

Evgenije Adžić

ELEKTRIČNE MAŠINE 2

**REŠENI PROBLEMI
SA ELEMENTIMA TEORIJE IZ SINHRONIH I
ASINHRONIH MAŠINA**

Novi Sad 2016. (mart)

- prema vežbama iz školske 2015./2016. godine –

Nastavno-naučno veće Fakulteta koje je održano dana 30.03.2016. godine, na osnovu predloga Odluke Saveta za bibliotečku i izdavačku delatnost br. 014-112/97, je odobrilo korišćenje zbirke zadataka „Električne mašine 2 – rešeni problemi sa elementima teorije iz sinhronih i asinhronih mašina“, čiji je autor Evgenije Adžić, kao pomoćno nastavno sredstvo na studijskom programu *Energetika, elektronika i telekomunikacije*.

Web-link: <http://www.ftn.uns.ac.rs/1244855381/vezbe>

Zadatak 1. Dati su sledeći podaci o sinhronom generatoru: 1,5 MVA, 1,2 MW, 2,3 kV, Y, 50 Hz, broj pari polova 2, otpornost statorskih namotaja 0,2 Ω , sinhrona reaktansa 1,95 Ω . Gubici u gvožđu i mehanički gubici se mogu zanemariti. Izračunati indukovanu elektromotornu silu po fazi generatora u nadpobuđenom stanju, pri nominalnom opterećenju i naponu na priključcima generatora.

Rešenje:

Nominalna fazna struja (ujedno i nazivna struja, terminalna) generatora je jednaka:

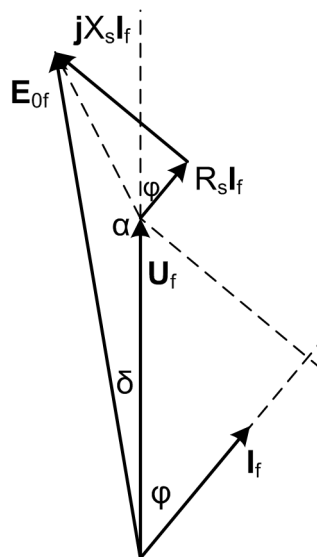
$$I_{nf} = I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{1500 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 2,3 \cdot 10^3} = 376,5 \text{ [A]}$$

Nazivni faktor snage se može odrediti po definiciji kao odnos aktivne i prividne snage u nazivnom režimu, odakle sledi i fazni stav struje u odnosu na napon generatora:

$$\cos \varphi_n = \frac{P_n}{S_n} = \frac{1,2}{1,5} = 0,8 \Rightarrow \varphi_n = 36,87^\circ$$

Vektorski dijagram napona sinhronog generatora sa cilindričnim rotorom (tzv. Potjeov dijagram) za nadpobuđen režim rada, kada struja kasni u odnosu na napon i kada generator proizvodi reaktivnu snagu, prikazan je na slici 1.1. Vektorska (kompleksna) naponska jednačina statorskog kola sinhronog generatora koja odgovara datom dijagramu glasi:

$$\mathbf{E}_{0f} = \mathbf{U}_f + R_s \mathbf{I}_f + jX_s \mathbf{I}_f$$



Slika 1.1. Fazorski dijagram sinhronog turbogeneratora.

Na osnovu fazorskog dijagrama na sl. 1.1 se može uočiti da je ugao α , koji zaklapaju fazor napona mreže i pada napona na ekvivalentnoj impedansi statora, jednak:

$$\alpha = 180^\circ - \arctg \frac{X_s}{R_s} + \varphi = 180^\circ - \arctg \frac{1,95}{0,2} + 36,87^\circ = 132,7^\circ$$

Ako se uoči trougao čije su stranice vektori napona mreže, pada napona na sinhronoj impedansi i indukovana elektromotorna sila praznog hoda, onda se na osnovu kosinusne teoreme indukovana elektromotorna sila može izračunati kao:

$$\begin{aligned} E_{0f} &= \sqrt{U_{nf}^2 + \left[(R_s \cdot I_{nf})^2 + (X_s \cdot I_{nf})^2 \right] - 2 \cdot U_{nf} \cdot \sqrt{(R_s \cdot I_{nf})^2 + (X_s \cdot I_{nf})^2} \cdot \cos \alpha =} \\ &= \sqrt{\frac{2300^2}{3} + (0,2^2 + 1,95^2) \cdot 376,5^2 - 2 \cdot \frac{2300}{\sqrt{3}} \cdot 376,5 \cdot \sqrt{0,2^2 + 1,95^2} \cdot \cos 132,7^\circ} = 1907,2 [V] \end{aligned}$$

Zadatak 2. Sinhroni generator radi paralelno na krutoj mreži linijskog napona 380 V i snadbeva mrežu snagom 50 kW uz faktor snage $\cos\varphi = 1$. Pobuda generatora tada iznosi 7 A. Reaktansa statora ovog sinhronog generatora iznosi 1 Ω . Treba odrediti na koju vrednost treba podesiti pobudu (magnetopobudna sila rotora = ?) uz nepromenjen moment pogonske mašine ($M = \text{const.}$) da bi se pad napona u generatoru udvostručio.

Rešenje:Režim 1:

Struja generatora prema mreži iznosi:

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos\varphi_1} = \frac{50 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 1} = 75.97[A]$$

Pad napona na generatoru tada iznosi:

$$X_s \cdot I_1 = 1 \cdot 75.97 = 75.97[V]$$

Na osnovu vektorskog dijagrama u prvom režimu (slika 2.1a) možemo zapisati za indukovanu elektromotornu silu statora:

$$E_1 = \sqrt{\left(\frac{U}{\sqrt{3}}\right)^2 + (X_s \cdot I_1)^2} = \sqrt{219.4^2 + 75.97^2} = 232.2[V]$$

Režim 2:

Uslov zadatka je da je pad napona dvostruko veći:

$$X_s \cdot I_2 = 2 \cdot X_s \cdot I_1 = 2 \cdot 1 \cdot 75.97 = 151.93[V]$$

Odavde sledi da je:

$$I_2 = 2 \cdot I_1 = 2 \cdot 75.97 = 151.93[A]$$

Kako je uslov zadatka da je moment pogonske mašine nepromenjen u odnosu na prvi režim to sledi da generator i u drugom režimu daje mreži snagu $P = 50 \text{ kW}$:

$$M_2 = M_1 \Rightarrow P_2 = P_1 = 50[kW]$$

Odatle sledi:

$$\cos\varphi_2 = \frac{I_1}{I_2} \cdot \cos\varphi_1 = \frac{1}{2} \cdot 1 = 0,5 \Rightarrow \varphi_2 = 60^\circ$$

Na osnovu vektorskog dijagrama u drugom režimu (slika 2.1b) možemo odrediti indukovanu elektromotornu silu statora:

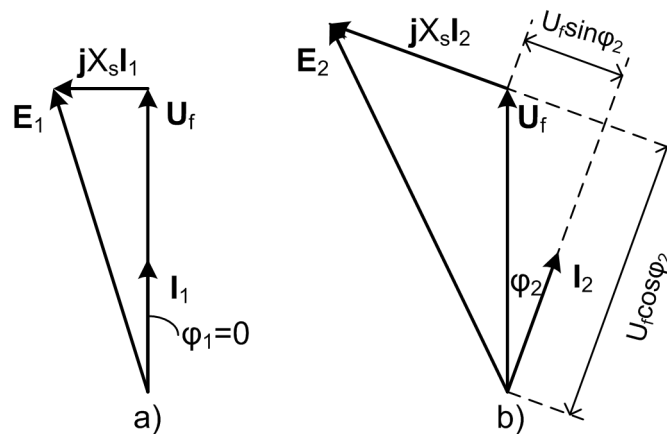
$$E_2 = \sqrt{\left(\frac{U}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi_2\right)^2 + \left(\frac{U}{\sqrt{3}} \cdot \sin \varphi_2 + X_s \cdot I_2\right)^2} =$$

$$= \sqrt{(219,4 \cdot 0,5)^2 + (219,4 \cdot 0,866 + 1 \cdot 151,93)^2} = 359,1[V]$$

Kako su indukovane elektromotorne sile statora sinhronog generatora direktno srazmerne pobudi generatora to važi:

$$F_2 = F_1 \cdot \frac{E_2}{E_1} = 7 \cdot \frac{359,1}{232,2} = 10,83[A]$$

To je vrednost magnetopobudne sile rotora koju treba podesiti u generatoru da bi imali dvostruko veći pad napona na generatoru.



Slika 2.1. Slika uz objašnjenje zadatka.

Zadatak 3. Trofazni sinhroni generator sa cilindričnim rotorom ima nazivne podatke: 25 MVA, 20 kV, 50 Hz, sprega Y. Otpor statora se može zanemariti. Generator radi na krutoj mreži nazivnog napona i učestanosti. Karakteristika praznog hoda (fazna elektromotorna sila u funkciji struje pobude) snimljena je pri nazivnoj brzini i predstavljena je sledećom tabelom:

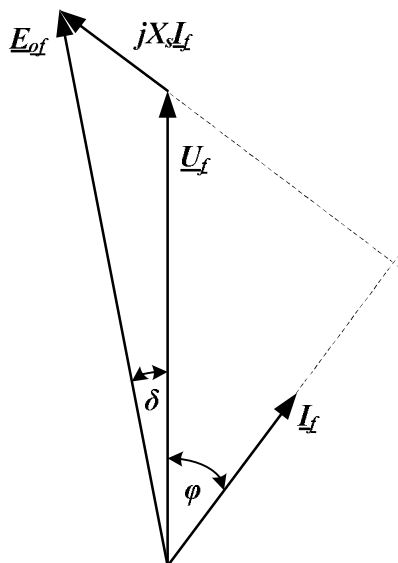
$I_p [A]$	20	50	80	100	120	140	160	180	200
$E_{of} [kV]$	1,73	8,53	16,90	18,48	20,13	21,46	22,53	23,33	24

Kada je struja pobude 100 A generator u mrežu isporučuje nominalnu struju uz induktivni faktor snage $\cos\varphi=0,8$. Kolika treba da bude struja pobude da bi generator u mrežu isporučivao istu aktivnu snagu uz faktor snage $\cos\varphi=1$?

Rešenje:

Traženu struju pobude u drugom slučaju odredićemo iz tabele karakteristike magnećenja ovog generatora, ako odredimo indukovanu elektromotornu silu u tom režimu. Indukovana elektromotorna sila je vektorski zbir napona mreže i pada napona na sinhronoj reaktansi (otpornost je zanemarena, uslov zadatka). Kako i u drugom slučaju isporučuje istu snagu kao u prvom (uz promenjen faktor snage) to nam je struja poznata, i ostaje samo da odredimo nepoznatu vrednost sinhronu reaktansu. Sinhronu reaktansu odredićemo iz podataka iz prvog režima.

Fazorski dijagram za prvi režim, kada je generator nadpobuđen (struja je induktivna po uslovu zadatka) dat je na slici 3.1.



Slika 3.1. Fazorski dijagram turbogeneratorsa za prvi režim rada.

Nominalni fazni napon i struja generatora su:

$$U_{nf} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{20 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} = 11,55 [kV] \quad I_{nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{25 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 20 \cdot 10^3} = 721,69 [A]$$

Aktivna snaga koju generator isporučuje u nominalnom režimu iznosi:

$$P_n = S_n \cdot \cos\varphi_n = 25 \cdot 10^6 \cdot 0,8 = 20 [MW]$$

Struji pobude od 100 A odgovara fazna vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda $E_{0f} = 18,48$ kV.

Na osnovu fazorskog dijagrama možemo zapisati sledeće jednačine za nominalan režim:

$$E_{0nf} \cdot \cos(\varphi_n + \delta_n) = U_{nf} \cdot \cos \varphi_n \quad (1)$$

$$E_{0nf} \cdot \sin(\varphi_n + \delta_n) = U_{nf} \cdot \sin \varphi_n + X_S \cdot I_{nf} \quad (2)$$

Odatle je (iz 1):

$$\cos(\varphi_n + \delta_n) = \frac{U_{nf} \cdot \cos \varphi_n}{E_{0nf}} = \frac{11,55 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{18,48 \cdot 10^3} = 0,5$$

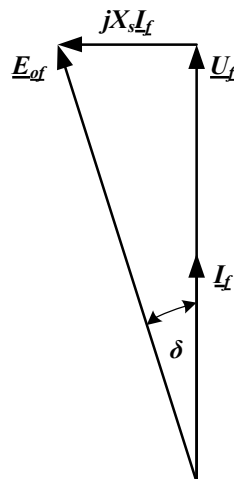
Pa sledi da je ugao opterećenja u nominalnom režimu:

$$\delta_n = \arccos(0,5) - \arccos(0,8) = 60^\circ - 36,87^\circ = 23,13^\circ$$

Na osnovu jednačine (2) važi da je sinhrona reaktansa jednaka:

$$X_S = \frac{E_{0nf} \cdot \sin(\varphi_n + \delta_n) - U_{nf} \cdot \sin \varphi_n}{I_{nf}} = \frac{18,48 \cdot 10^3 \cdot \sin(36,87^\circ + 23,13^\circ) - 11,55 \cdot 10^3 \cdot \sin(36,87^\circ)}{721,69}$$

$$X_S = 12,57 [\Omega]$$



Slika 3.2. Fazorski dijagram turbogeneratorsa za drugi režim rada.

Fazorski dijagram turbogeneratorsa pri jediničnom faktoru snage (drugi režim) dat je na slici 3.2. Da bi generator isporučivao $P = P_n = 20$ MW pri $\cos \varphi = 1$ potrebno je da struja generatora bude:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi} = \frac{20 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 1} = 577,35 [A]$$

Sa fazorskog dijagrama vidimo da elektromotornu silu u ovom režimu možemo dobiti kao:

$$E_{0f} = \sqrt{U_f^2 + (X_s \cdot I)^2} = \sqrt{(11,55 \cdot 10^3)^2 + (12,57 \cdot 577,35)^2} = 13640,8[V]$$

Faznoj vrednosti indukovane elektromotorne sile praznog hoda $E_{0f} = 13640,8$ V iz tabele karakteristike magnećenja, odgovara pobudna struja u opsegu $50 \text{ A} < I_p < 80 \text{ A}$. Linearnom interpolacijom krive magnećenja u tom opsegu, možemo dobiti struju pobude za $E_{0f} = 13,64$ kV:

$$E_{0f} - 8,53 \cdot 10^3 = \frac{16,9 \cdot 10^3 - 8,53 \cdot 10^3}{80 - 50} \cdot (I_p - 50)$$

Odatle je tražena vrednost struje pobude: $I_p = 68,32[A]$

Zadatak 4. Sinhroni generator 6,5 kVA; 400 V; 50 Hz; 3000 o/min; Y, $\cos\varphi = 0,8$; $R_s = 1,5 \Omega$; $X_s = 20 \Omega$ priključen je na javnu mrežu napona 380 V. Generator proizvodi 4 kW aktivne snage i 3 kvar reaktivne snage. Zatim se snaga pogonske mašine poveća tako da generator predaje u mrežu 6 kW aktivne snage. Da li je ovom manipulacijom generator preopterećen?

Rešenje:

U novom režimu nepoznata je reaktivna snaga a time i struja generatora, ali se na osnovu opisa promene zaključuje da je pobudna struja nepromenjena u odnosu na prethodni (poznati) režim. Zato najpre iz prethodnog režima treba izračunati E_{0f} :

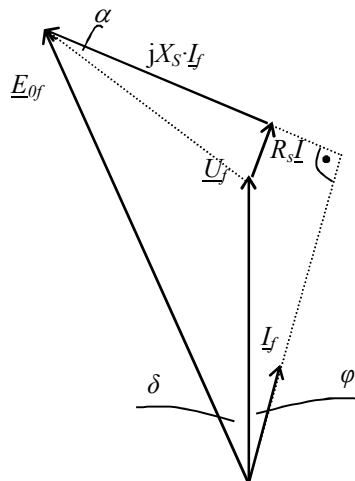
$$\varphi = \arctg \frac{Q}{P} = \arctg \frac{3}{4} = 36,87^\circ; I_f = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_{mr} \cos\varphi} = \frac{4000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,8} = 7,6 \text{ A};$$

$$\alpha = \arctg \frac{R \cdot I_f}{X_s \cdot I_f} = \arctg \frac{1,5}{20} = 4,29^\circ$$

$$E_{0f} = \sqrt{U_f^2 + R_s^2 I_f^2 + X_s^2 I_f^2 - 2 \cdot U_f \sqrt{R_s^2 + X_s^2} I_f \cdot \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha + \varphi)} =$$

$$\sqrt{\frac{380^2}{3} + 1,5^2 \cdot 7,6^2 + 20^2 \cdot 7,6^2 - 2 \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 7,6 \cdot \sqrt{1,5^2 + 20^2} \cdot \cos(90^\circ + 36,87^\circ + 4,29^\circ)} =$$

$$= 339,7 \text{ V.}$$



Slika 4.1. Vektorski dijagram sinhronog generatora uz rešenje zadatka.

Na osnovu podatka o P dobija se: $I_1 \cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{6000}{\sqrt{3} \cdot 380} = 9,12$; međutim ne znamo posebno koliko je I_1 a koliko $\cos\varphi$. Zato projektujemo na pravac U_f da bi nam figurisalo $\cos\varphi$:

$$E_{0f} \cdot \cos\delta = U_f + R_s \cdot I_1 \cdot \cos\varphi + X_s \cdot I_1 \cdot \sin\varphi$$

$$E_{0f} \cdot \sin\delta = X_s \cdot I_1 \cdot \cos\varphi - R_s \cdot I_1 \cdot \sin\varphi$$

Eliminacijom $I_1 \sin \varphi$ dobija se:

$$\frac{R_s}{X_s} \cdot E_{0f} \cdot \cos \delta + E_{0f} \cdot \sin \delta = \frac{R_s}{X_s} \cdot U_f + \frac{R_s}{X_s} \cdot R_s \cdot I_1 \cdot \cos \varphi + X_s \cdot I_1 \cdot \cos \varphi \Rightarrow$$

$$25,47 \cdot \cos \delta + 339,7 \cdot \sin \delta = 199,88$$

što uz $\sin^2 \delta + \cos^2 \delta = 1$ daje:

$$\sin^2 \delta + \left(\frac{199,88 - 339,7 \cdot \sin \delta}{25,47} \right)^2 = 1 \Leftrightarrow 178,882 \cdot \sin^2 \delta - 209,333 \cdot \sin \delta + 60,586 = 0 \Rightarrow \delta = 31,44^\circ$$

ili $\delta = 40,24^\circ$

Usvaja se manje rešenje.

$$\Rightarrow I_1 \cdot \sin \varphi = \frac{E_{0f} \cdot \cos \delta - U_f - R_s \cdot I_1 \cdot \cos \varphi}{X_s} = \frac{339,7 \cdot \cos 31,44^\circ - \frac{380}{\sqrt{3}} - 1,5 \cdot 9,12}{20} = 2,84 \Rightarrow$$

$$\varphi = \arctg \left(\frac{2,84}{9,12} \right) = 17,3^\circ$$

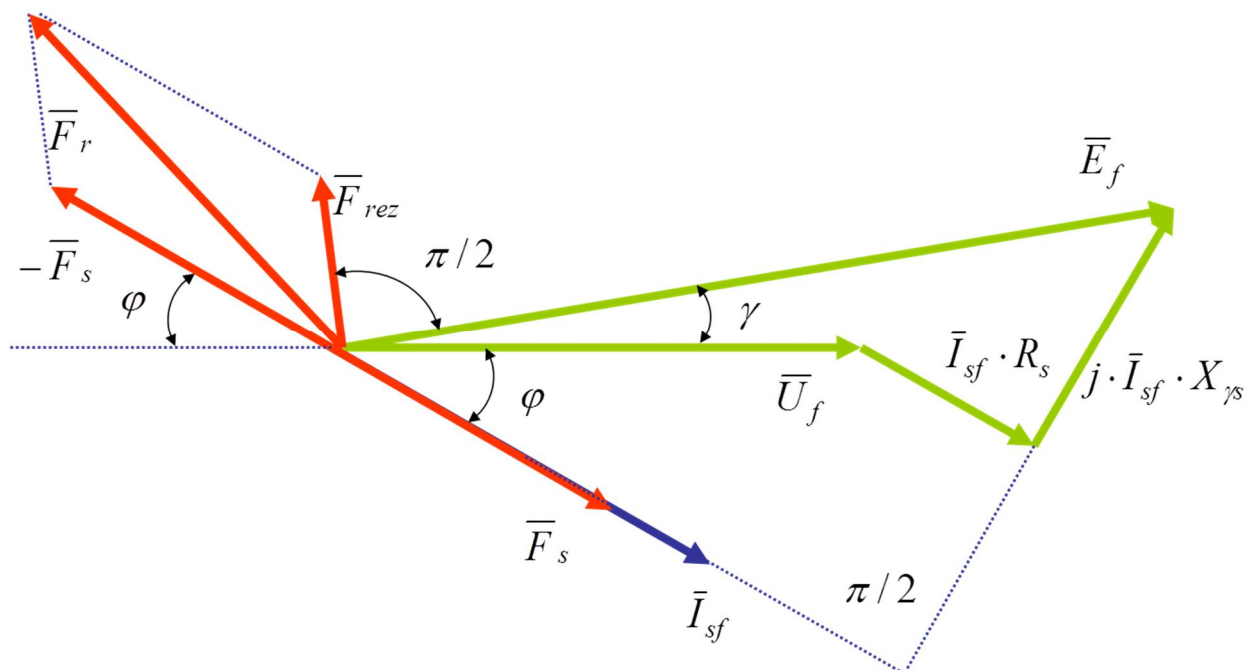
$$\Rightarrow I_1 = \frac{9,12}{\cos(17,3^\circ)} = \underline{9,55 \text{ A}}$$

$$\text{Kako je } I_{nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{6500}{\sqrt{3} \cdot 400} = 9,38 \text{ A } \underline{\text{generator je (neznatno) preopterećen.}}$$

Zadatak 5. Trofazni sinhroni generator spojen u "zvezdu" priključen je na trofaznu mrežu linijskog napona 3×380 [V], 50 [Hz]. Generator je opterećen sa 66 [kVA] uz $\cos \varphi = 0,865$ [ind.]. Koliko iznosi indukovani napon statora i koliko iznosi otpor namotaja statora (po fazi) R_s i reaktansa rasipanja statora X_{ys} ako ukupni vektorski pad napona u generatoru iznosi 80 [V], a odnos $X_{ys} / R_s = 5 / 2$. Koliko iznosi pobuda (magnetopobudna sila) rotora F_r , ako su rezultatna pobuda $F_{rez} = 4500$ [Az] i pobuda statora $F_s = 1000$ [Az]?

Rešenje:

Vektorski dijagram električnih i magnetopobudnih sila nadpobuđenog generatora prikazan je na slici 5.1.



Slika 5.1. Vektorski dijagram električnih i magnetopobudnih sila nadpobuđenog generatora.

Indukovana elektromotorna sila statora je jednaka zbiru napona mreže i padova napona na otporu i reaktansi rasipanja statora:

$$\overline{E}_{sf} = \overline{U}_{sf} + \overline{I}_{sf} \cdot R_s + j \cdot \overline{I}_{sf} \cdot X_{\text{js}}$$

Magnetopobudna sila rotora se može dobiti ako se od rezultantne magnetopobudne sile odbije magnetopobudna sila statora:

$$\overline{F}_r = \overline{F}_{rez} - \overline{F}_s$$

Fazna struja generatora je (sprega zvezda):

$$I_{sf} = I = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{66000}{\sqrt{3} \cdot 380} = 100,277[A]$$

Struja kasni za naponom za fazni stav:

$$\cos(\varphi) = 0,865$$

$$\varphi = \arg \cos(\varphi) = \arg 0,865 = 30,177[^\circ]$$

$$\sin(\varphi) = \sqrt{1 - [\cos(\varphi)]^2} = \sqrt{1 - 0,865^2} = 0,50177[]$$

Stoga se struja generatora može zapisati u sledećem kompleksnom obliku:

$$\begin{aligned}\bar{I}_{sf} &= I_{sf} \cdot [\cos(\varphi) - j \cdot \sin(\varphi)] = 100,227 \cdot (0,865 - j \cdot 0,50177) = \\ &= (86,7396 - j \cdot 50,2910)[A]\end{aligned}$$

Impedansu statora (po fazi) možemo dobiti na osnovu poznatog pada napona i struje generatora:

$$Z_s = \frac{\Delta U_s}{I_{sf}} = \frac{80}{100,227} = 0,79779[\Omega]$$

Sada se na osnovu datog odnosa otpora i reaktanse rasipanja statora, mogu naći odvojeno njihove vrednosti:

$$\frac{X_{js}}{R_s} = \frac{5}{2} \Rightarrow X_{js} = \frac{5}{2} \cdot R_s$$

$$Z_s^2 = X_{js}^2 + R_s^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 R_s^2 + R_s^2 = R_s^2 \cdot \left[1 + \left(\frac{5}{2}\right)^2\right]$$

$$R_s = \frac{Z_s}{\sqrt{1 + \left(\frac{5}{2}\right)^2}} = \frac{0,79779}{\sqrt{1 + \left(\frac{5}{2}\right)^2}} = 0,29629[\Omega]$$

$$X_{js} = \frac{5}{2} \cdot R_s = \frac{5}{2} \cdot 0,29629 = 0,74072[\Omega]$$

Fazni napon mreže je:

$$U_{sf} = \frac{U_s}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220[V]$$

Pa je indukovana elektromotorna sila jednaka (njena kompleksna vrednost):

$$\begin{aligned}\bar{E}_{sf} &= \bar{U}_{sf} + \bar{I}_{sf} \cdot (R_s + j \cdot X_{js}) = \\ &= 220 + (86,7396 - j \cdot 50,2910) \cdot (0,29629 + j \cdot 0,74072) = \\ &= (282,9516 + j \cdot 49,3490)[V]\end{aligned}$$

Tražena vrednost indukovane elektromotorne sile (efektivna vrednost) iznosi:

$$E_{sf} = \sqrt{282,9516^2 + 49,3490^2} = 287,2227[V]$$

Fazni stav za koji prednjači indukovana elektromotorna sila u odnosu na napon mreže (čiji je vektorski predstavnik postavljen na referentnu osu; fazni stav nula) na osnovu njene kompleksne vrednosti iznosi:

$$\gamma = \arg \tan\left(\frac{49,3490}{282,9516}\right) = 9,89332[^\circ]$$

Da bi izračunali vrednost primarne pobude, odnosno pobude rotora može se najpre uočiti (sa vektorskog dijagrama) koliko iznosi ugao koji zaklapaju invertovani vektor magnetopobudne sile statora i rezultantne magnetopobudne sile:

$$\begin{aligned} -\vec{F}_s \quad \vee \quad \vec{F}_{rez} \quad \Rightarrow \quad \beta &= 180^\circ - (90^\circ + \varphi + \gamma) = \\ &= 90^\circ - (30,11729 + 9,89332) = 49,98939[^\circ] \end{aligned}$$

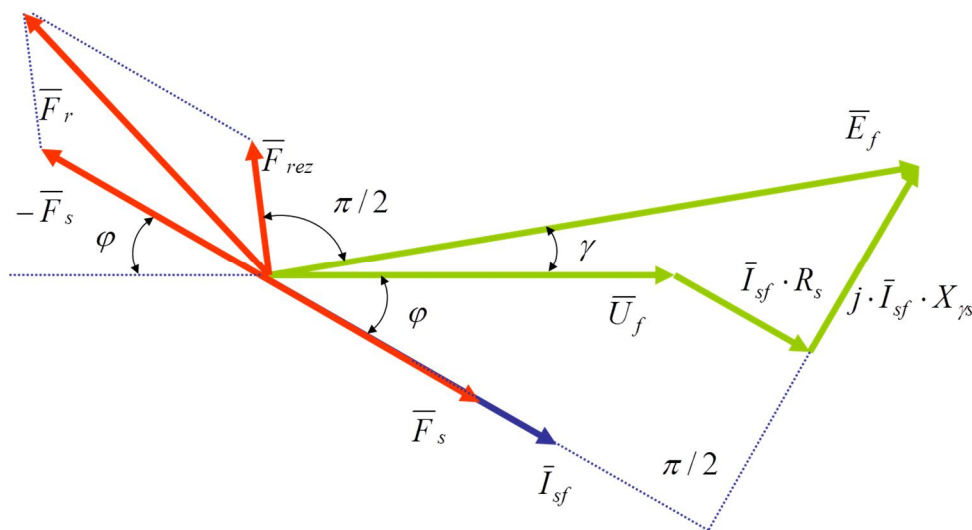
Na osnovu vektorskog dijagrama može se uočiti da se tražena vrednost (amplitude) magnetopobudne sile rotora može dobiti kao:

$$\begin{aligned} F_r &= \sqrt{[F_s + F_{rez} \cdot \cos(\beta)]^2 + [F_{rez} \cdot \sin(\beta)]^2} = \\ &= \sqrt{[1000 + 4500 \cdot \cos(49,98939)]^2 + [4500 \cdot \sin(49,98939)]^2} = \\ &= 5200,0248[Az] \end{aligned}$$

Zadatak 6. Trofazni sinhroni generator sa turborotorom u spoju "zvezda" priključen je na linijski napon 660 [V] frekvencije 50 [Hz]. Otpor statora po fazi iznosi 0,5 [Ω], a reaktansa rasipanja 0,8 [Ω]. Ovaj generator bio je opterećen sa strujom 100 [A] pri faktoru snage 0,8 [*ind.*] I uz to je imao resultantnu magnetopobudnu silu 6200 [Az] i magnetopobudnu silu statora 2700 [Az]. Struja kratkog spoja generatora u tom slučaju je 500 [A] (ustaljena vrednost). Drugom prilikom isti generator radi sa 100 [A] uz kapacitivan faktor snage 0,8 [*kap.*]. Kolika je struja kratkog spoja u ovom drugom slučaju?

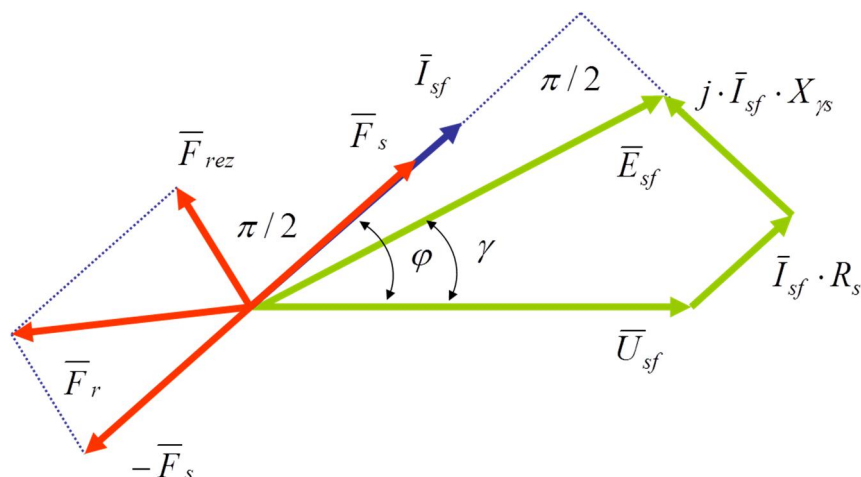
Rešenje:

Vektorski dijagram električnih i magnetopobudnih sila nadpobuđenog generatora prikazan je na slici 6.1.



Slika 6.1. Vektorski dijagram električnih i magnetopobudnih sila nadpobuđenog generatora.

Vektorski dijagram električnih i magnetopobudnih sila podpobuđenog generatora prikazan je na slici 6.2.



Slika 6.2. Vektorski dijagram električnih i magnetopobudnih sila podpobuđenog generatora.

Indukovana elektromotorna sila statora u ova dva režima je jednaka zbiru napona mreže i padova napona na aktivnom i reaktivnom otporu statora:

$$\bar{E}_{sf} = \bar{U}_{sf} + \bar{I}_{sf} \cdot R_s + j \cdot \bar{I}_{sf} \cdot X_{\gamma s}$$

Magnetopobudna sila rotora se može dobiti ako se od rezultatne magnetopobudne sile oduzme magnetna reakcija indukta (statora):

$$\bar{F}_r = \bar{F}_{rez} - \bar{F}_s$$

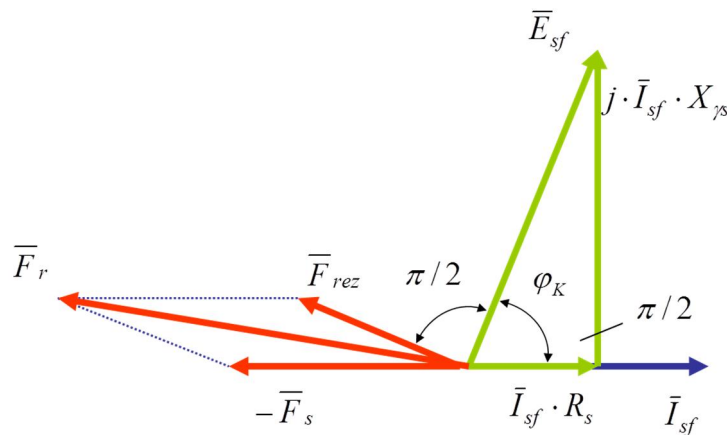
U kratkom spoju je napon statora jednak nuli pa važi:

$$U_{sf} = 0$$

$$I_{sf} = I_{sfk}$$

$$\bar{E}_{sf} = \bar{I}_{sf} \cdot R_s + j \cdot \bar{I}_{sf} \cdot X_{\gamma s}$$

Vektorski dijagram sinhronog turbogeneratorsa u kratkom spoju je prikazan na slici 6.3.



Slika 6.3. Vektorski dijagram sinhronog turbogeneratorsa u kratkom spoju.

Za prvi slučaj kada generator radi induktivno opterećen, važe sledeća razmatranja. Napon mreže je jednak:

$$U_{sf} = \frac{U_s}{\sqrt{3}} = \frac{660}{\sqrt{3}} = 380[V] \Rightarrow \bar{U}_{sf} = U_{sf} \cdot e^{j \cdot 0}$$

$$\cos(\varphi') = 0,8 \quad \sin(\varphi') = \sqrt{1 - [\cos(\varphi')]^2} = \sqrt{1 - 0,8^2} = 0,6[]$$

Kompleksni oblik fazne struje statora je:

$$\bar{I}_{sf}' = I_{sf}' \cdot [\cos(\varphi') - j \cdot \sin(\varphi')] = 100 \cdot (0,8 - j \cdot 0,6) = (80 - j \cdot 60)[A]$$

Pa je indukovana elektromotorna sila statora u tom slučaju:

$$\begin{aligned} \bar{E}_{sf}' &= \bar{U}_{sf} + \bar{I}_{sf}' \cdot (R_s + j \cdot X_{\gamma s}) = 380 + (80 - j \cdot 60) \cdot (0,5 + j \cdot 0,8) = \\ &= (468 + j \cdot 34)[V] \end{aligned}$$

Efektivna vrednost indukovane elektromotorne sile je:

$$E_{sf}' = \sqrt{468^2 + 64^2} = 472,3557[V]$$

Uzimajući u obzir da magnetopobudna sila prednjači elektromotornoj sili koju pravi za 90° , rezultantnu magnetopobudnu silu možemo dobiti u kompleksnoj formi kao:

$$\begin{aligned}\bar{F}_{rez}' &= j \cdot \frac{\bar{E}_{sf}'}{E_{sf}'} \cdot F_{rez}' = j \cdot \frac{468 + j \cdot 34}{472,3557} \cdot 6200 = \\ &= (-446,2738 + j \cdot 6142,8283)[Az]\end{aligned}$$

Magnetopobudna sila je srazmerna sa strujom, pa su njihovi kompleksni predstavnici u fazi. Stoga se magnetopobudna sila statora u kompleksnom obliku može zapisati kao:

$$\begin{aligned}\bar{F}_s' &= \frac{\bar{I}_{sf}'}{I_{sf}'} \cdot F_s' = F_s' [\cos(\varphi) - j \cdot \sin(\varphi)] = 2700 \cdot (0,8 - j \cdot 0,6) = \\ &= (2160 - j \cdot 1620)[Az]\end{aligned}$$

Magnetopobudnu silu rotora u prvom slučaju možemo dobiti kao razliku rezultantne magnetopobudne sile i magnetopobudne sile statora:

$$\begin{aligned}\bar{F}_r' &= -\bar{F}_s' + \bar{F}_{rez}' = -(2160 - j \cdot 1620) + (-446,2738 + j \cdot 6142,8283) = \\ &= (-2606,2738 + j \cdot 7762,8283)[Az]\end{aligned}$$

Amplituda magnetopobudne sile rotora je:

$$F_r' = \sqrt{2606,2738^2 + 7762,8283^2} = 8188,6608[Az]$$

Između struje statora i struje pobude (rotora) u kratkom spoju postoji linearna zavisnost (karakteristika kratkog spoja). Kako je magnetopobudna sila rotora srazmerna struji pobude, to možemo na osnovu prethodnih vrednosti izračunati odnos struje kratkog spoja (statora) i magnetopobudne sile rotora:

$$K_K = \frac{I_K'}{F_r'} = \frac{500}{8188,6608} = 0,061060[]$$

Upravo ćemo uvažavajući ovu konstantu proporcionalnosti dobiti traženu vrednost struje kratkog spoja ukoliko u posmatranom slučaju nađemo vrednost magnetopobudne sile rotora.

