nepopunjeni deo žlebova smeštaju se aktivne strane drugih sekcija. Broj sekcija dvoslojnog namotaja jednak je broju žlebova tj.  $Z$ . Broj PFG dvoslojnog namotaja jednak je broju polova tj.  $2p$ . Jedan para polova (severni i južni magnetni pol) dvoslojnog namotaja se formira pomoću dve PFG. Na slici 2.25. u razvijenom preseku su prikazane silnice magnetne indukcije usled struje u jednoj fazi dvoslojnog namotaja. Naznačene su struje u provodnicima kao i bočne veze. Prikazane su i dve PFG sa naznačenim magnetnim polovima koji potiču od struja u sekcijama.





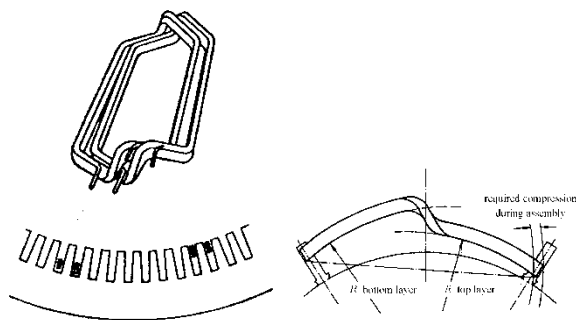
Slika 2.25. Dvoslojni namotaj. Prikaz silnica magnetne indukcije u razvijenom preseku.



Slika 2.26. Razvijena šema jedne faze petljastog, dvoslojnog, četvoropolnog namotaja.

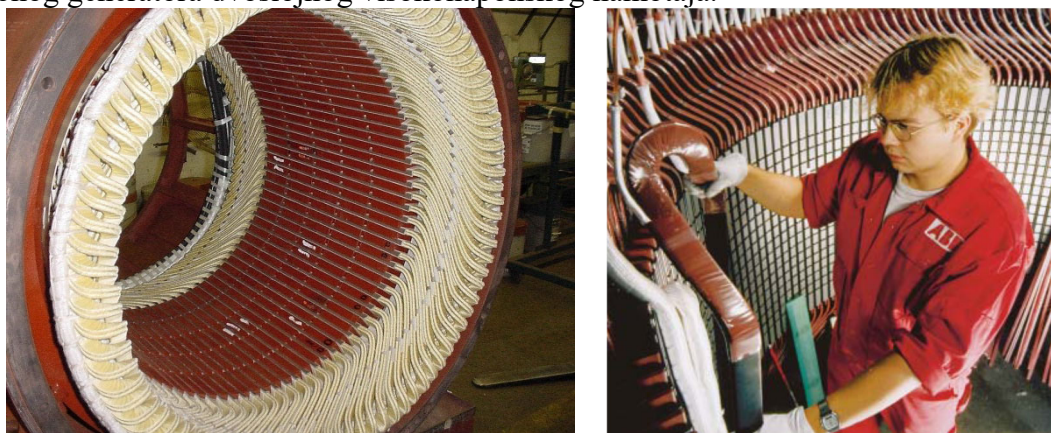
Na slici yy.19. su prikazane oblikovane sekcije dvoslojnog namotaja. Štapne sekcije dvoslojnog namotaja se oblikuju pre umetanja u žlebove. Usled karakterističnog "S" oblika bočnih veza štapnih sekcija, nema ukrštanja tj. prepletanja sekcija u glavi namotaja.

Oblikovana sekcija dvoslojnog namotaja smešta se u žlebove, sa aktivnom stranom (levo) na dnu žleba i drugom aktivnom stranom smeštenom na vrh žleba.



Slika yy.19. Ilustracija. Položaj provodnika sekcija u žlebovima dvoslojnog namotaja.

Na slici ispod su prikazane glava namotaja dvoslojnog namotaja. Umetanje štapne sekcije sinhronog generatora dvoslojnog visokonaponskog namotaja.



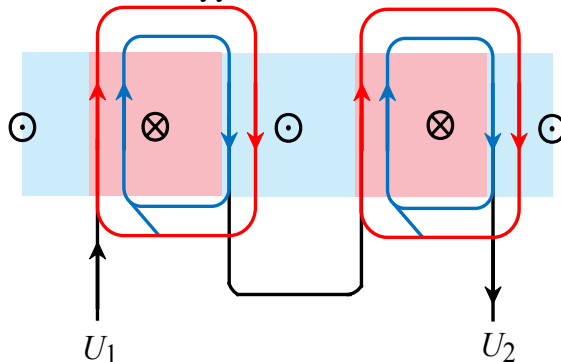
Dvoslojni namotaj se uobičajeno koristi kod električnih mašina za snage preko 5 kW, kao i za mašine najvećih snaga i najviših napona do 30 kV.

Upotreba dvoslojnog namotaja ima niz prednosti u odnosu na jednoslojni namotaj:

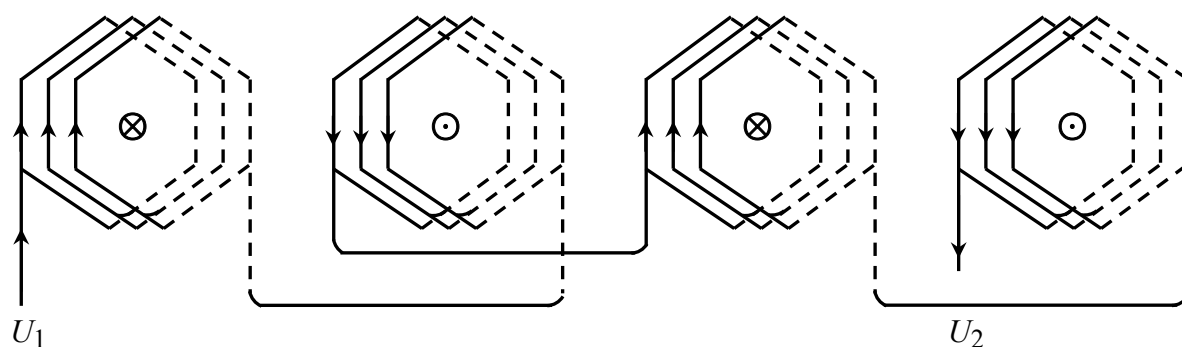
- sekcije su jednakih dimenzija što daje jednostavniju izradu i jeftiniji namotaj u odnosu na namotaj sa koncentričnim sekcijama,
- moguće je skraćivanja koraka sekcije i izrada tetivnog namotaja,
- dobija se bolji talasni oblik indukovane elektromotorne sile što je bitno za generatore,
- manje su reaktanse rasipanja što daje bolje performanse električnih mašina.

Dvoslojni namotaj ima lošije punjenje žleba bakrom tj. u žlebu se nalazi manje provodnika u odnosu na jednoslojni namotaj zbog neminovne upotrebe međuslojne izolacije.

Spajanjem PFG koja pripada jednom paru polova sa drugim PFG koje pripadaju drugim parovima polova formira se jedan fazni namotaj višefaznog namotaja. PFG se najčešće spajaju na red kao što je prikazano na slikama yy.20. Na slici

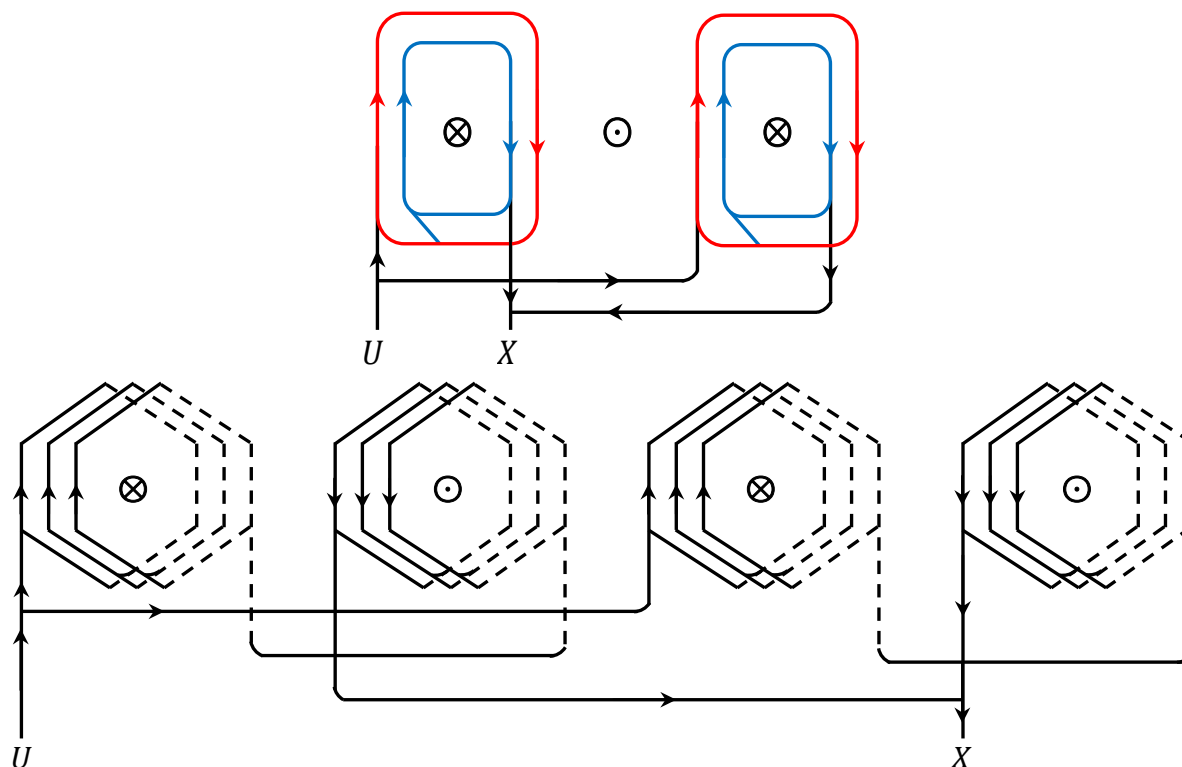


Slika yy.20. Skica jednoslojnog namotaja sa dve PFG vezane redno. PFG su izvedene sa dve koncentrične sekcije vezane na red. Namotaj je četvoropolni



Slika yy.21. Skica jednog dvoslojnog namotaja koji se sastoji od četiri PFG vezane redno.

Kod većih električnih mašina primenjuje se i paralelno spajanje PFG. Tada takav namotaj ima paralelne grane. Paralelna grana se sastoji od jedne ili više PFG vezanih na red. Broj paralelnih grana se označava sa  $a$ . Na slici yy.22. pod a) su prikazane dve paralelne grane koncentričnog namotaja gde se svaka grana sastoji od po jedne PFG sa dve sekcije. Na slici yy.22. pod b) su prikazane dve paralelne grane. Svaka grana se sastoji od dve PFG koje su vezane na red.



Slika yy.22. Ilustracija namotaja sa paralelnim granama  
a) koncentričnog namotaja b) dvoslojnog petljastog namotaja.

Kada bi se sve PFG vezale paralelno dobio bi se namot sa najvećim mogućim brojem paralelnih grana. Najveći mogući broj paralelnih grana jednoslojnog namota je jednak broju

pari polova  $a = p$ , dok je kod dvoslojnog namota najveći mogući broj paralelnih grana jednak broju polova  $a = 2p$ . Da bi se bilo koja dva dela namota smela spojiti paralelno naponi indukovani u njima moraju biti jednaki po iznosu i po faznom stavu.

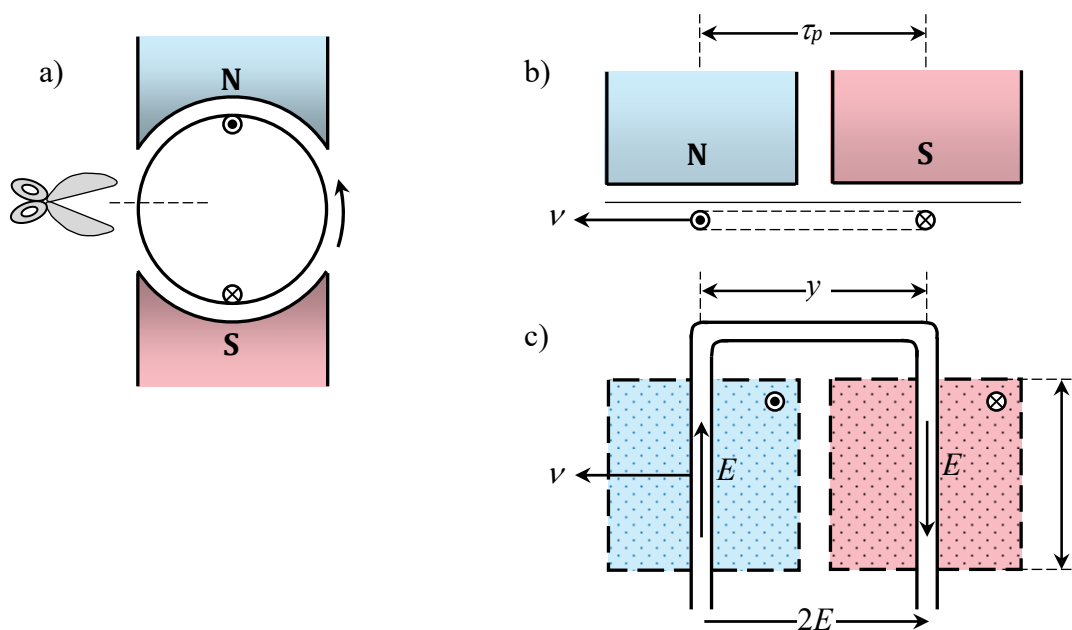
## 2.5. Impregnacija namotaja

Namotaji mogu biti namotani na istaknute polove ili smešteni u žlebove koji su aksijalno postavljeni po obimu induktora ili indukta, s tim da su namotaji za naizmeničnu struju uvek raspoređeni u žlebove. Za predstavljanje namota upotrebljavaju se razvijene i kružne šeme.

### 3. INDUKOVANA ELEKTROMOTORNA SILA

#### 3.1. Šematsko prikazivanje (u preseku, razvijenom preseku, razvijenom pogledu)

U izučavanja pojava vezinih za električne mašine koriste se različiti načini šematskog prikazivanja međusobnog odnosa provodnika i magnetnih polova. Prikazivanjem u preseku, slika 3.1.a, izostavlja se prikazivanje celog magnetnog kola, a crta se rotor sa provodnicima i magnetni polovi statora. Naznačeni su provodnici smešteni u žlebove sa referentnim smerom indukovane elektromotorne sile. Ako se misaono razreže struktura sa slike 3.1.a, dobija se prikaz u razvijenom preseku, slika 3.1.b. Navode se samo detalji oko vazdušnog zazoru: magnetni polovi, provodnici, naznačen je smer kretanja provodnika u odnosu na magnetno polje. Rastojanje između osa magnetnih polova je polni korak,  $\tau_p$ , slika 3.1.b. U oba ova prikaza se jasno vidi da je vazdušni zazor između rotora i statora konstantan. Međutim, ni u preseku ni u razvijenom preseku ne vidi se spajanje samih provodnika koji čine navojak ili sekciju. Najprikladniji način za sagledavanje navojka koji se kreće u magnetnom polju, a koje potiče od magnetnih polova statora je u razvijenom pogledu slika 3.1.c. Rastojanje između provodnika navojka je navojni korak,  $y$ .



Slika 3.1. Raspored polova i provodnika u: a) preseku, b) razvijenom preseku c) razvijenom pogledu.

#### 3.2. Uticaj oblika pola na raspodelu magnetne indukcije u vazdušnom zazoru

Prema Faradejevom zakonu elektromagnetne indukcije napon indukovano u jednom provodniku pri njegovom kretanju brzinom  $v$  u magnetnom polju indukcije  $B$ :

$$e_1 = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} = Blv, \quad (3.1)$$

direktno je srazmeran sa vrednošću indukcije u vazдушnom zazoru na mestu na kojem se nalazi provodnik u tom trenutku. Pri kretanju provodnika po obodu vazдушnog zazora talasni oblik (vremenska zavisnost) indukovanog napona verno prati prostornu raspodelu magnetne indukcije po obimu vazдушnog zazora. Prostorna raspodela magnetne indukcije po obimu mašine se preslikava u vremensku zavisnost indukovanog napona. Da bi se dobila prostoperiodična vremenska zavisnost indukovanog napona potrebno je obezbediti prostoperiodičnu raspodelu indukcije po obodu vazдушnog zazora.

Na prostornu raspodelu magnetne indukcije u vazдушnom zazoru može se uticati širinom vazдушnog zazora ispod pola. Između fluksa, magnetopobudne sile koja tera fluks i reluktanse magnetnog kola postoji veza data drugim Kirhofom zakonu za magnetno kolo, odnosno Kap Hopkinsonovim zakonom:

$$\Phi = \frac{NI}{\mathcal{R}_m}, \quad (3.2)$$

Ako se zanemari reluktansa feromagnetnih delova magnetnog kola i uvaži da je reluktansa:

$$\mathcal{R}_m = \frac{\delta}{\mu_0 S}, \quad (3.3)$$

gde je  $\delta$  širina vazдушnog zazora dobija se:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\delta}$$

Konstantna širina vazдушnog zazora  $\delta = \text{const.}$  daje konstantu indukciju ispod pola, odnosno u vazдушnom zazoru po obimu mašine:

$$B = B_m = \text{const}$$

kao što je prikazano na slici 3.2.a. Ovo predstavlja poželjnu raspodelu indukcije po obimu vazдушnog zazora kod mašina jednosmerne struje. Raspodela indukcije po obimu treba da omogućiti postizanje što veća srednje vrednosti indukovanog napona u provodniku armature.

Ako se širina vazдушnog zazora tj. rastojanje između statora i polnog nastavka menja prema sledećoj relaciji:

$$\delta = \frac{\delta_{min}}{\cos\theta}$$

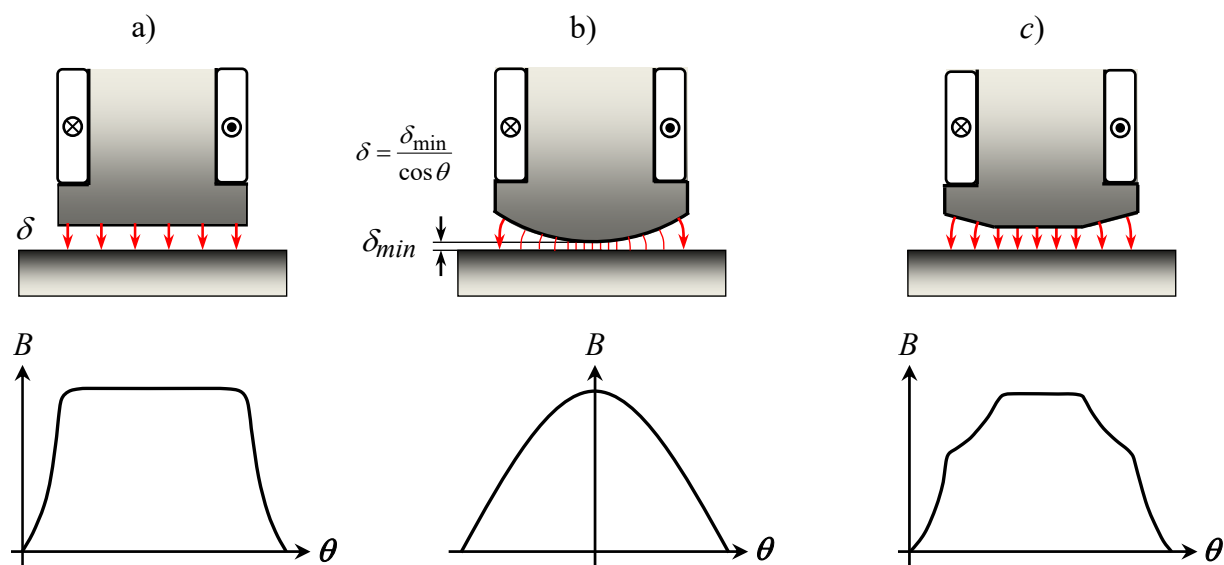
gde su: -  $\delta_{min}$  minimalna širina vazдушnog zazora ispod pola,

-  $\theta$  ugaona koordinata posmatrane tačke u vazдушnom zazoru merena od ose pola,

tada se u vazдушnom zazoru ostvaruje prostoperiodična raspodela indukcije ispod pola, odnosno u vazдушnom zazoru po obimu mašine:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\delta_{min}} \cos\theta = B_m \cos\theta$$

što je prikazano na slici 3.2.b. Ovo predstavlja poželjnu raspodelu indukcije po obimu vazдушnog zazora kod rotacionih električnih mašina naizmenične struje.

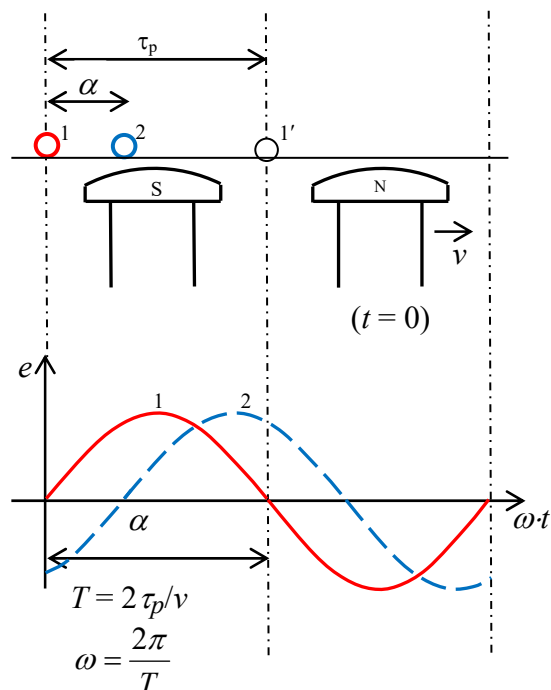


Slika 3.2. Uticaj oblika pola na raspodelu indukcije: a) konstantan vazdušni zazor, b) neravnomeran vazdušni zazor, c) konstantan vazdušni zazor sa podrezanim rubovima pola

Izrada pola koji bi izgledao kao prema slici 3.2.b. je zahtevna i komplikovana zato se kod sinhronih mašina sa istaknutim polovima pol izrađuje kao na slici 3.2.c. usled čega raspodela indukcije u vazдушnom zazoru po obimu mašina nije prostoperiodična, odnosno može se smatrati da pored osnovnog harmonika postoje i viši harmonični članovi.

### 3.3. Indukovana elektromotorna sila u provodniku

U prethodnom delu je pokazano da se pomoću istaknutih polova adekvatnog oblika, u vazдушnom zazoru, postiže prostoperiodična raspodela magnetne indukcije po obimu mašine tj. postignuta je prostoperiodična prostorna raspodela indukcije. Ako se istaknuti polovi rotora, slika 3.3. kreću obodnom brzinom  $v$ , tada se u provodniku 1, koji se nalazi na statoru, indukuje napon približno sinusnog talasnog oblika, tj. prostoperiodična prostorna raspodela magnetne indukcije se preslikava u prostoperiodičnu vremensku zavisnost indukovano napona, kao što je prikazano na slici 3.3. Provodnik označen sa 2 je prostorno pomeren za ugao  $\alpha$  u odnosu na provodnik označen sa 1, slika 3.3. U njemu se takođe indukuje napon, ali je taj napon fazno pomeren za ugao  $\alpha$  u odnosu na napon indukovano u provodniku 1.



Slika 3.3. Indukovana elektromotorna sila u provodnicima statora.

Jedna cela oscilacija indukovanog napona nastaje za vreme potrebno da rotor pređe dvostruki polni korak, odnosno da načini jedan ceo okretaj, ako se radi o dvopolnom rotoru. Kod mašina sa  $p$  pari polova puna perioda indukovnog napona odgovara okretu rotora za jedan par polova, a to je  $1/p$  od punog okreta rotora.

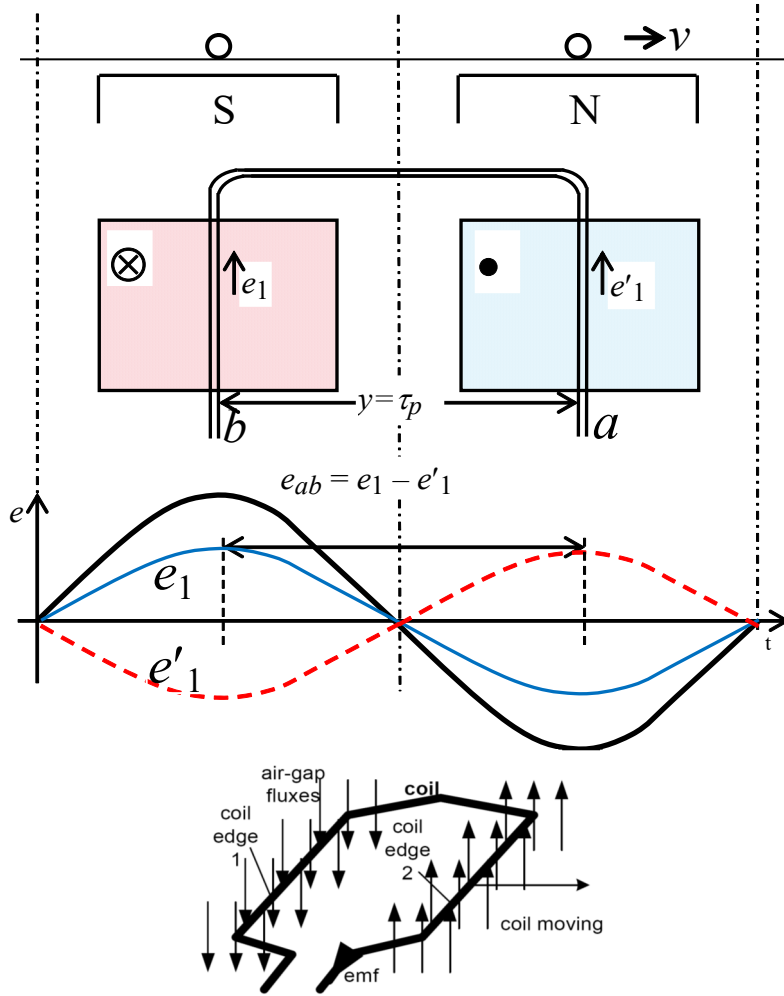
Uz prostoperiodičnu raspodelu magnetne indukcije u vazdušnom zazoru u jednom provodniku na statoru se indukuje napon prostoperiodičnog oblika efektivne vrednosti:

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} B_m l v, \quad (3.5)$$

gde su: -  $B_m$  maksimalna vrednost magnetne indukcije,  
 -  $l$  dužina provodnika (osna dužina, dužina paketa limova),  
 -  $v$  obodna brzina istaknutih polova.

### 3.4. Indukovana elektromotorna sila u navojku i sekciji

Provodnici razmaknuti za polni korak  $\tau_p$ , na slici 3.3. označeni su sa 1 i 1', mogu se spojiti u navojak, slika 3.4. Na ovoj slici prikazan je međusoban odnos provodnika i magnetnih polova u razvijenom preseku i razvijenom pogledu, kao i indukovani naponi u provodniku, odnosno navojku. Magnetni polovi svojim oblikom obezbeđuju prostoperiodičnu raspodelu magnetne indukcije po obimu mašine, ali su ovde i na slikama koje slede u cilju preglednosti prikazani kao da je vazdušni zazor konstantan.



Slika 3.4. Indukovana elektromotorna sila u provodnicima i u navojku statora.

Kada su dva provodnika spojena u navojak indukovani napon navojka iznosi:

$$e_{ab} = e_1 - e'_1. \quad (3.6)$$

Indukovani napon  $e'_1$  u provodniku 1', koji je prostorno pomenen za polni korak,  $\tau_p$ , od provodnika 1, je fazno pomenen za ugao  $\pi$  u odnosu na  $e_1$ . Dakle, indukovani naponi  $e_1$  i  $e'_1$  su u protiv fazi. Nakon ovog objašnjenja sledi da je razlika indukovanih napona u ova dva provodnika,  $e_{ab}$ , jednaka dvostrukom naponu  $e_1$ . Indukovani napon  $e_{ab}$  navojka sa navojnim korakom  $\tau_p$  jednak je dvostrukoj vrednosti indukovano napona u jednom provodniku  $E_1$ :

$$E_{ab} = 2E_1, \quad (3.7)$$

Ako je u žlebove umesto jednog navojka smeštena sekcija koja ima  $N_c$  navojaka tada je ukupan broj provodnika u jednoj sekciji  $2 \cdot N_c$ . Sabiranjem indukovanih napona navojaka, odnosno pojedinih provodnika, dobija se indukovani napon sekcije. Indukovani napon sekcije je  $2 \cdot N_c$  puta veći od indukovano napona u jednom provodniku:

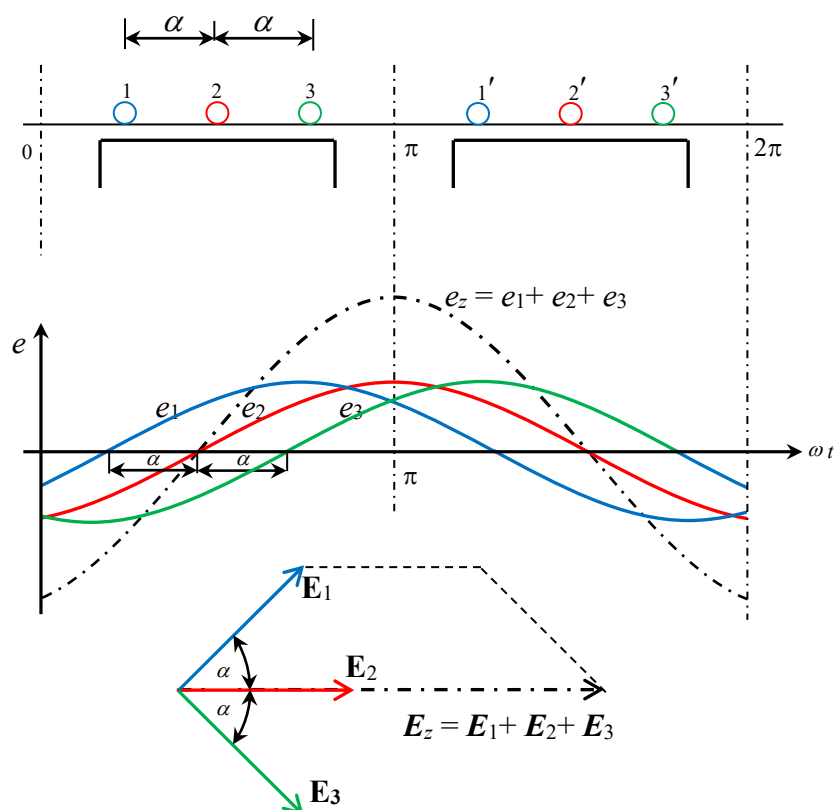
$$E_s = E_{ab} = 2E_1 \cdot N_c, \quad (3.8)$$

U literaturi se često broj provodnika u jednom žlebu označava sa  $z_1$  pa je očigledno da je indukovani napon sekcije sa  $z_1$  provodnika u žlebu:

$$E_s = E_{ab} = 2E_1 \cdot z_1. \quad (3.9)$$

### 3.5. Indukovana elektromotorna sila zone (pojasa). Pojasni navojni sačinilac

Kao što je ranije navedeno više sekcija vezanih na red čine jednu PFG. Na slici 3.5. prikazana je jedna PFG sa tri sekcije smeštene u žlebove 1 - 1', 2 - 2' i 3 - 3'. Električni ugao između susednih žlebova je  $\alpha$ . Bez gubitka opštosti neka su sekcije izvedene sa samo jednim navojkom. Rednim vezivanjem sekcija ostvareno je da su svi provodnici vezani serijski u okviru jedne PFG. Indukovani napon svih u seriju spojenih provodnika može se sabirati bilo kojim redosledom. Odaberimo takav redosled da se prvo sabere napon svih provodnika koji leže pod jednim polom tj. čine jedan zonu (pojas).



Slika 3.5. Indukovana elektromotorna sila u sekcijama i u navojku statora.

Na slici 3.5. su prikazane vremenske zavisnosti indukovanih napona u provodnicima 1, 2 i 3. Ove tri indukovane elektromotorne sile su pomerene u fazi za ugao  $\alpha$ , isti onaj ugao koji postoji između dva susedna žleba. Sve tri elektromotorne sile sabrane u svakom trenutku vremena daju rezultatnu elektromotornu silu pojasa, odnosno zone:

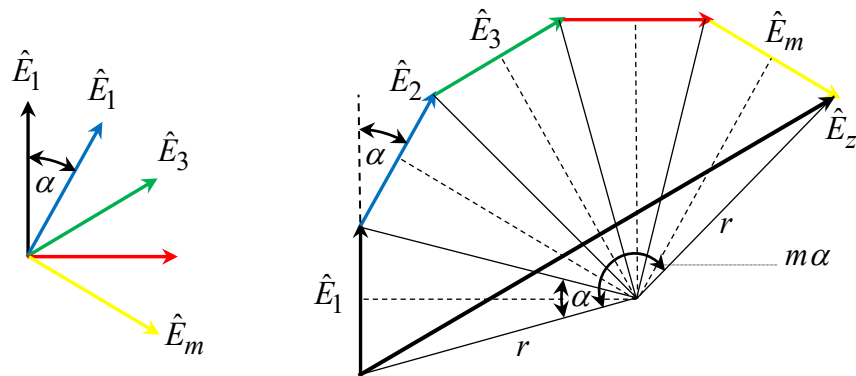
$$e_z = e_1 + e_2 + e_3. \quad (3.10)$$

Treba primetiti da zbog fazne pomerenosti indukovanih napona u pojedinim provodnicima,  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$ , indukovani napon zone,  $E_z$ , nije trostruka vrednost indukovanog napona u jednom provodniku,  $E_1$ .

Drugi način da se dođe do elektromotorne sile zone je da se indukovane elektromotorne sile prikažu odgovarajućim fazorima. Ako se pretpostavi da se PFG sastoji od  $m$  sekcija vezanih na red, one su smeštene u  $2m$  žlebova, odnosno u dve zone sa po  $m$  žlebova. U svakom provodniku koji pripada jednoj zoni indukuje se elektromotorna sila, a one su međusobno fazno pomerene za ugao  $\alpha$ , gde je  $\alpha$  ugao između dva susedna žleba. Narednim jednačinama su date trenutne vrednosti kao i fazorski predstavnici indukovanih napona u svakom od  $m$  žlebova jedne zone.

$$\begin{aligned} e_1 &= E_1 \sin(\omega t) & \hat{E}_1 &= E_1, \\ e_2 &= E_1 \sin(\omega t - \alpha) & \hat{E}_2 &= E_1 \angle -\alpha, \\ e_3 &= E_1 \sin(\omega t - 2\alpha) & \hat{E}_3 &= E_1 \angle -2\alpha, \\ e_m &= E_m \sin(\omega t - (m-1)\alpha) & \hat{E}_m &= E_1 \angle -(m-1)\alpha, \end{aligned} \quad (3.11)$$

Vektorskim sabiranjem fazora indukovanih napona u pojedinim provodnicima zone dobija se ukupan indukovani napon u toj zoni. Na slici 3.6. prikazani su fazori indukovanih napona u provodnicima jedne zone. Vektorskim sabiranjem fazora indukovanih napona u provodnicima koji pripadaju jednoj zoni dobija se ukupni napon zone  $E_z$ .



Slika 3.6. Fazori indukovanih elektromotornih sila u provodnicima jedne zone – zvezda indukovanih napona. Poligon indukovanih elektromotornih sila. Indukovana elektromotorna sila zone.

Elektromotorna sila zone,  $E_z$  je uvek manji od algebarske sume svih pojedinačnih napona indukovanih u provodnicima jedne zone.

$$|\hat{E}_z| = |\hat{E}_1 + \hat{E}_2 + \dots + \hat{E}_m| < E_1 + E_2 + \dots + E_m. \quad (3.12)$$

Ako se svi fazori indukovanih elektromotornih sila jedne zone nadovežu jedan na drugi, slika 3.6, i ako se misaono opiše kružnicu poluprečnika  $r$ , prema slici 3.6. može se napisati:

$$E_1 / 2 = r \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right), \quad (3.13)$$

a budući da je centralni ugao za ceo napon zone  $m\alpha$ , slično se može napisati:

$$E_z / 2 = r \sin\left(m \frac{\alpha}{2}\right). \quad (3.14)$$

Pojasni navojni sačinilac  $k_p$  definiše se kao odnos indukovano napona jedne zone  $E_z$ , i algebarskog zbira napona svih provodnika u zoni,  $m \cdot E_1$ :

$$k_p = \frac{E_z}{m \cdot E_1} = \frac{\sin\left(m \frac{\alpha}{2}\right)}{m \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}. \quad (3.15)$$

Pojasnim navojnim sačinioem uvažena je geometrija namotaja preko konstruktivnih parametara mašine:  $\alpha$  - ugao između dva susedna žleba,  $m$  - broja žlebova po polu i fazi. Pojasni navojni sačinilac se naziva i zonskim navojnim sačinioem.

Pojasni navojni sačinilac omogućuje da se izračuna elektromotorna sila zone sa  $m$  žlebova po polu i fazi. Indukovana elektromotorna sila zone je:

$$E_z = m \cdot E_1 \cdot k_p, \quad (3.16)$$

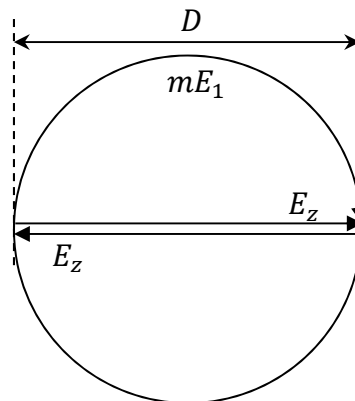
gde je  $E_1$  efektivna vrednost indukovane elektromotorne sile u provodniku jednog žleba jednačina (3.5). Kod trofaznih namotaja jednoj zoni jednofaznog namota pripada  $60^\circ$  el. Tu korekciju obavlja zonski faktor  $k_p$ , koji je za trofazne namote minimalno  $3/\pi$  odnosno može se uzeti 0,96.