U drugom slučaju kada je kapacitivno opterećen generator, važe sledeća razmatranja. Kompleksni oblik struje statora je:

$$\bar{I}_{sf}'' = I_{sf}'' [\cos(\varphi'') + j \cdot \sin(\varphi'')] = 100 \cdot (0,8 + j \cdot 0,6) = (80 + j \cdot 60)[A]$$

Indukovana elektromotorna sila statora (po fazi) je tada jednaka:

$$\begin{aligned}\bar{E}_{sf}'' &= \bar{U}_{sf} + \bar{I}_{sf}'' (R_s + j \cdot X_{js}) = 380 + (80 + j \cdot 60) \cdot (0,5 + j \cdot 0,8) = \\ &= (372 + j \cdot 94)[V]\end{aligned}$$

Njena efektivna vrednost iznosi:

$$E_{sf}'' = \sqrt{372^2 + 94^2} = 383,6925[V]$$

Indukovana elektromotorna sila u namotaju statora je srazmerna sa resultantnom magnetopobudnom silom (pod pretpostavkom da je magnetno kolo linearno), pa se na osnovu njihovih poznatih vrednosti iz prvog režima, može dobiti magnetopobudna sila u drugom režimu:

$$F_{rez}'' = \frac{E_{sf}''}{E_{sf}'} \cdot F_{rez}' = \frac{383,6925}{472,3557} \cdot 6200 = 5036,2344[Az]$$

Rezultantna magnetopobudna sila kod sinhronog generatora sa cilindričnim rotorom prednjači u odnosu na indukovanu elektromotornu silu u namotaju statora za 90° , pa se njen kompleksni oblik može izraziti kao:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{rez}'' &= j \cdot \frac{\bar{E}_{sf}''}{E_{sf}''} \cdot F_{rez}'' = j \cdot \frac{372 + j \cdot 94}{383,6925} \cdot 5036,2344 = \\ &= (-1233,8162 + j \cdot 4882,7620)[Az] \end{aligned}$$

Kako je struja generatora u oba slučaja jednaka, to su jednake i magnetopobudne sile statora:

$$I_{sf}'' = I_{sf}' \Rightarrow F_s'' = F_s' = 2700[Az]$$

Kompleksni oblik magnetopobudne sile statatora u drugom režimu je:

$$\begin{aligned} \bar{F}_s'' &= \frac{\bar{I}_{sf}''}{I_{sf}''} \cdot F_s'' = F_s'' \cdot [\cos(\varphi'') + j \cdot \sin(\varphi'')] = 2700 \cdot (0,8 + j \cdot 0,6) = \\ &= (2160 + j \cdot 1620)[Az] \end{aligned}$$

Magnetopobudna sila rotora jednaka je razlici resultantne magnetopobudne sile i magnetopobudne sile statora:

$$\begin{aligned} \bar{F}_r'' &= -\bar{F}_s'' + \bar{F}_{rez}'' = -(2160 + j \cdot 1620) + (-1233,8162 + j \cdot 4882,7620) = \\ &= (-3393,8162 + j \cdot 3262,7620)[Az] \end{aligned}$$

Amplituda magnetopobudne sile rotora u drugom slučaju iznosi:

$$F_r'' = \sqrt{3393,8162^2 + 3262,7620^2} = 4707,8237[Az]$$

Na osnovu poznate linearne zavisnosti struje statora i struje pobude generatora u kratkom spoju, možemo dobiti traženu vrednost struje kratkog spoja generatora u drugom razmatranom režimu:

$$I_K'' = K_K \cdot F_r'' = 0,0610600 \cdot 4707,8237 = 287,4597[A]$$

Zadatak 7. Dat je trofazni sinhroni generator sa istaknutim polovima i poznatim otporom po fazi $R=0,023 \Omega$ čiji su podaci: 6,5 MVA; 5,5 kV; 50 Hz; $x_\gamma=6\%$; $x_{ad}=40\%$; $x_{aq}=20\%$; Y. Karakteristika praznog hoda generatora data je tabelarno za sinhronu brzinu (I_f : struja pobude, E_o : fazna EMS):

I_f [A]	20	50	88	100	120	140	160	180	200
E_o [V]	860	2180	3440	3660	3920	4120	4280	4400	4500

Odrediti vrednost pobudne struje da generator daje 5,2 MVA pri $U=5,25$ kV i $\cos\varphi=0,8$.

Rešenje:

Bazna impedansa je:

$$Z_b = \frac{U_b}{I_b} = \frac{U_{nf}}{I_{nf}} = \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{5,5^2}{6,5} = 4,65 \Omega$$

Sinhrona reaktansa po podužnoj d-osi na osnovu njene date relativne vrednosti je:

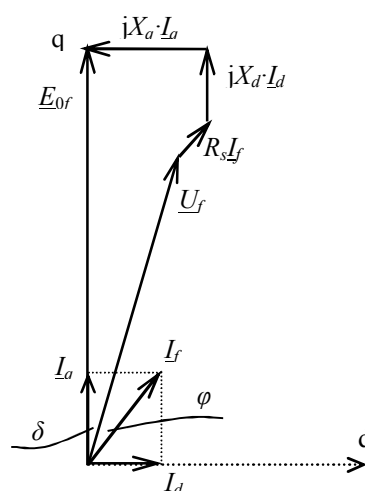
$$X_d = x_d \cdot Z_b = 0,46 \cdot 4,65 = 2,14 \Omega$$

Sinhrona reaktansa po poprečnoj q-osi na osnovu njene date relativne vrednosti je:

$$X_q = x_q \cdot Z_b = 0,26 \cdot 4,65 = 1,21 \Omega$$

Fazna vrednost struje pri datom opterećenju i naponu mreže iznosi:

$$I_f = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{5200}{\sqrt{3} \cdot 5,25} = 571,8 \text{ A}$$



Slika 7.1. Fazorski dijagram sinhronog hidrogenatora u natpobuđenom režimu rada.

Na osnovu fazorskog dijagrama se može odrediti vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda, na osnovu koje će se zajedno sa karakteristikom magnećenja mašine odrediti potrebna vrednost struje pobude u posmatranom režimu rada.

Fazorski dijagram se rešava projektovanjem na q i d osu:

projekcija na q-osu: $U_f \cos \delta + R_s I_f \cos(\delta + \varphi) + X_d I_d = E_{0f}$ (1)

projekcija na d-osu: $U_f \sin \delta + R_s I_f \sin(\delta + \varphi) = X_q I_q$ (2)

definicija q-komponente struje: $I_q = I_f \cos(\delta + \varphi) = I_f \cos \delta \cos \varphi - I_f \sin \delta \sin \varphi$ (3)

Jednačina (1) nam za sada ne vredi jer E_{0f} upravo i tražimo. Zamenom (3) u (2) jednačinu eliminiše se nepoznata veličina I_q dobija se jednačina sa 2 nepoznate ($\sin \delta$, $\cos \delta$):

$$\frac{5250}{\sqrt{3}} \sin \delta + 0,023 \cdot 571,8 \cdot 0,8 \sin \delta + 0,023 \cdot 571,8 \cdot 0,6 \cos \delta = 1,21 \cdot 571,8 \cdot 0,8 \cos \delta - 1,21 \cdot 571,8 \cdot 0,6 \sin \delta$$

$$3456,7 \sin \delta = 545,6 \cos \delta \Rightarrow \delta = \arctg\left(\frac{545,6}{3456,7}\right) = 8,97^\circ.$$

Sada je na osnovu (1):

$$E_{0f} = \frac{5250}{\sqrt{3}} \cdot \cos 8,97^\circ + 0,023 \cdot 571,8 \cdot \cos(36,87^\circ + 8,97^\circ) + 2,14 \cdot 571,8 \cdot \sin(36,87^\circ + 8,97^\circ) =$$

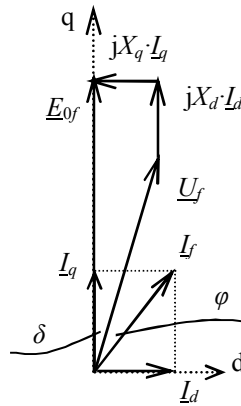
3881 V.

Interpolacijom se iz tabele dobija tražena vrednost pobudne struje:

$$I_f = \frac{120 - 100}{3920 - 3660} (3881 - 3660) + 100 = \underline{117 \text{ A.}}$$

Zadatak 8. Hidrogenerator sa podacima: 203,5 MVA; 13,8 kV; Y; 300 min⁻¹; cosφ=0,85; x_d=1,05; x_q=0,69 je pri radu sa nazivnom opterećenju usled delovanja zaštite odvojen od mreže. Koliki iznosi porast napona generatora neposredno nakon isključenja prekidača?

Rešenje:



$$Z_b = \frac{U_b}{I_b} = \frac{U_n}{\sqrt{3} \cdot I_{nf}} = \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{13,8^2}{203,5} = 0,9358 \, \Omega$$

$$X_d = x_d \cdot Z_b = 1,05 \cdot 0,9358 = 0,9826 \, \Omega$$

$$X_q = x_q \cdot Z_b = 0,69 \cdot 0,9358 = 0,6457 \, \Omega$$

$$I_{nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{203500}{\sqrt{3} \cdot 13,8} = 8513,8 \, \text{A}$$

Nacrtan je vektorski dijagram u režimu sa nazivnim vrednostima napona i struje i induktivnim faktorom snage 0,85 **jer je tada E_{0f} maksimalna moguća** (u tom režimu pobudna struja ima nazivnu vrednost!).

$$\text{projekcija na q-osu:} \quad U_f \cos \delta + X_d I_d = E_{0f} \quad (1)$$

$$\text{projekcija na d-osu:} \quad U_f \sin \delta = X_q I_q \quad (2)$$

definicija q-komponente struje:

$$I_q = I_f \cos(\delta + \varphi) = I_f \cos \delta \cos \varphi - I_f \sin \delta \sin \varphi \quad (3)$$

Zamenom (3) u (2) jednačinu dobija se:

$$\frac{13800}{\sqrt{3}} \sin \delta = 0,6457 \cdot 8513,8 \cdot 0,85 \cos \delta - 0,6457 \cdot 8513,8 \cdot 0,5268 \sin \delta \quad \rightarrow \quad \delta = 23,27^\circ$$

Sada je na osnovu (1):

$$E_{0f} = \frac{13800}{\sqrt{3}} \cdot 0,9826 + 0,9826 \cdot 8513,8 \cdot \sin(31,79^\circ + 23,27^\circ) = 14178 \, \text{V.}$$

Porast iznosi: (14178/13800)·√3=1,8.

Zadatak 9. Trofazni sinhroni hidrogenerator radi priključen na krutu mrežu nazivnog napona 6,6 kV i učestanosti 50 Hz. Generator predaje u mrežu aktivnu snagu 2 MW, a iz mreže uzima 1 MVar reaktivne snage. Odrediti:

- Indukovanu elektromotornu silu (praznog hoda) i ugao opterećenja u ovom režimu.
- Struju generatora, elektromotornu silu (praznog hoda) i ugao opterećenja ako generator treba da odaje istu aktivnu snagu u mrežu uz faktor snage jednak jedinici.

Nazivni podaci ovog hidrogeneratora su: 5 MVA, 6,6 kV, 1500 o/min, Y, reaktansa rasipanja iznosi 20 %, reaktansa reakcije indukta po uzdužnoj osi iznosi 80 % i reaktansa reakcije indukta po poprečnoj osi iznosi 35 %. Napomena: svi gubici u mašini se mogu zanemariti.

Rešenje:

a) U tekstu zadatka je rečeno da generator uzima reaktivnu snagu iz mreže, što znači da je podpobuđen i da je faktor snage kapacitivan (struja prednjači naponu). Vrednost faktora snage u datom režimu iznosi:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{2 \cdot 10^6}{\sqrt{(2 \cdot 10^6)^2 + (1 \cdot 10^6)^2}} = \frac{2 \cdot 10^6}{2,2361 \cdot 10^6} = 0,8944 \text{ cap.}$$

Struja generatora u ovom režimu iznosi:

$$I_f = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi} = \frac{2 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 6,6 \cdot 10^3 \cdot 0,8944} = 195,61 [A]$$

Reaktanse generatora su date u relativnim jedinicama. Da bi dobili njihove apsolutne vrednosti, treba naći baznu impedansu:

$$Z_B = \frac{U_B}{I_B} = \frac{U_{nf}}{I_{nf}} = \frac{U_n}{\sqrt{3} \cdot I_{nf}} = \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{(6,6 \cdot 10^3)^2}{5 \cdot 10^6} = 8,712 [\Omega]$$

Reaktanse generatora su:

$$\text{Rasipna reaktansa: } X_\gamma = \frac{x_\gamma [\%]}{100} \cdot Z_B = \frac{20}{100} \cdot 8,712 = 1,74 [\Omega]$$

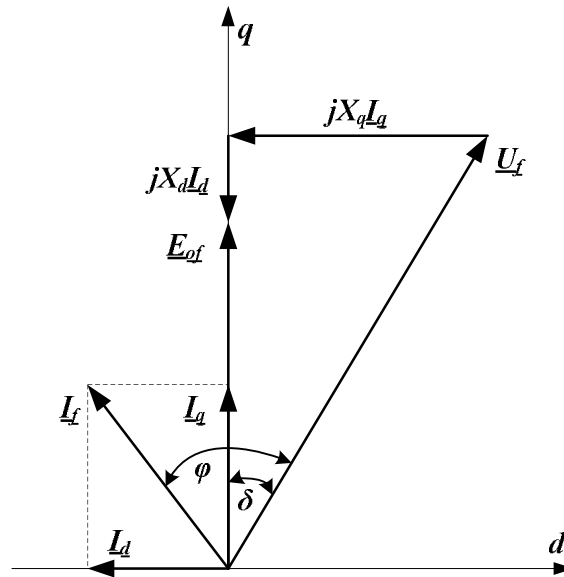
$$\text{Reaktansa reakcije indukta po uzdužnoj osi: } X_{ad} = \frac{x_{ad} [\%]}{100} \cdot Z_B = \frac{80}{100} \cdot 8,712 = 6,97 [\Omega]$$

$$\text{Reaktansa reakcije indukta po poprečnoj osi: } X_{aq} = \frac{x_{aq} [\%]}{100} \cdot Z_B = \frac{35}{100} \cdot 8,712 = 3,05 [\Omega]$$

$$\text{Sinhrona reaktansa po uzdužnoj osi: } X_d = X_\gamma + X_{ad} = 1,74 + 6,97 = 8,71 [\Omega]$$

$$\text{Sinhrona reaktansa po poprečnoj osi: } X_q = X_\gamma + X_{aq} = 1,74 + 3,05 = 4,79 [\Omega]$$

Fazorski dijagram za dati režim (za kapacitivan faktor snage) dat je na slici 1.



Fazorski dijagram je predstavljen jednačinom naponske ravnoteže (sa zanemarenjem omskog otpora namotaja) sa:

$$\underline{E}_{0f} = \underline{U}_f + j \cdot X_d \cdot \underline{I}_d + j \cdot X_q \cdot \underline{I}_q$$

Ovoj vektorskoj jednačini odgovaraju dve skalarne (projekcijom na q i d osu fazorskog dijagrama):

$$U_f \cdot \cos \delta = E_{0f} + X_d \cdot I_d \quad (1)$$

$$U_f \cdot \sin \delta = X_q \cdot I_q \quad (2)$$

Definicije struje po d i q osi su (projekcije struje na d i q osu):

$$I_d = I_f \cdot \sin(\varphi - \delta) \quad (3)$$

$$I_q = I_f \cdot \cos(\varphi - \delta) \quad (4)$$

Uvrštavanjem (4) u (2) dobija se:

$$U_f \cdot \sin \delta = X_q \cdot I_f \cdot (\cos \varphi \cdot \cos \delta - \sin \varphi \cdot \sin \delta)$$

$$\frac{6,6 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \cdot \sin \delta = 4,79 \cdot 195,61 \cdot 0,8944 \cdot \cos \delta - 4,79 \cdot 195,61 \cdot \sin(\arccos(0,8944)) \cdot \sin \delta$$

$$3810,52 \cdot \sin \delta = 838,03 \cdot \cos \delta - 419,08 \cdot \sin \delta$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{838,03}{4229,6} = 0,1981$$

Ugao opterećenja u ovom režimu iznosi: $\delta = \arctg(0,1981) = 11,21^\circ$

Struja generatora po d osi (3) iznosi: $I_d = 195,61 \cdot \sin(\arccos(0,8944) - 11,21^\circ) = 51,81[A]$

Pa je indukovana elektromotorna sila po fazi (usled pobudne struje) na osnovu (1):

$$E_{0f} = U_f \cdot \cos \delta - X_d \cdot I_d$$

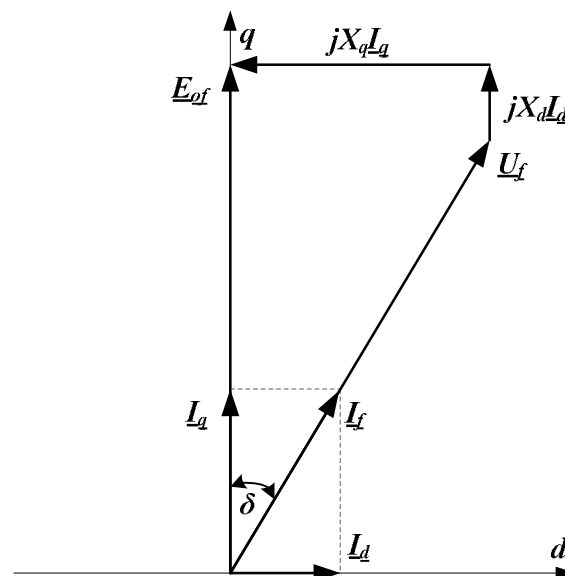
$$E_{0f} = \frac{6,6 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \cdot \cos(11,21^\circ) - 8,71 \cdot 51,81 = 3286,55 [V]$$

a njena linijska vrednost: $E_{0l} = \sqrt{3} \cdot E_{0f} = \sqrt{3} \cdot 3286,55 = 5692,47 [V]$

b) Kada generator predaje mreži aktivnu snagu 2 MW pri $\cos \phi = 1$, tada je njegova struja:

$$I_f = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi} = \frac{2 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 6,6 \cdot 10^3 \cdot 1} = 174,95 [A]$$

Fazorski dijagram hidrogenatora sa jediničnim faktorom snage prikazan je na slici.



Sa fazorskog dijagrama možemo zapisati sledeće jednačine:

$$U_f \cdot \cos \delta = E_{0f} - X_d \cdot I_d \quad (5)$$

$$U_f \cdot \sin \delta = X_q \cdot I_q \quad (6)$$

$$I_d = I_f \cdot \sin \delta \quad (7)$$

$$I_q = I_f \cdot \cos \delta \quad (8)$$

Uvrštavanjem jednačine (8) u (6) dobija se:

$$U_f \cdot \sin \delta = X_q \cdot I_f \cdot \cos \delta$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{X_q \cdot I_f}{U_f} = \frac{4,79 \cdot 174,95}{6,6 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} = 0,2199$$

Ugao opterećenja u ovom režimu iznosi: $\delta = \operatorname{arctg}(0,2199) = 12,4^\circ$

Elektromotorna sila je na osnovu (5) i (7):

$$E_{0f} = U_f \cdot \cos \delta + X_d \cdot I_f \cdot \sin \delta$$

$$E_{0f} = \frac{6,6 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \cdot \cos(12,4^\circ) + 8,71 \cdot 174,95 \cdot \sin(12,4^\circ)$$

$$E_{0f} = 4048,84[V]$$

A njena linijska vrednost je: $E_{0l} = \sqrt{3} \cdot E_{0f} = \sqrt{3} \cdot 4048,84 = 7012,8[V]$

Zadatak 10. Trofazni šestopolni sinhroni motor ulazne snage 5 MVA za napon 11 kV, sprega Y, 50 Hz, $\cos\varphi_n=0,8$. Sinhrona reaktansa je $14,5\ \Omega$, a omski otpor je zanemariv. Koliki je maksimalni mogući moment pri nazivnom naponu i nazivnoj vrednosti pobudne struje? Kolika će tada biti struja motora?

Rešenje:

Na osnovu vektorskog dijagrama električnih sila sinhronog motora (slika 10.1, cilindrični rotor) može se izvesti izraz za moment u zavisnosti od ugla opterećenja. Mehanički moment mašine jednak je odnosu mehaničke snage i mehaničke ugaone brzine obrtanja rotora:

$$M = \frac{P_m}{\omega_m}$$

Ako se gubici u mašini mogu zanemariti, i uzimajući sinhronu brzinu obrtanja kod sinhronih mašina, važi izraz za moment:

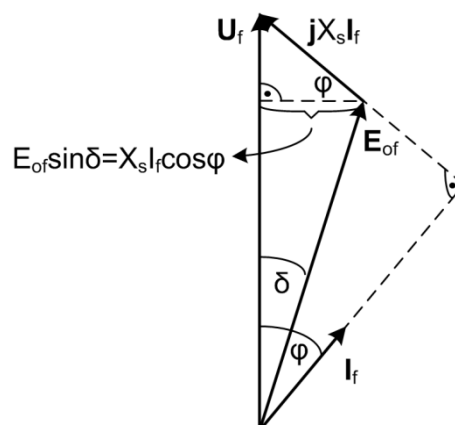
$$M = \frac{P_{el}}{\omega_{sm}}$$

Električna aktivna snaga trofaznog sinhronog motora je:

$$P_{el} = P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos\varphi$$

Na osnovu vektorskog dijagrama sa slike 10.1 se vidi da se proizvod fazne vrednosti struje i faktora snage može izraziti preko indukovane elektromotorne sile praznog hoda i ugla opterećenja kao:

$$X_s \cdot I_f \cdot \cos\varphi = E_{of} \cdot \sin\delta \Rightarrow I_f \cdot \cos\varphi = \frac{E_{of}}{X_s} \cdot \sin\delta$$



Slika 10.1. Vektorski dijagram električnih sila sinhronog motora (primer potpobuđen režim, Q se troši).

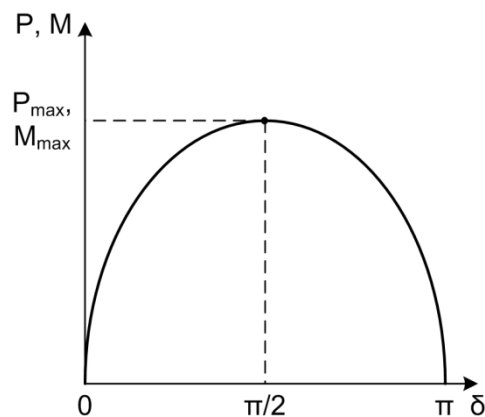
Stoga se aktivna snaga sinhronne mašine sa cilindričnim rotorom može izraziti preko ugla opterećenja kao:

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi = 3 \cdot U_f \cdot \frac{E_{0f}}{X_s} \cdot \sin \delta = \frac{3 \cdot U_f \cdot E_{0f}}{X_s} \cdot \sin \delta$$

Odnosno izraz za moment glasi:

$$M = \frac{3 \cdot U_f \cdot E_{0f}}{\omega_{sm} \cdot X_s} \cdot \sin \delta$$

Slika 10.2 ilustruje te zavisnosti. Jasno se uočava da za ugao opterećenja $\delta = \pi/2$ mašina razvija maksimalni mogući moment pri konstantnim ostalim parametrima u izrazu.



Slika 10.2. Zavisnost aktivne snage i momenta turbogeneratora od ugla opterećenja.

Maksimalna aktivna snaga i maksimalni mogući moment pri nazivnoj vrednosti napona mreže i pobudne struje (koja određuje nazivnu vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda) iznose:

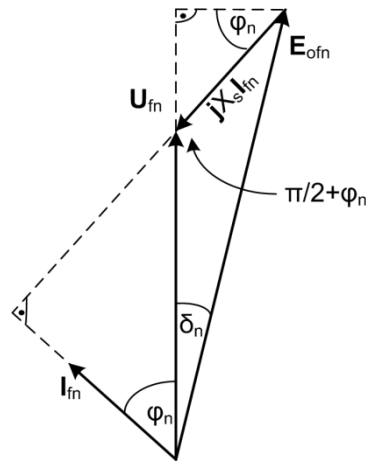
$$P_{\max} = \frac{3 \cdot U_{fn} \cdot E_{0fn}}{X_s}$$

$$M_{\max} = \frac{3 \cdot U_{fn} \cdot E_{0fn}}{\omega_{sm} \cdot X_s}$$

Za određivanje tražene maksimalne vrednosti momenta ostaje još da se odredi kolika je indukovana elektromotorna sila praznog hoda u nazivnom režimu. Njenu vrednost možemo odrediti na osnovu vektorskog dijagrama napona u nazivnom režimu (slika 10.3), ako se uoči trougao sa stranicama E_{0fn} , U_{fn} i $X_s I_{fn}$ i primeni kosinusna teorema uočavajući da je ugao koji zaklapaju U_{fn} i $X_s I_{fn}$ jednak $\pi/2 + \varphi$:

$$E_{0fn} = \sqrt{U_{fn}^2 + (X_s \cdot I_{fn})^2 - 2 \cdot U_{fn} \cdot X_s \cdot I_{fn} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} =$$

$$= \sqrt{U_{fn}^2 + (X_s \cdot I_{fn})^2 + 2 \cdot U_{fn} \cdot X_s \cdot I_{fn} \cdot \sin \varphi}$$



Slika 10.3. Vektorski dijagram napona sinhronog motora za nazivni režim (natpobuđen).

Nazivna vrednost struje se dobija na osnovu nazivne snage generatora:

$$I_{fn} = I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{5 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 11 \cdot 10^3} = 262,4 [A]$$

Sinus faznog stava napona i struje generatora je:

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \sqrt{1 - 0,8^2} = 0,6$$

Pa je vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda za nazivnu vrednost struje pobude jednaka:

$$E_{0fn} = \sqrt{\left(\frac{11000}{\sqrt{3}}\right)^2 + (14,5 \cdot 262,4)^2 + 2 \cdot \frac{11000}{\sqrt{3}} \cdot 14,5 \cdot 262,4 \cdot 0,6} = 9154,6 [V]$$

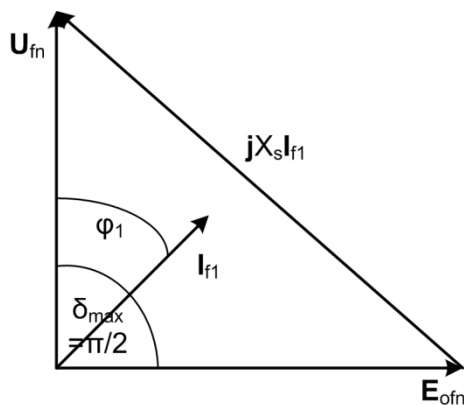
Dakle maksimalni mogući moment je jednak:

$$M_{\max} = \frac{3 \cdot \frac{11000}{\sqrt{3}} \cdot 9154,6}{\frac{2\pi \cdot 50}{3} \cdot 14,5} = 114,87 [kNm]$$

Na osnovu vektorskog dijagrama u motorskom režimu kada je $\delta = \pi/2$ i kada motor razvija maksimalni mogući elektromagnetni moment, može se naći tražena vrednost struje motora I_{f1} :

$$(X_s \cdot I_{f1})^2 = E_{0fn}^2 + U_{fn}^2 \Rightarrow I_{f1} = \frac{\sqrt{E_{0fn}^2 + U_{fn}^2}}{X_s}$$

$$I_1 = I_{f1} = \frac{\sqrt{9154,6^2 + \left(\frac{11000}{\sqrt{3}}\right)^2}}{14,5} = 768,4 [A]$$



Slika 10.4. Vektorski dijagram napona sinhronog motora za režim kada razvija maksimalni mogući moment.

Ovo je skoro 3 puta veća vrednost u odnosu na nazivnu struju i motor u ovom režimu može raditi samo kratko vreme (npr. tokom nekih kratkotrajnih poremećaja u sistemu). Treba napomenuti da traženi uslov da pobudna struja ne premaši nazivnu vrednost nije potpuno u skladu sa praksom. Naime prilikom privremenih preopterećenja pobudna struja se povećava i preko nazivne vrednosti, ali naravno samo kratkotrajno. Takav režim se naziva "forsiranje pobude". Zbog efekta zasićenja nema svrhe preterano povećanje struje pa vrednost struje pobude pri forsiranju iznosi $(1,4 \div 2)I_{pn}$.

Zadatak 11. Turbogenerator ima nazivne podatke: 16 MVA, $\cos \varphi_n = 0,8$, 3000 min^{-1} , $x_s = 200 \%$, sprega Y. Generator je priključen na krutu mrežu. Odrediti (u apsolutnim jedinicama):

- prevalni moment generatora u nazivnom režimu,
- prevalnu snagu ako je generator opterećen aktivnom snagom 0,625 r.j. uz $\cos \varphi = 0,6$ i napon 0,762 r.j.

Rešenje:

a) U prethodnom zadatku je izveden izraz za aktivnu snagu i moment sinhronne mašine sa cilindričnim rotorom u zavisnosti od ugla opterećenja, koji glasi:

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi = 3 \cdot U_f \cdot \frac{E_{0f}}{X_s} \cdot \sin \delta = \frac{3 \cdot U_f \cdot E_{0f}}{X_s} \cdot \sin \delta$$

$$M = \frac{3 \cdot U_f \cdot E_{0f}}{\Omega_{sm} \cdot X_s} \cdot \sin \delta$$

U relativnom domenu ovi izrazi menjaju oblik, gde nestaje koeficijent 3, zbog načina izbora i usvajanja baznih vrednosti veličina (napona, struja, snage). Naime, ako se za bazne vrednosti napona i struje usvoje njihove nominalne fazne vrednosti, a za baznu vrednost snage usvoji nazivna snaga mašine, tada važi:

$$U_b = U_{fn} \quad u = \frac{U}{U_b}$$

$$I_b = I_{fn} \quad i = \frac{I}{I_b}$$

$$S_b = S_n \quad s = \frac{S}{S_b} \quad p = \frac{P}{S_b} \quad q = \frac{Q}{S_b}$$

gde su velikim slovima označene veličine u apsolutnim jedinicama, a malim slovima u relativnim jedinicama. Izraz za snagu u apsolutnom domenu je:

$$S = 3 \cdot U_f \cdot I_f$$

čijim se prevođenjem u relativne jedinice dobija:

$$s \cdot S_b = 3 \cdot (u \cdot U_b) \cdot (i \cdot I_b)$$

$$s = \frac{3 \cdot U_b \cdot I_b}{S_b} \cdot u \cdot i$$

Kako su za bazne veličine izabrane gore navedene vrednosti to važi:

$$s = \frac{3 \cdot U_{fn} \cdot I_{fn}}{S_n} \cdot u \cdot i = \frac{3 \cdot U_{fn} \cdot I_{fn}}{3 \cdot U_{fn} \cdot I_{fn}} \cdot u \cdot i = u \cdot i$$

tj. u izrazu za snagu u relativnim jedinicama ne figuriše koeficijent 3. Isto se može pokazati i za moment (jer je moment odnos snage i brzine).

Zato izrazi za aktivnu snagu i moment sinhronog generatora sa cilindričnim rotorom u zavisnosti od ugla opterećenja, u relativnom domenu glase:

$$p = \frac{u_f \cdot e_{0f}}{x_s} \cdot \sin \delta$$

$$m = \frac{u_f \cdot e_{0f}}{\omega_{sm} \cdot x_s} \cdot \sin \delta$$

Traženi prevalni, maksimalni, moment u nazivnom režimu se dobija za ugao opterećenja $\delta = \pi/2$:

$$m_{pr} = \frac{u_{fn} \cdot e_{0fn}}{\omega_{sm} \cdot x_s}$$

U nazivnom režimu napon i brzina uzimaju relativne vrednosti jednake jedinici:

$$u_{fn} = \frac{U_{fn}}{U_b} = \frac{U_{fn}}{U_{fn}} = 1[r.j.] \quad \omega_{smn} = \frac{\Omega_{smn}}{\Omega_b} = \frac{\Omega_{smn}}{\Omega_{smn}} = 1[r.j.]$$

Pa preostaje da se nađe vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda u nazivnom režimu. Na osnovu vektorskog dijagrama napona turbogeneratora (slika 11.1), i primenom kosinusne teoreme za indukovanu elektromotornu silu praznog hoda važi (u relativnim jedinicama naponske jednačine ne menjaju oblik):

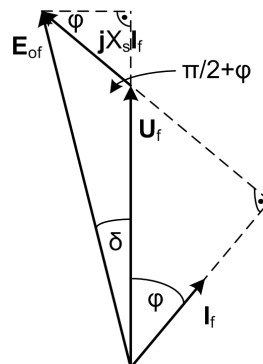
$$e_{0fn} = \sqrt{u_{fn}^2 + (x_s \cdot i_{fn})^2 - 2 \cdot u_{fn} \cdot x_s \cdot i_{fn} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_n\right)}$$

Uzimajući da je relativna vrednost nazivne struje jednaka jedinici:

$$e_{0fn} = \sqrt{1^2 + (2 \cdot 1)^2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0,6} = 2,72[r.j.]$$

Dakle prevalni moment u relativnim jedinicama iznosi:

$$m_{pr} = \frac{1 \cdot 2,72}{1 \cdot 2} = 1,36[r.j.]$$



Slika 11.1. Vektorski dijagram napona sinhronog generatora, nadpobuđen režim.

Ostaje da se odredi bazna vrednost momenta kako bi se našla apsolutna vrednost prevalnog momenta u nazivnom režimu:

$$M_{pr} = m_{pr} \cdot M_b$$

Bazna vrednost momenta se usvaja da bude:

$$M_b = \frac{S_b}{\Omega_b}$$

kako bi i u relativnom domenu važio isti odnos snage i brzine obrtanja, bez prisustva nekog drugog koeficijenta u izrazu.

Traženi prevalni moment generatora u nazivnom režimu u apsolutnim jedinicama iznosi:

$$M_{pr} = m_{pr} \cdot \frac{S_b}{\Omega_b} = m_{pr} \cdot \frac{S_n}{\frac{2\pi}{60} \cdot n_n} = 1,36 \cdot \frac{16 \cdot 10^6}{\frac{2\pi}{60} \cdot 3000} = 69,26 [kNm]$$

b) Ako je u datom režimu snaga $p_1=0,625$ r.j., napon $u_1=0,762$ r.j. i faktor snage 0,6, tada je struja generatora jednaka:

$$p_1 = u_1 \cdot i_1 \cos \varphi_1 \Rightarrow i_1 = \frac{p_1}{u_1 \cdot \cos \varphi} = \frac{0,625}{0,762 \cdot 0,6} = 1,367 [r.j.]$$

Na osnovu relativne vrednosti struje, odmah se može zaključiti da je generator u datom režimu strujno preopterećen za 36,7%.