U nastavku će biti određene minimalne vrednosti pojasnog sačinioa.

Ako se pretpostavi beskonačni broj žlebova, poligon elektromotornih sila provodnika, slika 3.6. se pretvara u krug. Kada pojedine provodnike spajamo tako da kraj jednog provodnika vezemo sa krajem drugog, u stvari okrećemo jedan fazor za  $\pi$ . Kod jednoslojnog namota se na taj način dobija, uz podelu kruga u dve zone, maksimalna elektromotorna sila  $2E_z$ , slika 3.7, što odgovara dvostrukom prečniku kruga. Algebarski zbir elektromotornih sila navojaka daje veću vrednost koja je jednaka poluobimu kruga. Odnos maksimalnog napona prema algebarskom zbiru nazivamo pojasnim navojnim sačinioem i on u ovom slučaju iznosi:

$$k_p = \frac{E_z}{mE_1} = \frac{D}{D\pi/2} = \frac{2}{\pi} = 0,637$$

gde je  $D$  prečnik kruga.



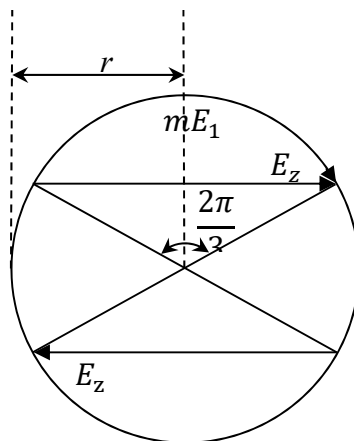
Slika 3.7. Indukovana elektromotorna sila zone ( $m\alpha = \pi$ )

Iz prethodnog izraza vidimo da je ukupna elektromotorna sila 63,7% algebarskog zbira elektromotornih sila svih provodnika. Sa slike 8 se vidi da jedan deo fazora doprinosi vrlo malo

ukupnoj elektromotornoj sili, pa se jednofazni namot često izvodi sa samo  $2/3$  namotanog statora, prikazanog na slici 9. U tom slučaju pojasni navojni sačinilac iznosi

$$k_p = \frac{E_z}{mE_1} = \frac{2r \sin \frac{\pi}{3}}{\frac{2r\pi}{3}} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\frac{\pi}{3}} = 0.827$$

gde je  $r$  poluprečnik kruga.

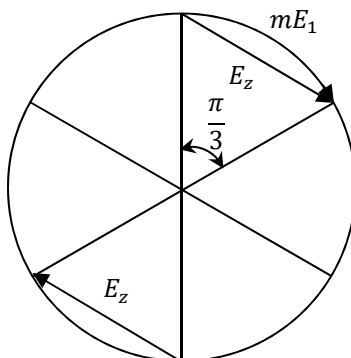


Slika 3.8. Indukovana elektromotorna sila zone ( $m\alpha = 2\pi/3$ )

Stoga, ukupna elektromotorna sila je  $100\% \cdot 0.827 \cdot 2/3 = 55.1\%$  od algebarske sume elektromotornih sila. Zbog visoke cene bakra, kod jednofaznih motora se koristi izrađivanje namota koji popunjavaju samo  $2/3$  obima statora jer se uz uštedu bakra od 33% dobije samo  $100 \cdot (63.7 - 55.1)/63.7 = 13.5\%$  manja elektromotorna sila.

Trofazni namot se izvodi sa tri ili šest zona pa svakoj fazi pripada zona od trećine obima ili dve šestine obima koje stoje nasuprot, slika 10. U prvom slučaju, kada svakoj fazi pripada zona od trećine obima, pojasni navojni sačinilac će iznositi isto kao i u prethodnom primeru jednofaznog namota smeštenog na  $2/3$  obima tj.  $k_p = 0.827$ , dok će uz zonu od dve šestine obima pojasni navojni sačinilac iznositi

$$k_p = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{6}} = 0.955$$

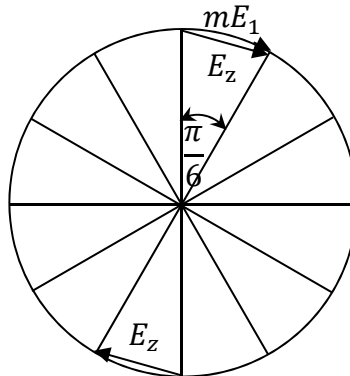


Slika 3.9. Indukovana elektromotorna sila zone ( $m\alpha = \pi/3$ )

Očigledno je da drugi način izvođenja trofaznog namota bolji pa se u praksi on gotovo uvek i primenjuje.

Kod slučaja najvećih generator ponekad se primenjuje i trofazni namot kod koga je zona namotavanja  $m\alpha = 2\pi/12 = \pi/6$  što daje još povoljniji pojasni navojni sačinilac, slika 11.

$$k_p = \frac{\sin \frac{\pi}{12}}{\frac{\pi}{12}} = 0.989$$



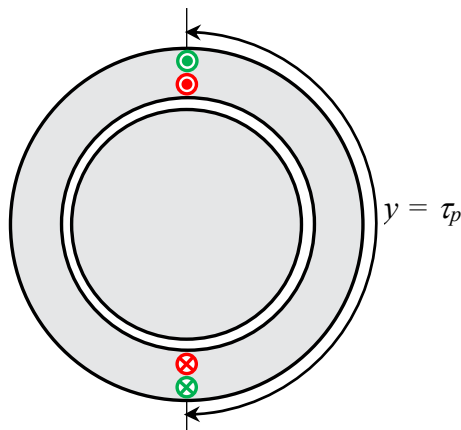
Slika 3.10. Indukovana elektromotorna sila zone ( $m\alpha = \pi/6$ )

Ako upoređujemo jednofazni generator sa trofaznim, jasno je da će snaga jednofaznog generator biti manja upravo za odnos pojasnih navojnih sačinilaca uz pretpostavku iste količine bakra u mašini, tj. jednake struje, a snaga će zavisiti od napona (elektromotorne sile):

$$\frac{S_{1-fazno}}{S_{3-fazno}} = \frac{\frac{2}{3}k_{t1f}}{k_{t2/6}} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 0.827}{0.955} = 0.577$$

### 3.6. Tetivne sekcije. Tetivni navojni sačinilac

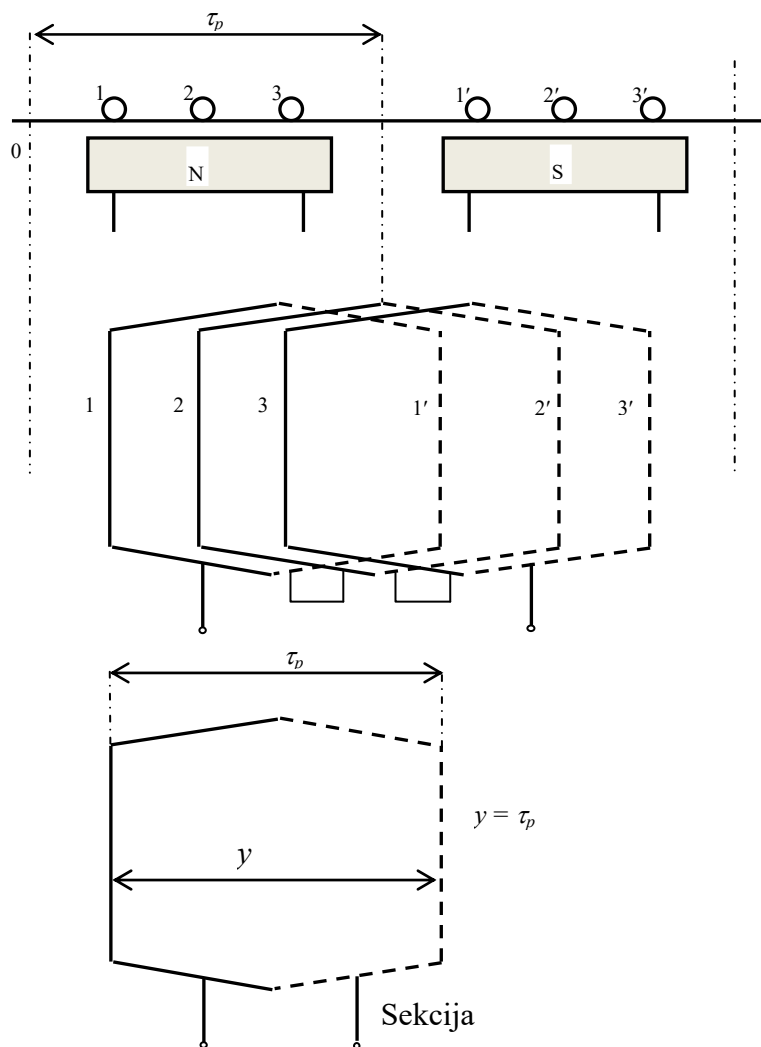
Ranije je navedeno da navojni korak sekcije  $y$  može biti jednak polnom koraku  $\tau_p$ , ali takođe može biti i različit od polnog koraka. Ako je navojni korak sekcije jednak polnom koraku tj.  $y = \tau_p$ , takve sekcije se nazivaju dijametralnim jer se žlebovi, u koje su smešteni provodnici sekcije, nalaze na dijametri dvopolne mašine, slika 3.11. Žlebovi u koje se smešta dijametralna sekcija grade centralni ugao  $\pi$  kod dvopolne mašine ili ugao  $\pi/p$  kod višepolne mašine.



Slika 3.11. Dijametralne sekcije.

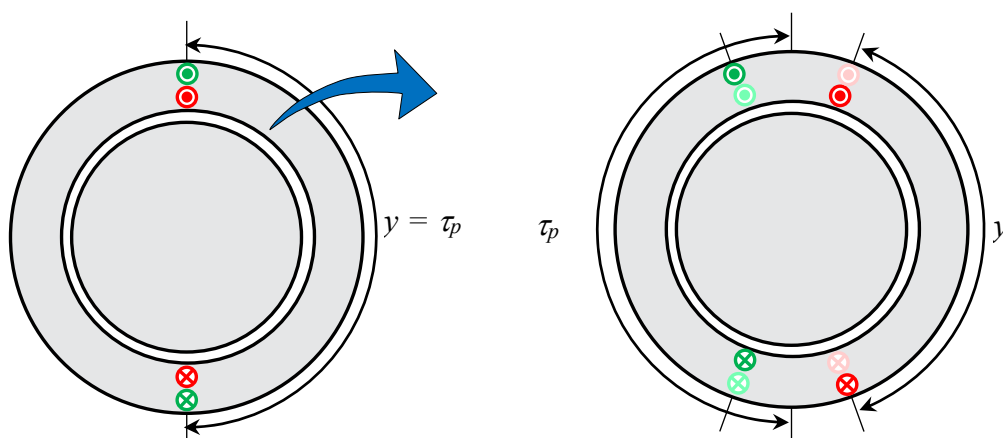
Na slici 3.11. su prikazane dve dijametralne sekcije koje su smeštene u jedan par žlebova – dvoslojni namotaj.

U razvijenom prikazu na slici 3.12. data je PFG koja je izvedena sa tri dijametralne sekcije vezane na red.



Slika 3.12. Polno fazna grupa sa tri dijametralne sekcije.

Često se izrađuju i sekcije kod kojih je navojni korak manji od polnog koraka  $y < \tau_p$ , to su sekcije sa skraćenim, navojnim korakom. Žlebovi u koje se smešta sekcija sa skraćenim korakom se nalaze na tetivi kružnice pa otud naziv tetivna sekcija, slika 3.13.



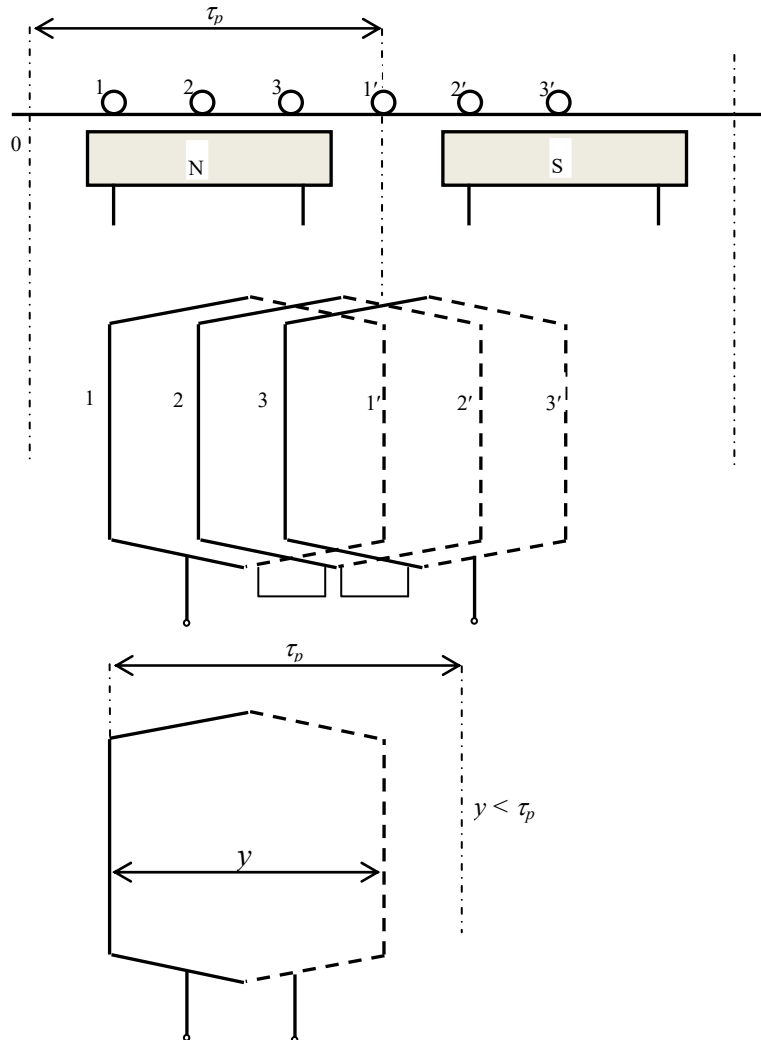
Slika 3.13. Tetivne sekcije.

Tetivne sekcije se mogu koristiti samo kod dvoslojnog namotaja.

Odnos navojnog koraka,  $y$ , i polnog koraka,  $\tau_p$ , je skraćenje ili prikata sekcije:

$$k = \frac{y}{\tau_p}. \quad (3.17)$$

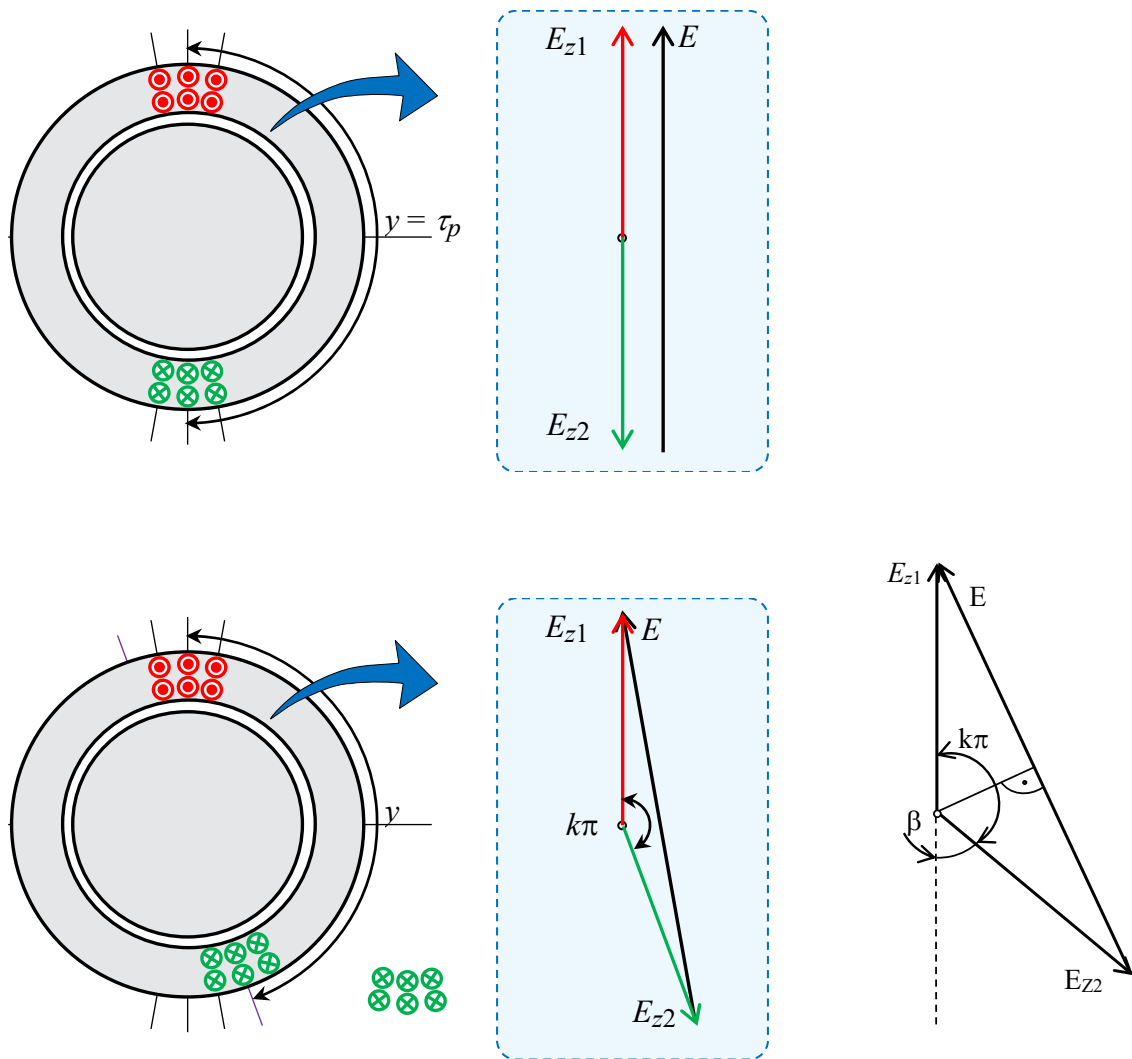
Na slici 3.14. prikazana je polno fazna grupa koja je izvedena sa tri tetivne sekcije vezane na red.



Slika 3.14. Polno fazna grupa sa tri tetivne sekcije.

U prethodnom delu videli smo kako se iz indukovanih napona pojedinih aktivnih strana sekcija računa elektromotorna sila zone. Suprotne strane tih istih sekcija čine drugi pojas, pod drugim polom. Ako su sekcije dijametralne napon druge strane sekcije pomaknut je za ugao  $\pi$  prema naponu prve strane. To vredi za svaku sekciju u zoni pa prema tome i za indukovani napon zona. Dakle, ako su sekcije dijametralne tada je indukovani napon druge zone pomeren za ugao  $\pi$  prema naponu prve zone, kao što je prikazano na narednoj slici. Ukupan indukovani napon redne veze dijametralnih sekcija (odnosno namota) je vektorska razlika fazora elektromotornih sila zona i on iznosi:

$$E = 2 E_z. \quad (3.18)$$



Slika 3.15. Elektromotorne sile zona i namota a) dijametralni namot, b) skraćeni namot.