Indukovana elektromotorna sila u tom režimu iznosi:

$$e_{01} = \sqrt{u_1^2 + (x_s \cdot i_1)^2 - 2 \cdot u_1 \cdot x_s \cdot i_1 \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} + \varphi_1 \right)} = \sqrt{u_1^2 + (x_s \cdot i_1)^2 + 2 \cdot u_1 \cdot x_s \cdot i_1 \cdot \sin \varphi_1}$$

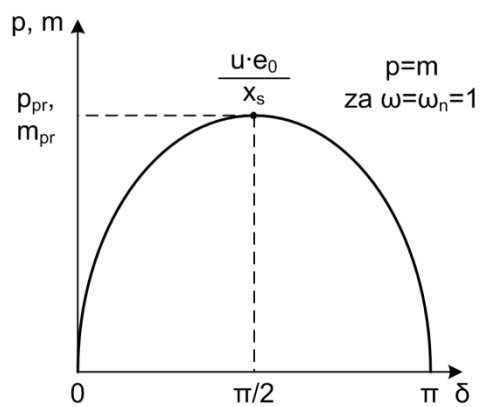
$$e_{01} = \sqrt{0,762^2 + (2 \cdot 1,367)^2 + 2 \cdot 0,762 \cdot 2 \cdot 1,367 \cdot 0,8} = 3,375 [r.j.]$$

Prevalna vrednost aktivne snage u relativnim jedinicama iznosi:

$$p_{pr1} = \frac{u_1 \cdot e_{01}}{x_s} = \frac{0,762 \cdot 3,375}{2} = 1,286 [r.j.]$$

a u apsolutnim jedinicama:

$$P_{pr1} = p_{pr1} \cdot S_b = 1,286 \cdot 16 = 20,58 [MW]$$



Slika 11.2. Relativne vrednosti snage i momenta su iste za nazivnu sinhronu brzinu obrtanja.

Zadatak 12. Trofazni sinhroni motor u spoju zvezda priključen je na mrežu napona 6000 V i ima sinhronu reaktansu 6,6 Ω. U jednom pogonskom stanju motor uzima iz mreže snagu 2500 kW, a pobuda je podešena tako da je indukovani napon praznog hoda po fazi 4500 V. Nacrtati odgovarajući vektorski dijagram i izračunati struju koju motor uzima iz mreže i faktor snage za dato pogonsko stanje.

Rešenje:

Naponska jednačina sinhronog motora sa cilindričnim rotorom u kompleksnom domenu glasi:

$$\mathbf{U}_f = \mathbf{E}_{0f} + \mathbf{j}X_s \mathbf{I}_f$$

Pa za indukovanu elektromotornu silu praznog hoda važi:

$$\mathbf{E}_{0f} = \mathbf{U}_f - \mathbf{j}X_s \mathbf{I}_f$$

Da bi se nacrtao odgovarajući vektorski dijagram napona, treba utvrditi da li je generator u nadpobuđenom ili potpobuđenom režimu. To možemo zaključiti na osnovu odnosa indukovane elektromotorne sile i napona mreže. Kako je fazna vrednost napona generatora, zbog sprege zvezda, jednaka:

$$U_f = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{6000}{\sqrt{3}} = 3464,1[V]$$

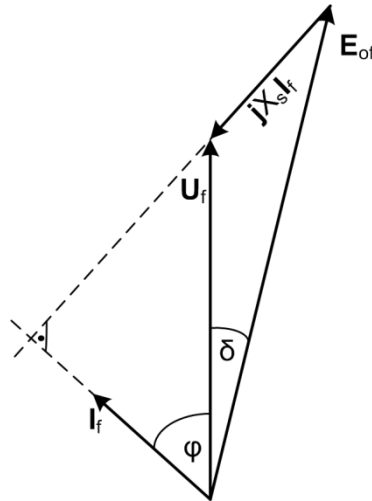
A struja pobude podešena na vrednost tako da je indukovana elektromotorna sila usled pobude po fazi jednaka $E_{0f}=4500$ V, pri čemu je:

$$E_{0f} = 4500 > 3464,1 = U_f$$

može se pretpostaviti da motor radi u nadpobuđenom režimu. Motor proizvodi reaktivnu snagu prema mreži kada je tačno zadovoljen uslov:

$$E_{0f} \cdot \cos \delta > U_f \quad \left(\text{jer } Q = \frac{3 \cdot U_f \cdot (E_{0f} \cdot \cos \delta - U_f)}{X_s} \right)$$

Ali imajući u vidu relativno male uglove opterećenja, δ , u normalnom režimu motora, to se približno svodi na uslov $E_{0f} > U_f$. Vektorski dijagram napona motora u datom režimu, ilustrovan je na slici 12.1. Jasno se uočava da kada je $E_{0f} > U_f$, struja I_f prednjači naponu, odnosno faktor snage je kapacitivan i motor proizvodi reaktivnu snagu.



Slika 12.1. Vektorski dijagram napona sinhronog motora u nadpobuđenom režimu rada.

Ugao opterećenja u datom režimu se može odrediti na osnovu izraza za aktivnu snagu:

$$P = \frac{3 \cdot U_f \cdot E_{0f}}{X_s} \cdot \sin \delta$$

$$\sin \delta = \frac{P \cdot X_s}{3 \cdot U_f \cdot E_{0f}} = \frac{2500 \cdot 10^3 \cdot 6,6}{3 \cdot 3464,1 \cdot 4500} = 0,3528$$

$$\delta = \arcsin(0,3528) = 20,66^\circ$$

Ako se na vektorskom dijagramu uoči trougao sa stranicama E_{0f} , U_f i $X_s I_f$, gde su poznate vrednosti E_{0f} i U_f kao i ugao opterećenja δ koji zaklapaju i koji smo prethodno odredili, može se na osnovu kosinusne teoreme zapisati:

$$(X_s \cdot I_f)^2 = U_f^2 + E_{0f}^2 - 2 \cdot U_f \cdot E_{0f} \cdot \cos \delta$$

Odakle se može naći tražena vrednost struje motora:

$$I = I_f = \frac{\sqrt{U_f^2 + E_{0f}^2 - 2 \cdot U_f \cdot E_{0f} \cdot \cos \delta}}{X_s} =$$

$$= \frac{\sqrt{3464,1^2 + 4500^2 - 2 \cdot 3464,1 \cdot 4500 \cdot \cos(20,66^\circ)}}{6,6} = 265,8 [A]$$

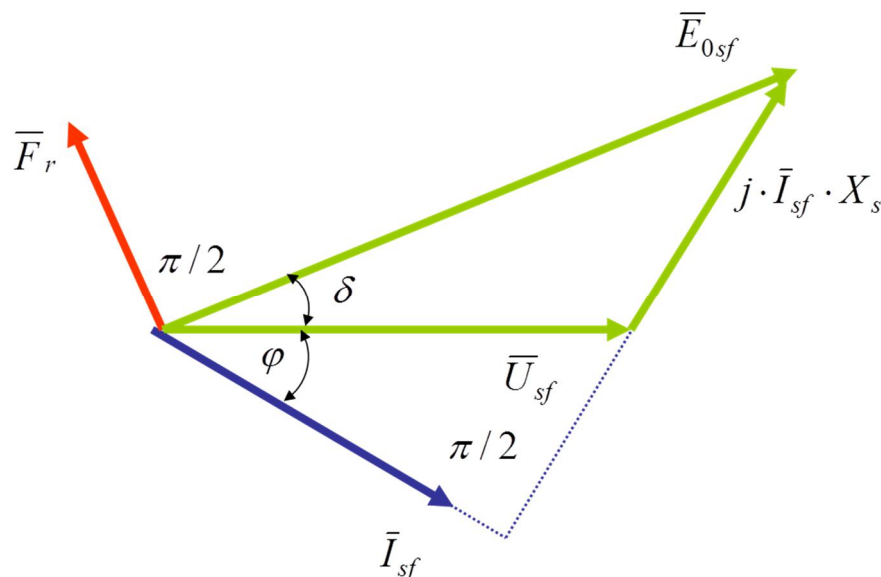
Faktor snage u datom režimu se dobija kao odnos aktivne i prividne snage, i iznosi:

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{P}{3 \cdot U_f \cdot I_f} = \frac{2500 \cdot 10^3}{3 \cdot 3464,1 \cdot 265,8} = 0,905 \text{ cap.}$$

Zadatak 13. Trofazni sinhroni generator u spoju "zvezda" radi paralelno na mreži linijskog napona 380 [V]. Generator daje struju 100 [A] uz induktivni faktor snage 0,707 [ind.], pri čemu je vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda po fazi 250 [V]. Koliko iznosi struja i faktor snage ovog generatora ako snagu pogonske mašine povećamo za 50%, a pobudu smanjimo na polovinu?

Rešenje:

Vektorski dijagram sinhronog generatora kada radi u nadpobuđenom režimu, odnosno sa induktivnim faktorom snage pri čemu generiše reaktivnu snagu u mrežu, prikazan je na slici 13.1. Pri tome vektorski dijagram u razmatranje uzima indukovanu elektromotornu silu praznog hoda koja je posledica samo fluksa rotora, odnosno magnetopobudne sile rotora F_r (koja prednjači za 90° u odnosu na indukovanu elektromotornu silu). Pri tome pad napona na statorkom namotaju usled struje statora posledica je uglavnom sinhronne reaktanse X_s (otpor namotaja statora R_s je obično zanemarivo mali u odnosu na X_s) koja pored reaktanse rasipanja uključuje i reaktansu reakcije indukta (statora).



Slika 13.1. Vektorski dijagram sinhronog generatora u nadpobuđenom režimu rada.

Na osnovu vektorskog dijagrama, ako se uoči trougao električnih sila koga čine: napon mreže, indukovana elektromotorna sila praznog hoda i pad napona na sinhronoj reaktansi, može se zapisati sledeći izraz za indukovanu elektromotornu silu praznog hoda:

$$E_{0sf} = \sqrt{[U_{sf} \cdot \cos(\varphi)]^2 + [U_{sf} \cdot \sin(\varphi) + I_{sf} \cdot X_s]^2}$$

Slično, za isti trougao napona može se na osnovu kosinusne teoreme zapisati:

$$(I_{sf} \cdot X_s)^2 = U_{sf}^2 + E_{0sf}^2 - 2 \cdot U_{sf} \cdot E_{0sf} \cdot \cos(\delta)$$

Po uslovu zadatka struja pobude se smanjila na polovinu u drugom režimu rada (ovde označenom sa prim u oznakama veličina), tako da će i indukovana elektromotorna sila praznog hoda pasti na polovinu svoje vrednosti u odnosu na prvi režim. Ovo važi pretpostavljajući linearno magnetno kolo, u nedostatku stvarne karakteristike praznog hoda. Stoga je:

$$I_p' = 0,5 \cdot I_p$$

$$E_{0sf}' = 0,5 \cdot E_{0sf} = 0,5 \cdot 250 = 125[V]$$

Uslov zadatka je i da je snaga pogonske mašine povećana za 50%. To ujedno znači uz zanemarenje gubitaka snage da će i izlazna električna snaga biti 50% veća u drugom slučaju:

$$P' = 1,5 \cdot P$$

Na osnovu poznatih ugaonih karakteristika aktivne snage sinhronog generatora sa cilindričnim rotorom, ovaj uslov se može zapisati na sledeći način:

$$\frac{3 \cdot E_{0sf}' \cdot U_{sf} \cdot \sin \delta'}{X_s} = 1,5 \cdot \frac{3 \cdot E_{0sf} \cdot U_{sf} \cdot \sin \delta}{X_s}$$

Odatle sledi, uvažavajući odnos struja pobude, odnosno indukovanih elektromotornih sila praznog hoda da je:

$$E_{0sf}' \cdot U_{sf} \cdot \sin \delta' = 0,5 \cdot E_{0sf} \cdot U_{sf} \cdot \sin \delta' = 1,5 \cdot E_{0sf} \cdot U_{sf} \cdot \sin \delta$$

Pa je odnos uglova opterećenja generatora u ta dva režima definisan sa:

$$\sin \delta' = 3 \cdot \sin \delta$$

Na osnovu prethodnih relacija i zaključaka možemo izračunati aktivnu snagu opterećenja generatora kao i njegovu sinhronu reaktansu koja nije data u postavci zadatka:

$$U_{sf} = \frac{U_s}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220[V]$$

$$\cos(\varphi) = 0,707$$

$$\sin(\varphi) = \sqrt{1 - [\cos(\varphi)]^2} = \sqrt{1 - 0,707^2} = 0,707[]$$

$$E_{0sf} = \sqrt{[U_{sf} \cdot \cos(\varphi)]^2 + [U_{sf} \cdot \sin(\varphi) + I_{sf} \cdot X_s]^2}$$

$$X_s = \frac{\sqrt{E_{0sf}^2 - [U_{sf} \cdot \cos(\varphi)]^2} - U_{sf} \cdot \sin(\varphi)}{I_{sf}} =$$

$$= \frac{\sqrt{250^2 - [220 \cdot 0,707]^2} - 220 \cdot 0,707}{100} = 0,401825[\Omega]$$

$$P = 3 \cdot U_{sf} \cdot I_{sf} \cdot \cos(\varphi) = 3 \cdot 220 \cdot 100 \cdot 0,707 = 46662[W]$$

Na osnovu izračunate snage i ostalih poznatih podataka možemo dobiti koliko iznosi ugao opterećenja, odnosno sinus ugla opterećenja:

$$\sin \delta = \frac{P \cdot X_s}{3 \cdot E_{0sf} \cdot U_{sf}} = \frac{46662 \cdot 0,401825}{3 \cdot 250 \cdot 220} = 0,1136361[]$$

Prethodno je zaključeno da će ta vrednost biti 3 puta veća u drugom posmatranom režimu:

$$\sin \delta' = 3 \cdot \sin \delta = 3 \cdot 0,11363611 = 0,34090833 []$$

Na osnovu vektorskog dijagrama, uočavanjem odgovarajućeg trougla napona i primenom kosinusne teoreme, možemo izračunati struju generator za drugi režim:

$$\begin{aligned} \cos(\delta') &= \sqrt{1 - [\sin(\delta')]^2} = \sqrt{1 - 0,34090833^2} = 0,9400965 [] \\ (I_{sf}' \cdot X_s)^2 &= U_{sf}^2 + E_{0sf}'^2 - 2 \cdot U_{sf} \cdot E_{0sf}' \cdot \cos(\delta') \\ I_{sf}' &= \frac{\sqrt{U_{sf}^2 + E_{0sf}'^2 - 2 \cdot U_{sf} \cdot E_{0sf}' \cdot \cos(\delta')}}{X_s} = \\ &= \frac{\sqrt{220^2 + 125^2 - 2 \cdot 220 \cdot 125 \cdot 0,9400965}}{0,401825} = 276,22499 [A] \end{aligned}$$

Aktivna snaga opterećenja je po uslovu zadatka za 50% veća, pa je faktor snage generatora u drugom režimu:

$$\begin{aligned} P' &= 3 \cdot U_{sf} \cdot I_{sf}' \cdot \cos(\varphi') = 1,5 \cdot P = 1,5 \cdot 46662 = 69993 [W] \\ \cos(\varphi') &= \frac{P'}{3 \cdot U_{sf} \cdot I_{sf}'} = \frac{69993}{3 \cdot 220 \cdot 276,22499} = 0,393926 [] \end{aligned}$$

Zadatak 14. Trofazni sinhroni motor u spoju zvezda priključen je na mrežu linijskog napona 380 [V] i frekvencije 50 [Hz] i uz sinhronu reaktansu 0,2 [Ω] uzima struju 300 [A] pri faktoru snage 0,5 [ind.]. Struja pobude je 100 [A]. Kolika treba da bude pobuda ovog motora da bi uz isto aktivno opterećenje radio sa faktorom snage 0,865 [kap.].

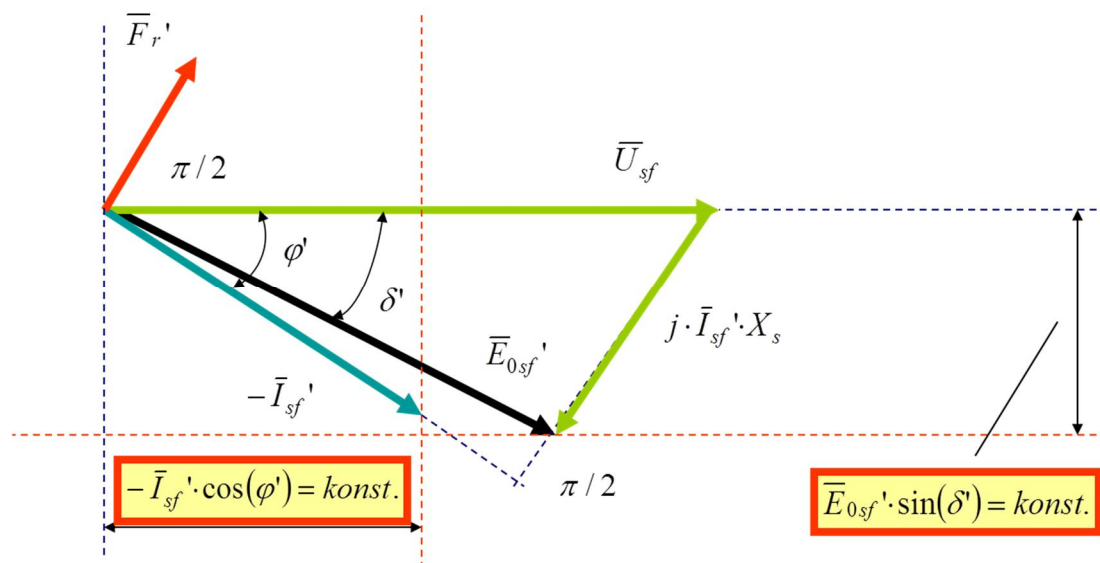
Rešenje:

Vektorski dijagram podpobuđenog sinhronog motora sa cilindričnim rotorom kada radi sa induktivnim faktorom snage i kada uzima reaktivnu snagu iz mreže, prikazan je na slici 14.1. Sinhroni motor će uzimati reaktivnu snagu kada je slabo pobuđen, odnosno kada važi (sa prim je označen prvi režim; motor uzima reaktivnu snagu):

$$F_r' < F_r$$

$$E_{0sf}' < U_{sf}$$

Na vektorskom dijagramu su posebno naznačene veličine koje moraju da ostanu iste ukoliko nije došlo do promene aktivnog opterećenja (u slučaju motora moment opterećenja na vratilu). Aktivna komponenta struje motora, $I \cdot \cos \varphi$, kao i proizvod indukovane elektromotorne sile praznog hoda i sinusa ugla opterećenja, $E_0 \cdot \sin \delta$, kojima je srazmerna aktivna snaga tada ostaju konstantni.



Slika 14.1. Vektorski dijagram sinhronog motora kada uzima reaktivnu snagu iz izvora (induktivan faktor snage).

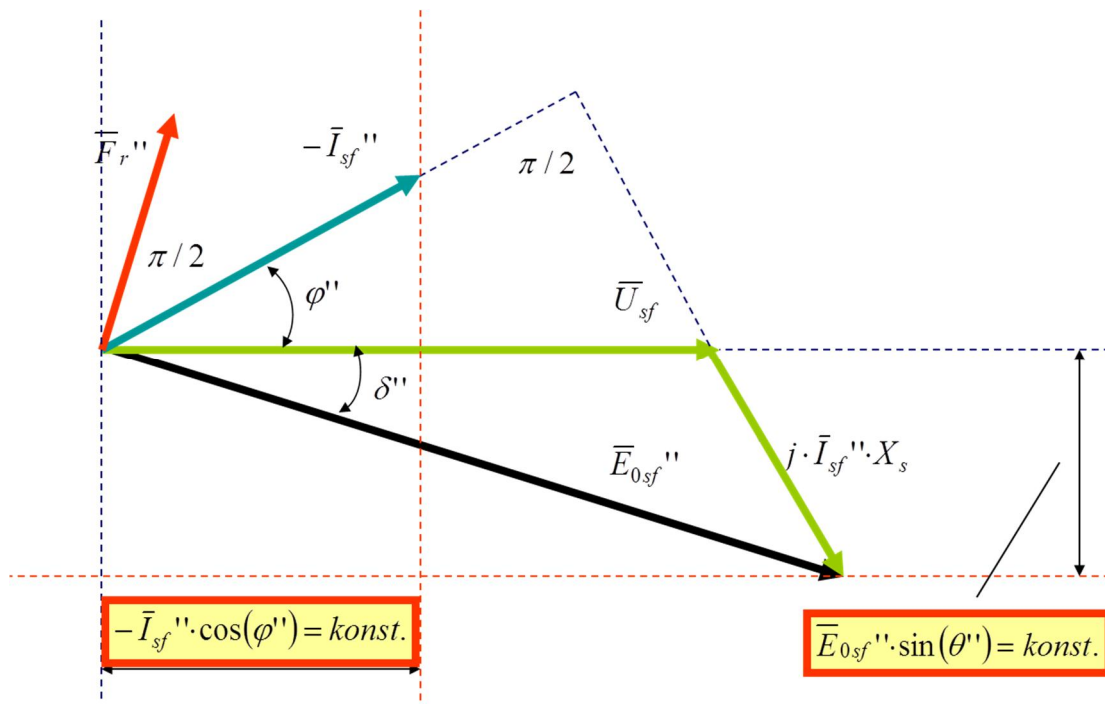
Sa druge strane, vektorski dijagram nadpobuđenog sinhronog motora sa cilindričnim rotorom kada radi sa kapacitivnim faktorom snage i kada daje reaktivnu snagu mreži iz koje se napaja, prikazan je na slici 14.2. Sinhroni motor će predavati reaktivnu snagu izvoru kada je slabo preuzbuđen (pri većim strujama pobude), odnosno kada važi (sa " je označen drugi režim):

$$F_r'' > F_r$$

$$E_{0sf}'' > U_{sf}$$

Odnos indukovane elektromotorne sile praznog hoda i napona mreže, udešava se promenom struje pobude, jer grubo važi uz zanemarenje zasićenja magnetnog kola da je:

$$I_p'' = I_p' \cdot \frac{E_{0sf}''}{E_{0sf}'}$$



Slika 14.2. Vektorski dijagram sinhronog motora kada predaje reaktivnu snagu izvoru (kapacitivan faktor snage).

Za prvi slučaj, kada generator radi sa induktivnim faktorom snage na osnovu date vrednosti struje opterećenja i faktora snage, može se zapisati kompleksni oblik struje statora:

$$\begin{aligned} -\bar{I}_{sf}' &= |I_{sf}'| \cdot (\cos \varphi' - j \cdot \sin \varphi') = |I_{sf}'| \cdot (\cos \varphi' - j \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \varphi'}) = \\ &= 300 \cdot (0,5 - j \cdot \sqrt{1 - 0,5^2}) = (150 - j \cdot 259,808) [A] \end{aligned}$$

Indukovana elektromotorna sila praznog hoda jednaka je (vektorskoj) razlici napona mreže i pada napona na sinhronoj reaktansi, pa je njena kompleksna vrednost:

$$\begin{aligned} \bar{E}_{0sf}' &= \bar{U}_{sf}' + j \cdot \bar{I}_{sf}' \cdot X_s = 220 + j \cdot (-150 + j \cdot 259,808) \cdot 0,2 = \\ &= (163,038 - j \cdot 30) [V] \end{aligned}$$

Efektivna vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda u prvom režimu iznosi:

$$|E_{0sf}'| = \sqrt{163,038^2 + 30^2} = 170,695 [V]$$

Realna, aktivna komponenta struje statora (u fazi sa naponom) u prvom slučaju iznosi:

$$\operatorname{Re}(-\bar{I}_{sf}') = \operatorname{Re}(-\bar{I}_{sf}'') = 150 [A]$$

i mora ostati ista i u drugom režimu jer je po uslovu zadatka aktivna snaga ostala nepromenjena (kao i napon mreže; kruta mreža).

Imaginarnu, reaktivnu komponentu struje statora (sa faznim stavom 90° u odnosu na napon) u drugom režimu možemo dobiti na osnovu poznatog faktora snage kao:

$$\begin{aligned}\operatorname{Im}(-\bar{I}_{sf}'') &= \operatorname{Re}(-\bar{I}_{sf}'') \cdot \tan \varphi'' = \operatorname{Re}(-\bar{I}_{sf}'') \cdot \frac{\sin \varphi''}{\cos \varphi''} = \\ &= \operatorname{Re}(-\bar{I}_{sf}'') \cdot \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi''}}{\cos \varphi''} = 150 \cdot \frac{\sqrt{1 - 0,865^2}}{0,865} = 87,012[A]\end{aligned}$$

Stoga je kompleksna vrednost struje opterećenja generatora u drugom režimu:

$$-\bar{I}_{sf}'' = (150 + j \cdot 87,012)[A]$$

Indukovanu elektromotornu silu praznog hoda dobijamo kao i u prvom slučaju, kao (vektorsku) razliku napona mreže i pada napona na sinhronoj reaktansi:

$$\begin{aligned}\bar{E}_{0sf}'' &= \bar{U}_{sf}'' + j \cdot \bar{I}_{sf}'' \cdot X_s = 220 + j \cdot (-150 - j \cdot 87,012) \cdot 0,2 = \\ &= (237,402 - j \cdot 30)[V]\end{aligned}$$

Njena efektivna vrednost iznosi:

$$|E_{0sf}''| = \sqrt{237,402^2 + 30^2} = 239,29[V]$$

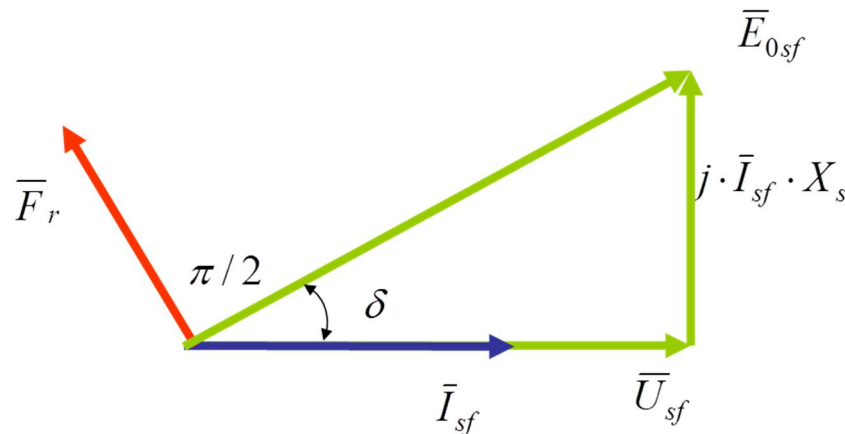
Poznajući vrednost pobudne struje i indukovane elektromotorne sile praznog hoda u prvom režimu, kao i elektromotorne sile u drugom režimu, pretpostavljajući linearno magnetno kolo (zanemarujući saturaciju) može se odrediti tražena vrednost struje pobude potrebna da se ostvari željeni kapacitivni režim rada:

$$I_p'' = I_p' \cdot \frac{E_{0sf}''}{E_{0sf}'} = 100 \cdot \frac{239,29}{170,695} = 140,186[A]$$

Zadatak 15. Trofazni četvoropolni sinhroni generator u spoju "zvezda" daje struju 115,5 [A] uz jedinični faktor snage i pri frekvenciji mreže 50 [Hz]. Koliki je proizvedeni sinhroni moment, sinhronizirajući moment i korisna snaga generatora ako su poznati sinhrona reaktansa 1,2 [Ω] i ugao opterećenja 32,2 [$^\circ$].

Rešenje:

Vektorski dijagram sinhronog generatora kada radi sa jediničnim faktorom snage, odnosno kada su napon i struja generatora u fazi, prikazan je na slici 15.1.



Slika 15.1. Vektorski dijagram sinhronog generatora sa cilindričnim rotorom kada radi sa jediničnim faktorom snage.

Na osnovu poznate ugaone karakteristike aktivne snage sinhronog generatora sa cilindričnim rotorom, uvažavajući da elektromagnetni moment možemo dobiti kao količnik snage i ugaone brzine, izraz za proizvedeni sinhroni moment glasi:

$$M = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{3 \cdot U_{sf} \cdot E_{0sf} \cdot \sin \delta}{n \cdot X_s}$$

U prethodnom izrazu uvrštena je sinhrona brzina izražena u obrtajima u minuti, n. Na osnovu vektorskog dijagrama generatora kada radi sa jediničnim faktorom snage važi da je:

$$E_{0sf} \cdot \sin \delta = I_{sf} \cdot X_s$$

$$\tan \delta = \frac{I_{sf} \cdot X_s}{U_{sf}}$$

$$U_{sf} = \frac{I_{sf} \cdot X_s}{\tan \delta}$$

Sređivanjem izraza za sinhroni moment može se izračunati njegova vrednost u datom režimu:

$$M = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{q \cdot U_{sf} \cdot E_{0sf} \cdot \sin \delta}{n \cdot X_s} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{q}{n \cdot X_s} \cdot \frac{I_{sf} \cdot X_s}{\tan \delta} \cdot I_{sf} \cdot X_s =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{30}{\pi} \cdot \frac{q \cdot I_{sf}^2 \cdot X_s}{60 \cdot f \cdot \tan \delta} = \frac{q \cdot p \cdot I_{sf}^2 \cdot X_s}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot \tan \delta} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 115,5^2 \cdot 1,2}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot \tan(32,2^\circ)} = \\
&\quad p \\
&= 485,500 [Nm]
\end{aligned}$$

Korisnu snagu (zanemarujući gubitke u mašini) možemo dobiti kao proizvod sinhronog momenta i sinhrone ugaone brzine generatora:

$$\begin{aligned}
P &= \frac{\pi}{30} \cdot M \cdot n = \frac{\pi}{30} \cdot M \cdot \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot M}{p} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 485,5}{2} = \\
&= 7262 [W]
\end{aligned}$$

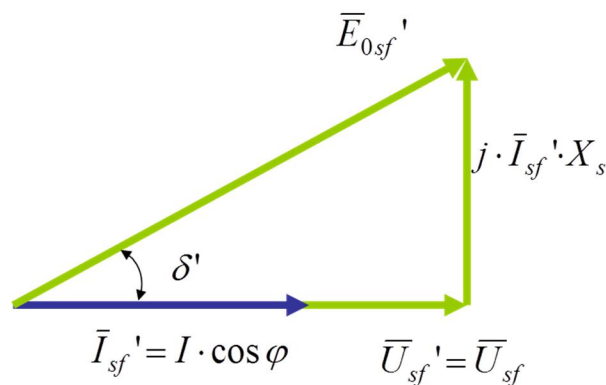
Sinhronizirajući moment predstavlja vrednost izvoda karakteristike sinhronog momenta za dati ugao opterećenja. Ova vrednost karakteriše na neki način sposobnost generatora da odgovori na poremećaj opterećenja. Što je njegova vrednost veća to generator može stabilnije i brže da odgovori na veću promenu opterećenja, odnosno veća je šansa da generator ostane u sinhronizmu sa mrežom. Za dati režim rada, odnosno za dati ugao opterećenja vrednost sinhronizirajućeg momenta iznosi:

$$\begin{aligned}
M_S &= \frac{dM}{d\theta} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{3 \cdot U_{sf} \cdot E_{0sf}}{n \cdot X_s} \cdot \frac{d}{d\delta} (\sin \delta) = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{3 \cdot U_{sf} \cdot E_{0sf} \cdot \cos \delta}{n \cdot X_s} = \\
&= \frac{30}{\pi} \cdot \frac{3 \cdot U_{sf} \cdot E_{0sf} \cdot \cos \delta}{n \cdot X_s} \cdot \frac{\sin \delta}{\sin \delta} = M \cdot \frac{\cos \delta}{\sin \delta} = \frac{M}{\tan \delta} = \\
&= \frac{485,5}{\tan(22^\circ)} = 770,960 [Nm]
\end{aligned}$$

Zadatak 16. Dva jednaka šestopolna trofazna sinhrona generatora, u spoju "zvezda" linijskog napona 380 [V] napajaju potrošač u paralelnom radu, koji uzima struju 100 [A] uz faktor snage 0,8 i frekvenciju mreže 50 [Hz]. Generatori su pobuđeni tako da jedan daje aktivnu, a drugi reaktivnu struju potrošaču. Koliki su sinhronizirajući momenti ovih generatora ako je sinhrona reaktansa 0,8 [Ω].

Rešenje:

Vektorski dijagram napona prvog generatora koji odaje samo aktivnu snagu, prikazan je na slici 16.1. Kod njega važi da su napon i struja međusobno u fazi (vektorski reprezentirani su na istom pravcu; u istom položaju). Ako je ukupna struja potrošača I , a njegov faktor snage $\cos\varphi$, onda je struja prvog generatora koji mu predaje samo aktivnu snagu jednaka njihovom proizvodu $I \cdot \cos\varphi$, što je naglašeno na slici.



Slika 16.1. Vektorski dijagram napona prvog generatora koji predaje samo aktivnu snagu potrošaču.

Sinhronizirajući moment prvog generatora iznosi:

$$M_S' = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{3 \cdot U_{sf}' \cdot E_{0sf}' \cdot \cos \delta'}{n \cdot X_s}$$

Na osnovu vektorskog dijagrama za prvi generator važi sledeća relacija:

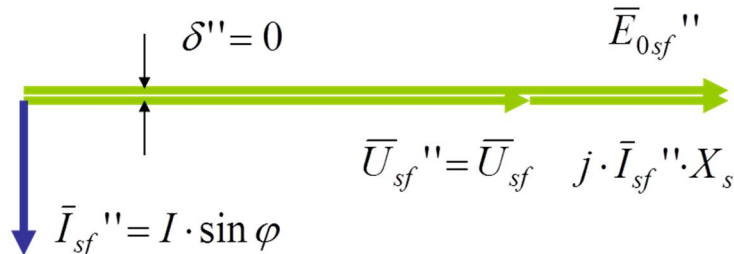
$$E_{0sf}' \cdot \cos \delta' = U_{sf}' = U_{sf}$$

Proizvod indukovane elektromotorne sile praznog hoda i kosinusa ugla opterećenja se upravo pojavljuje u izrazu za sinhronizirajući moment, pa se njegova vrednost može izračunati za prvi generator:

$$\begin{aligned} M_S' &= \frac{30}{\pi} \cdot \frac{3 \cdot U_{sf}'^2}{n \cdot X_s} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{3 \cdot U_{sf}'^2}{\frac{60 \cdot f}{p} \cdot X_s} = \frac{3 \cdot p \cdot U_{sf}'^2}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_s} = \\ &= \frac{3 \cdot 3 \cdot 220^2}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,8} = 1733,197 [\text{Nm}] \end{aligned}$$

Vektorski dijagram napona drugog generatora koji odaje samo reaktivnu snagu, prikazan je na slici 16.2. Kod njega važi da fazni napon i fazna struja međusobno zauzimaju fazni stav 90° , pri

čemu struja kasni za naponom jer je rečeno da je dat potrošač koji troši reaktivnu snagu. Stoga je struja drugog generatora koji mu predaje samo reaktivnu snagu jednaka proizvodu ukupne struje i sinusa faznog stava struje u odnosu na napon potrošača, tj. $I \cdot \sin \varphi$, što je naglašeno na slici. Ugao opterećenja ovog generatora je jednak nuli, zato što nije opterećen aktivnom snagom po uslovu zadatka.



Slika 16.2. Vektorski dijagram napona drugog generatora koji predaje samo reaktivnu snagu potrošaču.

Sinhronizirajući moment drugog generatora iznosi:

$$M_S'' = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{3 \cdot U_{sf}'' \cdot E_{0sf}'' \cdot \cos \delta''}{n \cdot X_s}$$

Indukovanu elektromotornu silu praznog hoda drugog generatora možemo izračunati na osnovu njegovog vektorskog dijagrama, gde se vidi da je jednaka algebarskom zbiru napona mreže i pada napona na sinhronoj reaktansi:

$$\begin{aligned} E_{0sf}'' &= U_{sf}'' + I_{sf}'' \cdot X_s = U_{sf} + I \cdot \sin \varphi \cdot X_s = U_{sf} + I \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} \cdot X_s = \\ &= 220 + 100 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} \cdot 0,8 = 268 [V] \end{aligned}$$

Kako je ugao opterećenja drugog generator jednak nuli, to tražena vrednost sinhronizirajućeg momenta iznosi:

$$\begin{aligned} \delta = 0 &\rightarrow \cos \delta = 1 \\ M_S'' &= \frac{30}{\pi} \cdot \frac{3 \cdot U_{sf} \cdot E_{0sf}''}{n \cdot X_s} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{3 \cdot U_{sf} \cdot E_{0sf}''}{\frac{60 \cdot f}{p} \cdot X_s} = \frac{3 \cdot p \cdot U_{sf} \cdot E_{0sf}''}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_s} = \\ &= \frac{3 \cdot 3 \cdot 220 \cdot 268}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,8} = 2111,349 [Nm] \end{aligned}$$

Zadatak 17. Koliki mehanički moment razvija pogonska mašina šestopolnog sinhronog generatora, koji mreži linijskog napona 380 [V] i frekvencije 50 [Hz] daje struju 100 [A] uz faktor snage 0,8. Pri tome ima gubitke u gvožđu 2500 [W] i gubitke usled trenja i ventilacije 1000 [W]. Fazni namotaji su vezani u zvezdu i imaju otpor po fazi 0,1 [Ω].

Rešenje:

Fazni napon generatora iznosi:

$$U_{sf} = \frac{U_s}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220[V]$$

Izlazna, električna snaga generatora za dati napon mreže, struju opterećenja i faktor snage iznosi:

$$P = 3 \cdot U_{sf} \cdot I_{sf} \cdot \cos \varphi = 3 \cdot 220 \cdot 100 \cdot 0,8 = 52800[W] = 52,8[kW]$$

Gubitke u bakru statora možemo izračunati na osnovu datih vrednosti otpora po fazi statora i struje opterećenja (zanemarujući dodatne gubitke; poistovećujemo ih sa Džulovim gubicima):

$$P_{Cus} = 3 \cdot R_s \cdot I_{sf}^2 = 3 \cdot 0,1 \cdot 100^2 = 3000[W] = 3[kW]$$

Ukupni gubici snage sinhronog generatora jednaki su zbiru gubitaka u pobudnom (rotorskom) kolu, gubitaka u bakru statora, gubitaka u gvožđu i mehaničkih gubitaka. Kako gubici pobude nisu dati, a znamo da su obično oko svega 1% nominalne snage generator, ovde će se zanemariti, pa je ukupna snaga gubitaka za dati režim rada jednaka:

$$P_g = P_{Cur} + P_{Cus} + P_{Fe} + P_{trv} = 0 + 3000 + 2500 + 1000 = 6500[W] = 6,5[kW]$$

Ulazna, mehanička snaga generatora jednaka je zbiru izlazne električne snage i ukupne snage gubitaka:

$$P_M = P + P_g = 52800 + 6500 = 59300[W] = 59,33[kW]$$

Stoga mehanički moment sinhronog generatora, ujedno i traženi moment pogonske mašine iznosi:

$$M = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{P_M}{n} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{P_M}{60 \cdot f} = \frac{p \cdot P_M}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{3 \cdot 59300}{2 \cdot \pi \cdot 50} = 566,273[Nm]$$

Zadatak 18. Sinhroni generator sa nazivnim podacima 20 MVA, 12,2 kV, $\cos\varphi=0,8\text{ind.}$, 60 Hz, Y, ima zanemarivi otpor namotaja i sinhronu reaktansu 1,1 r.j. Generator je vezan na krutu mrežu 12,2 kV, 60 Hz.

- Koliko iznosi indukovana elektromotorna sila po fazi i ugao opterećenja ovog generatora u nazivnom režimu?
- Pretpostavite da generator najpre radi u nazivnom režimu. Ako se pobudni fluks zatim smanji za 5 %, kolika će biti nova struja (efektivna vrednost i fazni stav) po fazi ovog generatora? Nacrtajte i odgovarajući vektorski dijagram pre i posle smanjenja fluksa (u okviru iste slike), a da što preciznije obuhvatite pojave u generatoru pri takvoj intervenciji.

Rešenje:

a) Nazivni fazni napon generatora iznosi:

$$U_f = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{12,2 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} = 7043,7[V] \quad (Y \text{ sprega})$$

Bazna impendansa ovog generatora iznosi:

$$Z_b = \frac{U_b}{I_b} = \frac{U_{fn}}{I_{fn}} = \frac{U_{fn}}{\frac{S_n}{3 \cdot U_{fn}}} = \frac{3 \cdot U_{fn}^2}{S_n} = \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{(12,2 \cdot 10^3)^2}{20 \cdot 10^6} = 7,442[\Omega]$$

Pa je sinhrona reaktansa u apsolutnim jedinicama jednaka:

$$X_S = x_S \cdot Z_b = 1,1 \cdot 7,442 = 8,186[\Omega]$$

Nazivna struja generatora iznosi:

$$I_{fn} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{20 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 12,2 \cdot 10^3} = 946,5[A]$$

Zadatak možemo rešiti i primenom kompleksnog računa, umesto uobičajenijeg pristupa gde se vektorske jednačine projektuju na različite ortogonalne ose, ili kada se uočavaju odgovarajuće trigonometrijske relacije veličina u vektorskom dijagramu.

Nazivni faktor snage iznosi 0,8ind. tako da vektor struje možemo predstaviti kompleksnom vrednošću (za referentni pravac sa faznim stavom 0 je uzet vertikalni pravac koji se poklapa sa vektorom faznog napona):

$$\mathbf{I}_{fn} = I_{fn} \angle -\arccos(\cos\varphi_n) = 946,5 \angle -\arccos(0,8) = 946,5 \angle -36,87^\circ$$

Negativan predznak za ugao u kompleksnoj predstavi vektora struje, ukazuje da struja kasni za naponom, što je u skladu sa pretpostavljenim induktivnim faktorom snage.

Elektromotorna sila po fazi u nazivnom režimu se u kompleksnom režimu može izračunati (vidi odgovarajući vektorski dijagram):

$$\begin{aligned}E_{0fn} &= U_{fn} + R_s \cdot I_{fn} + j \cdot X_s \cdot I_{fn} \\E_{0f} &= 7043,7 \angle 0^\circ + j \cdot 8,186 \cdot 946,5 \angle -36,87^\circ \\E_{0f} &= 13230 \angle 27,9^\circ\end{aligned}$$

Efektivna vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda po fazi generatora u nazivnom režimu iznosi 13230 V, a ugao opterećenja (što je fazni stav indukovane elektromotorne sile u odnosu na fazni napon pa i referentni pravac) iznosi $27,9^\circ$.

b) Ovde treba zapaziti da je generator priključen na krutu mrežu, tako da napon i frekvencija mreže, U_f i ω , ostaju nepromenjeni. Tada važi da se indukovana elektromotorna sila menja srazmerno sa promenom pobudnog fluksa. Takođe, promena pobudnog fluksa ne utiče na promenu aktivne snage, odnosno aktivna snaga ostaje ista.

Tako indukovanu elektromotornu silu pri bilo kojem fluksu možemo, poredeći sa nekim poznatim režimom (oznaka r - referentni), naći iz izraza:

$$E_{0f} = \left(\frac{\Phi}{\Phi_r} \right) \cdot E_{0fr}$$

Nakon smanjenja fluksa za 5% indukovana elektromotorna sila iznosi:

$$E_{0f1} = \left(\frac{0,95 \cdot \Phi_n}{\Phi_n} \right) \cdot E_{0fn} = 0,95 \cdot 13230 = 12569 [V]$$

Aktivna snaga ostaje nepromenjena pa važi:

$$P = \frac{3 \cdot U_f \cdot E_{0f}}{X_s} \cdot \sin \delta = \text{const.} \Rightarrow E_{0f} \cdot \sin \delta = \text{const.} \Rightarrow E_{0f} \cdot \sin \delta = E_{0fr} \cdot \sin \delta_r$$

Odnosno ugao opterećenja će nakon smanjenja fluksa za 5% porasti na vrednost:

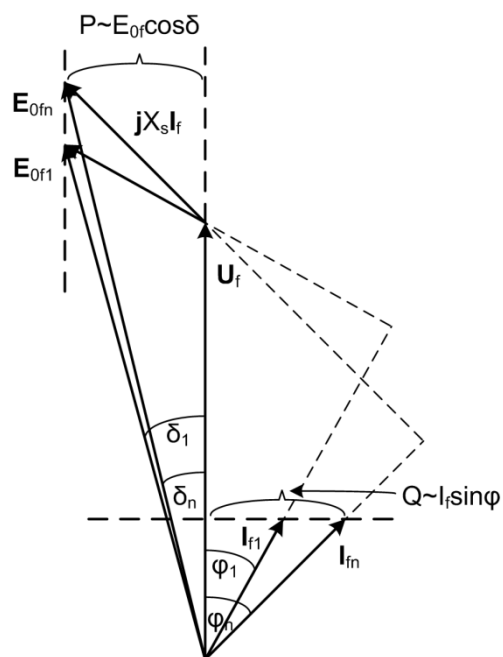
$$\delta_1 = \arcsin \left(\frac{E_{0fn}}{E_{0f1}} \cdot \sin \delta_n \right) = \arcsin \left(\frac{13230}{12569} \cdot \sin 27,9^\circ \right) = 29,5^\circ$$

Tražena struja po fazi generatora (ujedno i terminalna vrednost zbog sprege zvezda) iznosi:

$$I_1 = \frac{E_{0f1} - U_f}{j \cdot X_s} = \frac{12569 \angle 29,5^\circ - 7044 \angle 0^\circ}{j \cdot 8,186} = 894 \angle -32,2^\circ [A]$$

Efektivna vrednost struje u novom režimu će biti 894 A, a fazni stav struje i faktor snage - $32,2^\circ$ i 0,846ind. Jasno je da je efektivna vrednost struje smanjena, a faktor snage povećan, jer je smanjenjem pobudnog fluksa smanjena i proizvodnja reaktivne snage.

Traženi odgovarajući vektorski dijagram dat je na slici. Vrhovi struja I_{f1} i I_{fn} , pre i posle smanjenja fluksa, treba da su na istoj horizontali jer aktivna snaga ostaje nepromenjena, a važi da je $P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi$ (odnosno $I_f \cdot \cos \varphi = \text{const.}$, a to je vertikalna udaljenost koordinatnog početka od vrha I_f). Slično važi i za E_{0f1} i E_{0fn} , treba da su na istoj vertikalni jer aktivna snaga ostaje nepromenjena tj. $E_f \cdot \sin \delta = \text{const.}$ (a to je horizontalna udaljenost pravca U_f i vrha E_{0f}).



Slika 18.1. Vektorski dijagram pre i posle smanjenja pobudne struje.

Zadatak 19. Sinhroni motor sa isturenim polovima ima podatke: 2000 hp, 2300 V, podužna sinhrona reaktansa $1,95 \Omega$, poprečna sinhrona reaktansa $1,4 \Omega$. Zanemarujući sve gubitke, izračunajte maksimalnu mehaničku snagu kojom se dati motor može opteretiti ako je priključen na krutu mrežu nazivnog napona i frekvencije i ako se pobuda drži na konstantnoj vrednosti koja rezultuje jedničnim faktorom snage pri nazivnom opterećenju. Takođe izračunajte vrednost ugla opterećenja koja odgovara tom režimu rada (maksimalnoj snazi).

Rešenje:

Prvi korak je da se izračuna indukovana elektromotorna praznog hoda sinhronog motora u datom režimu kada je priključen na nominalan napon i nominalno opterećenje na vratilu, i kada je pobuda podešena tako da radi sa jediničnim faktorom snage. Kako je priključeni napon $U_n=2300$ V, a a namotaj statora sinhronog motora vezan u zvezdu to je fazni napon jednak:

$$U_{fn} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{2300}{\sqrt{3}} = 1327,9[V]$$

Nominalna struja opterećenja na osnovu date vrednosti nominalne snage i napona, pri jediničnom faktoru snage iznosi:

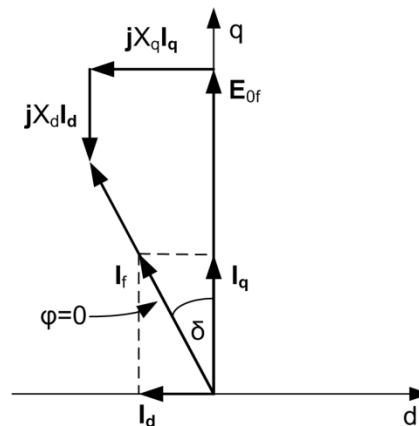
$$I_{fn} = I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi} = \frac{2000 \cdot 735}{\sqrt{3} \cdot 2300 \cdot 1} = 369[A]$$

Fazorski dijagram sinhronog motora sa isturenim polovima u posmatranom režimu, ilustrovan je na slici 19.1. Jedina ključna razlika između fazorskog dijagrama za motor i generator je što struja opterećenja I_f predstavlja ulaznu struju motora, odnosno izabran je motorski referentni smer za struju I_f (od mreže prema motoru). Stoga naponska jednačina za statorsko kolo sinhronog motora, uzimajući u obzir motorski smer struje i zanemarujući statorsku otpornost, glasi:

$$\begin{aligned} U_f &= E_{0f} + \mathbf{j} \cdot X_d \cdot \mathbf{I}_d + \mathbf{j} \cdot X_q \cdot \mathbf{I}_q \\ E_{0f} &= U_f - \mathbf{j} \cdot X_d \cdot \mathbf{I}_d - \mathbf{j} \cdot X_q \cdot \mathbf{I}_q \end{aligned}$$

Vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda E_{0f} i ugla opterećenja u datom režimu, mogu se odrediti ako se projektuje fazorski dijagram na dq-ose i uzme u obzir definicija dq-komponenti struje:

$$\begin{aligned} E_{0f} &= U_f \cdot \cos \delta + X_d \cdot I_d \\ U_f \cdot \sin \delta &= X_q \cdot I_q \\ I_d &= I_f \cdot \sin \delta \\ I_q &= I_f \cdot \cos \delta \end{aligned}$$



Slika 19.1. Fazorski dijagram sinhronog motora sa isturenim polovima pri jediničnom faktoru snage.

Ako se definicioni izraz za q-komponentu struje uvrsti u jednačinu dobijenu projekcijom fazorskog dijagrama na d-osu (zameni četvrta jednačina u drugu) dobija se ugao opterećenja:

$$U_f \cdot \sin \delta = X_q \cdot I_f \cdot \cos \delta \Rightarrow \operatorname{tg} \delta = \frac{X_q \cdot I_f}{U_f} = \frac{1,4 \cdot 369}{1327,9} = 0,389 \Rightarrow \delta = 21,26^\circ$$

Sada se može odrediti vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda na osnovu projekcije fazorskog dijagrama na q-osu (prva jednačina) i definicionog izraza za d-komponentu struje:

$$E_{0f} = U_f \cdot \cos \delta + X_d \cdot I_f \cdot \sin \delta = 1327,9 \cdot \cos 21,26^\circ + 1,95 \cdot 369 \cdot \sin 21,26^\circ = 1498,4 [V]$$

Ugaona karakteristika za aktivnu snagu sinhrona mašine sa isturenim polovima ima pored osnovne komponente usled pobude (kao kod sinhrona mašine sa cilindričnim rotorom) i dodatnu reluktantnu komponentu usled različitih reaktansi po d- i q-osi, i glasi:

$$P = 3 \cdot \frac{E_{0f} \cdot U_f}{X_d} \cdot \sin \delta + \frac{3}{2} \cdot U_f^2 \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cdot \sin(2 \cdot \delta)$$

Izraz je dobijen na osnovu ekvivalentne predstave trofazne mašine sa dva fazna namotaja po ortogonalnim d- i q-osama, sa svojim naponima i strujama U_d , I_d i U_q , I_q , redom. Aktivna snaga ekvivalentnom transformacijom mora da ostane nepromenjena te se stoga može izračunati kao:

$$P = 3 \cdot (U_d \cdot I_d + U_q \cdot I_q)$$

gde su: U_d i U_q – dq komponente faznog napona, a I_d i I_q – dq komponente fazne struje sinhrona mašine. Na osnovu projekcija fazorskog dijagrama na dq-ose i odgovarajućih jednačina mogu se izraziti dq-komponente struje kao:

$$I_d = \frac{E_{0f} - U_f \cdot \cos \delta}{X_d}$$

$$I_q = \frac{U_f}{X_q} \cdot \sin \delta$$

Uvrštavajući definicione izraze za dq-napone:

$$U_d = U_f \cdot \sin \delta$$

$$U_q = U_f \cdot \cos \delta$$

i prethodno dobijene izraze za dq-struje u izraz za snagu, dobija se nakon kraćeg sređivanja:

$$P = 3 \cdot \frac{E_{0f} \cdot U_f}{X_d} \cdot \sin \delta + \frac{3}{2} \cdot U_f^2 \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cdot \sin(2 \cdot \delta)$$

U posmatranom režimu, kada je napon mreže nominalan, a indukovana elektromotorna sila jednaka 1327,9 V dobija se ugaona karakteristika za aktivnu snagu:

$$\begin{aligned} P &= 3 \frac{1498,4 \cdot 1327,9}{1,95} \cdot \sin \delta + \frac{3}{2} \cdot 1327,9^2 \left(\frac{1}{1,4} - \frac{1}{1,95} \right) \cdot \sin(2 \cdot \delta) = \\ &= 3061,11 \cdot \sin \delta + 532,87 \cdot \sin(2 \cdot \delta) \text{ [kW]} \end{aligned}$$

Za motorski režim rada ugao opterećenja δ je negativan, i direktno uvrštavanje u izraz za aktivnu snagu (ugaona karakteristika) daće negativan rezultat tj. $P < 0$ što je naravno tačno za motorski režim. Kako znamo da se razmatra sinhroni motor, a ne generator, i da računamo električnu snagu koja dolazi iz mreže koja napaja motor, ignorišemo predznak ugla opterećenja i računamo snagu kao pozitivnu. Pri tome se ima u vidu da je smer snage prema motoru.

U zadatku se traži vrednost maksimalne ulazne snage motora, koja se može dobiti za:

$$\frac{dP}{d\delta} = 0$$

Prvi izvod snage po uglu opterećenja za dati režim rada glasi:

$$\frac{dP}{d\delta} = 3061,11 \cdot \cos \delta + 1065,74 \cdot \cos(2 \cdot \delta)$$

Izjednačavanjem sa nulom i korišćenjem trigonometrijskog identiteta:

$$\cos(2 \cdot \delta) = 2 \cdot \cos^2 \delta - 1$$

dobija se kvadratna jednačina:

$$2131,48 \cdot \cos^2 \delta + 3061,11 \cdot \cos \delta - 1065,74 = 0$$

Rešavanjem jednačine dobija se traženi ugao opterećenja pri kojem motor u datim uslovima uzima iz mreže maksimalnu vrednost aktivne snage:

$$\cos \delta = 0,2897 \Rightarrow \delta = 73,16^{\circ}$$

Maksimalna vrednost snage dobija se uvrštavanjem izračunatog ugla opterećenja u ugaonu karakteristiku:

$$P = 3061,11 \cdot \sin 73,16^{\circ} + 532,87 \cdot \sin(2 \cdot 73,16^{\circ}) = 3225,35 [kW]$$

Zadatak 20. Trofazni sinhroni hidrogenerator radi priključen na krutu mrežu nazivnog napona i učestanosti. Generator predaje u mrežu snagu od 1,5 MVA pri induktivnom faktoru snage 0,8. Odrediti:

- aktivnu snagu, struju, elektromotornu silu i ugao opterećenja u ovom režimu.
- Izvesti izraze i skicirati zavisnost aktivne i reaktivne snage od ugla opterećenja hidrogeneratora kome je prekinuto kolo pobude. Kako se određuje maksimalna aktivna snaga koju generator u trajnom radu može da pred mreži pri prekinutom kolu pobude.
- Generatoru je prekinuto kolo pobude, a snaga pogonske turbine je ista kao u prvoj tački zadatka. Odrditi struju generatora, faktor snage, aktivnu i reaktivnu snagu i ugao opterećenja. Da li generator može da trajno nastavi da radi u ovom režimu.

Nazivni podaci generatora su: 6,6 kV, 5 MVA, 1500 o/min, Y, $x_\delta=0,15$ r.j., $x_{ad}=0,7$ r.j., $x_{aq}=0,4$ r.j. Svi gubici aktivne snage u mašini mogu se zanemariti.

Rešenje:

a) Reaktanse mašine su:

$$X_\sigma = x_\sigma [r.j.] \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = 0,15 \cdot \frac{6600^2}{5 \cdot 10^6} = 1,307 [\Omega]$$

$$X_{ad} = x_{ad} [r.j.] \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = 0,7 \cdot \frac{6600^2}{5 \cdot 10^6} = 6,098 [\Omega] \quad X_{aq} = x_{aq} [r.j.] \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = 0,4 \cdot \frac{6600^2}{5 \cdot 10^6} = 3,485 [\Omega]$$

$$X_d = X_\sigma + X_{ad} = 1,307 + 6,098 = 7,41 [\Omega] \quad X_q = X_\sigma + X_{aq} = 1,307 + 3,485 = 4,765 [\Omega]$$

Struja generatora je:

$$I_{f1} = \frac{S_1}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{1,5 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 6600} = 131,22 \text{ A}$$

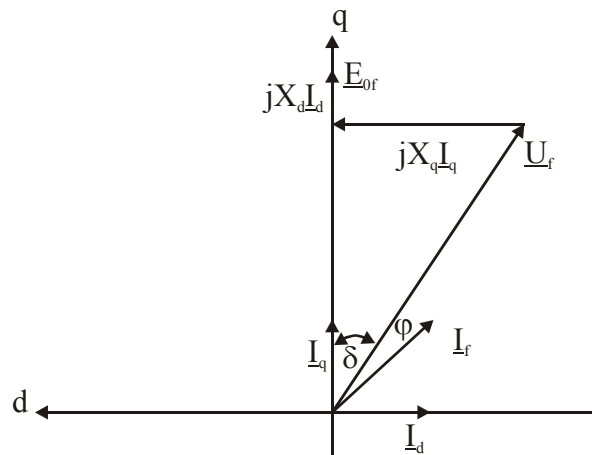
a snaga:

$$P_1 = S_1 \cdot \cos \varphi = 1,5 \cdot 10^6 \cdot 0,8 = 1,2 \text{ MW}$$

Jednačina naponske ravnoteže sinhronog nadpobuđenog hidrogeneratora, uz zanemaren otpor statora, je:

$$\underline{E}_{0f} = \underline{U}_f + j \cdot X_d \cdot \underline{I}_d + j \cdot X_q \cdot \underline{I}_q$$

Fazorski dijagram sinhronog nadpobuđenog hidrogeneratora prikazan je na slici 20.1.



Slika 20.1. Fazorski dijagram sinhronog nadpobuđenog hidrogenatora.

Projekcijom fazorskog dijagrama na dq-ose mogu se zapisati sledeće jednačine:

$$U_f \cdot \cos \delta + X_d \cdot I_d = E_{0f} \quad (1)$$

$$U_f \cdot \sin \delta = X_q \cdot I_q \quad (2)$$

$$I_d = I_f \cdot \sin(\varphi + \delta) \quad (3)$$

$$I_q = I_f \cdot \cos(\varphi + \delta) \quad (4)$$

Uvrštavanjem (4) u (2) dobija se:

$$U_f \cdot \sin \delta = X_q \cdot I_f \cdot (\cos \varphi \cdot \cos \delta - \sin \varphi \cdot \sin \delta)$$

što nakon deljenja sa $\cos \delta$ daje:

$$\delta = \arctan \left(\frac{X_q \cdot I_f \cdot \cos \varphi}{U_f + X_q \cdot I_f \cdot \sin \varphi} \right) = \arctan \left(\frac{4,765 \cdot 131,22 \cdot 0,8}{\frac{6600}{\sqrt{3}} + 4,765 \cdot 131,22 \cdot 0,6} \right) = 6,815^\circ$$

Struja generatora po d-osi iz (3) je:

$$I_d = I_f \cdot \sin(\varphi + \delta) = 131,22 \cdot \sin(\arccos(0,8) + 6,815) = 90,63 A$$

pa je elektromotorna sila praznog hoda po fazi na osnovu jednačine (1):

$$E_{0f} = U_f \cdot \cos \delta + X_d \cdot I_d = \frac{6600}{\sqrt{3}} \cdot \cos(6,815^\circ) + 7,41 \cdot 90,63 = 4,455 kV$$

a njena linijska vrednost:

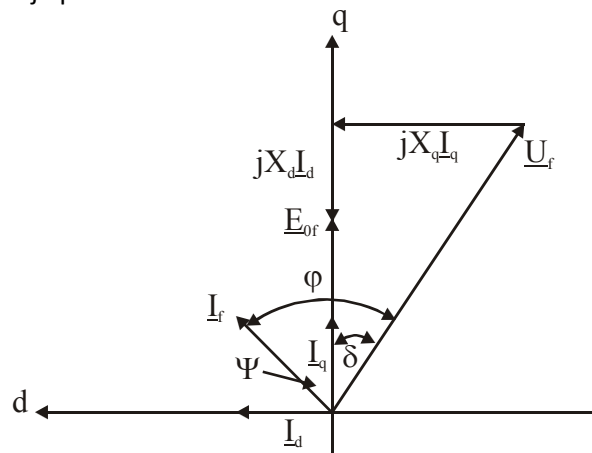
$$E_{0L} = \sqrt{3} \cdot E_{0f} = \sqrt{3} \cdot 4,445 kV = 7,717 kV$$

6) Kada dođe do prekida kola pobude, sinhroni hidrogenerator može da nastavi sa radom zahvaljujući reluktantnoj komponenti momenta. Reaktivna snaga ne može da se proizvodi jer nema pobude, tako da je generator podpobuđen, odnosno njegov faktor snage je kapacitivan.

Jednačina naponske ravnoteže sinhronog hidrogeneratora sa prekinutim kolom pobude glasi:

$$0 = \underline{U}_f + jX_d \underline{I}_d + jX_q \underline{I}_q$$

a fazorski dijagram je prikazan na slici 20.2.



Slika 20.2. Fazorski dijagram sinhronog hidrogeneratora sa prekinutim kolom pobude.

Sa fazorskog dijagrama pišu se sledeće jednačine:

$$U_f \cdot \cos \delta = X_d \cdot I_d \quad (5)$$

$$U_f \cdot \sin \delta = X_q \cdot I_q \quad (6)$$

$$I_d = I_f \cdot \sin \Psi = I_f \cdot \sin(\varphi - \delta) \quad (7)$$

$$I_q = I_f \cdot \cos \Psi = I_f \cdot \cos(\varphi - \delta) \quad (8)$$

Aktivna snaga hidrogeneratora je:

$$P = 3U_f I_f \cos \varphi = 3U_f I_f \cos(\Psi + \delta) = 3U_f I_f [\cos \Psi \cos \delta - \sin \Psi \sin \delta]$$

Iz jednačina (5-8) je:

$$I_f \cdot \cos \Psi = \frac{U_f \cdot \sin \delta}{X_q} \quad (9)$$

$$I_f \cdot \sin \Psi = \frac{U_f \cdot \cos \delta}{X_d} \quad (10)$$

te je izraz za aktivnu snagu:

$$P = \frac{3}{2} \cdot U_f^2 \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cdot \sin(2 \cdot \delta) \quad (11)$$

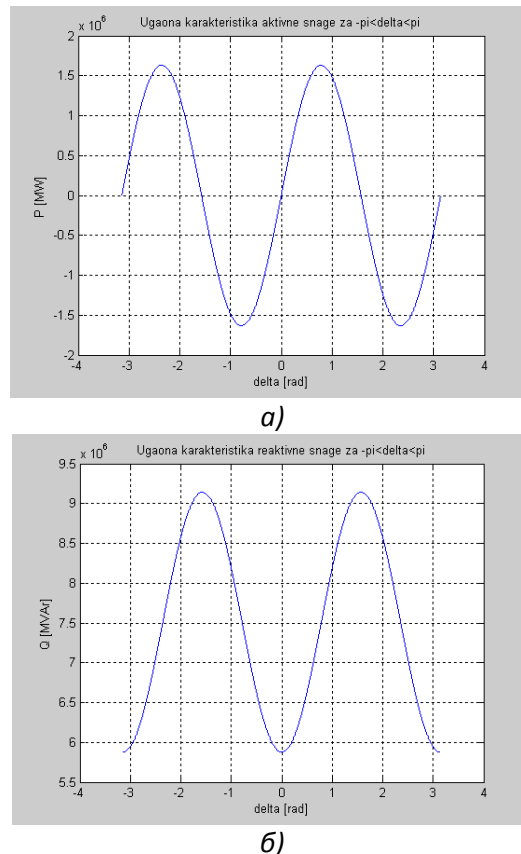
Reaktivna snaga je:

$$Q = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin(\Psi + \delta) = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot [\sin \Psi \cdot \cos \delta + \cos \Psi \cdot \sin \delta]$$

što uz korišćenje (9) i (10) daje:

$$Q = 3 \cdot U_f^2 \cdot \left(\frac{\cos^2 \delta}{X_d} + \frac{\sin^2 \delta}{X_q} \right) \quad (12)$$

Izgled ugaonih karakteristika prikazan je na slici 20.3.



Slika 20.3. Ugaona karakteristika aktivne (a) i reaktivne snage (b) sinhronog hidrogeneratora sa prekinutim kolom pobude.

Kada je kolo pobude prekinuto, proizvodnja aktivne i potrošnja reaktivne snage menja se samo od ugla opterećenja δ . Maksimalna aktivna snaga se teorijski ima ako je $\delta = \pi/4$, ali je pri tome potrebno voditi računa da struja generatora ne pređe nominalnu vrednost. U skladu sa slikom 20.3 sa povećavanjem ugla opterećenja povećava se i potrošnja reaktivne snage, jer su u opsegu stabilnog rada $0 < \delta < \pi/4$ i aktivna i reaktivna snaga rastuće funkcije. U trajnom radu struja generatora ne sme preći nominalnu vrednost, što se svodi na uslov da prividna snaga u tom režimu mora biti jednaka nominalnoj vrednosti:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Uvrštavanjem (11) и (12) uprethodnu jednačinu može se odrediti ugao opterećenja takav da mašina ima nominalnu struju i razvija maksimalnu trajnu snagu. Treba primetiti sa slike 20.3 da je reaktivna snaga znatno veća od aktivne.

b) Snaga pogonske turbine se ne menja, što znači da generator i nakon prekida kola pobude u mrežu treba da odaje istu aktivnu snagu (zanemareni su svi gubici):

$$P_2 = P_1 = S_1 \cdot \cos \varphi = 1,5 \cdot 10^6 \cdot 0,8 = 1,2 \text{ MW}$$

Prekidom kola pobude, sinhroni hidrogenerator razvija samo reluktantnu komponentu momenta (snage), koja na osnovu ugaone karakteristike iznosi:

$$P = \frac{3}{2} \cdot U_f^2 \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cdot \sin(2 \cdot \delta)$$

odakle je novi ugao opterećenja:

$$\delta = \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{2 \cdot P}{3 \cdot U_f^2 \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right)} \right) = \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{2 \cdot 1,2 \cdot 10^6}{6600^2 \cdot \left(\frac{1}{4,765} - \frac{1}{7,41} \right)} \right) = 23,674^\circ$$

Pošto je ovaj ugao manji od 45° , mašina nastavlja sa radom. Struje po dq-osama su na osnovu (5) i (6):

$$I_d = \frac{U_f \cdot \cos \delta}{X_d} = \frac{\frac{6600}{\sqrt{3}} \cdot \cos(23,674^\circ)}{7,41} = 470,96 \text{ A}$$

$$I_q = \frac{U_f \cdot \sin \delta}{X_q} = \frac{\frac{6600}{\sqrt{3}} \cdot \sin(23,674^\circ)}{4,765} = 321,1 \text{ A}$$

Struja generatora je:

$$I_{f1} = \sqrt{I_d^2 + I_q^2} = \sqrt{470,96^2 + 321,1^2} = 570 \text{ A}$$

Nominalna struja generatora je:

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{5 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 6600} = 437,38 \text{ A}$$

Pošto je nova struja generatora veća od nominalne struje, generator ne može da trajno radi u ovom režimu.

Ugao između struje i napona je iz (7):

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{I_d}{I_f}\right) + \delta = \arcsin\left(\frac{470,96}{570}\right) + 23,674^\circ = 79,388^\circ$$

a faktor snage:

$$\cos \varphi = \cos 79,388^\circ = 0,184 \text{ cap}$$

Reaktivna snaga generatora je:

$$Q = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_1 \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 6600 \cdot 570 \cdot \sin 79,388 = 6,4 \text{ MVar}$$

i ona se uzima iz mreže.

Isti rezultat bi se dobio korišćenjem ugaone karakteristike reaktivne snage (12).

Zadatak 21. Dat je sinhroni generator sa istaknutim polovima o kome znamo sledeće nazivne podatke: 20 MVA, 10 kV, $\cos\varphi = 0,9$, relativna podužna sinhrona reaktansa 100% i relativna poprečna sinhrona reaktansa 50%. Ovaj generator je priključen na mrežu. Odrediti šta će se desiti ako mu prekinemo pobudu pri sledećim radnim režimima:

- Opterećenje 10 MVA pri faktoru snage 0,7 i naponu mreže 10 kV;
- Opterećenje 8 MVA pri faktoru snage 0,9 i naponu mreže 8 kV.

Napomena: odgovor na pitanje šta će se desiti treba da uključi sledeće podatke: da li je takav režim moguć/kontinualno održiv, koliku aktivnu i reaktivnu snagu odaje/uzima iz mreže, i kolika je struja generatora.