Kod tetivne sekcije indukovani napon drugog provodnika fazno zaostaje prema indukovanom naponu prvog provodnika za ugao:

$$k\pi = \frac{y}{\tau_p} \pi . \quad (3.19)$$

Ovo vrijedi za svaku sekciju u zoni, pa prema tome indukovana elektromotorna sila druge zone zaostaje za navedeni ugao (3.19) prema indukovanoj elektromotornoj sili prve zone, slika 3.15. Ukupan indukovani napon redne veze tetivnih sekcija, odnosno napon indukovani u jednoj polnoj faznoj grupi je vektorska razlika fazora elektromotornih sila zona, i on iznosi:

$$E = 2 E_z \sin(k \cdot \pi / 2) . \quad (3.20)$$

Odnos tog ukupnog napona  $E$  i algebarskog zbira elektromotornih sila zona  $2E_z$  predstavlja tetivni navojni sačinilac.

$$k_t = \frac{E}{2E_z} = \sin\left(\frac{y}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right) . \quad (3.21)$$

Tetivni navojni sačinilac pokazuje koliko se puta smanjio algebarski zbir zonskih napona zato što strane navojaka u dvopolnom prikazu mašine ne leže na dijametru već na tetivi kružnice.

### 3.7. Indukovana elektromotorna sila namota - faze

Tetivni navojni sačinilac omogućuje da se odredi ukupni indukovani napon redne veze sekcija koje pripadaju jednoj polno faznoj grupi i nalaze se pod jednim parom polova, odnosno jednom faznom namotaju ako se on sastoji samo od te jedne PFG:

$$E = 2 \cdot E_z \cdot k_t = 2 \cdot m \cdot E_1 \cdot k_p \cdot k_t = \sum E_1 \cdot k_n. \quad (3.22)$$

Ukupnim navojni sačinilac je proizvod pojasnog i tetivnog navojnog sačinioaca,  $k_n = k_p \cdot k_t$  i sa njime je obuhvaćen uticaj geometrije namotaja na indukovani napon.

U dosadašnjim razmatranjima sekcija se sastoji od samo jednog navojka sa dve aktivne strane u kojima se indukuje napon  $E_1$ , gde je  $E_1$  napon provodnika, jednačina (3.5). Proširimo dobijeni rezultat (3.22) na sekcije sa više navojaka ( $N_c$ ) tj. neka se u svakom žlebu nalazi  $z_1$  provodnika i neka su sve sekcije jednog namotaja – faze vezane redno. Tada je ukupan indukovani napon namotaja - jedne faze sa  $p$  pari polova uz sve provodnike vezane serijski:

$$E = p \cdot 2 \cdot m \cdot z_1 \cdot E_1 \cdot k_n = 2 \cdot N_a \cdot E_1 \cdot k_n. \quad (3.23)$$

gde su: -  $z_1$  broj provodnika u žlebu,  
 -  $N_a$  ukupan broj navojaka jedne faze,  
 -  $p \cdot m = Z/2q$  broj sekcija po fazi jednoslojnog namota.

Polno fazne grupe, pored svog rednog spajanja, mogu se vezati i paralelno tako da obrazuju paralelne grane namotaja. Sada će se dobijeni rezultat, (3.23), biti proširen i za namotaj sa paralelnim granama. Ako je namotaj izveden sa paralelnim granama tada u jednačinu (3.23) za broj navojaka  $N_a$  treba uvrstiti rezultatni broj navojaka po fazi. Rezultatni broj navojaka po fazi jednoslojnog namota je:

$$N_a = \frac{p \cdot m \cdot z_1}{a} = \frac{p \cdot m \cdot N_c}{a}, \quad (3.24)$$

dok je rezultatni broj navojaka dvoslojnog namota:

$$N_a = \frac{p \cdot m \cdot z_1}{a} = \frac{p \cdot m \cdot 2N_c}{a}, \quad (3.25)$$

Ilustracija za rezultatni broj navojaka po fazi: Za četvoropolni namotaj  $2p = 4$ , sa 2 žleba po polu i fazi  $m = 2$  odrediti rezultatni broj navojaka. Sekcije ovog namotaja imaju 11 navojaka  $N_c = 11$ .

Ako je ovaj četvoropolni namotaj izveden kao jednoslojni on ima dve PFG koje mogu biti vezane na red i tada one čine jednu granu  $a = 1$  ili te dve PFG mogu biti vezane paralelno pa je  $a = 2$ . Rezultatni broj navojaka po fazi jednoslojnog namota u zavisnosti od broja paralelnih grana iznosi:

$$\begin{aligned} a = 1 \quad N_a &= \frac{p \cdot m \cdot N_c}{a} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 11}{1} = 44, \\ a = 2 \quad N_a &= \frac{p \cdot m \cdot N_c}{a} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 11}{2} = 22. \end{aligned}$$

Ako je ovaj četvoropolni namotaj izveden kao dvoslojni on ima četiri PFG koje mogu biti vezane na red i tada one čine jednu granu  $a = 1$ . Moguće je po dve PFG vezati na red da

čine granu, a zatim ove dve grane paralelno pa je  $a = 2$ . Konačno, moguće je sve četiri PFG vezati paralelno pa je  $a = 4$ . Rezultantni broj navojaka po fazi dvoslojnog namotaja u zavisnosti od broja paralelnih grana iznosi:

$$\begin{aligned} a = 1 \quad N_a &= \frac{p \cdot m \cdot 2N_c}{a} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11}{1} = 88, \\ a = 2 \quad N_a &= \frac{p \cdot m \cdot N_c}{a} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11}{2} = 44, \\ a = 4 \quad N_a &= \frac{p \cdot m \cdot N_c}{a} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11}{4} = 22. \end{aligned}$$

### 3.8. Eliminacija viših harmonika indukovnog napona

U provodnicima smeštenim u žlebove indukuje se napon koji se menja u vremenu kao što se prostorno menja magnetna indukcija u vazдушnom zazoru. U prethodnom delu je objašnjen uticaj oblika pola na raspodelu magnetne indukcije u vazдушnom zazoru. Kako se oblikom pola ne postiže da se širina vazdušnog zazora između statora i polnog nastavka menja prema:

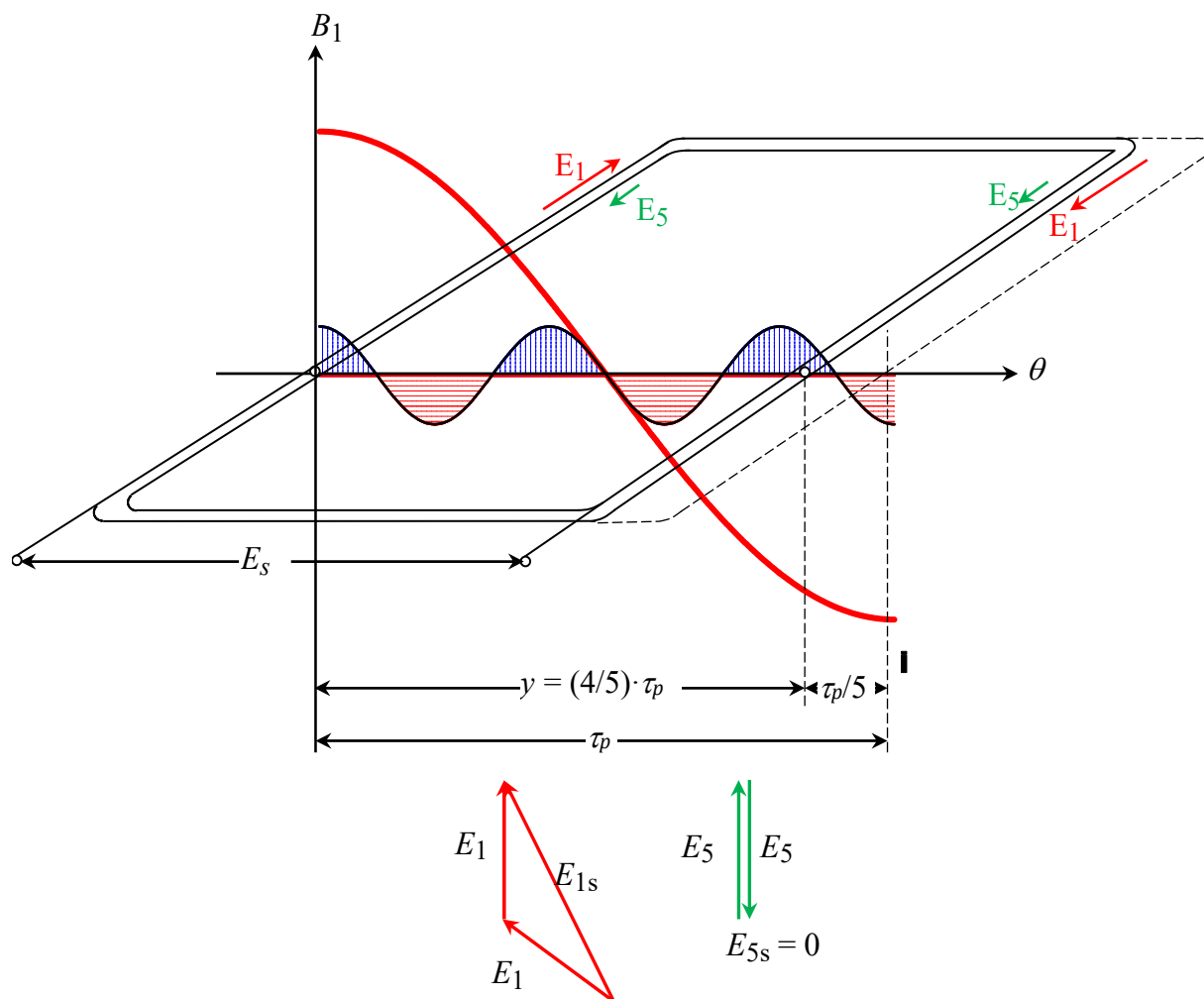
$$\delta = \frac{\delta_{min}}{\cos\theta}, \quad (3.26)$$

gde su: -  $\delta_{min}$  minimalna širina vazdušnog zazora ispod pola,

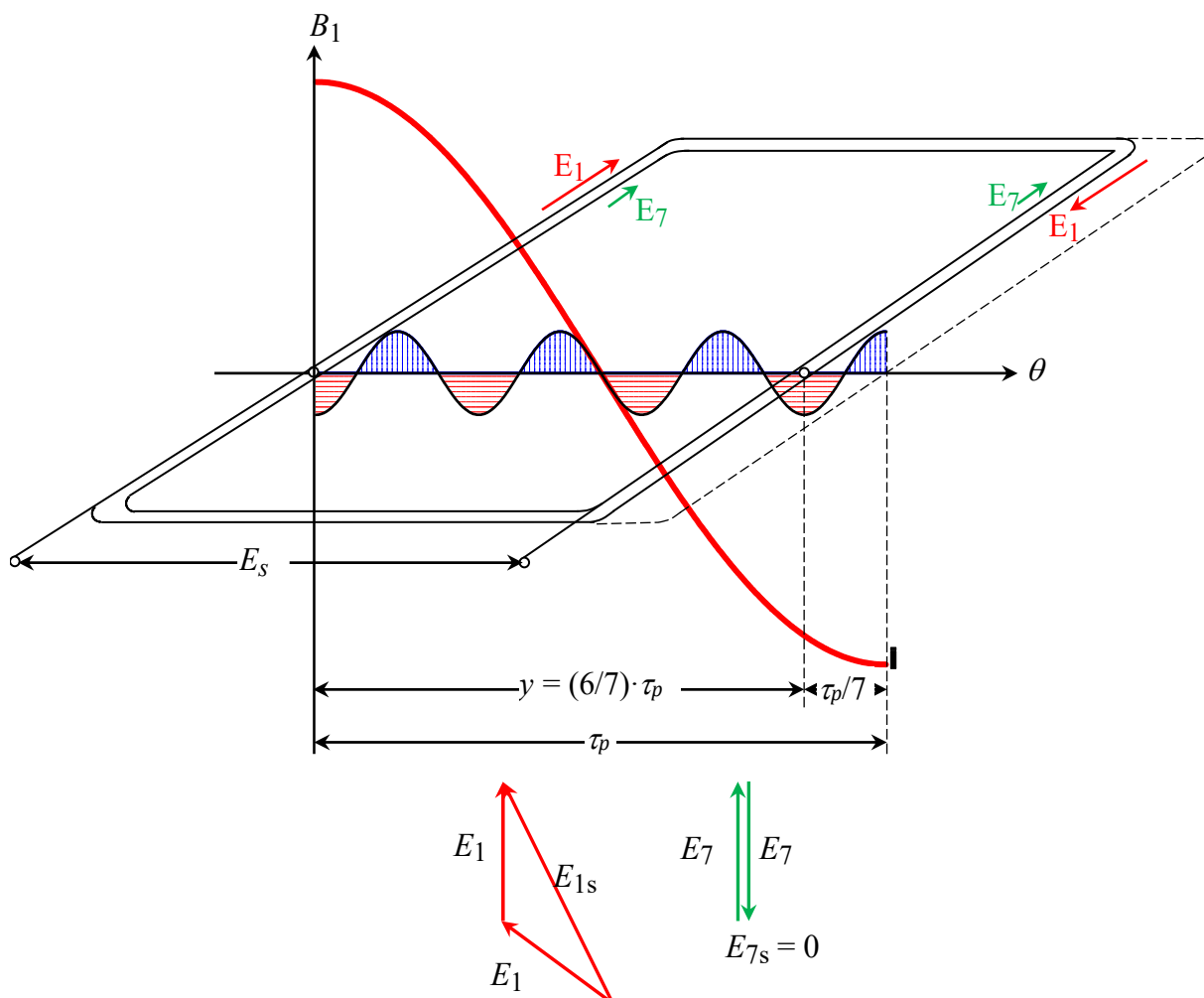
-  $\theta$  ugona koordinata posmatrane tačke u vazдушnom zazoru merena od ose pola,

to raspodela indukcije u vazдушnom zazoru po obimu mašina nije prostoperiodična. Takva neharmonična raspodela magnetne indukcije se može predstaviti kao suma osnovne harmonične komponente i viših harmoničnih komponenti. Učestanost  $\nu$ -te harmonične komponente je  $\nu$  puta veća od učestanosti osnovne. Sve harmonične komponente magnetne indukcije će indukovati odgovarajuće komponente elektromotorne sile.

Skraćenjem koraka sekcije poboljšava se oblik indukovnog napona. Na slici su prikazani dijametralna i tetivna sekcija u magnetnom polju koje ima osnovnu i petu harmoničnu komponentu magnetna indukcija pod a) odnosno osnovnu i sedmu harmoničnu komponentu magnetna indukcija pod b).



Slika 3.16. Eliminacija petog harmonika elektromotorne sile skraćenjem navojnog koraka sekcije  $y = 4/5 \tau_p$



Slika 3.17. Eliminacija petog harmonika elektromotorne sile skraćenjem navojnog koraka sekcije  $y = 6/7 \tau_p$

Aktivne strane dijametralne sekcije leže pod raznoimenim polovima magnetne indukcije osnovne harmonične komponente, ali isti zaključak vredi i za svaku drugu komponentu magnetne indukcije. Skraćenjem koraka sekcije na  $y = (1 - 1/\nu) \tau_p$  obe strane sekcije leže pod raznoimenim magnetnim polovima osnovne harmonične komponente indukcije, ali pod istoimenim polovima magnetne indukcije  $\nu$ -te komponente magnetne indukcije, kao što se vidi na slici 3.16 i 3.17. Indukovana elektromotorna sila sekcije  $\nu$ -te komponente, je razlika indukovanih napona u aktivnim stranama sekcije i ona iznosi  $E_\nu = 0$ . Time je potpuno eliminisana komponenta napona reda  $\nu$  na račun malog smanjenja ukupnog indukovanih napona sekcije. Na slici su prikazani i fazori napona prvog i petog harmonika napona indukovanih u provodniku i sekciji kada je skraćenje sekcije  $y/\tau_p = 4/5$  čime je postignuta eliminacija petog harmonika indukovanih napona. Kada navojak ne bi bio skraćen u njemu bi se indukovao i peti harmonik napona.

Sa slika 3.16 i 3.17 je očigledno da je polni korak  $\nu$ -tog harmonika  $\nu$  puta manji od polnog koraka osnovnog harmonika:

$$\tau_{p\nu} = \frac{1}{\nu} \tau_{p1} \cdot \quad (3.27)$$

Perioda  $\nu$ -tog harmonika napona je  $\nu$ puta manja od periode prvog harmonika napona, pa je električni ugao za  $\nu$ -ti harmonik  $\nu$ puta veći u odnosu na ugao za prvi harmonik:

$$\alpha_\nu = \nu \cdot \alpha_1. \quad (3.28)$$

Po analogiji sa osnovnim harmonikom, i za više harmonike napona definišu se pojasi i tetivni navojni sačinilac:

$$k_{p\nu} = \frac{\sin\left(m \frac{\nu \cdot \alpha}{2}\right)}{m \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \alpha}{2}\right)}. \quad (3.29)$$

$$k_{t\nu} = \sin\left(\nu \frac{y}{\tau_p} \frac{\pi}{2}\right). \quad (3.30)$$

Zbog geometrije sistema, postoje smo neparni harmonici pa je očigledno da se sa skraćenom sekcijom koraka  $y = (1 - 1/\nu)\tau_p$  eliminiše  $\nu$ -ti harmonik napona, jer je:

$$k_{t\nu} = \sin\left((\nu - 1) \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0. \quad (3.31)$$

Adekvatnim skraćenjem sekcije može se postići potpuna eliminacija višeg harmonika napona, ali to je praćeno i smanjenjem ostalih harmonika kao što je prikazano u Tabeli.

| $y/\tau_p$                | 1 | 2/3  | 4/5  | 6/7  |
|---------------------------|---|------|------|------|
| $\nu=1 \quad 2E_1 \times$ | 1 | 0,87 | 0,95 | 0,97 |
| $\nu=3 \quad 2E_3 \times$ | 1 | 0    | 0,59 | 0,78 |
| $\nu=5 \quad 2E_5 \times$ | 1 | 0,87 | 0    | 0,43 |
| $\nu=7 \quad 2E_7 \times$ | 1 | 0,87 | 0,59 | 0    |

U Tabeli je prikazano kako skraćenje sekcije utiče na harmonike u smislu eliminacije pojedinih ili smanjenja ostalih harmonika.

Prema rezultatima iz tabele, ako je skraćenje sekcije  $y/\tau_p = 4/5$  postignuta je eliminacija petog harmonika i smanjenje sedmog harmonika napona na 0,59 od vrednosti u dijametralnoj sekciji. Ovim skraćenjem osnovni harmonik napona je smanjen na 0,95 od vrednosti u dijametralnoj sekciji.

Za skraćenje sekcije  $y/\tau_p = 6/7$  postignuta je eliminacija sedmog harmonika i smanjenje petog harmonika napona na 0,43 od vrednosti u dijametralnoj sekciji. Ovim skraćenjem osnovni harmonik napona je smanjen na 0,97 od vrednosti u dijametralnoj sekciji.

Skraćenjem koraka sekcije postiže se ušteda u dužini glava namotaja (ušteda bakra) i lakši smeštaj namotaja.