Rešenje:

a) Aktivna snaga koju proizvodi generator pri opterećenju 10 MVA i pr faktoru snage 0,7 iznosi:

$$P = S \cdot \cos\varphi = 10 \cdot 0,7 = 7 [MW]$$

U relativnim jedinicama aktivna snaga iznosi:

$$p = \frac{P}{P_b} = \frac{P}{S_n} = \frac{7}{20} = 0,35 [r.j.]$$

Ugaona karakteristika aktivne snage ima oblik:

$$P(\delta) = 3 \cdot \frac{E_{0f} \cdot U_f}{X_d} \cdot \sin \delta + \frac{3}{2} \cdot U_f^2 \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cdot \sin(2 \cdot \delta)$$

ili u relativnom domenu (gde se u izrazima za snagu gubi koeficijent 3 zbog izbora baznih vrednosti) :

$$p(\delta) = \frac{e_0 \cdot u}{x_d} \cdot \sin \delta + \frac{1}{2} \cdot u^2 \cdot \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \cdot \sin(2 \cdot \delta)$$

Kada je prekinuto kolo pobude nema indukovanja elektromotorne sile, tj. $e_0=0$, i izraz za aktivnu snagu sadrži samo reluktantnu komponentu:

$$p(\delta) = \frac{1}{2} \cdot u^2 \cdot \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \cdot \sin(2 \cdot \delta)$$

Pri nazivnom naponu mreže $U=10$ kV, tj. $u=1$, ugaona karakteristika ima oblik:

$$p(\delta) = \frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot \left(\frac{1}{0,5} - \frac{1}{1} \right) \cdot \sin(2 \cdot \delta) = 0,5 \cdot \sin(2 \cdot \delta)$$

Teoretski maksimalna snaga koju generator može tada da proizvede dobija se za ugao opterećenja $\delta=\pi/4$, kada je $\sin(2\delta)=1$, odnosno:

$$p_{max} = 0,5 [r.j.]$$

Kako je opterećenje generatora $p=0,35$ r.j. manje od maksimalne snage $p_{max}=0,5$ r.j., generator će odavati aktivnu snagu 0,35 r.j. pri uglu opterećenja koji se može odrediti na osnovu ugaone karakteristike u datim uslovima:

$$p = 0,5 \cdot \sin(2 \cdot \delta) \Rightarrow \sin(2 \cdot \delta) = \frac{p}{0,5} = \frac{0,35}{0,5} = 0,7 \Rightarrow \delta = 22,21^0$$

Reaktivna snaga koju generator pri prekinutom kolu pobude troši je (vidi prethodni zadatak, izvođenje):

$$Q(\delta) = 3 \cdot U_f^2 \cdot \left(\frac{\cos^2 \delta}{X_d} + \frac{\sin^2 \delta}{X_q} \right)$$

odnosno u relativnom domenu ugaona karakteristika reaktivne snage pri prekinutom kolu pobude ima oblik:

$$q(\delta) = u^2 \cdot \left(\frac{\cos^2 \delta}{x_d} + \frac{\sin^2 \delta}{x_q} \right)$$

U datim uslovima, $u=1$ r.j., ugaona karakteristika generatora je:

$$q(\delta) = 1^2 \cdot \left(\frac{\cos^2 \delta}{1} + \frac{\sin^2 \delta}{0,5} \right) = \cos^2 \delta + 2 \cdot \sin^2 \delta = 1 + \sin^2 \delta$$

Za dato opterećenje kada je ugao opterećenja $\delta=22,21^0$, reaktivna snaga koju generator uzima iz mreže je:

$$q = 1 + \sin^2(22,21^0) = 1,143 [r.j.]$$

Ukupna prividna snaga generatora će biti:

$$s = \sqrt{p^2 + q^2} = \sqrt{0,35^2 + 1,143^2} = 1,195 [r.j.]$$

Pri nominalnom naponu, $u=1$, struja generatora će biti:

$$s = u \cdot i \Rightarrow i = \frac{s}{u} = \frac{1,195}{1} = 1,195 [r.j.]$$

Zaključak je da će generator da ostane da radi na mreži, pri čemu će biti preopterećen, jer će struja biti za 19,5% veća u odnosu na nazivnu vrednost.

b) Aktivna snaga koju proizvodi generator pri opterećenju 8 MVA i faktoru snage 0,9 je:

$$P = S \cdot \cos \varphi = 8 \cdot 0,9 = 7,2 [MW]$$

odnosno u relativnim jedinicama:

$$p = \frac{P}{P_b} = \frac{P}{S_n} = \frac{7,2}{20} = 0,36 [r.j.]$$

Maksimalna vrednost aktivne snage koju generator pri prekinutom kolu pobude i pri naponu $U=8 \text{ kV}$, tj. $u=U/U_b=U/U_n=0,8 \text{ r.j.}$, može da proizvede iznosi:

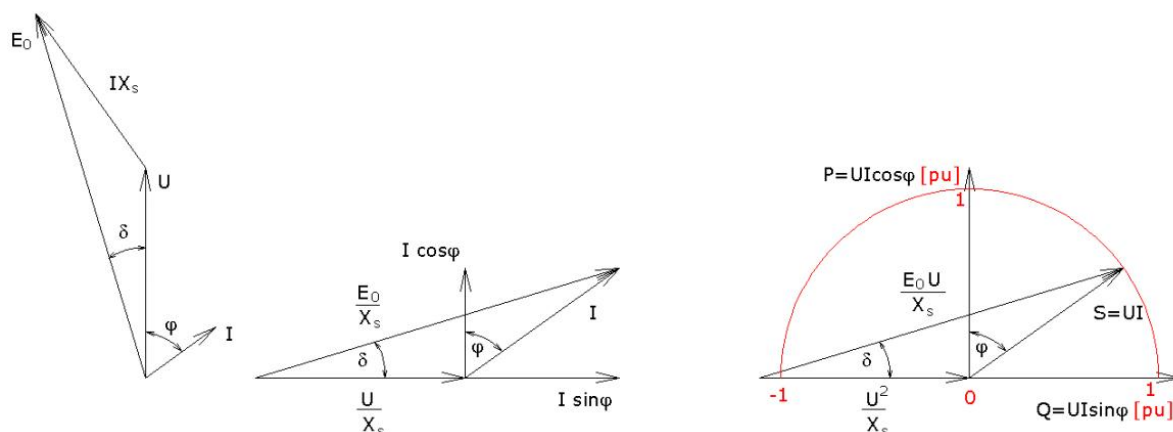
$$p_{\max} = \frac{1}{2} \cdot u^2 \cdot \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) = \frac{1}{2} \cdot 0,8^2 \cdot \left(\frac{1}{0,5} - \frac{1}{1} \right) = 0,32 [r.j.]$$

Kako je $p > p_{\max}$ može se zaključiti da će generator u datoj situaciji pri prekidu pobude ispasti iz sinhronizma, odnosno neće moći da radi na mreži.

Zadatak 22. Dat je turbogenerator sledećih nazivnih podataka: 15,75 kV, 150 MVA, $\cos\phi=0,8$, sinhrona reaktansa 1,4 r.j. Nacrtati pogonsku kartu za nominalni napon i za usvojene sledeće podatke: minimalna snaga turbine jednaka 30% nazivne aktivne snage; minimalna vrednost elektromotorne sile jednaka 10% nominalne vrednosti elektromotorne sile; generator je praktično granično stabilan ako je aktivna snaga pri određenom naponu i pobudi jednaka maksimalnoj mogućoj snazi umanjenoj za 10% nominalne prividne snage. Za bazni napon i baznu snagu usvojiti nazivne vrednosti generatora. Objasniti detalje tokom crtanja pogonske karte.

Rešenje:

Pogonska karta je jedan od ključnih dokumenata svakog sinhronog generatora koji je prikručen na elektroenergetski sistem. Pogonska karta predstavlja dijagram snage koji određuje dopušteno područje rada sinhronne mašine. Radna tačka generatora se pri tome naznačava u P-Q koordinatnom sistemu, gde se uobičajeno na apscisi nanose vrednosti reaktivne snage (Q), a na ordinati vrednosti aktivne snage (P). Ovaj dijagram se zasniva na fazorskom dijagramu napona sinhronog generatora, i obično se crta u relativnim jedinicama. Kada se naponski fazorski dijagram podeli sa sinhronom reaktansom X_s , i zakrene za 90° , dobija se tzv. strujni fazorski dijagram. Ako se sve veličine u strujnom fazorskom dijagramu pomnože sa naponom nazire se pogonski dijagram, gde se na apscisi mogu uočiti vrednosti reaktivne snage, dok se na ordinati mogu uočiti vrednosti aktivne snage generatora u datom režimu kome odgovara početni naponski fazorski dijagram (vidi sliku 22.1).



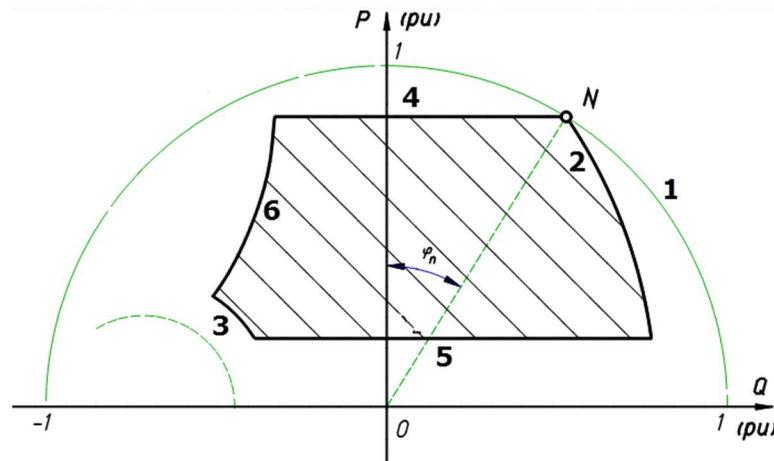
Slika 22.1. Nastajanje pogonske karte turbogeneratora.

Područje rada sinhronog generatora ograničavaju:

1. Zagrevanje statorskog namotaja (maksimalna vrednost struje statora).
2. Zagrevanje rotorskog namotaja (maksimalna vrednost pobudne struje).
3. Minimalna vrednost pobudne struje.
4. Maksimalna vrednost snage pogonske turbine .
5. Minimalna vrednost snage pogonske turbine.
6. Statička stabilnost.

Ova ograničenja ucrtana u P-Q dijagramu predstavljaju pogonsku kartu generatora i u opštem slučaju je ilustrovana na slici 22.2. Ukoliko se radna tačka nalazi u okviru naznačenog područja, uokvirenog između prethodno pomenutih granica, generator može trajno da radi u tom režimu. Ukoliko se radna tačka nalazi van uokvirenog područja, generator ne može trajno da radi u datom režimu. U modernim elektranama postoje posebni monitori na kojima se prikazuje pogonska

karta datog generatora sa osvetljenom trenutnom radnom tačkom. Na slici 22.2, recimo, sa N je označena nazivna radna tačka (za koju su aktivna i reaktivna snaga generatora jednake nazivnim vrednostima). Proizvođač generatora garantuje da će isporučeni generator moći da trajno radi u ugovorenom dozvoljenom području rada prikazanim odgovarajućim P-Q dijagramom, odnosno pogonskom kartom.



Slika 22.2. Pogonska karta turbogeneratora.

Cilj kod ovakve vrste problema (zadataka) jeste upravo da se ucrtaju pomenuta ograničenja u P-Q dijagramu za konkretan posmatrani generator, uvažavajući date podatke, uslove i zahteve.

Prvi korak je da se ucrtta ograničenje zbog zagrevanja statorskog namotaja. Ovom ograničenju u P-Q dijagramu odgovara kružnica konstantne prividne snage:

$$\begin{aligned} p^2 + q^2 &= s_{\max}^2 \\ p^2 + q^2 &= (u \cdot i_n)^2 \end{aligned}$$

Kako se traži pogonska karta za nominalni napon:

$$u = u_n = 1[r.j.]$$

ograničenje je definisano jednačinom:

$$p^2 + q^2 = 1$$

To je jednačina kružnice sa centrom u koordinatnom početku P-Q dijagrama sa jediničnim poluprečnikom. Dozvoljeni radni režimi generatora zadati aktivnom, p , i reaktivnom snagom, q , moraju da zadovoljavaju nejednakost:

$$p^2 + q^2 \leq 1$$

odnosno dozvoljene radne tačke spram ovog ograničenja se nalaze unutar nacrtane kružnice.

Jednostavno se mogu uneti i ograničenja zbog maksimalne i minimalne snage turbine. Maksimalna snaga turbine nije eksplicitno naznačena pa se u tom slučaju usvaja nazivna aktivna snaga generatora:

$$p_{\max} = p_n = s_n \cdot \cos \varphi_n = 1 \cdot 0,8 = 0,8 [r.j.]$$

Minimalna snaga turbine po uslovu zadatka iznosi 30% u odnosu na nazivnu vrednost aktivne snage:

$$p_{\min} = 0,3 \cdot p_n = 0,3 \cdot 0,8 = 0,24 [r.j.]$$

Minimalna snaga ograničena je samo zahtevima turbine, odnosno pogonskog mehanizma. Kod nekih vrsta turbina tog ograničenja nema (Pelton-ova turbina), dok kod drugih (Kaplan, Francis, i dr.) minimalna snaga je u granicama 5% do 30% nazivne snage turbine. Unošenjem ovih ograničenja u p-q dijagram dobija se oblast aktivnih snaga za koji je radni režim generatora moguć:

$$0,24 \leq p \leq 0,8$$

Ograničenje zbog zagrevanja namotaja rotora (pobudnog namotaja) u p-q dijagramu predstavlja jednačinu koja glasi:

$$p^2 + \left(q + \frac{u^2}{x_s} \right)^2 = \left(\frac{e_0 \cdot u}{x_s} \right)^2$$

Jednačina je izvedena na osnovu ugaonih karakteristika aktivne i reaktivne snage turbogeneratora, gde je težnja bila da se izvede veza aktivne i reaktivne snage i indukovane elektromotorne sile koja je na krutoj mreži isključivo ograničena vrednošću pobudne struje. Tako npr. za nominalan napon mreže ($u=1$) i nominalnu vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda e_{0n} (definisanu maksimalnom, tj. nominalnom strujom pobude i_{pn}) prethodna jednačina glasi:

$$p^2 + \left(q + \frac{u_n^2}{x_s} \right)^2 = \left(\frac{e_{0n} \cdot u_n}{x_s} \right)^2$$

Ova jednačina predstavlja ograničenje zbog zagrevanja pobudnog namotaja, odnosno zbog ograničenja maksimalne vrednosti struje pobude. Jednačina određuje kružnicu u p-q dijagramu sa centrom sa koordinatama $(0, -u_n^2/x_s)$ i poluprečnika $e_{0n}u_n/x_s$. Da bi se odredila nepoznata indukovana elektromotorna sila e_{0n} mogu se u prethodnu jednačinu uvrstiti nazivne vrednosti aktivne, p_n , i reaktivne snage q_n (jer nazivna radna tačka pripada i toj kružnici) te izraziti elektromotorna sila e_{0n} :

$$e_{0\max} = e_{0n} = \frac{x_s}{u_n} \cdot \sqrt{p_n^2 + \left(q_n + \frac{u_n^2}{x_s} \right)^2} = \frac{1,4}{1} \cdot \sqrt{0,8^2 + \left(0,6 + \frac{1^2}{1,4} \right)^2} = 2,154 [r.j.]$$

Minimalna vrednost elektromotorne sile, $e_{0\min}$, po uslovu zadatka iznosi 10% nazivne vrednosti elektromotorne sile e_{0n} , pa je:

$$e_{0\min} = 0,1 \cdot e_{0n} = 0,1 \cdot 2,154 = 0,215 [r.j.]$$

Za nominalni napon dozvoljeni radni režimi generatora se nalaze između kruga čija je jednačina oblika:

$$p^2 + \left(q + \frac{u_n^2}{x_s} \right)^2 = \left(\frac{e_{0\max} \cdot u_n}{x_s} \right)^2$$

za $e_0 = e_{0\max}$ (*GMP* – granica maksimalne struje pobude), i kružnice čija je jednačina oblika:

$$p^2 + \left(q + \frac{u_n^2}{x_s} \right)^2 = \left(\frac{e_{0\min} \cdot u_n}{x_s} \right)^2$$

za $e_0 = e_{0\min}$ (*gmp* – granica minimalne struje pobude). Njihov zajednički centar se nalazi na q -osi ($p=0$):

$$q_c = -\frac{u_n^2}{x_s} = -\frac{1^2}{1,4} = -0,714[r.j.]$$

a poluprečnici kružnica su, redom:

$$r_{GMP} = \frac{e_{0\max} \cdot u_n}{x_s} = \frac{2,154 \cdot 1}{1,4} = 1,54[r.j.]$$

$$r_{gmp} = \frac{e_{0\min} \cdot u_n}{x_s} = \frac{0,215 \cdot 1}{1,4} = 0,154[r.j.]$$

Treba primetiti da *gmp* ne seče pravu minimalne snage, nego se nalazi ispod nje. Presek kruga *GMP* i kruga konstantne prividne snage, nalazi se u tački *N* sa koordinatama $p=0,8$ r.j. i $q=0,6$ r.j. što predstavlja nominalnu radnu tačku. Dozvoljeni režimi rada se nalaze levo od dela kružnice *GMP* i između prave $p=0,8$ r.j. i $p=0,24$ r.j.

Ostalo je da se ucrtta ograničenje zbog stabilnosti generatora. Normalni pravac kroz tačku sa koordinatama $(0, q_c) = (0, -0,714)$ predstavlja teoretsku granicu statičke stabilnosti jer za taj pravac važi da je ugao opterećenja jednak 90° (kada se generator nalazi na granici između stabilnog i nestabilnog rada). Međutim, uslov stabilnosti je u ovom zadatku zadat na drugačiji način, te se mora uvažiti uz praktična ograničenja koja realno postoje. Rečeno je da je generator praktično stabilan ako je aktivna snaga pri određenom naponu i pobudi jednaka maksimalnoj mogućoj snazi umanjenoj za 10% nominalne prividne snage što se može izraziti u vidu sledeće jednačine:

$$p = \frac{e_0 \cdot u}{x_s} - 0,1 \cdot s_n = \frac{e_0 \cdot u}{x_s} - 0,1$$

Naime, teoretski maksimalna moguća aktivna snaga pri određenom naponu u i elektromotornoj sili e_0 (struji pobude) na granici stabilnosti iznosi:

$$p = \frac{e_0 \cdot u}{x_s} \cdot \sin \delta \Rightarrow p_{\max} = p(\delta = 90^\circ) = \frac{e_0 \cdot u}{x_s}$$

Praktično se ova snaga ne može ostvariti jer je pri izvođenju prethodne relacije zanemarena aktivna otpornost statorskih namotaja, kao i druge mnogobrojne neidealnosti sinhronih generatora.

Ta zanemarenja su usvojena sa praktičnom marginom od 10% nazivne prividne snage generatora u posmatranom zadatku (u nekom drugom zadatku je praktični uslov stabilnosti mogao biti zadat drugačije). Zadati uslov stabilnosti predstavlja krivu u p - q dijagramu u zavisnosti od napona mreže i pobude generatora. Za minimalnu pobudu (elektromotornu silu e_{0min}) i nominalan napon dobija se:

$$p_{PGS \min} = \frac{e_{0 \min} \cdot u_n}{x_s} - 0,1 = \frac{0,215 \cdot 1}{1,4} - 0,1 = 0,054 [r.j.]$$

što je mnogo manje od minimalne snage generatora $p_{min}=0,24$ r.j. Dakle, pre će biti dostignuta minimalna snaga turbine nego što će se dostići praktična granica (ne)stabilnosti za režim sa minimalnom strujom pobude i nominalnim naponom mreže.

Za maksimalnu struju pobude (elektromotornu silu $e_{0max}=e_{0n}$) i nominalan napon dobija se ograničenje:

$$p_{PGS \max} = \frac{e_{0 \max} \cdot u_n}{x_s} - 0,1 = \frac{2,154 \cdot 1}{1,4} - 0,1 = 1,44 [r.j.]$$

što je mnogo veće od maksimalne snage generatora (turbine) $p_{max}=0,8$ r.j. Drugim rečima, pre će biti dostignuto ograničenje maksimalne snage turbine nego što će se dostići ograničenje zbog praktične nestabilnosti generatora za režim sa nominalnom strujom pobude i nominalnim naponom mreže.

Odatle sledi da se granica nestabilnog rada nalazi u oblasti pobudnog napona negde između maksimalne (e_{0max}) i minimalne vrednosti pobude (e_{0min}). Vrednosti pobude pri maksimalnoj snazi $p=0,8$ i minimalnoj snazi $p=0,24$, za koju je generator praktično nestabilan mogu se izračunati na osnovu izraza:

$$e_{0PGS \max} = \frac{p_{\max} + 0,1 \cdot s_n}{u_n} \cdot x_s = \frac{0,8 + 0,1}{1} \cdot 1,4 = 1,26 [r.j.]$$

$$e_{0PGS \min} = \frac{p_{\min} + 0,1 \cdot s_n}{u_n} \cdot x_s = \frac{0,24 + 0,1}{1} \cdot 1,4 = 0,467 [r.j.]$$

odnosno odgovarajući poluprečnici kružnica u p - q dijagramu sa datim vrednostima pobude su:

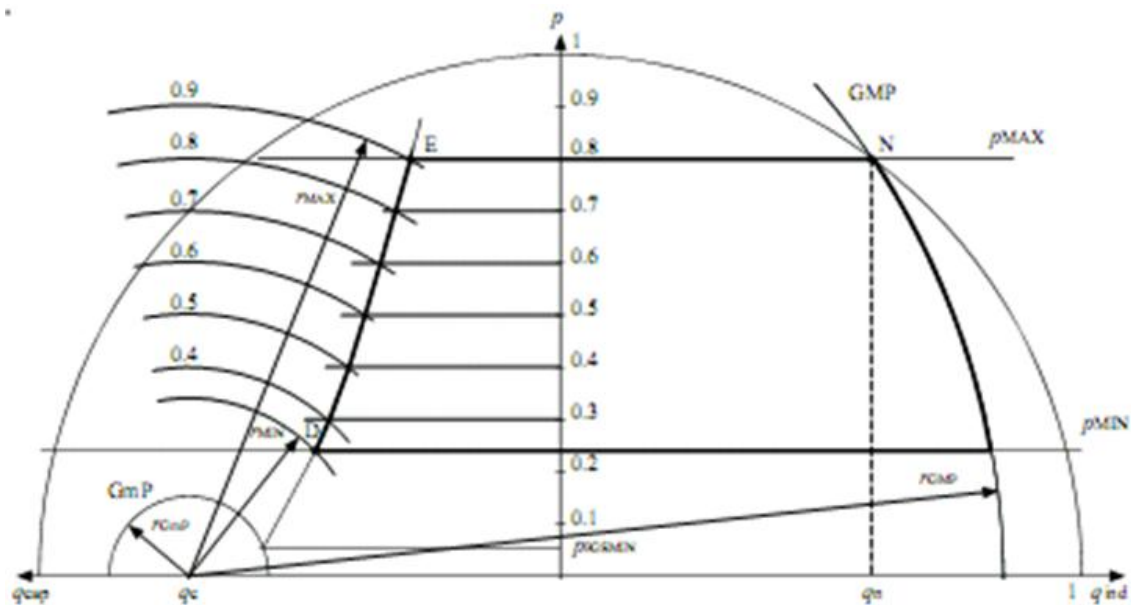
$$r_{MAX} = \frac{e_{0PGS \max} \cdot u_n}{x_s} = \frac{1,26 \cdot 1}{1,4} = 0,9 [r.j.]$$

$$r_{MIN} = \frac{e_{0PGS \min} \cdot u_n}{x_s} = \frac{0,467 \cdot 1}{1,4} = 0,34 [r.j.]$$

U preseku krugova sa čiji je centar u tački q_c , a poluprečnici dati prethodnim izrazima, sa pravama graničnih snaga ($p=0,8$ i $p=0,24$) nalaze se tačke E i D. Kriva između tih tačaka predstavlja praktičnu granicu statičke stabilnosti. Dobijena je približnim spajanjem tačaka (deo po deo linearna) koje se nalaze u preseku horizontalnih pravih $p=0,7, 0,6, 0,5, 0,4$ i $0,3$ r.j. sa kružnicama čiji su poluprečnici $0,8, 0,7, 0,6, 0,5$ i $0,4$ r.j., respektivno. Vrednosti snaga p su birane proizvoljno (iz praktičnih razloga crtanja pogonske karte je uzet korak snage $0,1$ r.j.), a vrednosti poluprečnika su određivane na osnovu uslova granične stabilnosti za nominalan napon:

$$\frac{e_0 \cdot u_n}{x_s} = p + 0,1 \cdot s_n = p + 0,1$$

Tako su dobijeni dozvoljeni radni režimi generatora desno od krive između tačaka E i D. Slika 22.3 objedinjuje sva razmatranja u zadatku i ilustruje pogonsku kartu turbogeneratora uz usvojena data ograničenja.



Slika 22.3. Pogonska karta datog turbogeneratora.

Zadatak 23. Nacrtati idealizovanu pogonsku kartu turbogenerators. Poznato je $x_s = 191\%$, $\cos \varphi_n = 0,8$; maksimalna snaga turbine je 0,9 r.j., a preopteretivost generators 170 %.

Rešenje:

U zadatku nije posebno naglašeno za koji napon treba nacrtati pogonsku kartu, pa će se odrediti za nominalan napon $u = u_n = 1$ r.j. Na pogonskoj karti treba naznačiti ograničenja koja definišu oblast dozvoljenog rada. Prvi korak je da se ucrtta ograničenje zbog zagrevanja statorskog namotaja, odnosno ograničenje zbog trajne maksimalne (nominalne) struje statora $i = i_n = 1$ r.j. Za nominalan napon mreže ovaj uslov u p - q dijagramu definiše kružnicu jediničnog poluprečnika, sa centrom u koordinatnom početku. Jednačina koja daje ograničenje zbog zagrevanja statorskog namotaja je u ovom slučaju oblika:

$$p^2 + q^2 = (u_n \cdot i_n)^2 = 1$$

Dozvoljeni radni režimi generators zadati aktivnom, p , i reaktivnom snagom, q , moraju da zadovoljavaju nejednakost:

$$p^2 + q^2 \leq 1$$

odnosno dozvoljene radne tačke spram ovog ograničenja se nalaze unutar nacrtane kružnice.

Maksimalna snaga turbine datog generators je:

$$p_{max} = 0,9 [r.j.]$$

pa sve radne tačke spram ovog ograničenja ispod horizontalne prave zadate sa $p_{max} = 0,9$ r.j. pripadaju dozvoljenom području rada. Minimalna snaga turbine nije posebno naglašena u tekstu zadatka pa će se usvojiti da ovog ograničenja nema, odnosno dozvoljene radne tačke nalaze se iznad prave date jednačinom:

$$p_{min} = 0 [r.j.]$$

Ograničenje zbog zagrevanja namotaja rotora (pobudnog namotaja) u p - q dijagramu predstavlja jednačinu koja glasi:

$$p^2 + \left(q + \frac{u^2}{x_s} \right)^2 = \left(\frac{e_{0n} \cdot u}{x_s} \right)^2$$

U ovoj jednačini figuriše indukovana elektromotorna sila koja je određena vrednošću pobudne struje. Maksimalna vrednost pobudne struje, što je u trajnom radu nominalna vrednost, definiše i maksimalnu vrednost indukovane elektromotorne sile (pri nominalnoj brzini obrtanja, tj. nominalnoj frekvenciji mreže koja diktira brzinu obrtanja). Za nominalni napon mreže, ograničenje zbog zagrevanja pobudnog namotaja glasi:

$$p^2 + \left(q + \frac{u_n^2}{x_s} \right)^2 = \left(\frac{e_{0n} \cdot u_n}{x_s} \right)^2$$

U p - q dijagramu jednačina predstavlja kružnicu sa centrom u tački $(0, -u_n^2/x_s)$, tj. tački na q -osi ($p=0$):

$$O\left(-\frac{u_n^2}{x_s}; 0\right) \quad O\left(-\frac{1}{1,91} = -0,52; 0\right)$$

Da bi se ucrtalo ovo ograničenje u p - q dijagramu, neophodno je još odrediti poluprečnik kružnice $e_{0n}u_n/x_s$. Iz nominalnog režima, uočavajući trougao OO_1A na pogonskom dijagramu, možemo odrediti:

$$\begin{aligned} \frac{e_{0n} \cdot u_n}{x_s} &= \sqrt{\left(\frac{u_n^2}{x_s}\right)^2 + (u_n \cdot i_n)^2 - 2 \cdot \frac{u_n^2}{x_s} \cdot u_n \cdot i_n \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_n\right)} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{1,91}\right)^2 + 1^2 + 2 \cdot \frac{1}{1,91} \cdot 1 \cdot 0,6} = 1,379 [r.j.] \end{aligned}$$

Za nazivni režim se može odrediti ugao opterećenja (pri nazivnom opterećenju):

$$\delta_n = \arccos \left(\frac{\left(\frac{e_{0n} \cdot u_n}{x_s}\right)^2 + \left(\frac{u_n^2}{x_s}\right)^2 - (u_n \cdot i_n)^2}{2 \cdot \frac{e_{0n} \cdot u_n}{x_s} \cdot \frac{u_n^2}{x_s}} \right) = \arccos \left(\frac{1,379^2 + \left(\frac{1}{1,91}\right)^2 - 1^2}{2 \cdot 1,379 \cdot \frac{1}{1,91}} \right) = 35,5^\circ$$

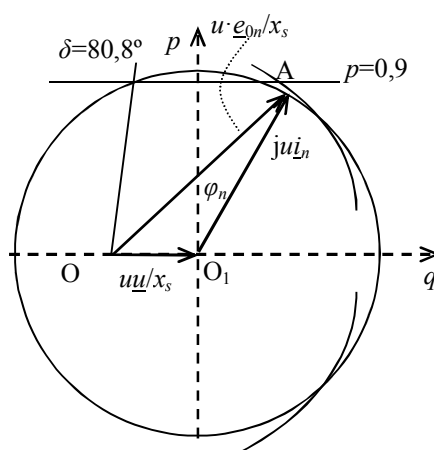
Ovaj podatak će nam poslužiti za određivanje praktične granice stabilnosti, koja je u ovom zadatku zadata preko podatka o maksimalnoj preopteretivosti generatora. Maksimalna preopteretivost (ili samo preopteretivost) uvek se (ako nije drugačije naglašeno) definiše u odnosu na nominalno opterećenje. U ovom slučaju je zadata preopteretivost 170%, što znači da je maksimalna aktivna snaga kojom se dati generator može opteretiti 1,7 puta veća u odnosu na nazivnu vrednost aktivne snage. Ta maksimalna dozvoljena aktivna snaga će definisati maksimalni ugao opterećenja, δ_{max} , koji određuje praktičnu granicu stabilnosti (koja se razlikuje od teorijske kod koje je $\delta_{max}=90^\circ$). Iz oblika ugaone karakteristike aktivne snage turbogeneratora može se naći maksimalni ugao opterećenja:

$$p_n = \frac{e_{0n} \cdot u_n}{x_s} \cdot \sin \delta_n$$

$$p_{max} = \frac{e_{0n} \cdot u_n}{x_s} \cdot \sin \delta_{max}$$

$$\frac{p_{max}}{p_n} = \nu_n = \frac{\sin \delta_{max}}{\sin \delta_n} \Rightarrow \delta_{max} = \arcsin(\nu_n \cdot \sin \delta_n) = \arcsin(1,7 \cdot \sin(35,5^\circ)) = 80,8^\circ$$

Konstantnom uglu opterećenja u pogonskom p - q dijagramu odgovara prava kroz tačku $O(-0,52; 0)$ sa nagibom od $80,8^\circ$ prema q -osi. Slika 23.1 objedinjuje sva razmatranja u zadatku i ilustruje pogonsku kartu turbogeneratora uz zadate zahteve i ograničenja.



Slika 23.1. Pogonska karta posmatranog turbogeneratorsa.

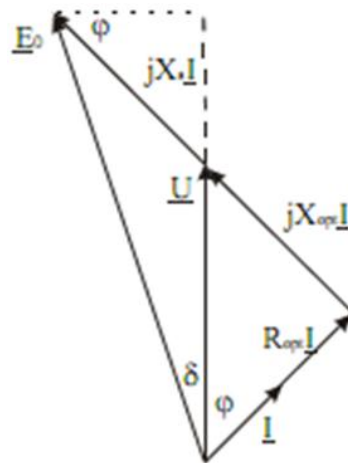
Zadatak 24. Trofazni sinhroni generator sa cilindričnim rotorom ima sledeće nominalne podatke: 10 kVA, Y, $\cos\varphi=0,8$, 400 V, 1500 o/min, 50 Hz. Sinhrona reaktansa je $2\ \Omega$, dok se omski otpori namotaja, gubici u gvožđu, trenje i ventilacija zanemaruju. Struja pobude se održava na nominalnoj vrednosti, a magnetno kolo je linearno. Generator radi na pasivnoj mreži impedanse $R = 50\ \Omega$, $L=0,15\text{ H}$, pri brzini obrtanja od 1300 o/min. Potrebno je odrediti aktivnu i reaktivnu snagu koju generator daje u mrežu u ovom režimu (struja pobude je nominalna).

Rešenje:

Jednačina naponske ravnoteže sinhronog nadpobuđenog generatora je:

$$\underline{E}_{f0} = \underline{U}_f + \underline{j} \cdot X_s \cdot \underline{I}_f$$

a odgovarajući fazorski dijagram je prikazan na slici 24.1.



Slika 24.1. Fazorski dijagram nadpobuđenog turbogeneratora i fazorski dijagram napona gledano sa strane potrošača, objedinjeni na jednom dijagramu.

Nominalna struja generatora je:

$$I_{fn} = I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{10000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 14,43 [A]$$

Na osnovu fazorskog dijagrama mogu se napisati sledeće jednačine za nominalan režim rada:

$$E_{0fn} \cdot \sin(\delta_n + \varphi_n) = U_{fn} \cdot \sin \varphi_n + X_{sn} \cdot I_{nf}$$

$$E_{0fn} \cdot \cos(\delta_n + \varphi_n) = U_{fn} \cdot \cos \varphi_n$$

odakle je u nominalnom režimu:

$$\operatorname{tg}(\delta_n + \varphi_n) = \frac{U_{fn} \cdot \sin \varphi_n + X_{sn} \cdot I_{nf}}{U_{fn} \cdot \cos \varphi_n} = \frac{(400/\sqrt{3}) \cdot 0,6 + 2 \cdot 14,43}{(400/\sqrt{3}) \cdot 0,8} = 0,906$$

odnosno:

$$\delta_n + \varphi_n = 42,18^\circ \Rightarrow \delta_n = 42,18 - 36,87 = 5,31^\circ$$

Fazna vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda u nominalnom režimu je:

$$E_{0fn} = \frac{U_{fn} \cdot \cos \varphi_n}{\cos(\delta_n + \varphi_n)} = \frac{(400/\sqrt{3}) \cdot 0,8}{\cos(42,18^\circ)} = 249,3 [V]$$

Pri konstantnoj pobudnoj struji, smanjenjem brzine obrtanja, smanjuje se i vrednost indukovane elektromotorne sile, pa je u režimu kada je brzina obrtanja 1300 o/min jednaka:

$$E_{0f1} = \frac{n_1}{n_n} \cdot E_{0fn} = \frac{1300}{1500} \cdot 249,3 = 216,1 [V]$$

Zbog promene brzine u odnosu na nazivnu, nova učestanost napona i struja je:

$$f_1 = f_n \cdot \frac{n_1}{n_n} = 50 \cdot \frac{1300}{1500} = 43,33 [Hz]$$

pa su sinhrona reaktansa i reaktansa opterećenja jednake (pri brzini obrtanja generatora na 1300 o/min):

$$X_{s1} = X_{sn} \cdot \frac{n_1}{n_n} = 2 \cdot \frac{1300}{1500} = 1,733 [\Omega]$$

$$X_{opt1} = \omega_1 \cdot L = 2\pi f_1 \cdot L = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,15 = 40,84 [\Omega]$$

Faktor snage opterećenja u novom režimu je:

$$\cos \varphi_1 = \frac{R_{opt}}{\sqrt{R_{opt}^2 + X_{s1}^2}} = \frac{50}{\sqrt{50^2 + 40,84^2}} = 0,775 \Rightarrow \varphi_1 = \arccos(0,775) = 39,19^\circ$$

Sa fazorskog dijagrama u novom režimu se mogu napisati sledeće jednačine:

$$E_{0f1} \cdot \sin(\delta_1 + \varphi_1) = (X_{s1} + X_{opt1}) \cdot I_{f1}$$

$$E_{0f1} \cdot \cos(\delta_1 + \varphi_1) = R_{opt1} \cdot I_{f1}$$

odakle se deljenjem nalazi novi ugao opterećenja:

$$\operatorname{tg}(\delta_1 + \varphi_1) = \frac{X_{s1} + X_{opt1}}{R_{opt}} = \frac{1,73 + 40,84}{50} = 0,85$$

$$\delta_1 + \varphi_1 = \operatorname{arctg}(0,85) = 40,41^\circ \Rightarrow \delta_1 = 40,41 - 39,19 = 1,22^\circ$$

Sa fazorskog dijagrama za novi režim, sada posmatrano sa strane generatora, mogu se zapisati i sledeće jednačine:

$$E_{0f1} \cdot \sin \delta_1 = X_{s1} \cdot I_{f1} \cdot \cos \varphi_1$$

$$E_{0f1} \cdot \cos \delta_1 = U_{f1} + X_{s1} \cdot I_{f1} \cdot \sin \varphi_1$$

U ovim jednačinama su nepoznati fazni napon generatora, U_{f1} , i struja generatora (potrošača), I_{f1} . Struja i napon generatora su:

$$I_{f1} = \frac{E_{0f1} \cdot \sin \delta_1}{X_{s1} \cdot \cos \varphi_1} = \frac{216,1 \cdot \sin(1,22^0)}{1,73 \cdot \cos(39,19^0)} = 3,43 [A]$$

$$U_{f1} = E_{0f1} \cdot \cos \delta_1 - X_{s1} \cdot I_{f1} \cdot \sin \varphi_1 = 216,1 \cdot \cos(1,22^0) - 1,73 \cdot 3,43 \cdot \sin(39,19^0) = 212,3 [V]$$

Tražena aktivna i reaktivna snaga potrošača u novom režimu iznose:

$$P_1 = 3 \cdot U_{f1} \cdot I_{f1} \cdot \cos \varphi_1 = 3 \cdot 216,1 \cdot 3,43 \cdot \cos(39,19^0) = 1,69 [kW]$$

$$Q_1 = 3 \cdot U_{f1} \cdot I_{f1} \cdot \sin \varphi_1 = 3 \cdot 216,1 \cdot 3,43 \cdot \sin(39,19^0) = 1,38 [kVar]$$

Zadatak 25. Trofazni sinhroni generator 380 V, Y, 50 Hz, 3000 min^{-1} , $X_s=1 \Omega$, napaja trofazni potrošač koji se sastoji od tri otpornika otpornosti 20Ω spregnuta u zvezdu. Pogonska mašina generatora ima mehaničku karakteristiku $M_{pog}=7220 \cdot U_{kon}/\omega$, gde je $U_{kon}[\text{V}]$ napon koji se može podešavati, $M_{pog}[\text{Nm}]$ i $\omega[\text{rad/s}]$ moment i brzina koju razvija pogonska mašina. Odrediti:

- U_{kon} kada se potrošač napaja nazivnim naponom i frekvencijom generatora,
- Napon generatora i frekvenciju ako se u stanju navedenom pod a) otpornost otpornika promeni na vrednost 10Ω .
- Šta treba uraditi da bi se pri priključenoj vrednosti otpornika pod b) ponovo imali nazivni napon i frekvencija generatora?

Rešenje:

Zadatak ilustruje rad sinhronog generatora na sopstvenu mrežu.

- Električna snaga potrošača na izlazu generatora aktivne otpornosti $20 \Omega/\text{fazi}$ pri naponu 380 V iznosi:

$$P_{el} = 3 \cdot \left(\frac{U}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot \frac{1}{R} = \frac{380^2}{20} = 7220 \text{ W}.$$

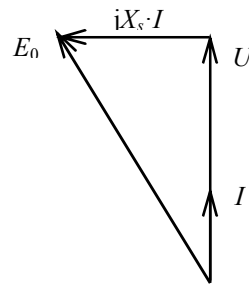
Ako zanemarimo gubitke sinhronog generatora snaga koju mu predaje pogonska mašina jednaka je snazi na izlazu generatora (snazi potrošača) pa je jasno da je tada i snaga pogonske mašine jednaka 7220 W. Na osnovu izraza za mehaničku karakteristiku može se zaključiti da se pogonskoj mašini reguliše snaga na izlazu na osnovu zadavanja referentne vrednosti kontrolnog napona U_{kon} :

$$M_{pog} = 7220 \cdot \frac{U_{kon}}{\omega} \Rightarrow M_{pog} \cdot \omega = 7220 \cdot U_{kon} \Rightarrow P_{pog} = 7220 \cdot U_{kon}$$

Odatle je očigledno traženi upravljački napon $U_{kon}=1 \text{ V}$.

- Ako se smanji otpornost potrošača, odnosno poveća opterećenje autonomnog generatora pri konstantnoj snazi pogonske mašine (ovde $U_{kon}=\text{const.}=1\text{V}$) doćiće do pada napona i brzine, tj. frekvencije generatora dok se ne uspostavi novi stacionarni režim pri kojem je izlazna električna snaga jednaka ulaznoj mehaničkoj snazi generatora. Iz prvog režima treba izračunati indukovanu EMS jer ona (za datu brzinu i struju pobude) promenom potrošača ostaje nepromenjena. Na osnovu fazorskog dijagrama napona generatora, uzimajući u obzir čistu aktivnu otpornost potrošača, odnosno jediničan faktor snage, važi da je indukovana ems po fazi jednaka (vidi sliku 25.1):

$$E_0 = \sqrt{U^2 + (X_s \cdot I)^2} = \sqrt{\left(\frac{380}{\sqrt{3}}\right)^2 + (1 \cdot 10,97)^2} = 219,67 \text{ V}.$$



Slika 25.1. Fazorski dijagram turbogeneratora pri čisto aktivnom opterećenju.

Struja generatora, ujedno fazna struja statora generatora zbog sprege namotaja u zvezdu iznosi:

$$I = \frac{P_{el}}{\sqrt{3} \cdot U} = 10,97 \text{ A}$$

Nakon priključenja otpornosti $R_1=10 \Omega$ električna snaga raste, zbog čega je potrebna veća mehanička snaga. Veća mehanička snaga se ostvaruje na račun kinetičke energije i generator usporava. Napon generatora pada na vrednost, tako da su uspostavi ravnotežno stanje pri kome je električna snaga jednaka snazi pogonske mašine koja je ostala nepromenjena 7220 W, tj. važi da je:

$$P_{el1} = 3 \cdot R_1 \cdot I_1^2 = 7220 \text{ W}$$

odakle je:

$$I_1 = \sqrt{\frac{P_{el1}}{3 \cdot R_1}} = \sqrt{\frac{7220}{3 \cdot 10}} = 15,51 \text{ A.}$$

Sada treba ponovo rešiti fazorski dijagram u kome je poznat napon:

$$U_1 = R_1 \cdot I_1 = 10 \cdot 15,51 = 155,1 \text{ V}$$

Imajući u vidu da je frekvencija generatora pala na vrednost f_1 , i da je indukovana elektromotorna sila srazmerna sa frekvencijom generatora, za novi fazorski dijagram se može napisati jednačina:

$$\frac{f_1}{f_n} \cdot E_0 = \frac{f_1}{50} \cdot 219,67 = \sqrt{U^2 + \left(\frac{f_1}{f_n} \cdot X_s \cdot I\right)^2} = \sqrt{155,1^2 + \left(\frac{f_1}{50} \cdot 1 \cdot 15,51\right)^2}$$

odakle se dobija nova frekvencija generatora u stacionarnom stanju:

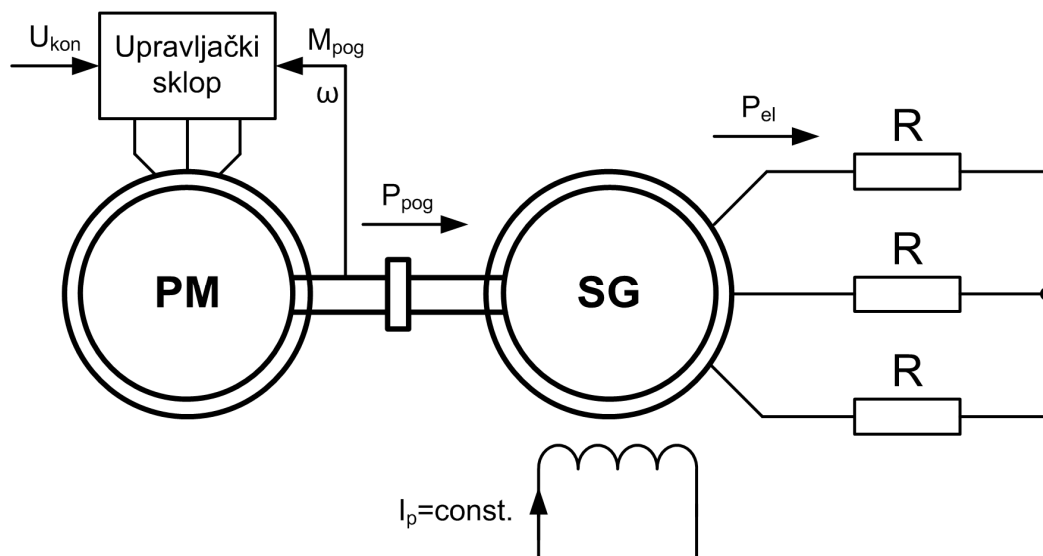
$$f_1 = \frac{155,1}{\sqrt{219,67^2 - 15,51^2}} \cdot 50 = \underline{35,4 \text{ Hz.}}$$

Dobijeni rezultati su u skladu sa eksperimentom da porastom opterećenja autonomnog generatora pri konstantnoj snazi pogonske mašine ima za rezultat pad napona i frekvencije generatora.

c) Da bi se napon i frekvencija generatora vratili na nazivne vrednosti, 380 V i 50 Hz, potrebno je povećati snagu pogonske mašine. Za nominalni napon 380 V električna snaga potrošača aktivne otpornosti 10 Ω /fazi iznosi:

$$P_{el1} = 3 \cdot \left(\frac{U}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot \frac{1}{R_1} = \frac{380^2}{10} = 14440 \text{ W}$$

Pa je očigledno na osnovu mehaničke karakteristike pogonske mašine da treba povećati upravljački napon na vrednost $U_{kon}=2 \text{ V}$. Zbog oblika mehaničke karakteristike će se tada i brzina, tj. frekvencija generatora vratiti na nazivnu vrednost.



Slika 25.2. Pogonska mašina i sinhroni generator sa sopstvenom mrežom u ovom zadatku.

Zadatak 26. Sinhroni generator sa cilindričnim rotorom ima podatke: 1,5 MVA, 6,6 kV, Y, 50 Hz, $p=2$, $X_s=200\%$. Svi gubici snage se mogu zanemariti, a magnetno kolo se smatra linearnim. Generator radi na pasivnoj (sopstvenoj) mreži. Brzina obrtanja održava se na konstantnoj i nominalnoj vrednosti. Potrebno je odrediti:

a) Elektromotornu silu praznog hoda, tako da linijski napon generatora bude 6 kV pri linijskoj struji 120 A od uz induktivni faktor snage 0,8. Odrediti aktivnu i reaktivnu snagu, te ugao opterećenja u ovom režimu.

b) Struja pobude generatora se ne menja, a generator se preveže u spregu trougao. Odrediti napon generatora, te ugao opterećenja, aktivnu i reaktivnu snagu u ovom režimu.

Rešenje:

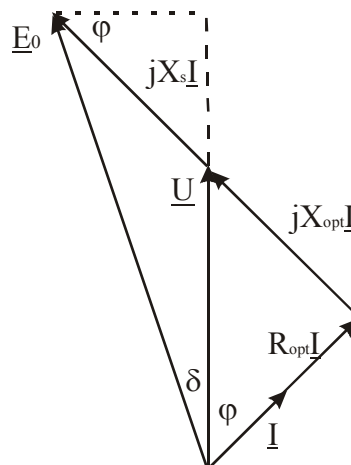
Sinhrona reaktansa ove mašine je:

$$X_s = \frac{X_s[\%]}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{200}{100} \cdot \frac{(6,6 \cdot 10^3)^2}{1,5 \cdot 10^6} = 58,08 \Omega$$

a) Jednačina naponske ravnoteže sinhronog turbogeneratora (uz zanemaren otpor statora) je:

$$\underline{E}_{0f} = \underline{U}_f + j \cdot X_s \cdot \underline{I}_f$$

Odgovarajući fazorski dijagram za nadpobuđeni režim prikazan je na slici 26.1.



Slika 26.1. Fazorski dijagram nadpobuđenog sinhronog turbogeneratora, gledano sa strane generatora kao i sa strane potrošača.

Sa fazorskog dijagrama se mogu napisati sledeće jednačine:

$$E_{0f} \cdot \sin \delta = X_s \cdot I_f \cdot \cos \varphi \quad (1)$$

$$E_{0f} \cdot \cos \delta = U_f + X_s \cdot I_f \cdot \sin \varphi \quad (2)$$

Deljenjem ove dve jednačine može se odrediti ugao opterećenja za dati režim rada kada je generator vezan u zvezdu:

$$\delta = \arctan\left(\frac{X_s \cdot I_f \cdot \cos \varphi}{U_f + X_s \cdot I_f \cdot \sin \varphi}\right) = \arctan\left(\frac{58,08 \cdot 120 \cdot 0,8}{6000/\sqrt{3} + 58,08 \cdot 120 \cdot 0,6}\right) = 36,1^\circ$$

kao i elektromotorna sila po fazi:

$$E_{0f} = \frac{X_s \cdot I_f \cdot \cos \varphi}{\sin \delta} = \frac{58,08 \cdot 120 \cdot 0,8}{\sin 33,15^\circ} = 9,47 \text{ kV}$$

odnosno njena linijska vrednost:

$$E_{0l} = \sqrt{3} \cdot E_{0f} = \sqrt{3} \cdot 9,47 = 16,4 \text{ kV}$$

Aktivna i reaktivna snaga u tom režimu su:

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 6000 \cdot 120 \cdot 0,8 = 1 \text{ MW}$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 6000 \cdot 120 \cdot 0,6 = 0,748 \text{ MVar}.$$

Reaktivna snaga se odaje mreži.

b) Parametri pasivne mreže koju generator napaja su:

$$R_{opt} = \frac{P}{3 \cdot I_f^2} = \frac{1 \cdot 10^6}{3 \cdot 120^2} = 23 \Omega$$

$$X_{opt} = \frac{Q}{3 \cdot I_f^2} = \frac{0,748 \cdot 10^6}{3 \cdot 120^2} = 17,3 \Omega$$

Kada se generator preveže u spregu trougao, uz nepromenjenu struju pobude, kao i brzinu obrtanja generatora (pogonskoj mašini se reguliše brzina) elektromotorna sila po faznom namotaju ostaje ista kao u prethodnom slučaju kada je namotaj bio u zvezdi. Odnosno, i dalje je indukovana elektromotorna sila po faznom namotaju jednaka $E_{0f1}=9,47$ kV, sa tom razlikom što ona sada određuje linijski napon kojim se napaja potrošač. Da bi se rešilo kolo mogu se naći ekvivalentni parametri generatora po fazi: ekvivalentna elektromotorna sila po fazi kada je namotaj u trouglu je $\sqrt{3}$ puta manja, dok je ekvivalentna sinhrona reaktansa 3 puta manja (transformacija trougao-zvezda). Ekvivalentno kolo generatora po fazi, kada su namotaju spregnuti u trougao, stoga iznose:

$$E_{0f1e} = E_{0f1} / \sqrt{3} = 9,47 / \sqrt{3} = 5,47 [\text{kV}]$$

$$X_{s1e} = X_s / 3 = 58,08 / 3 = 19,36 [\Omega]$$

Pošto je opterećenje generatora ostalo isto, faktor snage je nepromenjen i iznosi 0,8 induktivno. Sa fazorskog dijagrama za novi režim rada (gde figurišu elektromotorna sila E_{0f1e} i sinhrona reaktansa X_{s1e}) važi da je:

$$E_{0f1e} \cdot \sin(\varphi + \delta) = (X_{s1e} + X_{opt}) \cdot I_{f1}$$

$$E_{0f1e} \cdot \cos(\varphi + \delta) = R_{opt} \cdot I_{f1}$$

pa se deljenjem dobija novi ugao opterećenja:

$$\operatorname{tg}(\varphi + \delta_1) = \frac{X_{s1e} + X_{opt}}{R_{opt}} = \frac{19,36 + 17,03}{23,09} = 1,576$$

$$\varphi + \delta_1 = 57,6^\circ$$

$$\delta_1 = 57,6 - 36,87 = 20,73^\circ$$

Sa fazorskog dijagrama je takođe:

$$E_{0f1e} \cdot \sin \delta_1 = X_{s1e} \cdot I_{f1} \cdot \cos \varphi$$

$$E_{0f1e} \cdot \cos \delta_1 = U_{f1} + X_{s1e} \cdot I_{f1} \cdot \sin \varphi,$$

pa se na osnovu ovih jednačina mogu izračunati struja i fazna vrednost napona na izlazu generatora:

$$I_{f1} = \frac{E_{0f1e} \cdot \sin \delta_1}{X_{s1e} \cdot \cos \varphi} = \frac{5,47 \cdot 10^3 \cdot \sin 20,73^\circ}{19,36 \cdot 0,8} = 125,01 [A]$$

$$I_{L1} = \sqrt{3} \cdot I_{f1} = \sqrt{3} \cdot 125,01 = 216,53 [A]$$

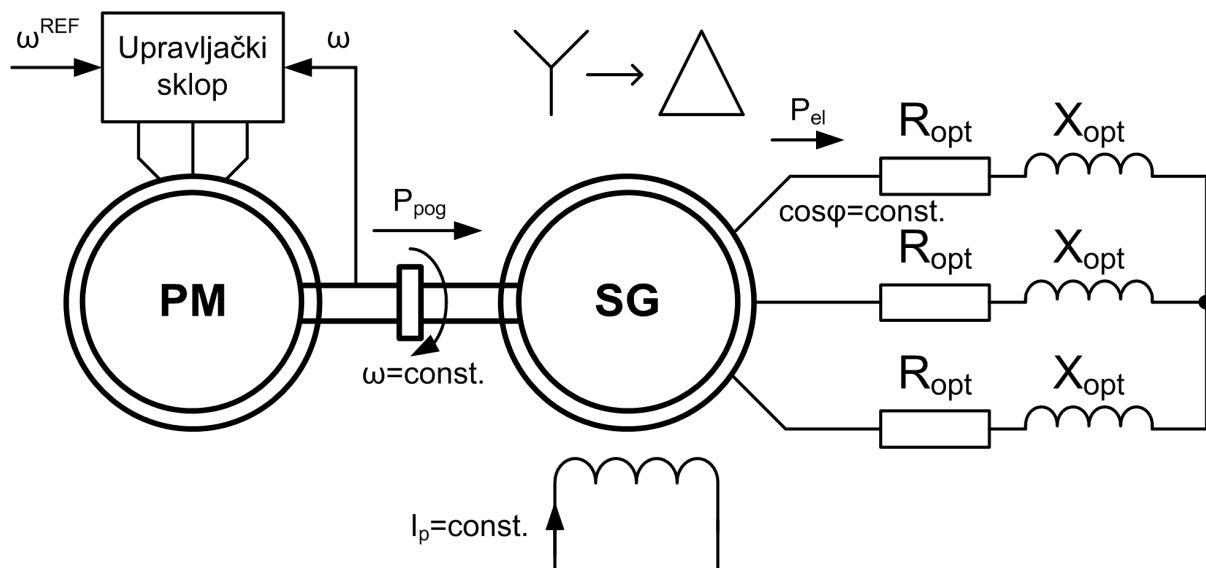
$$U_{f1} = E_{0f1e} \cdot \cos \delta_1 - X_{s1e} \cdot I_{f1} \cdot \sin \varphi = 5,47 \cdot 10^3 \cdot \cos(20,73^\circ) - 19,36 \cdot 125,01 \cdot 0,6 = 3663,7 [V]$$

To je ujedno i linijska vrednost napona kojim se napaja potrošač, kada je statorski namotaj generatora vezan u trougao.

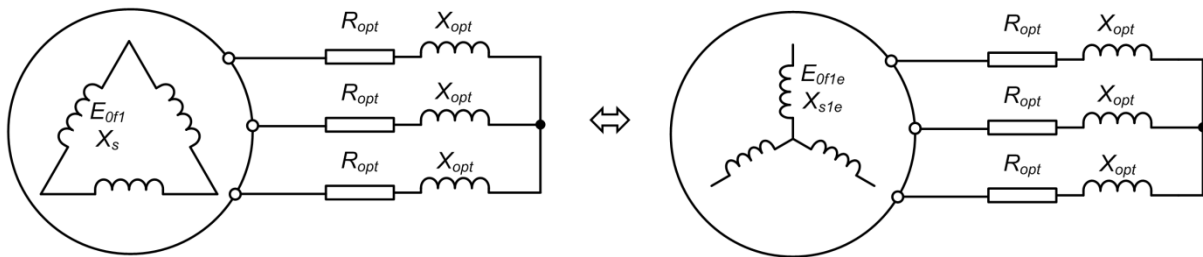
Konačno, aktivna i reaktivna snaga u traženom režimu rada iznose:

$$P_1 = 3 \cdot U_{f1} \cdot I_{f1} \cdot \cos \varphi = 3 \cdot 3,664 \cdot 10^3 \cdot 125,01 \cdot 0,8 = 1,099 [MW]$$

$$Q_1 = 3 \cdot U_{f1} \cdot I_{f1} \cdot \sin \varphi = 3 \cdot 3,664 \cdot 10^3 \cdot 125,01 \cdot 0,6 = 0,824 [MVar].$$



Slika 26.1. Sinhroni generator sa pasivnim potrošačem (sa konstantnim parametrima) i pogonska mašina u ovom zadatku.



Slika 26.2. Ekvivalentno svođenje statorskog namotaja u sprezi trougao u spregu zvezda, kako bi se rešilo pofazno kolo.

Zadatak 27. Četvoropolni sinhroni motor sa stalnim magnetima nazivnih podataka: 150 kW, 400 V, 50 Hz ima parametre zadate u relativnim jedinicama: otpornost statora 0,03 r.j., reaktansa rasipanja statora 0,1 r.j., podužna reaktansa reakcije indukta 0,3 r.j., poprečna reaktansa reakcije indukta 0,8 r.j., nominalna indukovana elektromotorna sila po fazi 1,0 r.j.

- Ako se vektorom struje statora upravlja tako da je d-komponenta jednaka nuli, a q-komponenta jednaka 1.0 r.j., izračunajte razvijeni moment, faktor snage i napon na stezaljkama motora, ako je frekvencija jednaka nazivnoj ($f=1.0$ r.j.).
- Uz istu amplitudu struje i frekvenciju kao u a) delu zadatka, izračunajte dq-komponente struje statora, položaj vektora struje i napon statora kojim se postiže maksimalnu moment u stacionarnom stanju.

Rešenje:

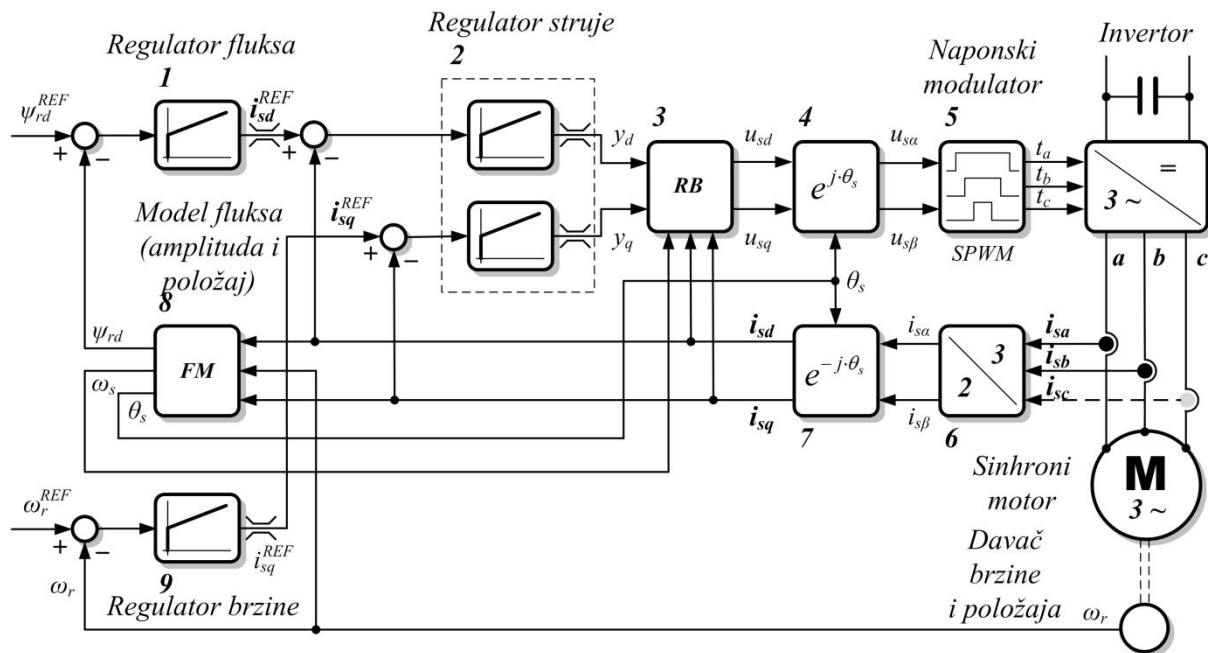
Zadatak ilustruje mogućnost da se kod sinhronog motora sa permanentnim magnetima može ostvariti veći pokretački moment optimalnim upravljanjem položaja vektora struje statora u odnosu na položaj rotora, a na račun postizanja veće vrednosti reluktantnog momenta koji postoji usled različitih vrednosti sinhronih reaktansi motora po uzdužnoj i poprečnoj osi.

Naime, u savremenim naizmeničnim pogonima (te i pogonima sa sinhronim motorima) za regulaciju pokretačkog momenta i brzine motora koristi se strujno upravljani inverter (slika 27.1.). U takvom pogonu, mere se fazne vrednosti struja motora (invertora) kao i položaj i brzina obrtanja rotora. U naprednijim pogonima, položaj i brzina rotora se ne mere, već procenjuju (estimiraju) na osnovu matematičkog modela motora. Poznavajući informaciju o položaju rotora, merene vrednosti faznih struja motora se mogu jednostavnim primenom trigonometrijskih relacija transformisati u dq-komponente struje kojima u stacionarnom stanju odgovara vektor struje određene amplitude i položaja u odnosu na rotor. To je vektor struje statora koji crtamo u dq dijagramu vezanom za rotor (d-osa se bira da se se poklapa sa osom rotora, odnosno osom vektora fluksa rotora) i koji se obrće sinhronom brzinom rotora. Stacionarnom stanju, odgovaraju konstantne vrednosti dq-veličina u dq fazorskom dijagramu koji standardno crtamo kada analiziramo ponašanje sinhronih mašina.

Upravljački sklop (kontroler) u svojoj upravljačkoj strukturi standardno u takvim pogonima sadrži dva odvojena regulatora koji nezavisno regulišu d- i q-komponente struje statora na zadate, referentne vrednosti (vidi sliku 27.1.). Kako je d-komponenta struje statora u istoj osi kao i vektor fluksa rotora, jasno je da se regulacijom ove komponente može uticati na vrednost magnetnog fluksa motora. q-komponenta struje u takvom upravljačkom sistemu, koja je normalna na pravac fluksa i poklapa se sa pravcem vektora indukovane elektromotorne sile praznog hoda, određuje pokretački moment motora pa se posredstvom nje može regulisati i brzina (ubrzanje, usporenje).

Kako je pokretački moment, generalno kod svih električnih mašina, srazmeran amplitudama fluksa induktora (ovde rotora) i struje indukta (ovde struje statora) i sinusu ugla između ta dva vektora (skalarnom proizvodu vektora fluksa induktora i vektora struje indukta; ponoviti OPŠTI DEO O ELEKTRIČNIM MAŠINAMA), može se zaključiti da se maksimalna vrednost pokretačkog momenta može ostvariti za maksimalne vrednosti fluksa i struje (jednake nominalnim za trajni rad) kada su međusobno ortogonalni. Odnosno, u ovom slučaju, vektorom struje statora treba upravljati tako da zaklapa u odnosu na položaj rotora ugao od 90 stepeni. To se postiže regulacijom d-komponente struje na nultu vrednost ($I_d=0$), a q-komponente na maksimalnu trajnu, nominalnu vrednost ($I_q=I_n$, ako se razmatra maksimalni moment). Tako je zadata situacija u delu zadatka pod a). Međutim, u ovom razmatranju je zanemarena činjenica da kod sinhronih mašina sa ugrađenim permanentnim magnetima postoji i reluktantna komponenta momenta koja zavisi od odnosa sinhronih reaktansi po d- i q-osi, koja za značajnije razlike reaktansi može uzeti značajniji udeo u ukupnom momentu koji motor razvija. Ovaj zadatak će upravo ilustrovati mogućnost da se smanjenjem fluksa u mašini (postavljanjem odgovarajuće reference d-komponente struje statora) uz zadržavanje iste vrednosti amplitude struje statora može ostvariti veći moment, nego što je to u slučaju nominalnog fluksa i

ortogonalnog položaja rotora i vektora struje statora. Efektivno, u tom slučaju (deo zadatka pod b) vektor struje statora je postavljen tako da u odnosu na rotor zaklapa manji ugao od 90 stepeni, odnosno zaklapa ugao γ u odnosu na položaj elektromotorne sile (q-osa). Cilj zadatka je naći optimalan položaj vektora struje statora, odnosno ugao γ , uz uvažavanje ograničenja invertora/motora (nominalna efektivna i amplitudna vrednost struje), tako da motor razvija maksimalni mogući moment. Iako je u tom slučaju amplituda fluksa u mašini manja u odnosu na nominalnu, kao i q-komponenta struje statora koja u upravljačkom sistemu definiše osnovnu komponentu momenta koji motor razvija, ukupan moment će biti veći zbog povećanja reluktantne komponente.



Slika 27.1. Savremeni pogon sinhronog motora. Vektorsko upravljanje: unutrašnja strujna regulaciona petlja (regulatori dq-komponenti struje statora) i spoljašnje regulacione petlje po brzini i fluksu.

a) Sinhronne reaktanse po d- i q-osi date sinhronne mašine iznose:

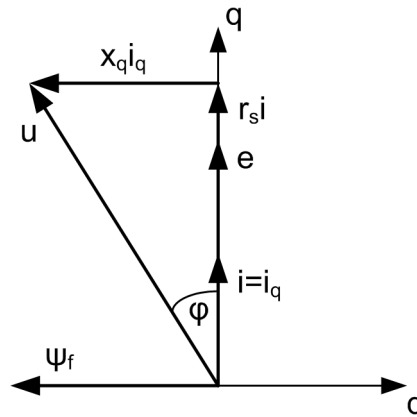
$$x_d = x_{ad} + x_\gamma = 0,3 + 0,1 = 0,4 [r.j.]$$

$$x_q = x_{aq} + x_\gamma = 0,8 + 0,1 = 0,9 [r.j.]$$

Ovde se može napomenuti da je kod sinhronih motora sa permanentnim magnetima sinhrona reaktansa po d-osi manja u odnosu na reaktansu po q-osi (suprotno u odnosu na mašine sa pobudnim namotajem), jer permanentni magneti koji su postavljeni u d-osi mašine predstavljaju veliki magnetni otpor sličan vazдушnom zazoru.

Fazorski dijagram kada se vektorom struje upravlja tako da je d-komponenta struje jednaka 0, a q-komponenta jednaka nominalnoj vrednosti ilustrovan je na slici 27.2. Na osnovu fazorskog dijagrama može se izračunati potreban napon statora:

$$u_f = \sqrt{(e + r_s \cdot i_f)^2 + (x_q \cdot i_f)^2} = \sqrt{(1 + 0,03 \cdot 1)^2 + (1 \cdot 0,9)^2} = 1,368 [r.j.]$$

Slika 27.2. Fazorski dijagram struja i napona za slučaj: $i_d=0$ i $i_q=i=1$ r.j.

Moment koji motor razvija jednak je odnosu mehaničke snage na vratilu i ugaone brzine obrtanja (ovde sinhrona brzina), pa je:

$$m = \frac{p_m}{\omega_{sm}}$$

Za nominalnu frekvenciju napona napajanja motora, $f=1$ r.j., i ugaona brzina obrtanja jednaka je nominalnoj vrednosti $\omega_{sm}=1$ r.j. (frekvencija, brzina obrtanja i ugaona brzina obrtanja, električna ili mehanička, imaju jednake vrednosti u relativnim jedinicama zbog načina izbora baznih vrednosti). Snaga na vratilu se može dobiti kada od ulazne električne snage odbijemo gubitke. Sa zanemarenjem gubitaka u gvožđu i mehaničkih gubitaka, koji nisu navedeni u tekstu zadatka možemo smatrati da je:

$$p_m = p_{el} - p_{Cu} = p_{el} - r_s \cdot i^2$$

Električnu snagu na osnovu dq-komponenti napona i struja možemo izračunati kao (aktivnu snagu generišu naponi i struje u fazi):

$$p_{el} = u_d \cdot i_d + u_q \cdot i_q$$

Ako je d-komponenta struje jednaka nuli, $i_d=0$ ($i_q=i$), mehanička snaga je jednaka:

$$p_m = u_q \cdot i_q - r_s \cdot i^2 = (u_q - r_s \cdot i) \cdot i = e \cdot i = 1 \cdot 1 = 1 \text{ [r.j.]}$$

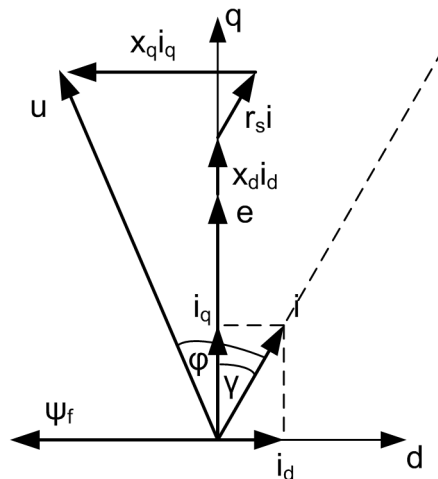
Moment je takođe jednak:

$$m = \frac{p_m}{\omega_{sm}} = \frac{1}{1} = 1 \text{ [r.j.]}$$

Na osnovu fazorskog dijagrama za dati slučaj, traženi faktor snage iznosi:

$$\cos \varphi = \frac{e_0 + r_s \cdot i}{u} = \frac{1 + 0,03 \cdot 1}{1,368} = 0,753$$

b) Pretpostavimo da za slučaj kada motor razvija maksimalni moment pri nominalnoj vrednosti struje statora, vektor struje zaklapa ugao γ u odnosu na položaj vektora indukovane elektromotorne sile, tj. q-ose. Tada vektor struje statora u odnosu na vektor fluksa rotora zaklapa veći ugao od 90 stepeni, pa njena d-komponenta stvara kontra fluks u osi rotora, koja rezultuje smanjenim ukupnim fluksom u mašini (vidi fazorski dijagram na slici 27.3). Uz ograničenu vrednost struje statora na jediničnu (nazivnu) vrednost i q-komponenta struje statora imaće manju vrednost u odnosu na prethodni slučaj. Obe pojave dovode do manje vrednosti osnovne komponente momenta koji motor razvija. Međutim, pokazaće se da povećanje reluktantne komponente momenta, u ovom slučaju, može biti veće u odnosu na smanjenje osnovne komponente što kao krajnji rezultat može ima povećanje ukupnog pokretačkog momenta motora.



Slika 27.3. Fazorski dijagram struja i napona za slučaj kada struja statora zaklapa ugao γ u odnosu na q-osu ($i_d \neq 0$).

Mehanička snaga na vratilu se dobija kada se od ulazne električne snage odbiju gubici. Uz zanemarene gubitke u gvožđu i mehaničke gubitke važi da je mehanička snaga jednaka:

$$p_m = u \cdot i \cdot \cos \varphi - r_s \cdot i^2$$

Na osnovu fazorskog dijagrama za posmatrani slučaj (slika 3.3), projektovanjem vektora napona na pravac vektora struje statora može se izraziti proizvod napona statora i faktora snage (koji se pojavljuje u izrazu za električnu snagu, vidi prethodni izraz) kao:

$$u \cdot \cos \varphi = e \cdot \cos \gamma + x_d \cdot i_d \cdot \sin \gamma + r_s \cdot i - x_q \cdot i_q \cdot \cos \gamma$$

Pa se mehanička snaga može izraziti preko struje statora (položaja i amplitude, koje su upravljane veličine u strujno-regulisanom naizmeničnom pogonu) kao:

$$p_m = e \cdot i \cdot \cos \gamma + x_d \cdot i_d \cdot i \cdot \cos \gamma - x_q \cdot i_q \cdot i \cdot \sin \gamma$$

Na osnovu definicije dq-komponenti struje statora u koordinatnom sistemu vezanom za rotor motora važi da je:

$$i_d = i \cdot \sin \gamma$$

$$i_q = i \cdot \cos \gamma$$

pa je izraz za mehaničku snagu:

$$p_m = e \cdot i \cdot \cos \gamma + x_d \cdot i^2 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - x_q \cdot i^2 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma$$

$$p_m = e \cdot i \cdot \cos \gamma + \frac{1}{2} \cdot (x_d - x_q) \cdot i^2 \cdot \sin 2\gamma = p_{osn} + p_{rel}$$

Aktivna snaga je zbir dve komponente: osnovne, posn, i reluktantne, prel. Obe komponente zavise od amplitude struje, ali i od položaja vektora struje statora u odnosu na rotor (odnosno, elektromotornu silu što je ugao γ u izrazu). Stoga, i moment motora koji je odnos mehaničke snage i brzine obrtanja, ima dve komponente: osnovnu i reluktantnu.