### 3.9. Fluks po polu

Magnetno polje se može na očigledan način predstaviti pomoću linija polja – silnica. Uopšte za vektorsko polje, skup linija polja koje prolaze kroz neku površ naziva se fluks

vektorskog polja kroz tu površ. Magnetno polje je primer vektorskog polja. Ukupni broj silnica kroz zadanu površ je magnetni fluks,  $\Phi$ .

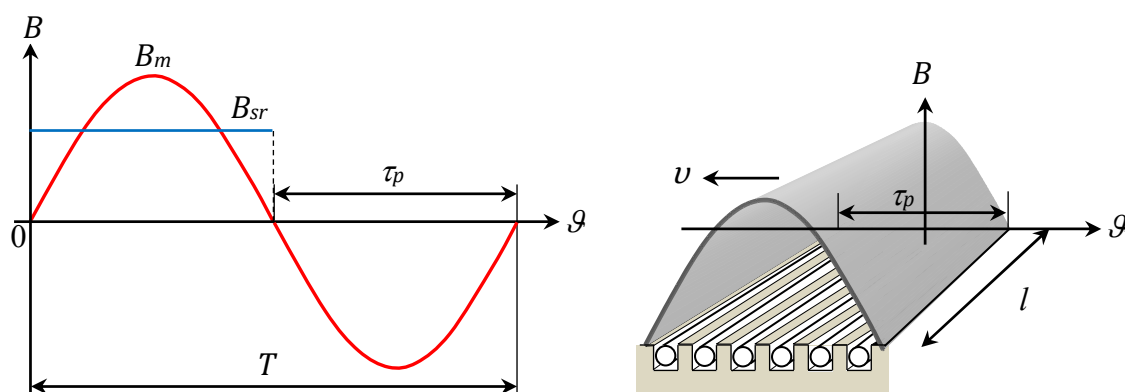
Gustina linija magnetnog polja predstavlja magnetnu indukciju (*flux density*),  $B$ . Dakle, tamo gde su silnice gušće veća je vrednost magnetne indukcije.

Kako je magnetni fluks definisan kao:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}. \quad (3.32)$$

to se jednostavno može zaključiti da je magnetni fluks kroz neku površinu  $S$  jednak je ukupnom broju linija magnetne indukcije koje prodiru kroz tu površinu.

Kod transformatora su u datom trenutku vremena svi navojci, smešteni na jednom stubu, prožeti istom magnetnom indukcijom. Kod rotacionih električnih mašina sa harmonijskom raspodelom magnetne indukcije po obimu mašine, slika 3.18, provodnici indukta su smešteni u žlebove, pa se u datom trenutku vremena nalaze pod različitom magnetnom indukcijom  $B$ , kao što je prikazano na slici 3.18. Sa  $\vartheta$  je označena koordinata uočene tačke po obodu vazdušnog zazora.

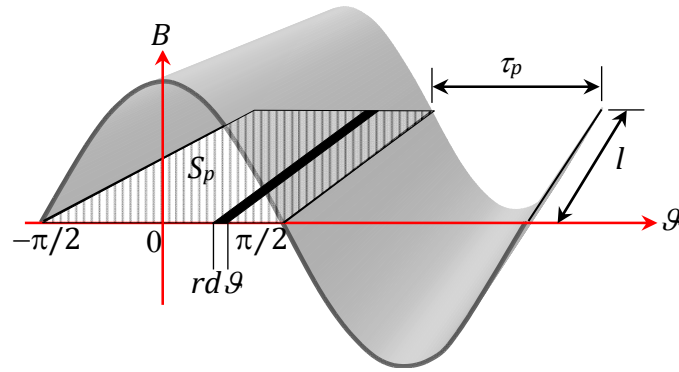


Slika 3.18. Raspodela magnetne indukcije u vazdušnom zazoru po obimu mašine. Raspodela indukcije preko jednog pola i provodnika u žlebovima.

Zbog toga se određuje prosečna vrednost magnetne indukcije, jedinstvena za sve provodnike koji se nalaze pod jednim polom,  $B_{sr}$ . Kada se srednja vrednost magnetna indukcija pomnoži sa površinom magnetnog pola dobija se fluks po polu,  $\Phi_p$ , koji je zapravo preskalirana srednja vrednost magnetne indukcije:

$$\Phi_p = S_p \cdot B_{sr} = \tau_p \cdot l \cdot B_{sr}. \quad (3.33)$$

Obodno (lučno) rastojanje između dva susedna prolaza magnetne indukcije kroz nulu predstavlja polni korak. Dvostrukom polnom koraku,  $2\tau_p$ , odgovara električni ugao od  $2\pi$ . Na slici 3.19. je u razvijenom prikazu data raspodela magnetne indukcije preko dva pola tj. na dvostrukom polnom koraku.



Slika 3.19. Fluks po polu.

Raspodela magnetne indukcije u vazдушnom zazoru, po obimu mašine je prostoperiodična:

$$B = B_m \cos(p \cdot g). \quad (3.34)$$

gde je  $g$  jedna od koordinata date tačke u vazдушnom zazoru. Element površine  $dS$  je:

$$dS = l \cdot r \cdot dg, \quad (3.35)$$

Gde je  $r$  poluprečnik, druga od koordinata date tačke u vazдушnom zazoru, a  $l$  je dužina paketa limova (osna dužina).

S obzirom na cilindričnu strukturu vektori magnetne indukcije i vektor površine su radijalnog pravca odnosno, međusobno su kolinearni. Sada se skalarni proizvod može zameniti običnim proizvodom. Kada je raspodela magnetne indukcije poznata, fluks po polu se može odrediti integracijom indukcije preko površine pola:

$$\Phi_p = \int_{-\pi/2p}^{+\pi/2p} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{-\pi/2p}^{+\pi/2p} B_m \cos(p \cdot g) \cdot l \cdot r \cdot dg = \frac{B_m \cdot l \cdot D}{p}. \quad (3.36)$$

$$\Phi_p = \frac{B_m \cdot l \cdot D}{p}. \quad (3.37)$$

Polazeći od ranije navedene jednačine za fluks po polu iskazan preko srednje vrednosti magnetne indukcije:

$$\Phi_p = \tau_p \cdot l \cdot B_{sr}. \quad (3.38)$$

može se doći do fluksa po polu iskazanog preko maksimalne vrednosti indukcije, (3.37). Od ukupnog obima vazдушnog zazora jednom polu pripada:

$$\tau_p = \frac{\pi \cdot D}{2p}, \quad (3.39)$$

a što predstavlja polni korak. Ako se indukcija menja po harmoničnoj promeni, tada je poznata veza između srednje i maksimalna vrednosti indukcije nad polnim korakom:

$$B_{sr} = \frac{2}{\pi} \cdot B_m, \quad (3.40)$$

$$\Phi_p = \tau_p \cdot l \cdot B_{sr} = \frac{\pi \cdot D}{2p} \cdot l \cdot \frac{2}{\pi} \cdot B_m = \frac{B_m \cdot l \cdot D}{p}. \quad (3.41)$$

Kod mašina naizmenične struje se znatno češće koristi veza fluksa po polu i maksimalne indukcije, dok se kod mašina jednosmerne struje češće koristi veza preko srednje vrednosti indukcije. Maksimalna indukcija određena preko fluksa po polu je:

$$B_m = \frac{p \cdot \Phi_p}{D \cdot l}. \quad (3.42)$$

Dobijeni rezultat (3.42) omogućuje da se odredi indukovani napon namotaja - jedne faze:

$$E = 2 \cdot N_a \cdot E_1 \cdot k_n. \quad (3.43)$$

uz uvažavanje indukovane EMS u jednom provodniku,  $E_1$ , i veze između obodne,  $v$ , i ugaone brzine kretanja provodnika,  $n$ , odnosno polja:

$$E = 2 \cdot N_a \cdot \frac{B_m \cdot l \cdot v}{\sqrt{2}} \cdot k_n, \quad (3.44)$$

$$E = 2 \cdot N_a \cdot \frac{p \cdot \Phi_p}{D \cdot l} \cdot \frac{l}{\sqrt{2}} \cdot \frac{D \pi n}{60} \cdot k_n, \quad (3.45)$$

$$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \Phi_p \frac{p \cdot n}{60} \cdot N_a \cdot k_n, \quad (3.46)$$

$$E = 4,44 \cdot \Phi_p \cdot f \cdot N_a \cdot k_n. \quad (3.47)$$

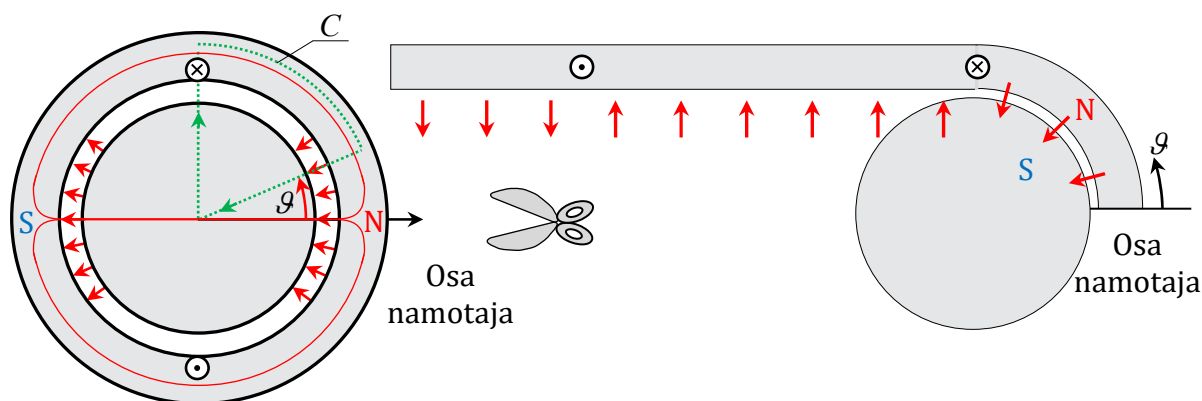
Jednačina (3.47) predstavlja dobro poznati rezultat – indukovani napon u namotaju armature određen je fluksom po polu,  $\Phi_p$ , brojem navojaka,  $N_a$ , frekvencijom,  $f$ , i navojnim sačiniocem,  $k_n$ .

## 4. MPS U VAZDUŠNOM ZAZORU ELEKTRIČNE MAŠINE

Magnetni fluks je neophodan za generisanje momenta konverzije. Da bi se u magnetnom kolu pretvarača uspostavio magnetni fluks, potrebna je magnetopobudna sila. Magnetopobudna sila najčešće potiče od struje u namotajima, tako da je struja izvor magnetnog fluksa, ali izvor fluksa može da bude i permanentni magnet. U mašinama jednosmerne struje magnetopobudna sila i fluks su konstantne vrednosti, a menjaju samo svoj znak. U mašinama naizmenične struje neophodno je da se magnetopobudna sila menja u vazdušnom zazoru – prostoru po sinusnom zakonu, kako bi elektromotorne sile i struje bile prostoperiodične. Ovakav idealan oblik harmonične prostorne raspodele magnetopobudne sile se u praksi ne može dobiti u potpunosti, te je cilj da prostorni oblik bude što približniji sinusnom obliku. Oblik magnetopobudne sile zavisi od oblika namotaja, dok prostorni oblik fluksa zavisi od oblika magnetopobudne sile i oblika magnetnog kola, tj. zazora.

### 4.1. MPS koncentrisanog dijametralnog namotaja

U ilustracijama rotacionih elektromehaničkih pretvarača, do sada, svaki namotaj je smešten u jedan par žlebova feromagnetnog kola pretvarača. Ovako izveden namotaj naziva se koncentrisan namotaj. Struja u namotaju je izvor magnetopobudne sile, a ona magnetnog polja u mašini. Promena magnetne veličine (magnetopobudne sile, indukcije, fluksa) po obodu vazdušnog zazora se naziva prostorna raspodela, na primer: prostorna raspodela magnetopobudne sile,  $\mathcal{F}(\mathcal{Q})$ . Prostorna raspodela magnetne veličine po obodu vazdušnog zazora je zavisnost te magnetne veličine od koordinate uočene tačke u vazdušnom zazoru koja se izražava ugaonom koordinatom  $\mathcal{Q}$ , merenom od usvojene referentne tačke. Najjednostavnija realizacija namotaja je kada se svih  $N$  navojaka sa strujom  $i$  smesti u samo jedan par žlebova, kao što je prikazano na slici 4.1. Na slici je dat prikaz u poprečnom preseku i razvijenom prikazu cilindričnog magnetnog kola sa samo jednim koncentrisanim namotajem. Rastojanje između statora i rotora se naziva vazdušni zazor, veličina vazdušnog zazora se označava sa  $\delta$ . Vazdušni zazor kod električnih mašina je reda veličine milimetra. Linije polja koje potiču usled struja u namotaju su naznačene sa  $\uparrow$ . Treba se prisetiti da je vektor magnetne indukcije  $B$  normalan na površinu feromagnetika, a zahvaljujući malom zazoru, polje je radijalno. Severni magnetni pol je tamo gde linije polja izviru iz površine feromagnetika, a južni magnetni pol tamo gde linije polja uviru u feromagnetik.



Slika 4.1. Mašina sa koncentrisanim dijametralnim namotajem u cilindričnom magnetnom kolu u poprečnom preseku i razvijenom prikazu.

Prostorna raspodela jačine magnetnog polja  $H(\mathcal{G})$ , magnetopobudne sile  $\mathcal{F}(\mathcal{G})$  ili magnetne indukcije  $B(\mathcal{G})$  po obodu vazdušnog zazoru, može se odrediti pomoću Amperovog zakona:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \mathcal{F}. \quad (4.1)$$

U električnim mašinama Amperov zakon se može napisati i u obliku:

$$\sum_C H_i l_i = \sum_C \mathcal{F}_i, \quad (4.2)$$

gde je  $H_i$  jačina magnetnog polja, a  $l_i$  odgovarajuća dužina na datoj konturi. Magnetno kolo je napravljeno od feromagnetnog materijala čija je permeabilnost mnogo veća od  $\mu_0$ , tako da je jačina magnetnog polja u gvožđu višestruko manja od jačine magnetnog polja u vazdušnom zazoru,  $H_{Fe} \ll H$ , pa se računa samo polje u vazdušnom zazoru,  $H$ . Amperov zakon se može primeniti za bilo koju zatvorenu konturu, ali se rešavanje jednačine Amperovog zakona značajno pojednostavljuje adekvatnim izborom same konture,  $C$ . Kontura treba da prolazi kroz vazdušni zazor na željenoj koordinati  $\mathcal{G}$ , a da se vraća kroz zazor na mestu gde nema linija magnetnog polja, tj. kroz simetralu između severnog i južnog pola. Tako se, u opštem slučaju dobija:

$$H(\mathcal{G}) \cdot \delta_0 = \mathcal{F}(\mathcal{G}). \quad (4.3)$$

Za koncentrisan namotaj sa slike 4.1. to je tačno po simetrali žlebova u koje je smešteno  $N$  navojaka, zbog čega kontura obuhvata  $N/2$  navojaka. Primenom Amperovog zakona za konturu  $C$  naznačenu na slici 4.1. dobija se magnetopobudna sila po polu na datoj koordinati  $\mathcal{G}$ :

$$\mathcal{F}(\mathcal{G}) = \frac{Ni}{2}. \quad (4.4)$$

Prema jednačini (4.3) je očigledno da se magnetopobudna sila po polu troši da bi se savladao pad magnetnog napona na vazdušnom zazoru,  $H\delta_0$ . Jačina magnetnog polja u vazdušnom zazoru je:

$$H(\mathcal{G}) = \frac{Ni}{2\delta_0} = \frac{\mathcal{F}(\mathcal{G})}{\delta_0}, \quad (4.5)$$

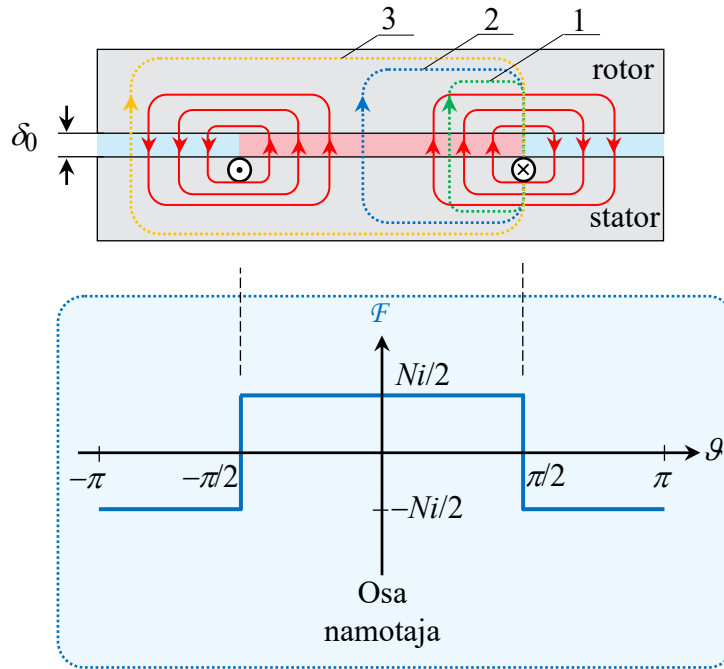
dok je magnetna indukcija duž konture:

$$B(\mathcal{G}) = \mu_0 H(\mathcal{G}) = \frac{\mu_0}{\delta_0} \frac{Ni}{2} = \frac{\mu_0}{\delta_0} \mathcal{F}(\mathcal{G}). \quad (4.6)$$

Iz izraza (4.3) – (4.6) je jasno da su sve tri magnetne veličine,  $\mathcal{F}$ ,  $H$ , i  $B$  proporcionalne trenutnoj vrednosti struje,  $i$ . Uobičajeno se uzima da se smer struje poklapa sa smerom namotavanja, pa smer struje diktira smer magnetopobudne sile. Takođe je očigledno da ako je poznata prostorna raspodela magnetopobudne sile,  $\mathcal{F}(\mathcal{G})$  u vazdušnom zazoru, tada je poznata i prostorna raspodela magnetnog polja,  $H(\mathcal{G})$  i  $B(\mathcal{G})$ . U nastavku ovog dela posmatraće se prostorna raspodela magnetopobudne sile  $\mathcal{F}(\mathcal{G})$ , gde je  $\mathcal{G}$  ugaona koordinata uočene tačke u vazdušnom zazoru.

Na slici 4.2. prikazan je koncentrisan namotaj u razvijenom prikazu, naznačene su linije polja koje potiču od struje u tom namotaju. Prikazane su i tri konture, označene sa 1, 2 i 3. Između statora i rotora se nalazi vazdušni zazor, veličine  $\delta_0$ . Na slici 4.2. u vazdušnom zazoru

plavom bojom je predodređen deo vazdušnog zazora gde linije polja izviru iz magnetnog kola statora, a crvenom deo obima gde linije polja uviru u stator.



Slika 4.2. Raspodela magnetopobudne sile koncentrisanog dijametralnog namotaja.

Za koncentrisan namotaj na slici 4.2. je očigledno, ako konturu izaberemo na način kao što je ranije objašnjeno, da će svaka tako postavljena kontura obuhvatiti istu magnetopobudnu silu po polu,  $\pm Ni/2$ . Predznak plus ili minus kod magnetopobudne sile zavisi od koordinate,  $\vartheta$ , tačke u vazdušnom zazoru. Konture označene sa 1 i 2 na slici 4.2. obuhvataju magnetopobudnu silu od  $\mathcal{F} = Ni/2$ . Sada se može zaključiti da magnetopobudna sila iznosi  $\mathcal{F} = Ni/2$  u svim tačkama sa koordinatom u intervalu  $-\pi/2 < \vartheta < \pi/2$ . Kontura 3 na slici 4.2. obuhvata magnetopobudnu silu od:

$$\mathcal{F} = \frac{Ni}{2} - Ni = -\frac{Ni}{2}, \quad (4.7)$$

pa se može zaključiti da je u svim tačkama sa koordinatom u intervalu  $-\pi < \vartheta < -\pi/2$  i u intervalu  $\pi/2 < \vartheta < \pi$  magnetopobudna sila po polu ista i da iznosi  $\mathcal{F} = -Ni/2$ . Za namotaj koji je koncentrisan, prostorna raspodela magnetopobudne sile u vazdušnom zazoru je pravougaona, kao što je prikazano na slici 4.2. Kako je magnetno polje u električnoj mašini, heteropolarno (smeњуju se severni i južni polovi po obodu mašine) to magnetopobudna sila na dijametralno naspramnim tačkama u vazdušnom zazoru ima suprotan znak.

S obzirom na to da je jačina magnetnog polja količnik magnetopobudne sile i širine vazdušnog zazora,  $H = \mathcal{F}/\delta_0$ , a da je  $B = \mu_0 H$ , zaključuje se da na ordinati na slici 4.2. može biti bilo koja od ove tri veličine,  $\mathcal{F}$ ,  $H$ ,  $B$ , odnosno da prostorna raspodela veličina  $H$  i  $B$  prate prostornu raspodelu magnetopobudne sile  $\mathcal{F}$ , jer je zazor konstantne širine,  $\delta_0$ . Prostorna raspodela je pravougaonog oblika, koga prati osnovni prostorni harmonik, a osim njega, ima i veliki sadržaj neželjenih viših harmonika.

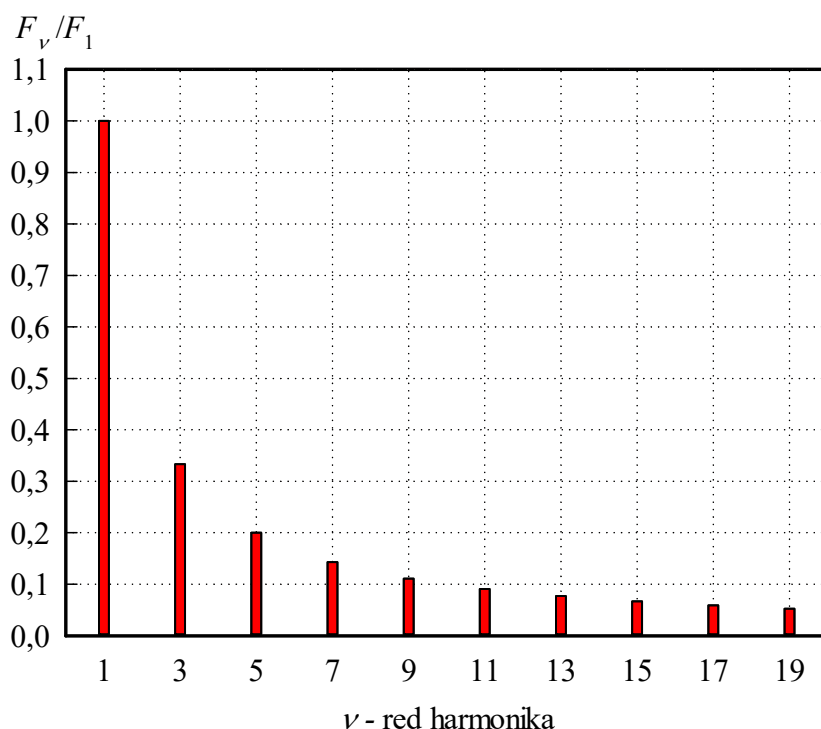
Raspodela MPS koncentrisanog dijametralnog namotaja slika 4.2. je periodična funkcija po uglu  $\vartheta$  koji predstavlja koordinatu tačke u vazdušnom zazoru. Raspodela MPS se može aproksimirati Furijeovim redom (beskonačnom sumom harmoničnih komponenti):

$$F = \frac{Ni_a}{2} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Ni_a}{2} \cdot \left[ \cos \vartheta - \frac{1}{3} \cos 3\vartheta + \frac{1}{5} \cos 5\vartheta - \frac{1}{7} \cos 7\vartheta \dots \right]. \quad (4.8)$$

Amplituda harmonične komponente – harmonika opada kako raste red komponente,  $\nu$ :

$$F_\nu = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Ni_a}{2} \cdot \frac{1}{\nu}, \quad \nu = 1, 3, 5, 7 \dots \quad (4.9)$$

Perioda  $\nu$  – tog harmonika je  $\nu$  puta manja od periode osnovnog harmonika, (4.8). Prema tome za  $\nu$  – ti harmonik mašina ima  $\nu p$  pari polova. Amplituda  $\nu$  – tog harmonika opada sa  $1/\nu$  u odnosu na amplitudu prvog harmonika MPS, (4.9). Da bi se sagledao odnos amplituda pojedinih harmoničnih komponenti daje se spektar harmonika i on je za raspodelu MPS koncentrisanog dijametralnog namotaja prikazan na slici 4.3.



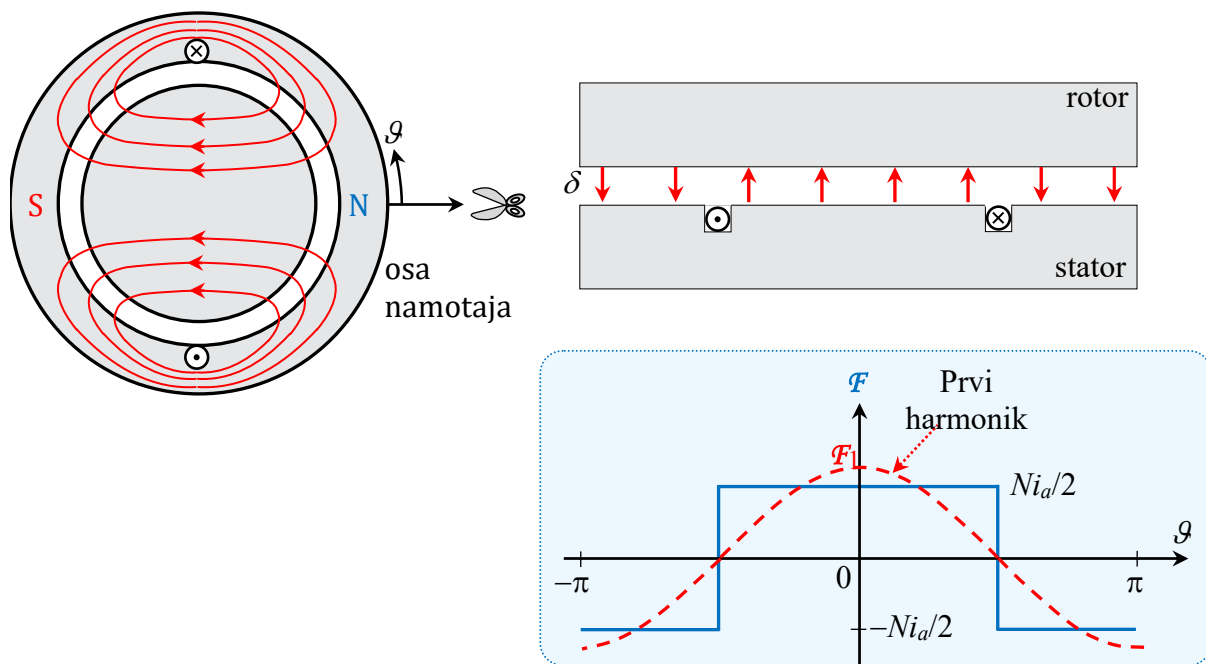
Slika 4.3. Harmonijski spektar raspodele MPS koncentrisanog dijametralnog namotaja.

Na slici 4.3. na apscisi se nalazi red harmonika,  $\nu$ , dok se na ordinati nalazi amplituda harmonične komponente normalizovana sa amplitudom prvog harmonika,  $F_\nu/F_1$ .

Amplituda prvog harmonika (osnovni harmonik, fundamental),  $F_1$ , je  $4/\pi$  puta veća od amplitude prostorne raspodele MPS ( $Ni_a/2$ ). Prostorna raspodela po obodu vazdušnog zazora, osnovnog harmonika MPS je:

$$F_1(\vartheta) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Ni_a}{2} \cdot \cos \vartheta. \quad (4.10)$$

Na slici 4.4. je prikazana prostorna raspodela MPS,  $F$ , i prvog harmonika MPS,  $F_1$ , po obimu vazdušnog zazora.



Slika 4.4. Prostorna raspodela MPS i prvog harmonika po obimu vazdušnog zazora.

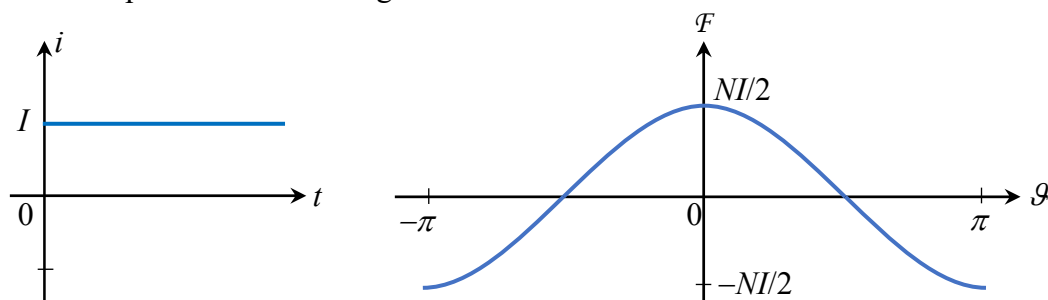
Nezavisno od karaktera struje (jednosmerna ili naizmenična) prostorna raspodela MPS je nepokretna u prostoru. Kada je struja u namotaju jednosmerna  $I$ , raspodela MPS u prostoru ima vremenski konstantnu amplitudu:

$$F = \frac{NI}{2}, \quad (4.11)$$

dok je amplituda prvog harmonika MPS:

$$F_1 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{NI}{2}. \quad (4.12)$$

Sa jednosmernom strujom u namotaju dobijena je prostorno nepokretna i vremenski konstantna raspodela MPS po obimu vazdušnog zazora.



Slika 4.5. Jednosmerna struja u namotaju. Raspodela magnetopobudne sile po obodu vazdušnog zazora.

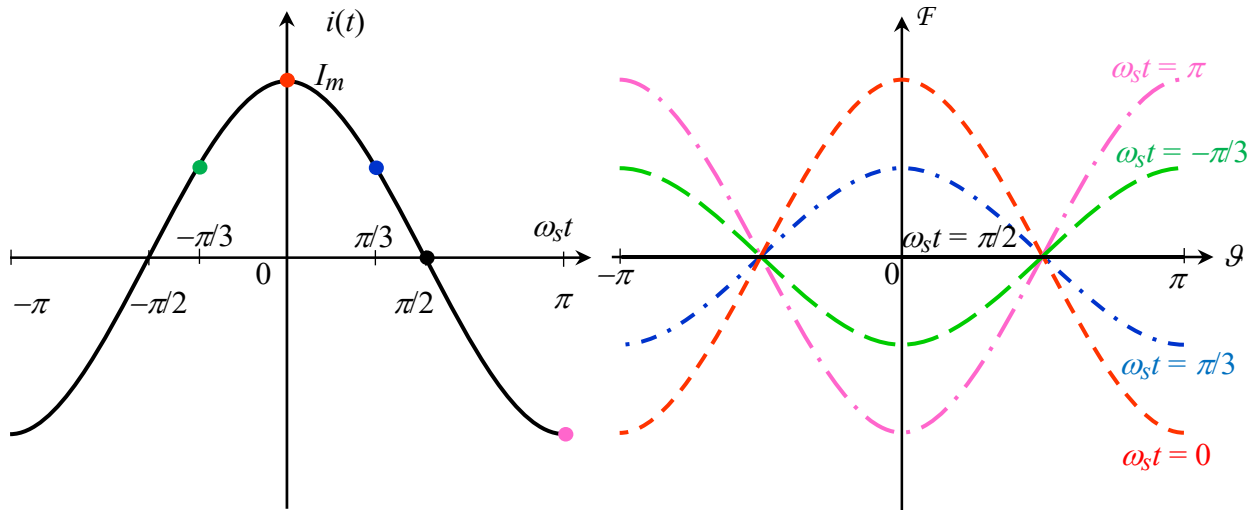
Kada je struja u namotaju naizmenična i prostoperiodična,  $i_a = \sqrt{2} \cdot I_{eff} \cdot \sin(\omega t)$ , prostorna raspodela MPS je naravno nepokretna u prostoru, ali ima vremenski promenljivu vrednost:

$$F = \frac{Ni_a}{2}. \quad (4.13)$$

Amplituda prvog harmonika MPS je:

$$F_1 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N\sqrt{2}I_{eff}}{2}. \quad (4.14)$$

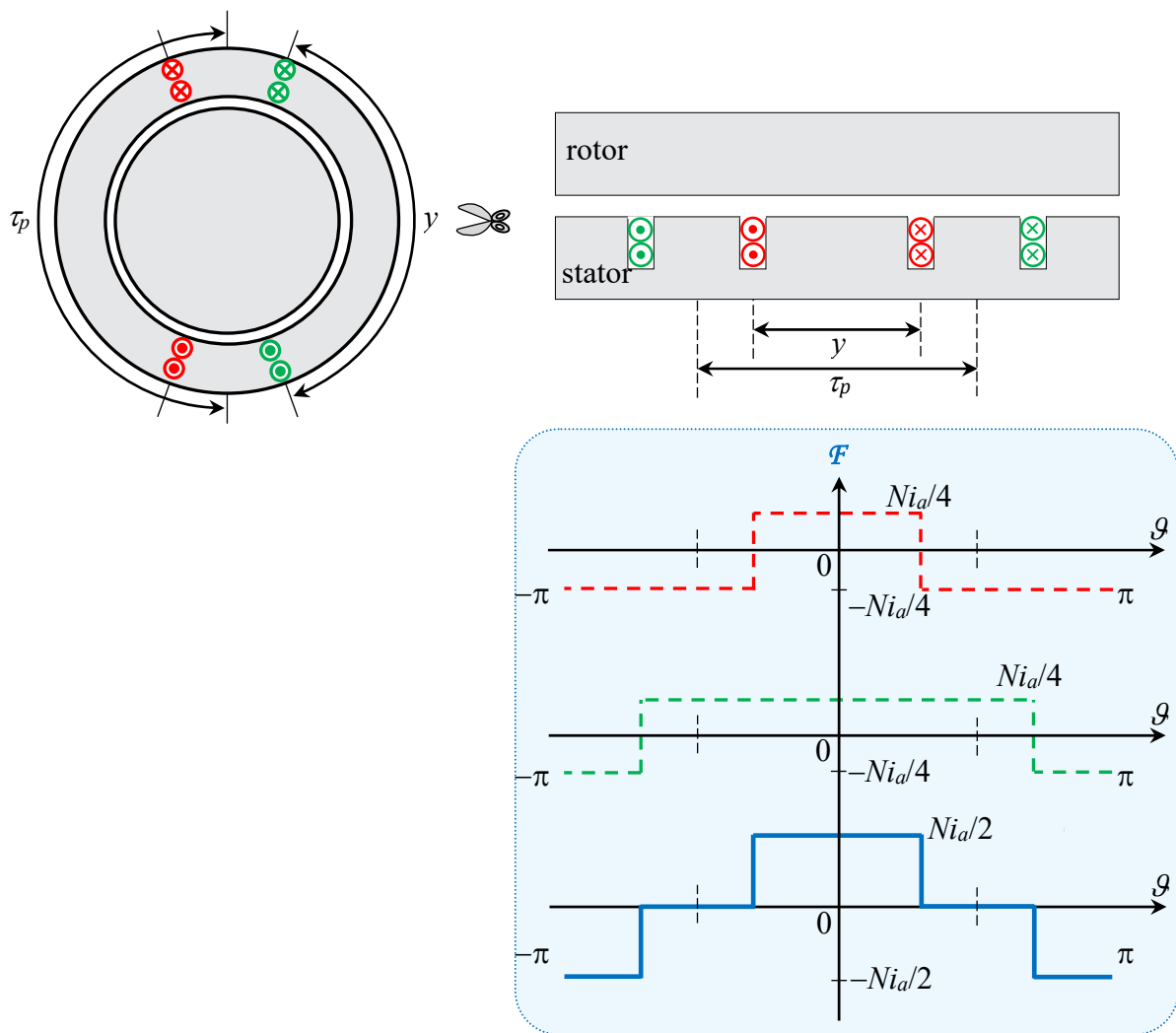
Sa naizmeničnom strujom u namotaju dobijena je prostorno nepokretna, ali vremenski promenljiva raspodela MPS po obimu vazdušnog zazora. Vremenska promenljivost se ogleda u tome što se sa promenom struje u vremenu menja i amplituda MPS. Ovo je pulsirajuća MPS odnosno, pulsirajuće polje.



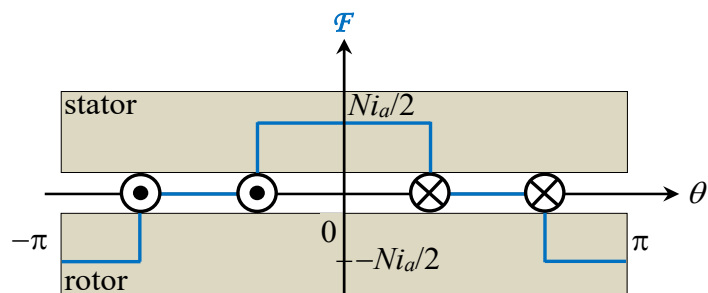
Slika 4.6. Vremenska promena struje u namotaju. Raspodela magnetopobudne sile po obimu za naznačene trenutke vremena.

## 4.2. MPS koncentrisanog tetivnog namotaja

Tetivni namotaj je takav namotaj kod kojeg je rastojanje između aktivnih strana – navojni korak  $y$ , manje od rastojanja između osa polova – polnog koraka,  $\tau_p$ . Tetivni namotaj se uobičajeno zove namotaj sa skraćenim korakom. Samo se dvoslojni namotaj može izvesti kao tetivni. Jednoslojni namotaj se ne može realizovati sa skraćenim korakom. Na slici 4.7. prikazana je mašina sa koncentrisanim tetivnim namotajem u poprečnom preseku i u razvijenom prikazu. Koncentrisan tetivni namotaj je realizovan sa četiri sekcije skraćenog koraka. Do raspodele MPS koncentrisanog tetivnog namotaja može se doći superpozicijom raspodele MPS sekcija. Na slici 4.7. prikazana je i raspodela MPS po obimu vazdušnog zazora.