Za datu amplitudu struje statora, i , maksimalnu vrednost snage dobijamo za ugao γ za koji važi da je:

$$\frac{dp_m}{d\gamma} = 0$$

Uzimajući u obzir prethodnu zavisnost mehaničke snage od ugla γ , dobijamo da posmatrani motor razvija maksimalni moment na vratilu za ugao:

$$\frac{dp_m}{d\gamma} = -e \cdot i \cdot \sin \gamma + (x_d - x_q) \cdot i^2 \cdot \cos 2\gamma = 0$$

$$-e \cdot i \cdot \sin \gamma + (x_d - x_q) \cdot i^2 \cdot (1 - 2 \sin^2 \gamma) = 0$$

$$2 \cdot (x_q - x_d) \cdot i^2 \cdot \sin^2 \gamma - e \cdot i \cdot \sin \gamma - (x_q - x_d) \cdot i^2 = 0$$

$$2 \cdot (0,9 - 0,4) \cdot 1^2 \cdot \sin^2 \gamma - 1 \cdot 1 \cdot \sin \gamma - (0,9 - 0,4) \cdot 1^2 = 0$$

$$\sin^2 \gamma - \sin \gamma - 0,5 = 0 \Rightarrow \gamma = 21,47^\circ$$

Znači kada se vektor struje statora nominalne amplitude postavi tako da zaklapa ugao od $21,47^\circ$ u odnosu na vektor indukovane elektromotorne sile (tako da kasni za njim, odnosno da zaklapa ugao od $90+21,47=111,47^\circ$ u odnosu na vektor fluksa rotora) motor razvija maksimalni mogući moment koji tada iznosi:

$$m_{\max} = \frac{p_{m \max}}{\omega_{sm}} = \frac{e \cdot i \cdot \cos \gamma + 0,5 \cdot (x_d - x_q) \cdot i^2 \cdot \sin 2\gamma}{\omega_{sm}} =$$

$$= \frac{1 \cdot 1 \cdot \cos 21,47^\circ + 0,5 \cdot 0,5 \cdot 1^2 \sin(2 \cdot 21,47^\circ)}{1}$$

$$m_{\max} = 1,1 [r.j.]$$

dq-komponente struje statora treba regulisati na vrednosti:

$$i_d = i \cdot \sin \gamma = 1 \cdot \sin 21,47^\circ = 0,366 [r.j.]$$

$$i_q = i \cdot \cos \gamma = 1 \cdot \cos 21,47^\circ = 0,931 [r.j.]$$

Napon koji treba dovesti na stator motora iznosi:

$$\begin{aligned}u &= \sqrt{(e + r_s \cdot i_q + x_d \cdot i_d)^2 + (x_q \cdot i_q - r_s \cdot i_d)^2} = \\&= \sqrt{(1 + 0,03 \cdot 0,931 + 0,4 \cdot 0,366)^2 + (0,9 \cdot 0,931 - 0,03 \cdot 0,366)^2} = 1,223[r.j.]\end{aligned}$$

Zadatak 28. Za četvoropolni kavezni asinhroni motor odrediti:

- Nazivno klizanje.
- Frekvenciju rotorskih struja i napona.
- Brzinu obrtanja statorskog polja u odnosu na stator.
- Brzinu obrtanja statorskog polja u odnosu na rotor.
- Brzinu obrtanja rotorskog polja u odnosu na rotor.
- Brzinu obrtanja rotorskog polja u odnosu na stator.
- Brzinu obrtanja rotorskog polja u odnosu na statorsko polje.

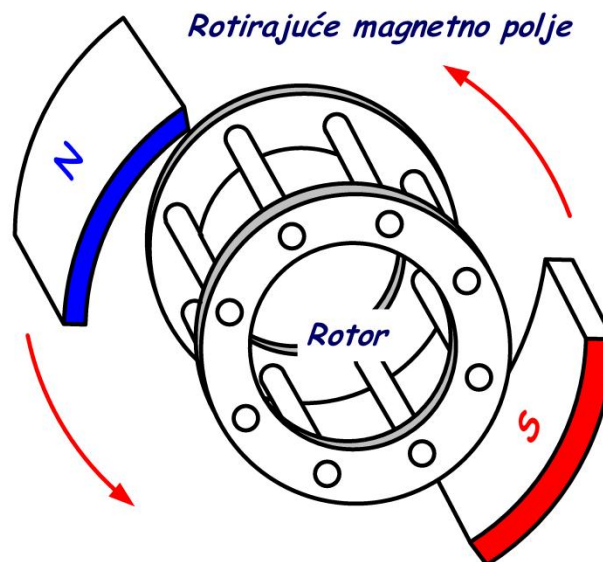
Podaci motora: 22 [kW], 400 [V], 50 [Hz], 1460 [min⁻¹], sprega D.

Rešenje:

Obrtno magnetno polje stvoreno statorskim strujama obrće se sinhronom brzinom:

$$n_s = \frac{60 \cdot f_s}{p} = konst [\text{min}^{-1}]$$

U namotaju rotora pod dejstvom obrtnog polja sa statora, indukuje se elektromotorna sila. Ona tera struju kroz rotor koji je kratko spojen i koji se nalazi u obrtnom polju (slika 28.1).

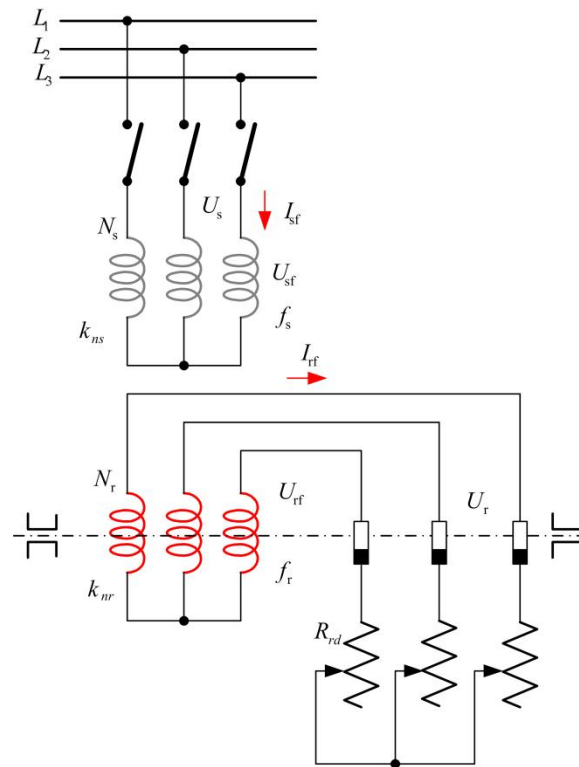


Slika 28.1. Princip rada asinhronne mašine.

Principijelna šema asinhronne mašine (kliznokolutne, koja je opštiji slučaj) prikazana je na slici 28.2. Oznake koje su korišćene na slici imaju sledeće značenje:

- U_{sf} – statorski fazni napon
- U_{rf} – rotorski fazni napon
- f_s – statorska frekvencija

- f_r – rotorska frekvencija
- I_{sf} – statorska fazna struja
- I_{rf} – rotorska fazna struja
- n, n_r – brzina obrtanja rotora
- R_{rd} – dodatni otpornik u kolu rotora
- N_s, N_r – broj navojaka po fazi statora (s) i rotora (r)
- k_{ns}, k_{nr} – rezultatni navojni sačinilac namotaja statora (s) i rotora (r)



Slika 28.2. Principijelna šema kliznokolutne asinhronne mašine – oznake.

Relativna brzina statorskog polja u odnosu na rotor (apsolutno klizanje) je:

$$n_{kliz} = n_k = n_s - n_r$$

$$\omega_k = \omega_s - \omega_r$$

Relativno klizanje (u odnosu na statorsko polje) je:

$$s = \frac{n_k}{n_s} = \frac{n_s - n_r}{n_s}$$

$$s = \frac{\omega_k}{\omega_s} = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s}$$

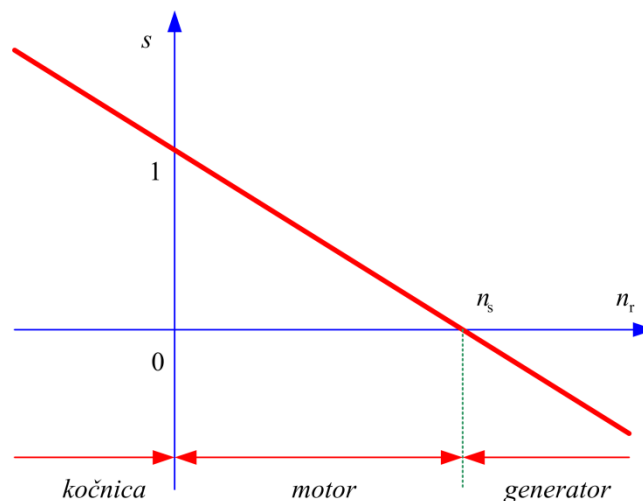
Relativno klizanje izraženo u procentima iznosi:

$$s[\%] = \frac{n_s - n_r}{n_s} \cdot 100$$

Veza između ugaone brzine obrtanja u $[rad/s]$ i $[o/min]$ je:

$$\omega_s = \frac{2 \cdot \pi \cdot f_s}{p} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_s}{60}$$

Klizanje mora biti sasvim mala veličina (zbog uticaja na gubitke energije; kasnije će se pokazati da su gubici u bakru rotora direktno srazmerni sa klizanjem) te se zbog toga iskazuje u procentima. Njena veličina iznosi od 0,1% do 5% u normalnom radu. Ako se rotor obrće sinhronom brzinom, klizanje je jednako 0. Ako rotor stoji (zakočen, polazak) klizanje je jednako 1. Ako je brzina obrtanja rotora manja od sinhrona, klizanje je veće od 0. Ovo je slučaj kada mašina radi u motorskom režimu (rotor zaostaje u odnosu na statorsko polje). Ako se rotor brže vrti od obrtnog polja, klizanje je manje od 0. Ovo je slučaj kada mašina radi u generatorskom režimu (rotor prednjači u odnosu na statorsko obrtno polje). Ako se rotor vrti u suprotnu stranu ($n_r < 0$) od obrtnog polja, klizanje je veće od 1. To je režim kočnice (statorsko obrtno polje koči rotor koji se vrti u suprotnom smeru). Zavisnost klizanja od brzine rotora i režimi rada asinhrona mašine prikazani su na slici 28.3.



Slika 28.3. Klizanje u zavisnosti od brzine obrtanja rotora i režimi rada asinhrona mašine.

a) Nazivno klizanje datog motora iznosi:

$$s_n[\%] = \frac{n_{sn} - n_{rn}}{n_{sn}} \cdot 100 = \frac{1500 - 1460}{1500} \cdot 100 = 2,66 \cdot [\%]$$

b) Rotorska frekvencija koja odgovara nazivnom klizanju iznosi:

$$f_{rn} = \frac{(n_{sn} - n_{rn}) \cdot p}{60}$$

$$\frac{f_r}{f_s} = \frac{n_s - n_r}{n_s} = s$$

$$f_r = s \cdot f_s$$

$$f_{rn} = 0,0266 \cdot 50 = 1,33 \text{ [Hz]}$$

c) Brzina obrtanja statorskog polja u odnosu na stator je jednak sinhronoj brzini $n_s = 1500$ o/min, jer je stator nepokretan.

d) Relativna brzina obrtanja rotora u odnosu na statorsko polje je:

$$n_{kn} = n_{sn} - n_{rn} = 1500 - 1460 = 40 \text{ [min}^{-1}\text{]}$$

e) Trofazne rotorske struje prave rotorsko obrtno polje, isto kao što trofazne statorske struje prave statorsko obrtno polje. Slično, kao što je brzina statorskog obrtnog polja (u odnosu na statorske namotaje, odnosno stator) srazmerna frekvenciji struja statora:

$$n_s = \frac{60 \cdot f_s}{p}$$

to je i brzina obrtanja rotorskog polja n_{rp} , u odnosu na rotorske namotaje tj. rotor, srazmerna frekvenciji struja rotora:

$$n_{rp} = n_s - n_r = \frac{60 \cdot f_r}{p} = \frac{60 \cdot 1,33}{2} = 40 \text{ [min}^{-1}\text{]}$$

f) Kako se rotor obrće brzinom n_r u odnosu na stator, a brzina rotorskog polja u odnosu na rotor iznosi n_{rp} , to se zaključuje da je brzina rotorskog polja u odnosu na nepokretni stator jednaka sinhronoj brzini:

$$n_r + n_{rp} = 1460 + 40 = 1500 \text{ [min}^{-1}\text{]} = n_s$$

g) Relativna brzina rotorskog obrtnog polja prema statorskom jednaka je nuli, jer se rotorsko polje takođe vrti sinhronom brzinom (u odnosu na stator). Uslov da uopšte dođe do elektromagnetne konverzije jeste da se statorsko i rotorsko polje vrte istim brzinama. U njihovoj međusobnoj interakciji dolazi do razvijanja elektromagnetnog momenta. Od opterećenja će zavisiati intenzitet struja (polja) statora i rotora kao i njihov međusobni položaj (ugao između polja statora i rotora).

Zadatak 29. Kliznokolutni asinhroni motor sa odnosom transformacije 4,0042 ima otpor po fazi rotora 0,233 Ω , a induktivnost rasipanja faza rotora 0,22 mH. Motor pri mrežnom naponu 2 [kV] učestanosti 50 [Hz] daje na vratilu snagu od 247 [kW] pri čemu klizanje iznosi 1,8%. Pri navedenom opterećenju elektromotorna sila statora iznosi 93% mrežnog napona. Odrediti struju jedne faze rotora pri navedenom opterećenju.

Rešenje:

U ovom zadatku će se izvesti ekvivalentno kolo rotora asinhronog motora koji se u normalnom radu obrće sa nekim klizanjem u odnosu na sinhrono obrtno polje statora.

Statorska frekvencija je:

$$f_s = \frac{n_s \cdot p}{60}$$

Rotorska frekvencija je:

$$f_r = \frac{n_K \cdot p}{60} = \frac{(n_s - n) \cdot p}{60}$$

$$\frac{f_r}{f_s} = \frac{n_s - n_r}{n_s} = s$$

$$f_r = s \cdot f_s$$

Ukoliko je brzina rotora različita od sinhronne brzine važi da je odnos faznih indukovanih napona statora i rotora jednak:

$$n_r \neq n_s$$

$$f_r \neq f_s$$

$$\frac{E_{sf}}{E_{rf}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot \Phi \cdot f_s \cdot N_s \cdot k_{ns}}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot \Phi \cdot f_r \cdot N_r \cdot k_{nr}} = \frac{N_s \cdot k_{ns}}{N_r \cdot k_{nr}} \cdot \frac{1}{s}$$

Odatle sledi da je:

$$\frac{E_{rf}}{s} = E_{sf} \cdot \frac{N_r \cdot k_{nr}}{N_s \cdot k_{ns}}$$

Za ukočeni (mirujući) rotor, odnosno za klizanje jednako jedinici u rotorskom namotaju imamo indukovanu elektromotornu silu rotora kratkog spoja E_{rfk} :

$$s = 1$$

$$E_{rf} = E_{rfk}$$

Na osnovu prethodnih jednačina indukovani napon rotora u mirovanju iznosi:

$$E_{rfk} = E_{sf} \cdot \frac{N_r \cdot k_{nrsek}}{N_s \cdot k_{ns}}$$

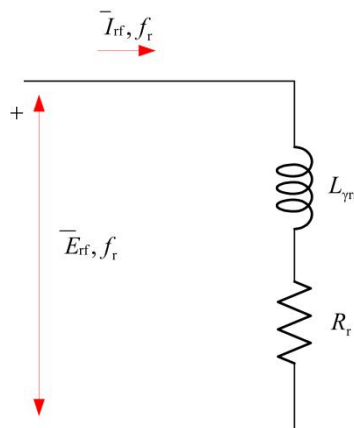
Pa se može zaključiti da se indukovani napon rotora koji se obrće saklizanjem s , može izraziti preko indukovanog napona rotora u mirovanju kao:

$$\frac{E_{rf}}{s} = E_{rfk}$$

$$E_{rf} = s \cdot E_{rfk}$$

Ekvivalentno kolo rotorskog kola (po fazi) kojese obrće prikazano je na slici 29.1 i sastoji se od redne veze otpornosti namotaja po fazi R_r i induktivnosti rasipanja rotora po fazi $L_{\gamma rs}$. Treba obratiti pažnju da je na slici 29.1 frekvencija indukovane elektromotorne sile rotora E_{rf} i rotorske struje I_{rf} jednaka rotorskoj frekvenciji f_r . Reaktansa rasipanja rotora po fazi je:

$$X_{\gamma rs} = 2 \cdot \pi \cdot f_r \cdot L_{\gamma rs}$$



Slika 29.1. Ekvivalentno kolo obrtnog rotora kod kojeg je učestanost indukovane elektromotorne sile i struje jednaka stvarnoj vrednosti f_r .

Struja rotora u faznim namotajima rotora iznosi:

$$I_{rf} = \frac{E_{rf}}{\sqrt{R_r^2 + X_{\gamma rs}^2}} = \frac{E_{rf}}{\sqrt{R_r^2 + (2 \cdot \pi \cdot f_r \cdot L_{\gamma rs})^2}}$$

Ako se uvede reaktansa rasipanja rotora izračunata na statorskoj frekvenciji:

$$X_{\gamma r} = 2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot L_{\gamma rs}$$

onda se promenljiva reaktansa rasipanja rotora može izraziti preko klizanja:

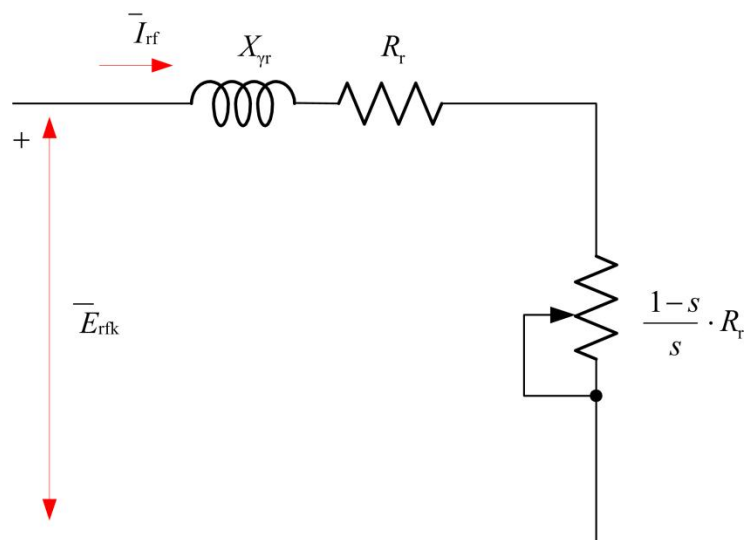
$$\frac{X_{rs}}{X_r} = \frac{f_r}{f_s} = s$$

$$X_{rs} = s \cdot X_r$$

Uzimajući u obzir prethodne relacije, vidi se da se struja rotora može izraziti preko indukovane elektromotorne sile ukočenog rotora E_{rfk} i reaktanse rasipanja rotora na statorskoj frekvenciji X_{rs} (što je reaktansa rasipanja rotora kada on miruje) kao:

$$I_{rf} = \frac{E_{rfk} \cdot s}{\sqrt{R_r^2 + (s \cdot X_r)^2}} = \frac{E_{rfk}}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}}$$

Drugim rečima, stvarni obrtni rotor asinhronog motora se može ekvivalentirati mirujućim, ukočenim rotorom ako se u ekvivalentnom električnom kolu rotora po fazi usvoji sledeće: ulazni napon kola je indukovana elektromotorna sila kratkog spoja E_{rfk} , učestanost rotorskog napona i struje je jednaka učestanosti statora f_s , reaktansa rasipanja rotora X_{rs} je izračunata na učestanosti statora, i umesto stvarne otpornosti rotora R_r uzeti fiktivnu promenljivu vrednost otpora rotora koji zavisi od klizanja R_r/s (slika 29.2). Ekvivalentiranje stvarnog obrtnog rotora mirujućim rotorom je izvršeno na osnovu vrednosti struje rotora, odnosno oba ekvivalentna kola daju istu vrednost struje rotora. Pri tome ne treba zaboraviti da je stvarna učestanost napona i struja u rotorskom kolu f_r , a ne f_s .



Slika 29.2. Predstavljanje obrtnog rotora ekvivalentnim ukočenim rotorom.

Fiktivna otpornost R_r/s modeluje aktivnu snagu koja prelazi sa statora na rotor preko vazdušnog zazoru kroz elektromagnetnu interakciju između polja statora i rotora, tzv. snagu obrtnog polja. Pri tome je R_r/s zgodno rastaviti na stvarnu otpornost rotora koja modeluje Džulove gubitke u namotaju rotora i ostatak koji modeluje snagu elektromagnetne konverzije:

$$\frac{R_r}{s} - R_r = \frac{R_r}{s} \cdot (1-s)$$

Na osnovu datog teorijskog razmatranja može se rešiti zadati problem. Indukovana elektromotorna sila statora po fazi, na osnovu uslova zadatka da pad napona na statoru iznosi 93% dovedenog napona, je:

$$E_{sf} = 0,93 \cdot 2000 / \sqrt{3} = 1073,87 [V]$$

Ovde je pad napona na statorskoj rednoj impedansi uračunat direktno preko datog procenta u odnosu na dovedeni napon. Za račun faznog napona, treba razmotriti spregu namotaja (ovde zvezda, Y). Na osnovu datog koeficijenta transformacije možemo naći indukovanu elektromotornu silu ukočenog rotora:

$$E_{rfk} = \frac{E_{sf}}{m_e} = \frac{1073,87}{4,0042} = 268,19 [V]$$

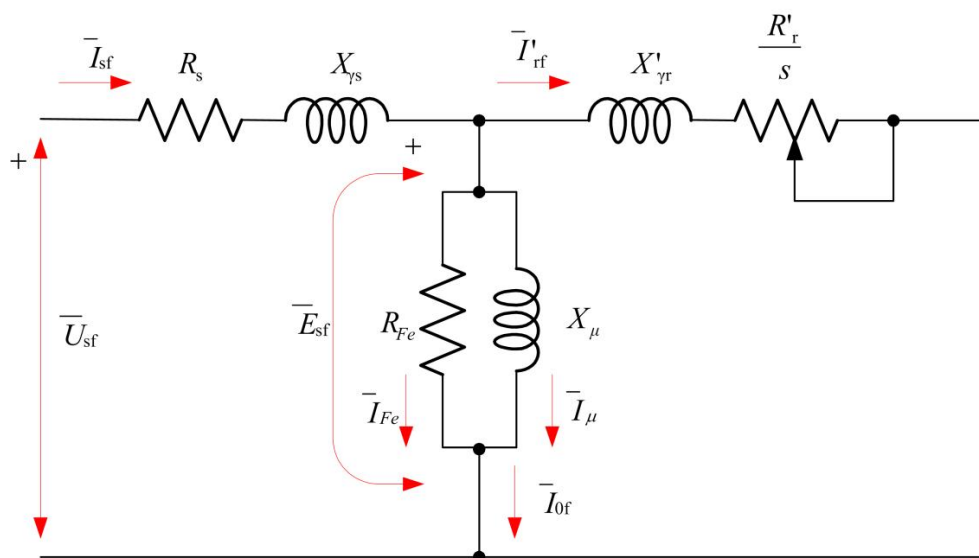
Konačno, struja rotora iznosi:

$$I_r = I_{rf} = \frac{268,19}{\sqrt{\left(\frac{0,0233}{0,018}\right)^2 + 0,0691^2}} = 206,9 [A]$$

Zadatak 30. Asinhroni motor sa odnosom transformacije 4,0042 ima omski otpor po fazi statora 0,239 $[\Omega]$, otpor po fazi rotora 0,233 $[\Omega]$, a induktivnosti rasipanja pojedinih faza statora i rotora iznose 2,4 [mH] i 0,22 [mH], respektivno. Motor se povezuje na mrežu učestanosti 50 [Hz]. Odredite induktivne i termogene otpore statora i rotora svedenog na stator.

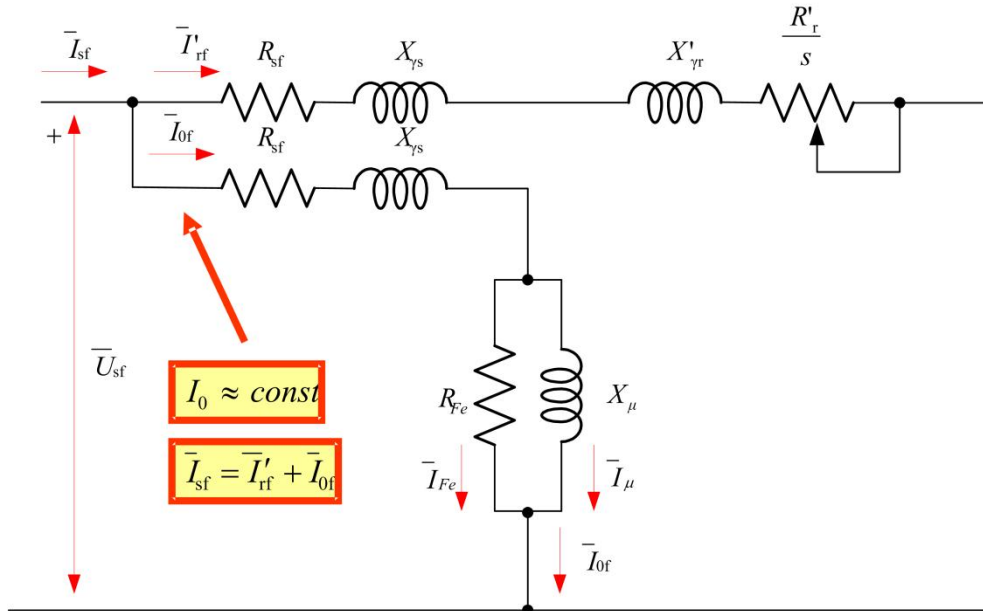
Rešenje:

Ekvivalentna (pofazna) šema asinhronne mašine prikazana je na slici 30.1. Kada je asinhrona mašina u praznom hodu $s=0$, pa sledi da je struja statora I_s jednaka struji praznog hoda I_0 . Kako u praznom hodu nema elektromehaničke konverzije (osim onog dela kojim se pokrivaju mehanički gubici, koji se mogu zanemariti), sledi da je statorska struja u praznom hodu pretežno reaktivna (I_μ) pošto obezbeđuje potrebnu reaktivnu energiju za magnećenje magnetnog kola. Reaktansa X_μ i struja magnećenja I_μ opisuju reaktivnu energiju potrebnu za magnećenje magnetnog kola. U asinhronim mašinama postoje statorsko i rotorsko obrtno polje kojima odgovaraju statorski i rotorski fluks. Deo ovih flukseva se rasipa i oni su opisani induktivnostima (reaktansama) rasipanja, $X_{\gamma s}$ i $X_{\gamma r}$. Rezultatno polje u mašini je vektorski zbir statorskog i rotorskog obrtnog polja. U mašini postoji zajednički fluks - koji se obuhvata i sa namotima statora i rotora. Prema tome zajednički fluks potiče od ukupnog delovanja (vektorskog) zbira struja statora I_{sf} i rotora I_{rf} , to je fluks koji postoji u vazdušnom zazoru i uzrokovan je strujom magnećenja I_μ . I_μ je ekvivalentna struja kojom se opisuje nastanak zajedničkog fluksa. Induktivnost magnećenja L_μ povezuje zajednički fluks i struju magnećenja I_μ . Gubici u gvožđu mogu se predstaviti jednostavno sa omskim otporom R_{Fe} u grani magnećenja, jer zavise od napona mašine a približno su nezavisni od struje opterećenja. Parametrom R_{Fe} se ekvivalentno predstavljaju gubici čija je priroda nastanka magnetna. Model rotorskog kola izveden je u prethodnom zadatku. Ako se razdvoji snaga obrtnog polja koja se oslobađa na R_r/s na snagu Džulovih gubitaka na otporu rotora R_r i snagu konverzije dobija se ekvivalentna šema asinhronog motora. Novo uvedeni parametar R_r/s je fiktivan. Frekvencija rotorskih napona i struja u fiktivnom ukočenom rotoru jednaka je statorskoj frekvenciji f_s . Rotorsko kolo je još potrebno svesti na isti naponski nivo da bi se dobila konačna ekvivalentna šema.



Slika 30.1. Ekvivalentna pofazna šema asinhronne mašine.

Iz razloga što je struja praznog hoda I_0 (struja magnećenja i aktivna komponenta struje koja pokriva gubitke u gvožđu) motora približno konstantna i nezavisna od opterećenja, a parametri grane magnećenja nekoliko puta veći u odnosu na parametre redne grane statora i rotora, nekada se u razmatranjima koristi približna ekvivalentna šema asinhronne mašine prikazana na slici 30.2.



Slika 30.2. Približna ekvivalentna šema asinhronne mašine.

U prikazanim ekvivalentnim šemama je stvarni obrtni rotor sveden na mirujući rotor, te analogno svođenju veličina kod transformatora sledi:

$$E_{sf} = E'_{rfk} = \frac{N_s \cdot k_{ns}}{N_r \cdot k_{nr}} \cdot E_{rfk}$$

$$I'_{rf} = \frac{q_r}{q_s} \cdot \frac{N_r \cdot k_{nr}}{N_s \cdot k_{ns}} \cdot I_{rf}$$

$$R'_r = \frac{q_s}{q_r} \cdot \left(\frac{N_s \cdot k_{ns}}{N_r \cdot k_{nr}} \right)^2 \cdot R_r$$

$$R'_{rdod} = \frac{q_s}{q_r} \cdot \left(\frac{N_s \cdot k_{ns}}{N_r \cdot k_{nr}} \right)^2 \cdot R_{rdod}$$

$$X'_{\gamma r} = \frac{q_s}{q_r} \cdot \left(\frac{N_s \cdot k_{ns}}{N_r \cdot k_{nr}} \right)^2 \cdot X_{\gamma r}$$

Za dati zadatak brojne vrednosti parametara su sledeće. Reaktansa rasipanja statora je:

$$X_{\gamma s} = \omega_s \cdot L_{\gamma s} = 2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot L_{\gamma s} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 2,4 \cdot 10^{-3} = 0,754 [\Omega]$$

Svedena otpornost rotora na statorsko kolo iznosi:

$$R'_r = m_e^2 \cdot R_r$$

$$R'_r = 4,0042^2 \cdot 0,0233 = 0,374[\Omega]$$

Reaktansa rasipanja ukočenog rotora i njena svedena vrednost iznose:

$$X_{rr} = \omega_s \cdot L_{rr} = 2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot L_{rr} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,22 \cdot 10^{-3} = 0,0691[\Omega]$$

$$X'_{rr} = m_e^2 \cdot X_{rr}$$

$$X'_{rr} = 4,0042^2 \cdot 0,0691 = 1,108[\Omega]$$

Zadatak 31. Trofazni asinhroni motor sa statorom u spoju zvezda radi na mreži napona 380 [V] frekvencije 50 [Hz]. U jednom pogonskom stanju motor ima indukovanu elektromotornu silu po fazi rotorskog namotaja 22 [V], struju rotora 100 [A], i gubitke u bakru rotora 300 [W], dok je induktivnost rasipanja rotora $6,114 \cdot 10^{-4}$ [H]. Koliko iznose koeficijent transformacije motora $m = N_s k_s / N_r k_r = ?$, klizanje i frekvencija rotora u datom pogonskom stanju ?

Rešenje:

Na osnovu datih džulovih gubitaka u bakru rotora i struje rotora može se izračunati otpor rotorskog namotaja R_r :

$$P_{Cur} = 3 \cdot R_r \cdot I_{rf}^2 = 3 \cdot R_r \cdot I_r^2$$

$$R_r = \frac{P_{Cur}}{3 \cdot I_{rf}^2} = \frac{300}{3 \cdot 100^2} = 0,01 [\Omega]$$

Reaktansa rasipanja rotora izračunata na statorskoj frekvenciji (reaktansa rasipanja ukočenog rotora) iznosi:

$$X_{rr} = 2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot L_{2s} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 6,114 \cdot 10^{-4} = 0,1920 [\Omega]$$

Struja po fazi rotora dobija se deljenjem indukovane elektromotorne sile po fazi rotora i pofazne impedanse rotora koju čine aktivni otpor i reaktansa rasipanja namotaja. Učestanost rotora je srazmerna klizanju pa je tome srazmerna i reaktansa rasipanja rotora. Stoga se na osnovu datih podataka može izračunati klizanje u razmatranom pogonskom stanju:

$$I_{rf} = \frac{E_{rf}}{\sqrt{R_r^2 + (s \cdot X_{rr})^2}}$$

$$s = \frac{\sqrt{\left(\frac{E_{rf}}{I_{rf}}\right)^2 - R_r^2}}{X_{rr}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{22}{100}\right)^2 - 0,01^2}}{0,1920} = 1,1446 []$$

Klizanje je veće od 1, pa se može zaključiti da je za dato pogonsko stanje mašina u kočionom režimu rada. Frekvencija rotora je tada veća od sinhrona i ovde iznosi:

$$f_r = s \cdot f_s = 1,1446 \cdot 50 = 57,2324 [\text{Hz}]$$

Fazni napon statora i indukovana elektromotorna sila po fazi statorskog namotaja su približno jednaki. Ova aproksimacija se može usvojiti zbog nedostatka podataka o statorskom namotaju (otporu i reaktansi rasipanja), i za spregu zvezda važi da je:

$$U_{sf} = \frac{U_s}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} \approx 220[V] \approx E_{sf}$$

Koeficijent transformacije asinhronog motora je po definiciji jednak odnosu faznih vrednosti elektromotornih sila statora E_{sf} i ukočenog (mirujućeg) rotora E_{rfk} . Koeficijent transformacije zavisi od odnosa broja navojaka po fazi (N_s/N_r), a za razliku od transformatora uključuje i odnos rezultatnih navojnih sačinilaca (k_{ns}/k_{nr}) jer namotaji nisu koncentrični već raspoređeni po obimu statora i rotora (a pored toga mogu biti skraćeni, a ne dijametralni). Koristeći vezu indukovane elektromotorne sile obrtnog i ukočenog rotora, na osnovu datih podataka se može izračunati tražena vrednost koeficijenta transformacije:

$$m_e = \frac{N_s \cdot k_s}{N_r \cdot k_r} = \frac{E_{sf}}{E_{rfk}} = \frac{E_{sf}}{\frac{E_{sf}}{s}} = s \cdot \frac{E_{sf}}{E_{rf}} = 1,1446 \cdot \frac{220}{22} = 11,446[\quad]$$

Zadatak 32. Trofazni asinhroni motor, spoj Yy, ima otpor po fazi rotora $0,016 [\Omega]$ i reaktansu rasipanja po fazi rotora (izračunatu na statorskoj frekvenciji) $0,256 [\Omega]$. Koeficijent transformacije (uz iste faktore namotaja, navojne sačiniocce) je $N_s : N_r = 7 : 4$. Motor je priključen na mrežu napona $380 [V]$ frekvencije $50 [Hz]$ i obrće se sa $950 [min^{-1}]$. U jednom pogonskom stanju motor ima statorske gubitke $2,2 [kW]$ i gubitke trenja i ventilacije $2 [kW]$. Naći: klizanje, rotorsku frekvenciju, struju rotora, gubitke u bakru rotora, snagu obrtnog polja, proizvedenu mehaničku snagu (snagu konverzije), korisnu mehaničku snagu na vratilu i stepen korisnog dejstva za to pogonsko stanje.