Slika 4.7. Mašina sa skoncentrisanim tetivnim namotajem u cilindričnom magnetnom kolu u poprečnom preseku i razvijenom prikazu. Raspodela MPS.



Slika 4.8. Raspodela MPS skoncentrisanog tetivnog namotaja.

Raspodela MPS skoncentrisanog tetivnog namotaja slika 4.8. je pravougaona periodična funkcija pa se može aproksimirati Furijeovim redom. Amplituda  $\nu$ -tog harmonika je:

$$F_\nu = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Ni_a}{2} \cdot \frac{1}{\nu} \sin\left(\nu \cdot \frac{y}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right), \quad \nu = 1, 3, 5, 7, \dots \quad (4.15)$$

Poređenjem sa jednačinom (4.9) za amplitudu harmonika dijametralnog namotaja uvodi se sačinilac zbog skraćanja koraka namotaja – tetivni sačinilac:

$$k_{t\nu} = \sin\left(\nu \cdot \frac{y}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right). \quad (4.16)$$

MPS koncentrisanog tetivnog namotaja se računa isto kao i u dijametralnog, ali uz uvažavanje tetivnog sačinioaca. Treba primetiti da se isti tetivni sačinilac (4.16) javlja i kod izračunavanja indukovane elektromotorne sile.

Očigledno je da se sa skraćanjem navojnog koraka sekcije za  $1/\nu$  od polnog koraka,  $\tau_p$ :

$$y = \left(1 - \frac{1}{\nu}\right) \cdot \tau_p, \quad (4.17)$$

eliminiše  $\nu$ -ti harmonik MPS. Tetivni navojni sačinilac kada je navojni korak skraćen za  $1/\nu$  od polnog koraka,  $\tau_p$  ima vrednost nula:

$$k_{t\nu} = \sin\left(\nu \cdot \frac{y}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left((\nu - 1) \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad \nu = 3, 5, 7, \dots \quad (4.18)$$

**Primer:** Ako se navojni korak,  $y$ , skрати za  $1/5$  od polnog koraka, tada je  $y/\tau_p = 4/5$ , pa je tetivni navojni sačinilac za peti harmonik:

$$k_{t5} = \sin\left(5 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0. \quad (4.19)$$

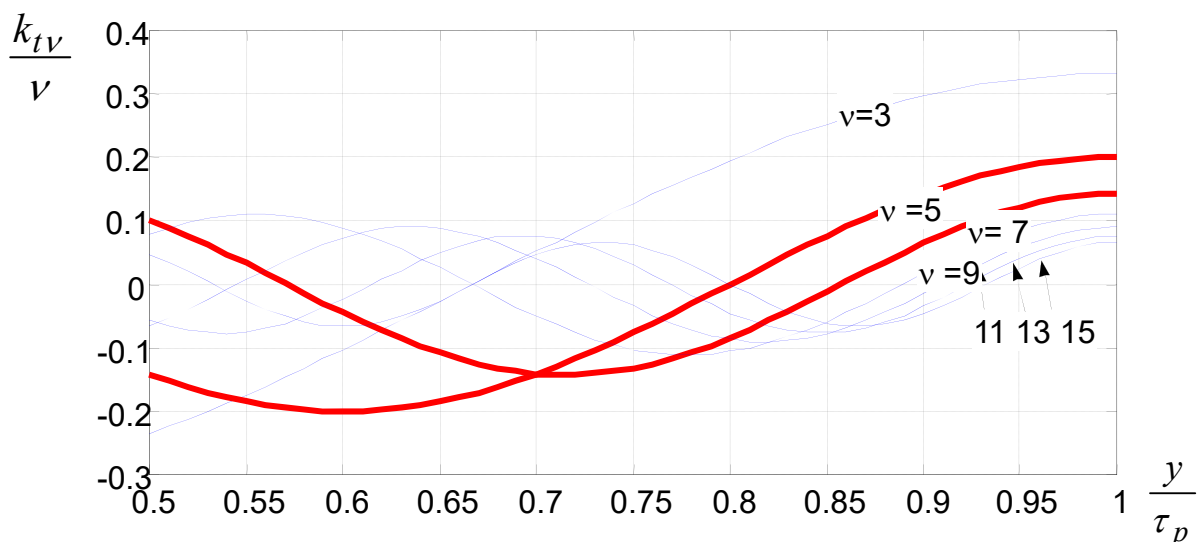
Skraćenjem sekcije za  $1/5$  od polnog koraka eliminisan je peti harmonik MPS, naravno eliminisan je i peti harmonik EMS.

Ako se navojni korak,  $y$ , skрати za  $1/7$  od polnog koraka, tada je  $y/\tau_p = 6/7$ , pa je tetivni navojni sačinilac za sedmi harmonik:

$$k_{t7} = \sin\left(7 \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0. \quad (4.20)$$

Skraćenjem sekcije za  $1/7$  od polnog koraka eliminisan je sedmi harmonik MPS, naravno eliminisan je i sedmi harmonik EMS.

Na slici je prikazano kako tetivni navojni sačinilac za više harmonike normalizovan redom harmonika,  $k_{t\nu}/\nu$  zavisi od skraćanja sekcije,  $y/\tau_p$ .

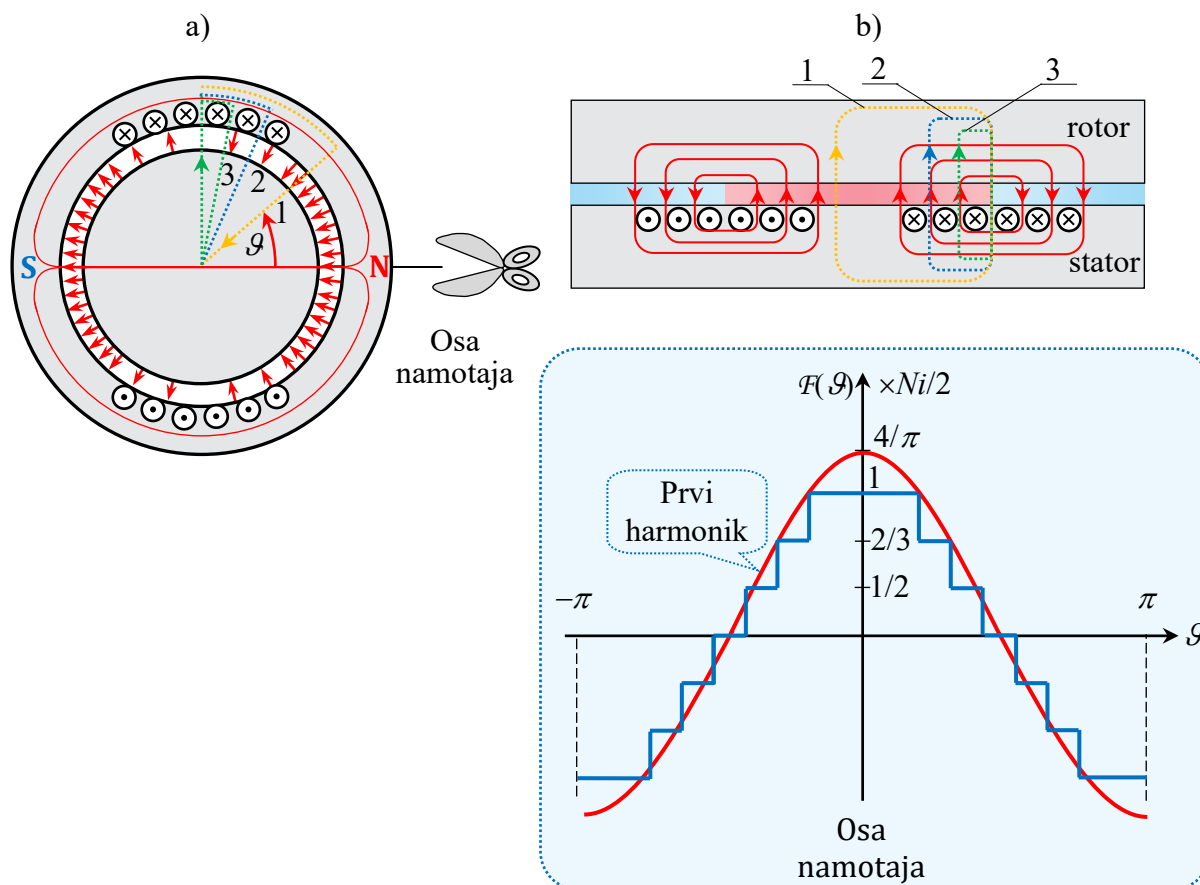


Slika 4.9. Tetivni sačinilac viših harmonika u funkciji skraćenja.

Kako amplituda harmonika opada sa redom harmonika  $1/v$ , (4.15), to najveće vrednosti imaju najniži harmonici tj. treći, peti, sedmi. Zato se pribegava njihovoj eliminaciji ili smanjenju, adekvatnim skraćenjem sekcije. Kroz dva prethodna primera je pokazano kako se eliminiše peti ili sedmi harmonik. U stvarnosti se pribegava skraćenju sekcije između  $1/7$  i  $1/5$  u odnosu na polni korak, tada je  $y/\tau_p$  između  $4/5$  i  $6/7$ . Kao što se vidi na slici 4.9, ovim skraćenjem nije eliminisan ni jedan harmonik, ali je postignuto smanjenje i petog i sedmog harmonika MPS odnosno elektromotorne sile.

### 4.3. MPS raspodeljenog namotaja

Za mašine naizmenične struje pravougaona raspodela magnetopobudne sile, pa time i magnetne indukcije, u vazдушnom zazoru nije prihvatljiva. Takva raspodela magnetne indukcije daje indukovanu elektromotornu silu čija je vremenska zavisnost pravougaona, umesto željene prostoperiodične vremenske zavisnosti. U praktičnim realizacijama namotaj se raspoređuje u veći broj žlebova po obimu magnetnog kola pretvarača. Na slici 4.10. prikazana je mašina sa cilindričnim statorom i rotorom. Namotaj od  $N$  navojaka je raspoređen u šest pari žlebova magnetnog kola statora. Više navojaka je smešteno u jedan par žlebova.



Slika 4.10. Mašina sa raspodeljenim namotajem u cilindričnom magnetnom kolu:  
a) konfiguracija magnetnog kola i b) raspodela magnetopobudne sile.

Na slici 4.10. prikazan je poprečni presek i razvijeni prikaz ove mašine. Usled proticanja struje kroz raspodeljeni namotaj uspostavlja se magnetno polje, koje je prikazano sa linijama polja. Deo površi feromagnetika statora gde linije polja izviru predstavlja severni pol, **N**, a deo gde linije polja uviru predstavlja južni pol, **S**.

Da bi se odredila raspodela magnetopobudne sile po obodu vazdušnog zazora,  $F(\vartheta)$ , a time i raspodela jačine magnetnog polja  $H(\vartheta)$ , treba napisati jednačine Amperovog zakona za odgovarajuće konture. Na slici 4.10. uočene su i naznačene tri konture, kontura 1, 2 i 3. Svaka od učenih kontura prolazi kroz vazdušni zazor u tački sa koordinatom  $\vartheta$ , a zatvara se kroz vazdušni zazor gde polje ima vrednost nula. Ampernavojci obuhvaćeni ovim konturama predstavljaju magnetopobudnu silu po polu ili njen deo. Prvom konturom je obuhvaćena celokupna magnetopobudna sila po polu tj.  $Ni/2$  ampernavojaka. Kontura 2 obuhvata  $2/3$  od magnetopobudne sile po polu tj.  $2/3 \cdot Ni/2$  ampernavojaka, dok kontura 3 obuhvata  $1/3$  od magnetopobudne sile po polu tj.  $1/3 \cdot Ni/2$ . Broj provodnika obuhvaćenih konturom 1, 2 ili 3 se menja skokovito. Tu promenu u broju obuhvaćenih provodnika prati i raspodela magnetopobudne sile. S obzirom na način kako je izveden namotaj, izbor od samo tri konture omogućio je da se dođe do prostorne raspodele magnetopobudne sile,  $F(\vartheta)$ , prikazane na slici 4.10. b. Raspodela magnetopobudne sile po obodu vazdušnog zazora za raspodeljen namotaj ima „stepeničast“ oblik i počinje da više „liči“ na harmoničnu (sinusnu ili kosinusnu) prostornu raspodelu u odnosu na koncentrisani namotaj. U literaturi se ovakva raspodela naziva – kvaziharmonična. Promenom intenziteta plave i crvene boje u vazdušnom zazoru naznačena je promena vrednosti magnetopobudne sile, odnosno magnetnog polja.

Kako je raspodela magnetopobudne sile,  $\mathcal{F}(\vartheta)$ , periodična funkcija po ugaonoj koordinati  $\vartheta$ , to se kvaziharmonična raspodela  $\mathcal{F}(\vartheta)$ , sa slika 4.10. može razviti u Furijeov red tj. predstaviti sa beskonačnom sumom harmoničnih funkcija:

$$\mathcal{F}(\vartheta) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Ni}{2} \cdot \frac{\sin\left(\nu \frac{m\alpha}{2}\right)}{m \cdot \sin\left(\nu \frac{\alpha}{2}\right)} \left[ \cos \vartheta - \frac{1}{3} \cos 3\vartheta + \frac{1}{5} \cos 5\vartheta - \frac{1}{7} \cos 7\vartheta \dots \right]. \quad (4.21)$$

Harmonične funkcije se jednostavno nazivaju harmonici, a u njihovom argumentu figuriše prostorna koordinata  $\vartheta$ .

Amplituda  $\nu$ -tog harmonika je:

$$F_\nu = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Ni}{2} \cdot \frac{1}{\nu} \frac{\sin\left(\nu \frac{m\alpha}{2}\right)}{m \cdot \sin\left(\nu \frac{\alpha}{2}\right)}, \quad \nu = 1, 3, 5, 7, \dots \quad (4.22)$$

Poređenjem sa jednačinom (4.9) za koncentrisani dijametralni namotaj uvodi se sačinilac zbog raspodeljenosti namotaja - pojasni sačinilac.

$$k_{p\nu} = \frac{\sin\left(\nu \frac{m\alpha}{2}\right)}{m \cdot \sin\left(\nu \frac{\alpha}{2}\right)} \quad \nu = 1, 3, 5, \dots \quad (4.23)$$

Prostorna raspodela prvog harmonika od kvaziharmonične raspodele:

$$\mathcal{F}_1(\vartheta) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Ni}{2} \cdot k_p \cos \vartheta = \mathcal{F}_{1m} \cos \vartheta, \quad (4.24)$$

je prikazan na slici 4.10. Rezultantni prvi harmonik MPS raspodeljenog namotaja je manji od algebarske sume prvih harmonika pojedinačnih sekcija. Primetiti da se pojasni sačinilac (4.23) jednako računa za MPS i za EMS.

MPS raspodeljenog namotaja sa skraćenim korakom može se računati na isti način kao za raspodeljen dijametralni namotaj, ali uz uvažavanje tetivnog sačinioaca:

$$\mathcal{F}_\nu = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Ni}{2} \cdot \frac{1}{\nu} \cdot k_{p\nu} \cdot k_{t\nu} \quad \nu = 1, 3, 5, \dots, \quad (4.25)$$

gde je  $N$  ukupan broj navojaka jedne faze dvopolnog namotaja sa jednom granom,  $a = 1$ . Ako je namotaj izveden sa više pari polova onda jednom paru polova pripada  $N/p$  navojaka i ako je izveden sa  $a$  paralelnih grana onda je struja sekcija  $a$  puta manja od ukupne fazne struje  $i$ . Često je dovoljno posmatrati samo prvi harmonik MPS:

$$\mathcal{F}_1(\vartheta) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{N}{p} \cdot \frac{i}{a} \cdot k_p \cdot k_t \cdot \cos(p \cdot \vartheta). \quad (4.26)$$

Nezavisno od toga da li je struja jednosmerna ili naizmenična, prostorna raspodela MPS je nepokretna u prostoru, tj. osa polja je stacionarna – ne kreće se po obimu mašine. Ako kroz raspodeljeni namotaj protiče prostoperiodična struja, tada je osa magnetnog polja nepokretna u prostoru, dok se amplituda MPS:

$$F_{\text{amp1}} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{N}{p} \cdot \frac{i}{a} \cdot k_p \cdot k_t. \quad (4.27)$$

menja u vremenu usled promene struje. Takvo polje se zove pulsirajuće magnetno polje. Prostorna raspodela prvog harmonika pulsirajućeg polja, raspodeljenog namotaja:

$$F_1 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{N}{p} \cdot \frac{\sqrt{2} I_{\text{eff}}}{a} \cdot k_p \cdot k_t \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(p \cdot \vartheta), \quad (4.28)$$

$$F_1 = F_{\text{max1}} \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(p \cdot \vartheta). \quad (4.29)$$

Maksimalna vrednost prvog harmonika pulsirajućeg polja, raspodeljenog namotaja:

$$F_{\text{max1}} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{N}{p} \cdot \frac{\sqrt{2} I_{\text{eff}}}{a} \cdot k_p \cdot k_t, \quad (4.30)$$

#### 4.4. Obrtno magnetno polje raspodeljenog namotaja

Ako na cilindričnom magnetnom kolu postoje tri raspodeljena namotaja sa po  $N$  navojaka, koji su međusobno prostorno pomereni za  $2\pi/3$  i neka kroz njih teku struje koje obrazuju trofazan naizmeničan sistem. U svakom namotaju postoji pulsirajuća MPS, ovde prikazana samo sa svojim prvim harmonikom:

$$F_a = F_{\text{max1}} \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(p \cdot \vartheta), \quad (4.31)$$

$$F_b = F_{\text{max1}} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(p \cdot \vartheta - \frac{2\pi}{3}\right), \quad (4.32)$$

$$F_c = F_{\text{max1}} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(p \cdot \vartheta - \frac{4\pi}{3}\right), \quad (4.33)$$

Koja kao rezultantu daju obrtnu MPS konstantne amplitude:

$$F_{\text{rez}} = F_a + F_b + F_c = \frac{3}{2} F_{\text{max1}} \cos(p \cdot \vartheta - \omega t), \quad (4.34)$$

$$F_{\text{rez}} = \frac{3}{2} F_{\text{max1}} \cos(p \cdot \vartheta - \omega t), \quad (4.35)$$

Pored osnovnog harmonika pulsirajuće MPS postoje i viši harmonici:

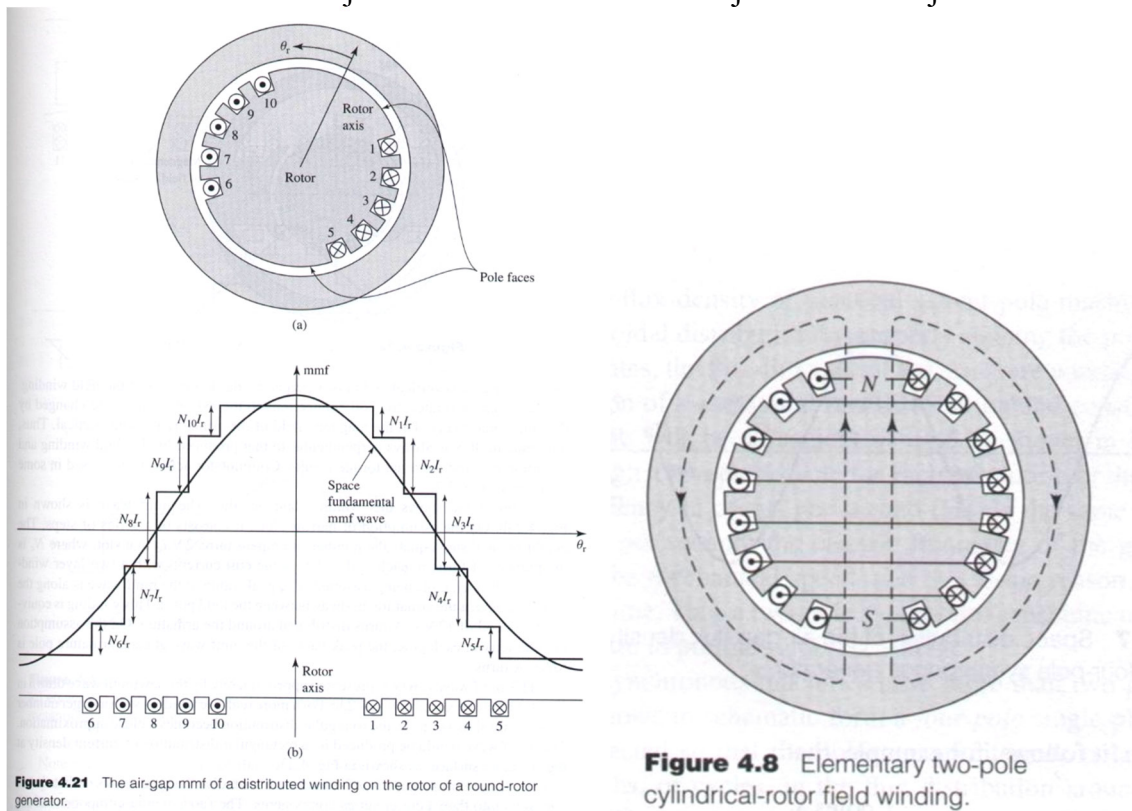
$$F_v = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{N}{p} \cdot \frac{i}{a} \cdot \frac{1}{v} \cdot k_p \cdot k_t \cdot \cos(v p \cdot \vartheta), \quad (4.36)$$

usled raspodele namotaja, koji će zajedno sa MPS druga dva fazna namotaja dati svoja obrtna polja odgovarajuće brzine i smera obrtanja. Rezultantna MPS za  $p = 1$ :

$$F_{\text{rez}} = \frac{3}{2} \left[ F_{\text{max1}} \cos(\vartheta - \omega t) + F_{\text{max5}} \cos(5 \cdot \vartheta + \omega t) + F_{\text{max7}} \cos(7 \cdot \vartheta - \omega t) + \dots \right]. \quad (4.37)$$

## 4.5. MPS od raspodeljenog namotaja na rotoru

Raspodeljeni namotaj se može naći i na rotoru – induktor turbogeneratora. Kroz ovaj namotaj protiče jednosmerna struja. Raspodeljeni namotaj se smešta u žlebove, koji nisu raspoređeni po celom obimu rotora. U cilju dobijanja raspodele MPS u kojoj su smanjene vrednosti harmoničnih članova, pre svega trećeg, petog i sedmog harmonika u žlebove rotora se postavljaju sekcije sa različitim brojem navojaka, a i žlebni korak na rotoru može biti promenljiv. Sve ovo se preduzima kako bi, magnetna indukcija,  $B$ , odnosno indukovana elektromotorna sila u namotajima bila se što nižim harmonijskim izobličenjem.



Slika 4.11. Mašina sa raspodeljenim dijametralnim namotajem na rotoru u cilindričnom magnetnom kolu u poprečnom preseku i razvijenom prikazu. Raspodela MPS.

Kvaziharmonična raspodela MPS raspodeljenog namotaja na rotoru, slika 4.11. može se aproksimirati razvojem u Furijeov red. Prostorna raspodela prvog harmonika MPS raspodeljenog pobudnog namotaja – induktora:

$$\mathcal{F}_1 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{N_f I_f}{2} \cdot k_{pf} \cdot \cos(p \cdot \vartheta_r). \quad (4.38)$$

U nastavku ovog dela polazeći od raspodele MPS raspodeljenog namotaja na rotoru, jednačina (4.38), određena je indukovana EMS u armaturnom namotaju. Jačina magnetnog polja u vazдушnom zazoru je:

$$H = \frac{\mathcal{F}_1}{\delta}. \quad (4.39)$$

Magnetna indukcija u vazдушnom zazoru:

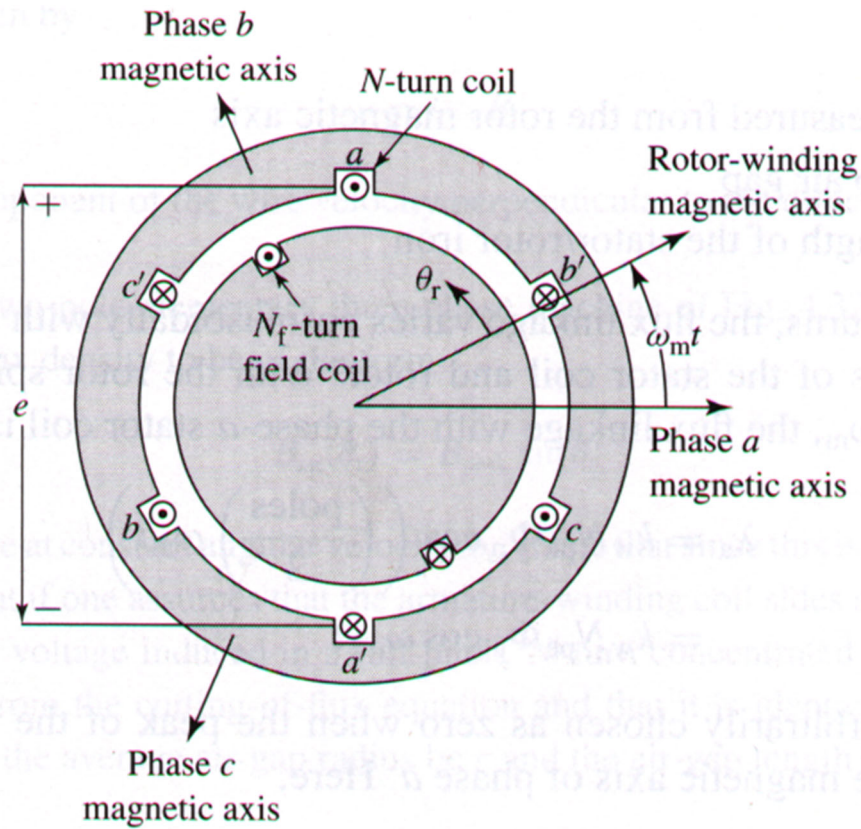
$$B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{F_1}{\delta}, \quad (4.40)$$

$$B = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{4}{\pi} \frac{1}{p} \frac{N_f I_f}{2} k_{pf} \cos(p \cdot \vartheta_r) = B_m \cdot \cos(p \cdot \vartheta_r). \quad (4.41)$$

Fluks po polu:

$$\Phi_p = \frac{D \cdot l}{p} B_m. \quad (4.42)$$

Na slici 4.12. je prikazana električna mašina sa cilindričnim statorom i rotorom. Na statoru se nalazi trofazni raspodeljen namotaj sa  $N$  navojaka, a na rotoru je raspodeljen pobudni namotaj sa  $N_f$  navojaka. Iako su namotaji raspodeljeni, u cilju preglednosti ilustracije oni su na ovoj slici prikazani kao da su skoncentrisani. Rotor se obrće mehaničkom ugaonom brzinom,  $\omega_m$ .



Slika 4.12. Namotaji turbogeneratorsa.

Fluksni obuhvat kroz raspodeljen fazni namotaj  $a$  sa  $N_a$  navojaka:

$$\psi_a = k_n N_a \Phi_p \cos(p \omega_m t). \quad (4.43)$$

Indukovana elektromotorna sila u ovom namotaju:

$$e_a = -\frac{d\psi_a}{dt} = p \omega_m k_n N_a \Phi_p \sin(p \cdot \omega_m t) - k_n N_a \frac{d\Phi_p}{dt} \cos(p \cdot \omega_m t). \quad (4.44)$$

Prvi sabirak u (4.44) postoji usled obrtanja rotora – elektromotorna sila rotacije, dok drugi sabirak postoji kada se fluks po polu,  $\Phi_p$ , menja u vremenu – transformatorska elektromotorna

sila. Kako kroz namotaj induktora protiče jednosmerna struja to je fluks po polu konstantan u vremenu, pa postoji samo EMS rotacije:

$$e_a = p\omega_m k_n N_a \Phi_p \sin(p \cdot \omega_m t). \quad (4.45)$$

Efektivna vrednost EMS je

$$E_{eff} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \cdot k_n \cdot N_a \cdot \Phi_p = 4,44 f \cdot k_n \cdot N_a \cdot \Phi_p. \quad (4.46)$$

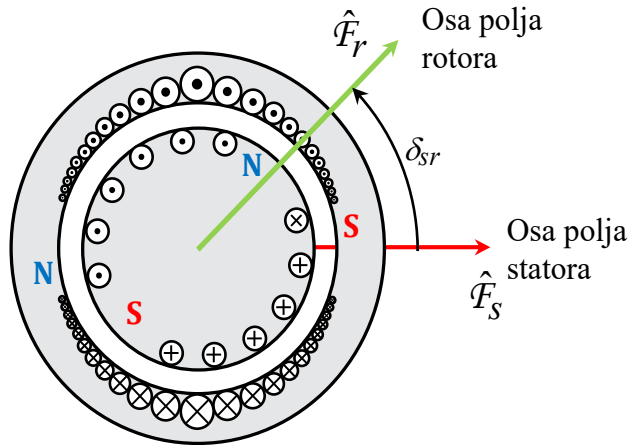
## 5. MOMENAT KONVERZIJE

Pristupom preko magnetno spregnutih strujnih kola, momenat konverzije električne mašina određen je induktivnošću i strujom namotaja:

$$m_c = \frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot \frac{d\underline{L}}{d\vartheta_m} \cdot \underline{i} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n i_k(t) \cdot \frac{dL_{kj}}{d\vartheta_m} \cdot i_j(t). \quad (5.1)$$

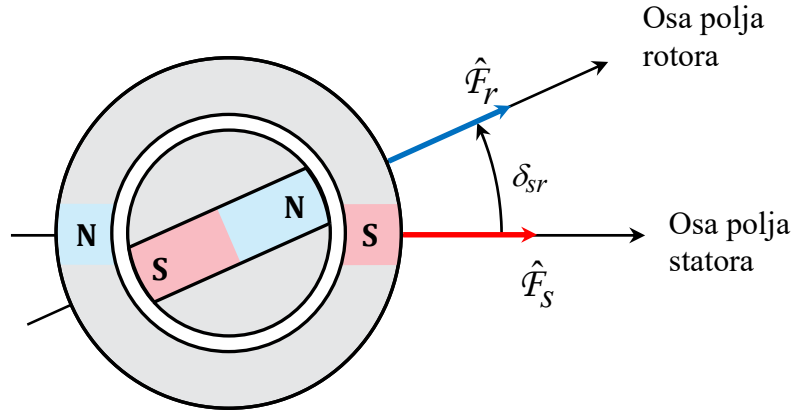
gde je  $\vartheta_m$  položaj rotora u odnosu na stator. Ovaj pristup daje vrlo malo uvida u pojave i fizičke veličine u samoj mašini i ne daje nikakav uvid uticaja efekta fizičkih dimenzija na momenta konverzije električne mašine. U nastavku ovog dela data je alternativna formulacija izraza za momenat konverzije u smislu uvida uticaja magnetnih veličina: magnetopobudne sile, magnetne indukcije, fluksa po polu kao uticaj fizičkih dimenzija mašine na momenat konverzije.

Neka se posmatra mašina naizmenične struje sa cilindričnim statorom i rotorom. Na statoru ovih mašina se nalazi trofazni namotaj. Kada kroz namotaje statora protiču naizmenične struje koje obrazuju trofazan sistem, tada se sa strane statora formira obrtna magnetopobudna sila. Ova magnetopobudna sila se može predstaviti kao da potiče od jednog sinusno raspodeljenog namotaja koji rotira sinhronom brzinom u odnosu na stator. Cilindričan rotor imaju i asinhroni i sinhroni mašine. Iako struje u rotorskom namotaju ovih mašina imaju različite karaktere, magnetopobudna sila pomenutih rotorskih namotaja se takođe može predstaviti kao da potiče od jednog sinusno raspodeljenog namotaja koji rotira sinhronom brzinom u odnosu na stator, slika 5.1. Sinusno raspodeljeni namotaji daju magnetopobudnu silu koja je prostoperiodično raspodeljene po obodu vazdušnog zazora.



Slika 5.1. Elementarna dvopolna mašina sa konstantnim vazdušnim zazorom i sinusno raspodeljenim namotajima statora i rotora.

Proticanje struje kroz namotaje na statoru i rotoru praćeno je pojavom MPS odnosno magnetnog fluksa, što se može ekvivalentirati sa stalnim magnetima postavljenim na statoru i rotoru mašine. Ovi magnetni bi bili postavljeni u pravac magnetne ose polja statora i rotora, kao što je prikazano na slici 5.2, za dvopolnu mašinu sa cilindričnim rotorom i statorom, odnosno konstantnom širinom vazdušnog zazora.

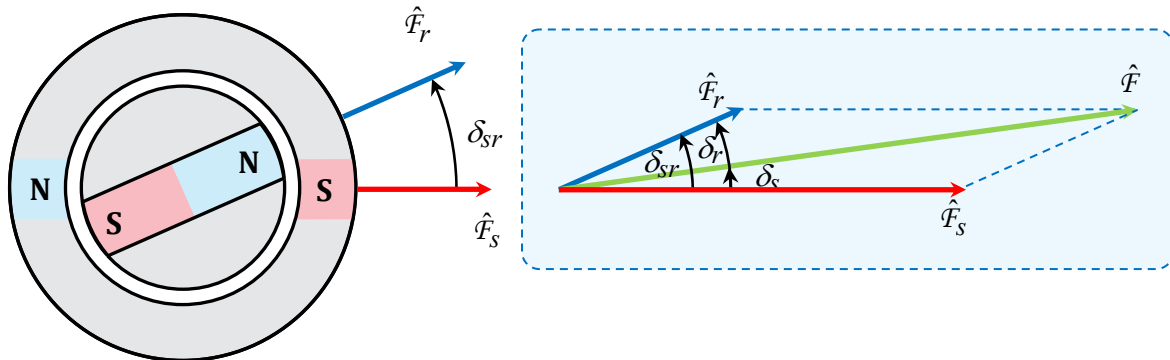


Slika 5.2. Elementarna dvopolna mašina sa konstantnim vazдушnim zazorom i sinusno raspodeljenim namotajima statora i rotora.

Usled tendencije da se poklope raznorodni magnetni polovi statora i rotora razvija se momenat – momenat konverzije, odnosno elektromagnetni momenat. Ovaj momenat se javlja kao rezultat interakcije magnetnih polja statora i rotora, koji potiču od struja, pa otud naziv elektromagnetni momenat. Momenat konverzije je mera mehaničke interakcije statora i rotora. Ovaj momenat je proporcionalan sa proizvodom amplituda MPS statora i rotora i takođe je funkcija ugla između magnetnih osa statora i rotora. U nastavku će biti pokazano da je kod mašina sa konstantnim vazдушnim zazorom elektromagnetni momenat srazmeran sa  $\sin \delta_{sr}$ .

Usled struja statora i rotora uspostaviće se zajednički fluks i fluks rasipanja. Samo je zajednički fluks merodavan za generisanje momenta.

MPS struja statorskog i rotorskog namotaja mogu se posmatrati kao prostoperiodično raspodeljene funkcije po obimu vazdušnog zazora. Ove MPS se mogu interpretirati prostornim vektorima  $F_s$  i  $F_r$  duž osa magnetnog polja statora i rotora, slika 5.3. U vazдушnom zazoru postoji rezultantna MPS  $F$  koja je vektorski zbir prostornih vektora magnetopobudne sile statora i rotora. Rezultantna magnetopobudna sila je takođe prostoperiodično raspodeljena po obimu vazdušnog zazora. Rezultantna MPS  $F$  je merodavna za magnetno polje u mašini.



Slika 5.3. Elementarna dvopolna mašina sa konstantnim vazдушnim zazorom. Vektorski dijagram magnetopobudnih sila.

Rezultantna MPS je određena vektorskim zbirom MPS statora i rotora i njen intenzitet se može odrediti primenom kosinusne teoreme:

$$F^2 = F_s^2 + F_r^2 + 2F_s \cdot F_r \cos \delta_{sr}. \quad (5.2)$$

Jačina magnetnog polja u vazдушnom zazoru je:

$$H_m = \frac{F}{\delta}. \quad (5.3)$$

Ako se pretpostavi da je magnetna permeabilnost gvožđa višestruko veća od permeabilnosti vazduha,  $\mu_{Fe} \gg \mu_0$ , tada je opravdano pretpostaviti da je energija magnetnog polja skoncentrisana u vazdušnom zazoru. Gustina energije magnetnog polja:

$$w = \frac{\mu_0}{2} H^2 = \frac{\mu_0}{2} \left( \frac{H_m}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{\mu_0}{4} \left( \frac{F}{\delta} \right)^2. \quad (5.4)$$

Ukupna energija magnetnog polja se može odrediti kao proizvod gustine energije i zapremine vazdušnog zazora:

$$W = w \cdot V_{\text{vazdušnog zazora}}. \quad (5.5)$$

$$W = \frac{\mu_0}{4} \left( \frac{F}{\delta} \right)^2 \cdot \pi \cdot D \cdot l \cdot \delta = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot D \cdot l}{4\delta} F^2. \quad (5.6)$$

$$W = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot D \cdot l}{4\delta} \left( F_s^2 + F_r^2 + 2F_s \cdot F_r \cos \delta_{sr} \right). \quad (5.7)$$

Momenat konverzije:

$$m_e = \frac{\partial W}{\partial \delta_{sr}} = -p \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot D \cdot l}{2\delta} F_s \cdot F_r \sin \delta_{sr}. \quad (5.8)$$

određen je

$$m_e = -p \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot D \cdot l}{2\delta} F_s \cdot F \sin \delta_s. \quad (5.9)$$

$$m_e = -p \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot D \cdot l}{2\delta} F_r \cdot F \sin \delta_r. \quad (5.10)$$

$$m_e = -p \frac{\pi \cdot D \cdot l}{2} B_m \cdot F_r \sin \delta_r. \quad (5.11)$$

$$m_e = -\frac{\pi}{2} p^2 \cdot \Phi_p \cdot F_r \sin \delta_r. \quad (5.12)$$



## 6. ZAKON SLIČNOSTI ELEKTRIČNIH MAŠINA

Neka se pretpostavi da su električne mašine sa jednakim specifičnim elektromagnetnim naprežanjem što podrazumeva da imaju istu gustinu struje  $A/mm^2$ .

Magnetna indukcija  $T$ .