Rešenje:

Poznavajući da je klizanje asinhronog motora u normalnom pogonskom stanju relativno mala veličina, kao i vrednosti sinhronih brzina za datu frekvenciju napajanja $50 [Hz]$, može se zaključiti na osnovu date brzine obrtanja $950 [o/min]$ da je motor šestopolni sa sinhronom brzinom $1000 [o/min]$. Stoga, klizanje za dato pogonsko stanje iznosi:

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s} = \frac{1000 - 950}{1000} = 0,05 []$$

Frekvencija rotorskog indukovano napona i struja je srazmerna klizanju:

$$f_r = s \cdot f_s = 0,05 \cdot 50 = 2,5 [Hz]$$

Ako usvojimo da je indukovana elektromotorna sila po fazi statora približno jednaka dovedenom faznom naponu (nemamo podatke o reaktansi rasipanja i otporu statora, niti je dat recimo procentualni pad napona na statoru kao u nekim zadacima):

$$U_{sf} = \frac{U_s}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} \approx 220 [V] \approx E_{sf}$$

može se izračunati indukovana elektromotorna sila (po fazi) ukočenog rotora na osnovu poznatog koeficijenta transformacije motora:

$$E_{rfk} = \frac{E_{sf}}{\frac{N_s \cdot k_{ns}}{N_r \cdot k_{nr}}} = \frac{220}{\frac{7}{4}} = 125,7142 []$$

Na osnovu ekvivalencije obrtnog rotora fiktivnim ukočenim rotorom, tj. ekvivalentnog kola rotora svedenog na statorsku frekvenciju, struja rotora iznosi:

$$I_{rf} = \frac{E_{rfk}}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} = \frac{125,7142}{\sqrt{\left(\frac{0,016}{0,05}\right)^2 + 0,256^2}} = 306,7696 [A]$$

Džulovi gubici u bakru rotora na osnovu poznatih vrednosti otpora i struje rotora iznose:

$$P_{Cur} = 3 \cdot R_r \cdot I_{rf}^2 = 3 \cdot 0,016 \cdot 306,7696^2 = 4517,1665 [W]$$

Snaga obrtnog polja, tj. snaga koja prelazi sa statora na rotor, u ekvivalentnom kolu rotora predstavlja Džulovu snagu koja se razvija na fiktivnom otporu rotora R_r/s usled proticanja struje rotora. Odatle se može izvesti veza između snage obrtnog polja i snage gubitaka u bakru rotora:

$$P_\delta = 3 \cdot \frac{R_r}{s} \cdot I_{rf}^2 = \frac{P_{Cur}}{s} = \frac{4517,1665}{0,05} = 90343,3312 [W]$$

Proizvedena mehanička snaga ili snaga elektromagnetne konverzije je manja u odnosu na snagu obrtnog polja za iznos gubitaka u bakru rotora:

$$P_c = P_\delta - P_{Cur} = 90343,3312 - 4517,1665 = 85826,1647 [W]$$

Korisna mehanička snaga koja se putem vratila predaje opterećenju se dobija kada se od proizvedene mehaničke snage odbiju mehanički gubici, tj. gubici usled tranja i ventilacije:

$$P_m = P_c - P_{trv} = 85826,1647 - 2000 = 83826,1647 [W]$$

Dati ukupni gubici na statoru su jednaki zbiru gubitaka u bakru statora i gubitaka u gvožđu (statora). Primljena snaga motora, tj. električna (aktivna) snaga koju motor uzima iz izvora je veća u odnosu na primljenu snagu rotora za iznos ukupnih statorskih gubitaka:

$$P_s = P_\delta + P_{st} = 90343,3312 + 2200 = 92543,3312 [W]$$

Stepen korisnog dejstva motora jednak je odnosu izlazne mehaničke i ulazne električne snage, i za dato pogonsko stanje iznosi:

$$\eta = \frac{P_m}{P_s} = \frac{83826,1647}{92543,3312} = 0,9058 []$$

Zadatak 33. Trofazni osmopolni asinhroni motor pri frekvenciji napajanja 50 [Hz] ima stepen korisnog dejstva 0,85 i daje mehaničku snagu 50 [kW]. Koliki je proizvedeni momentovog motora ako su gubici raspoređeni 60 % na stator i 40 % na rotor.

Rešenje:

Primljena električna snaga motora na osnovu poznate vrednosti izlazne, predate mehaničke snage i stepena korisnog dejstva iznosi:

$$P_{el} = P_s = \frac{P_m}{\eta} = \frac{50000}{0,85} = 58823,5294[W]$$

Ukupni gubici u motoru predstavljaju razliku ulazne električne i izlazne mehaničke snage, i ovde iznose:

$$P_g = P_{el} - P_m = 58823,5294 - 50000 = 8823,5294[W]$$

Ukupni gubici u rotoru su jednaki zbiru gubitaka u bakru rotora usled proticanja struje rotora i mehaničkih gubitaka usled trenja i ventilacije. Gubici u bakru su dominantni u odnosu na mehaničke gubitke, pa ako se zanemare u nedostatku preciznijih podataka (kao ovde) na osnovu date raspodele gubitaka mogu se izračunati gubici u bakru rotora:

$$P_{Cur} = 0,4 \cdot P_g = 0,4 \cdot 8823,5294[W] = 3529,4117[W]$$

Snaga obrtnog polja je gledano sa rotorske strane jednaka zbiru proizvedene mehaničke snage i gubitaka u bakru rotora. Uz zanemarenje mehaničkih gubitaka predata mehanička snaga (koja je ovde data) i proizvedena mehanička snaga su jednake, pa je snaga obrtnog polja u datom slučaju jednaka:

$$P_\delta = P_c + P_{Cur} \approx P_m + P_{Cur} = 50000 + 3529,4117 = 53529,4117[W]$$

Sinhrona brzina obrtanja motora iznosi:

$$n_s = \frac{60 \cdot f_s}{p} = \frac{60 \cdot 50}{4} = 750[\text{min}^{-1}]$$

Proizvedeni moment motora (ili elektromagnetni moment ili moment konverzije) je jednak odnosu snage obrtnog polja i ugaone brzine obrtnog polja (sinhrone ugaone brzine obrtanja). Uz zanemarenje mehaničkih gubitaka to je ujedno i vrednost korisnog mehaničkog momenta:

$$M = \frac{P_\delta}{\Omega_s} = \frac{P_\delta}{\frac{60}{2\pi} \cdot n_s} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{P_\delta}{n_s} = 9,55 \cdot \frac{53529,4117}{750} = 681,5576[Nm]$$

Zadatak 34. Ogledom praznog hoda i kratkog spoja trofaznog asinhronog kaveznog motora, dobijeni su sledeći rezultati:

- u ogledu kratkog spoja pri naponu $U_k = 100$ V, motor je povlačio iz mreže struju od $I_k = 70$ A i snagu od $P_k = 6$ kW;
- u ogledu praznog hoda pri nominalnom naponu motor je povlačio iz mreže $I_0 = 20,8$ A i snagu od $P_0 = 1,2$ kW. Snaga mehaničkih gubitaka dobijena iz ovog ogleda iznosi $P_{trv} = 150$ W.

Vrednost otpora namotaja statora pri nominalnom režimu rada iznosi $0,47 \Omega$. Na osnovu navedenih podataka odrediti parametre ekvivalentne šeme. Pretpostaviti da je $X_{js} = X'_{jr}$.

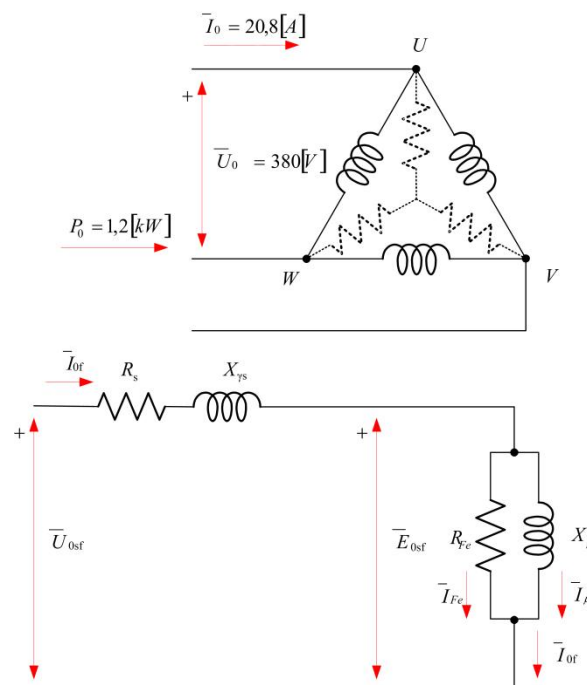
Podaci motora: 30 kW, 380 V, 50 Hz, sprega Δ .

Rešenje:

a) Celokupna snaga P_0 koju motor, u praznom hodu, povlači iz mreže pokriva gubitke, i to: Džulove gubitke u statorskim namotajima P_{Cus0} i tzv. uže gubitke praznog hoda P'_0 . Uži gubici praznog hoda sadrže u sebi snagu koja se troši na pokrivanje mehaničkih gubitaka, usled trenja i ventilacije, P_{trv} i snagu koja pokriva gubitke u gvožđu P_{Fe} . P'_0 dobijemo, prema sl. 34.1, kad od P_0 odbijemo snagu gubitaka u statorskim namotajima kod praznog hoda:

$$P'_0 = P_0 - 3 \cdot I_0^2 R_s = 1200 - 3 \cdot \left(\frac{20,8}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot 0,47 = 996,7 \text{ W}$$

Na slici 34.1 prikazana je ekvivalentna šema asinhronog motora u praznom hodu. Budući da je u praznom hodu klizanje veoma malo, otpor kojim se modeluje opterećenje motora $R'_r(1-s)/s$ vrlo je velik, pa se pretpostavlja da je rotorski deo ekvivalentne šeme otvoren.



Slika 34.1. Naponi, struje i ekvivalentna šema asinhronog motora u ogledu praznog hoda.

Snaga mehaničkih gubitaka se dobija kao jedan od rezultata ogleda praznog hoda (Rihterovom metodom odvajanja gubitaka u gvožđu i mehaničkih) i u ovom slučaju ona iznosi $P_{trv} = 150$ W. Ekvivalentna šema ne uvažava mehaničke gubitke. Da bi se dobila snaga koja pokriva gubitke u gvožđu potrebno je od snage užih gubitaka praznog hoda P'_0 oduzeti P_{trv} :

$$P_{Fe} = P'_0 - P_{trv} = 996,7 - 150 = 846,7 \text{ W}$$

Pošto je relativna brzina rotora prema obrtnom polju mala to su i gubici u lim-paketu rotora mali, te se u nominalnom pogonu zanemaruju. Tako da je približno $P_{Fe} = P_{Fe_s}$. Ova snage se oslobađa na otporu R_{Fe} kojim se modeluju gubici u gvožđu. Može se napisati:

$$P_{Fe} = 3 \cdot R_{Fe} I_{Fe}^2$$

Potrebno je naglasiti da je u ovom slučaju:

$$I_{Fe} \neq I_0 \cos \varphi_0$$

jer aktivna komponenta struje praznog hoda $I_0 \cos \varphi_0$ pokriva sve gubitke aktivne snage praznog hoda, pa prema tome i gubitke u bakru statora. Zbog toga se uzima, sa zadovoljavajućom tačnošću, da je indukovana elektromotorna sila koja se javlja na otporu R_{Fe} jednaka faznom naponu na koji je motor priključen u praznom hodu (zanemaruje se pad napona na statorskom namotu zbog proticanja struje praznog hoda):

$$E_0 \approx U_0$$

Posledica toga jeste to da je struja I_{Fe} :

$$I_{Fe} = \frac{U_0}{R_{Fe}}$$

Uvrštavajući prethodni izraz u izraz za snagu gubitaka u gvožđu dobija se:

$$P_{Fe} = 3 \cdot R_{Fe} \cdot \left(\frac{U_0}{R_{Fe}} \right)^2 = 3 \cdot \frac{U_0^2}{R_{Fe}}$$

Odatle se dobija vrednost otpora:

$$R_{Fe} = \frac{3 \cdot U_0^2}{P_{Fe}}$$

$$R_{Fe} = \frac{3 \cdot 380^2}{846,7} = 511,6 \Omega$$

Induktivni otpor kojim se modeluje magnećenje motora (stvaranje fluksa i indukovanje elektromotorne sile) može se odrediti iz:

$$X_\mu = \frac{Z_0}{\sin \varphi_0}$$

Z_0 je impedansa namotaja u praznom hodu:

$$Z_0 = \frac{U_{0f}}{I_{0f}} = \frac{U_0}{I_0/\sqrt{3}} = \frac{380}{20,8/\sqrt{3}} = 31,6 \, \Omega$$

Faktor snage u praznom hodu iznosi:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} \cdot U_0 I_0} = \frac{1200}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 20,8} = 0,088$$

$$\sin \varphi_0 = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0} = \sqrt{1 - 0,088^2} = 0,996$$

Vrednost reaktanse magnetisanja (reaktanse magnećenja) je:

$$X_\mu = \frac{31,6}{0,996} = 31,7 \, \Omega$$

Ova je vrednost dobijena uz zanemarenje pada napona na statorskoj impedansi. Iste brojne vrednosti se mogu dobiti i preko struje magnetisanja I_μ :

$$X_\mu = \frac{U_{0f}}{I_\mu}$$

gde je struja magnetisanja:

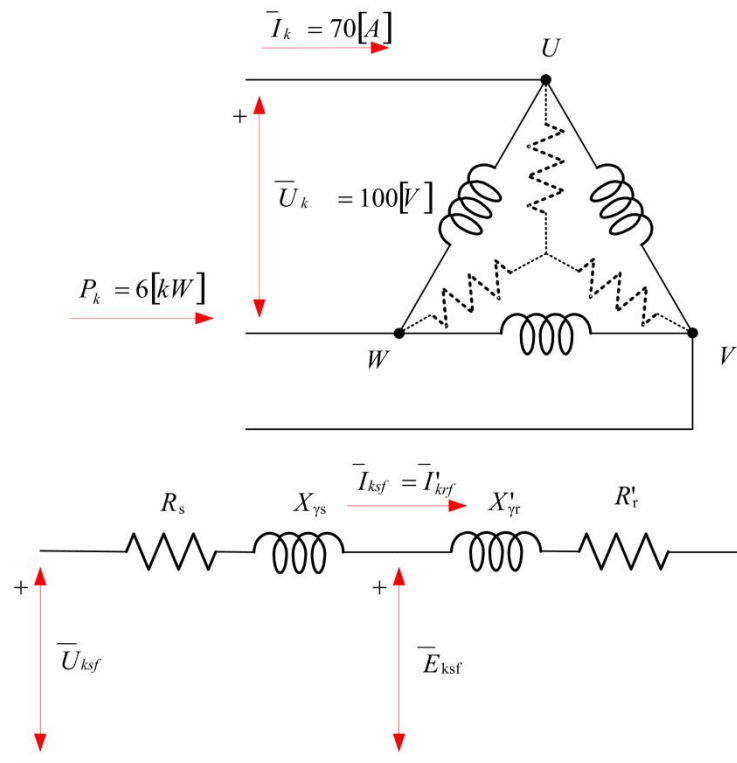
$$I_{\mu f} = I_{0f} \sin \varphi_0$$

$$I_{\mu f} = \frac{20,8}{\sqrt{3}} \cdot 0,996 = 11,96 \, \text{A}$$

$$X_\mu = \frac{380}{11,9} = 31,7 \, \Omega$$

Pri kratkom spoju rotor stoji ($s = 1$), pa je:

$$R'_r \frac{1-s}{s} = 0$$



Slika 34.2. Naponi, struje i ekvivalentna šema asinhronog motora u ogledu kratkog spoja.

Na slici 34.2 su prikazani naponi, struje i ekvivalentna šema asinhronog motora kod ogleda kratkog spoja. U asinhronoj mašini sa zakočenim rotorom, priključenoj na nominalni napon, fluks je oko dva puta manji nego kod praznog hoda (jasno ako se pretpostavi da je impedansa redne grane statora jednaka impedansi redne grane ukočenog rotora, pa je elektromotorna sila jednaka polovini dovedenog napona), stoga se zanemaruje poprečna grana ekvivalentne šeme, a da se pri tome ne čini velika greška. Kod ovog ogleda, naime, fluks je skoro osam puta manji od nominalnog, pošto je napon motora snižen, pa je zanemarenje grane magnetisanja još više opravdano. Dakle, impedansa kratkog spoja je:

$$Z_k = \sqrt{(R_s + R'_r)^2 + (X_{ys} + X'_{yr})^2} = \sqrt{R_k^2 + X_k^2}$$

Sva snaga koju povlači motor u kratkom spoju pokriva gubitke, i to: gubitke u namotajima statora i rotora, te gubitke u gvožđu koji su znatno manji od nominalnih (jer zavise od indukcije na kvadrat), te ih praktično zanemarujemo. Primljena snaga kratkog spoja iznosi:

$$P_k = 3 \cdot I_{kf}^2 (R_s + R'_r) = 3 \cdot I_{kf}^2 R_k$$

iz čega se izračuna:

$$R_k = R_s + R'_r = \frac{P_k}{3 \cdot I_{kf}^2} = \frac{6000}{3 \cdot \left(\frac{70}{\sqrt{3}}\right)^2} = 1,22 \, \Omega$$

Omski otpor namotaja rotora sveden na stator je:

$$R'_r = R_k - R_s = 1,22 - 0,47 = 0,75 \, \Omega$$

Impedansa kratkog spoja iznosi:

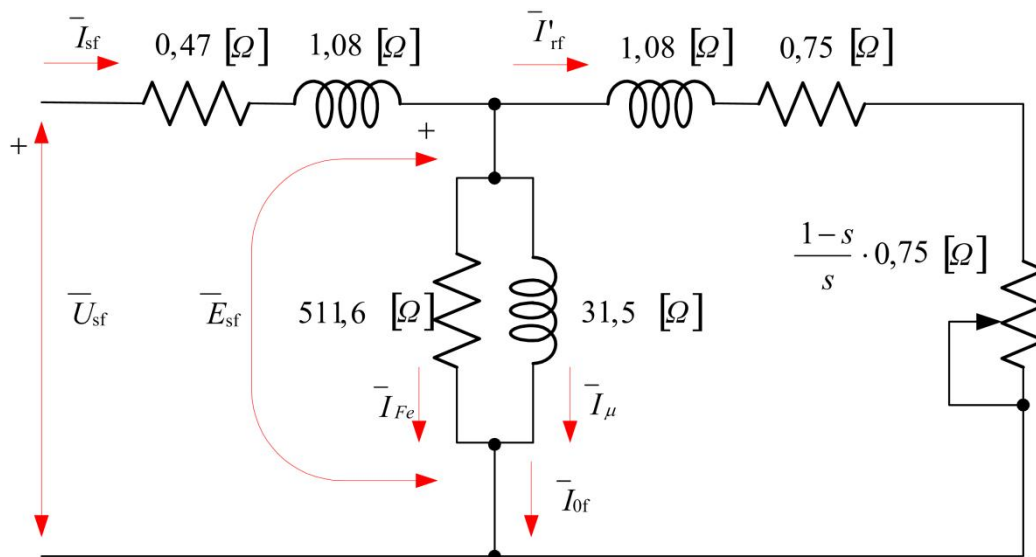
$$Z_k = \frac{U_k}{I_{kf}} = \frac{U_k}{I_k/\sqrt{3}} = \frac{100}{70/\sqrt{3}} = 2,47 \, \Omega$$

Na osnovu sl. 34.2. reaktansa kratkog spoja iznosi:

$$X_k = X_{js} + X'_{jr} = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{2,47^2 - 1,22^2} = 2,15 \, \Omega$$

Raspisne reaktanse statora i rotora su jednake:

$$X_{js} = X'_{jr} = \frac{X_k}{2} = 1,08 \, \Omega$$



Slika 34.3. Parametri ekvivalentne šeme.

Zadatak 35. Trofazni asinhroni kavezni motor ima sledeće rezultate za izvršene ogledе:

1. Ogled praznog hoda: $U_0 = 219 \text{ V}$, $I_0 = 5,7 \text{ A}$, $P_0 = 380 \text{ W}$, $P_{trv} = 140 \text{ W}$.
2. Ogled kratkog spoja sa 15 Hz: $U_k = 26,5 \text{ V}$, $I_k = 18,6 \text{ A}$, $P_k = 675 \text{ W}$.
3. Ogled kratkog spoja sa 60 Hz: $U_k = 212 \text{ V}$, $I_k = 83,3 \text{ A}$, $P_k = 20,1 \text{ kW}$.

Jednosmerni otpor po fazi (mereno neposredno posle drugog ogleda) iznosi $R_s = 0,26 \Omega$. Na osnovu navedenih podataka odrediti:

- a) Parametre ekvivalentne šeme.
- b) Polazni momenat.

Podaci o motoru: 5,5 kW, 220 V, 60 Hz, 19 A, $2p = 4$, sprega Y.

Rešenje:

Sledeći izraz predstavlja struju kroz rotor koji se obrće brzinom n , tu struju – kroz otpor R_r i reaktansu X_{rr} – prouzrokuje indukovani napon E_r :

$$I_{rf} = \frac{E_{rf}}{\sqrt{R_r^2 + (s \cdot X_{rr})^2}}$$

gde je E_r indukovana EMS po fazi rotora:

$$E_{rf} = 4,44 \Phi \cdot f_r N_r k_r = 4,44 \Phi \cdot s \cdot f_s N_r k_r$$

Indukovana elektromotorna sila rotora pri radu motora sa klizanjem s , može da se izrazi preko indukovane elektromotorne sile ukočenog (mirujućeg) rotora kao:

$$E_{rf} = s \cdot E_{rfk}$$

jer je tada frekvencija indukovnog napona rotora jednaka frekvenciji napona statora, $f_{r0} = f_s$. Izraz za struju rotora je sada:

$$I_{rf} = \frac{s \cdot E_{rfk}}{\sqrt{R_r^2 + (s \cdot X_{rr})^2}}$$

Kad se brojilac i imenilac prethodnog izraza podele sa klizanjem s dobija se:

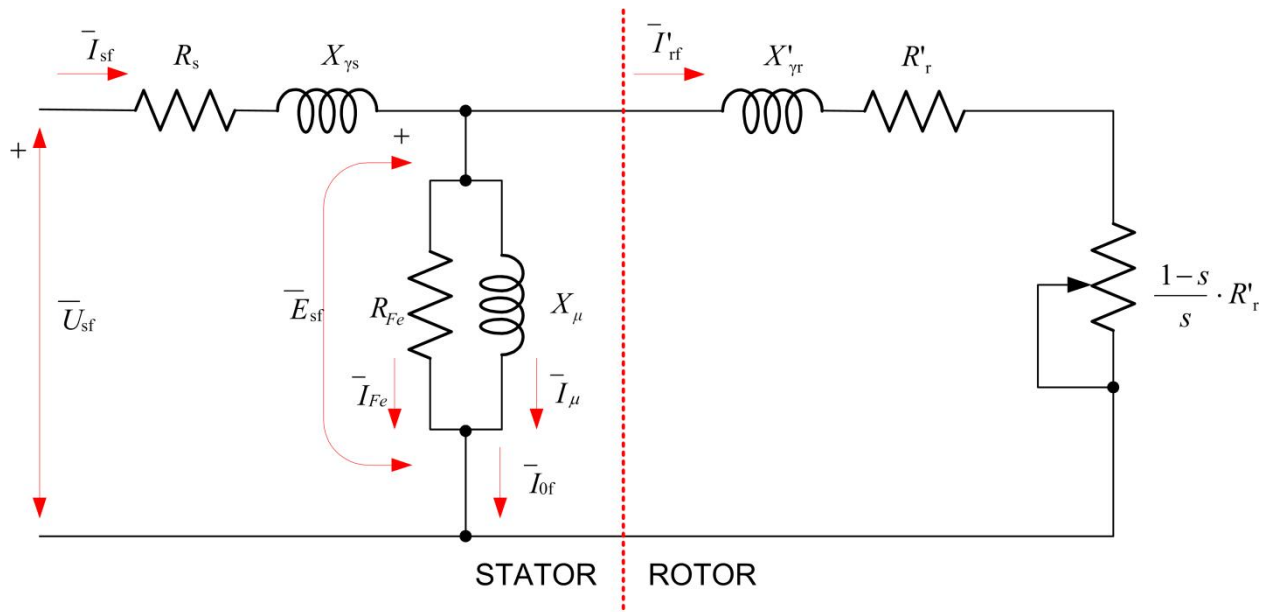
$$I_{rf} = \frac{E_{rfk}}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_{rr}^2}}$$

Vidi se iz prethodnogda se ista vrednost struje dobije i kroz mirujući rotor ako otpor po fazi rotora iznosi R_r/s , a umesto stvarne reaktanse rasipanja pri frekvenciji rotora $f_r = s \cdot f_s$ uzmemo reaktansu rasipanja svedenu na statorsku frekvenciju. Asinhroni motor sa zakočenim rotorom jeste u suštini transformator; znači da i za njega vredi ekvivalentna šema kao i kod transformatora. Jedina je razlika u odnosu na transformator što se umesto stvarnog otpora sekundarnog (rotorskog) kola,

svedenog na stator (primar), u šemu unosi fiktivni otpor $R'r/s$, iz kojeg se može izdvojiti stvarni otpor $R'r$:

$$\frac{R'_r}{s} = R'_r + R'_r \cdot \frac{1-s}{s}$$

Toplotni gubici u fiktivnom otporu $R'r(1-s)/s$ predstavljaju razvijenu mehaničku snagu, dok su gubici u otporu $R'r/s$ ekvivalent snage obrtnog polja, koja se kroz zazor prenosi sa statora na rotor. Ekvivalentna šema asinhronog motora data je na sl. 35.1.



Slika 35.1. Ekvivalentna šema asinhronog motora.

Rotorske veličine se preračunavaju na stranu statora slično kao kod transformatora:

$$E'_{rfk} = E_{sf} = \frac{N_s k_s}{N_r k_r} E_{rfk} = m_e E_{rfk}$$

$$I'_{rf} = \frac{q_r}{q_s} \frac{N_r k_r}{N_s k_s} I_{rf} = \frac{q_r}{q_s} \frac{1}{m_e} I_{rf}$$

$$R'_r = \frac{q_s}{q_r} \left(\frac{N_s k_s}{N_r k_r} \right)^2 R_r = \frac{q_s}{q_r} m_e^2 R_r$$

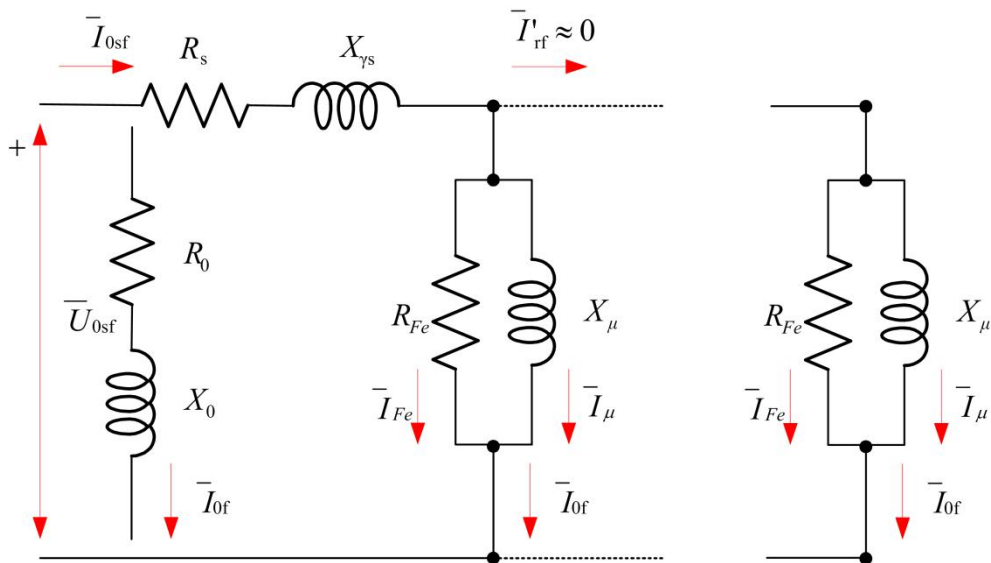
$$X'_r = \frac{q_s}{q_r} \left(\frac{N_s k_s}{N_r k_r} \right)^2 X_r = \frac{q_s}{q_r} m_e^2 X_r$$

a) Na slici 35.2 prikazani su naponi i struje te ekvivalentna šema asinhronog motora za ogled praznog hoda. Uži gubici praznog hoda su:

$$P'_0 = P_0 - 3 \cdot I_0^2 R_s = 380 - 3 \cdot 5,7^2 \cdot 0,262 = 354,46 \text{ W}$$

Gubici u gvožđu zbog vrtložnih struja i histereze iznose:

$$P_{Fe} = P_{Fes} = P'_0 - P_{trv} = 354,46 - 140 = 214,46 \text{ W}$$



Slika 35.2. Naponi, struje i ekvivalentna šema asinhronog motora za ogled praznog hoda.

Uz zanemarenje pada napona na statorskoj impedansi otpor R_{Fe} je:

$$R_{Fe} = \frac{q_s \cdot U_{0f}^2}{P_{Fe}} = \frac{3 \cdot (219/\sqrt{3})^2}{214,46} = 223,6 \Omega$$

Impedansa praznog hoda je:

$$Z_0 = \frac{U_0}{\sqrt{3}I_0} = \frac{219}{\sqrt{3} \cdot 5,7} = 22,18 \Omega$$

Faktor snage u praznom hodu je:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} \cdot U_0 I_0} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 219 \cdot 5,7} = 0,176$$

$$\sin \varphi_0 = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0} = \sqrt{1 - 0,176^2} = 0,984$$

Reaktansa magnetisanja iznosi:

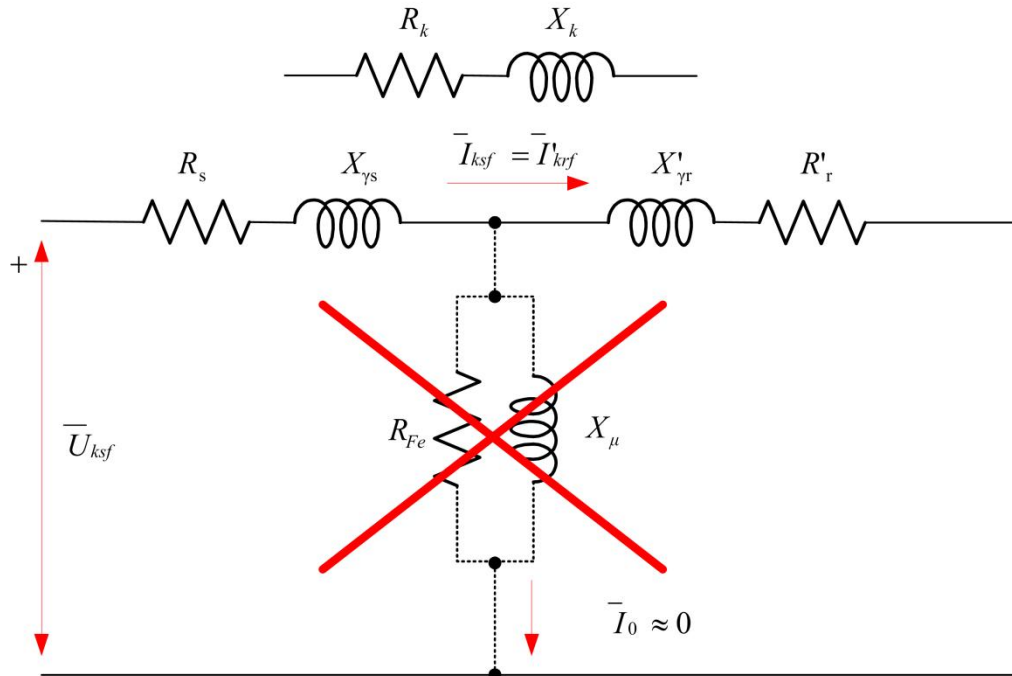
$$X_{\mu} = \frac{Z_0}{\sin \varphi_0} = \frac{22,18}{0,984} = 22,54 \Omega$$

Pri kratkom spoju rotor stoji ($s = 1$), pa je:

$$R'_r \frac{1-s}{s} = 0$$

Na slici 35.3 data je ekvivalentna šema te naponi i struje motora za ogled kratkog spoja u ovom zadatku.

$$Z_k = \sqrt{(R_s + R'_r)^2 + (X_{\gamma s} + X'_{\gamma r})^2} = \sqrt{R_k^2 + X_k^2}$$



Slika 35.3. Naponi, struje i ekvivalentna šema asinhronog motora za ogled kratkog spoja.

U ogledu kratkog spoja sa 15 Hz efekat potiskivanja struje u rotorskom kavezu je slabije izražen, a struja je bliska nominalnoj vrednosti pa su radni uslovi u tom ogledu bliži nominalnim nego uslovi prilikom ogleda sa 60 Hz. Impedansa kratkog spoja za 15 Hz iznosi:

$$Z_{k,15} = \frac{U_k}{\sqrt{3}I_k} = \frac{26,5}{\sqrt{3} \cdot 18,6} = 0,825 \Omega$$

Izraz za primljenu snagu kratkog spoja u ogledu sa 15 Hz je:

$$P_{k,15} = 3 \cdot I_k^2 R_k = 3 \cdot I_k^2 (R_s + R'_r)$$

iz kojeg se izračuna:

$$R_k = R_s + R'_r = \frac{P_{k,15}}{3 \cdot I_k^2} = \frac{675}{3 \cdot 18,6^2} = 0,652 \Omega$$

$$R'_r = R_k - R_s = 0,652 - 0,262 = 0,390 \Omega$$

Induktivni otpor kratkog spoja za 15 Hz iznosi:

$$X_{k,15} = X_{\gamma s,15} + X'_{\gamma r,15} = \sqrt{Z_{k,15}^2 - R_k^2} = \sqrt{0,825^2 - 0,652^2} = 0,504 \Omega$$

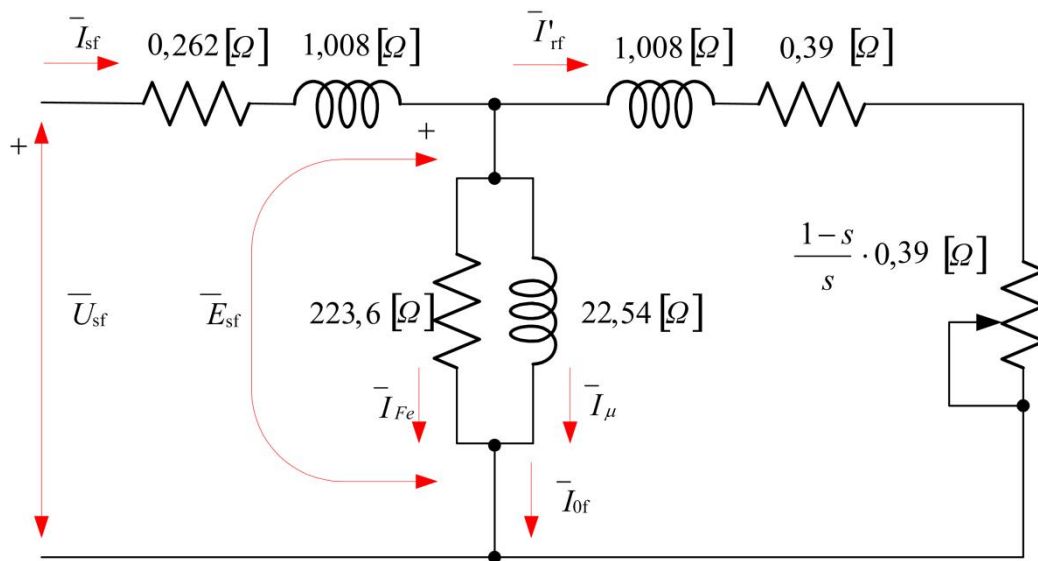
Induktivni otpor kratkog spoja pri 60 Hz (što je nominalna frekvencija, a za nju tražimo ekvivalentnu šemu ako drugačije nije naglašeno) je:

$$X_k = X_{js} + X'_{jr} = \frac{60}{15} \cdot X_{k,15} = \frac{60}{15} \cdot 0,504 = 2,016 \Omega$$

Ako uzmemo da je $X_{js}=X'_{jr}$ dobijamo:

$$X_{js} = X'_{jr} = \frac{X_k}{2} = \frac{2,016}{2} = 1,008 \Omega$$

Izračunati parametri ekvivalentne šeme dati su na sl. 35.4.



Slika 35.4. Parametri ekvivalentne šeme.

- b) Polazni moment treba izračunati na osnovu podataka izmerenih u ogledu kratog spoja sa 60 Hz jer su u tom ogledu radni uslovi bliski uslovima prilikom upuštanju motora.

Obrtni moment (moment konverzije) se računa iz izraza:

$$M_{ob} = \frac{P_c}{\omega} = \frac{P_{ob}}{\omega_s(1-s)} \frac{P_{Cur}}{s} = \frac{P_{ob}}{\omega_s(1-s)} \frac{sP_{ob}}{s} = \frac{P_{ob}(1-s)}{\omega_s(1-s)} = \frac{P_{ob}}{\omega_s}$$

gde je P_c snaga elektromehaničke konverzije, ω ugaona brzina rotora, s klizanje rotora, P_{ob} snaga obrtnog polja, a ω_s ugaona brzina (mehanička) obrtnog polja. Za određivanje polaznog momenta potrebno je znati snagu obrtnog polja u trenutku puštanja motora u rad – kad rotor još stoji:

$$P_{obk} = P_k - P_{Cusk} - P_{Fes} = P_k - 3 \cdot I_k^2 R_s - P_{Fes}$$

Gubici u gvožđu pri ogledu kratkog spoja su 3 – 4 puta manji od nominalnih te se zanemaruju. Snaga obrtnog polja tokom ogleda kratkog spoja iznosi:

$$P_{obk} = P_k - 3 \cdot I_k^2 R_s = 20100 - 3 \cdot 83,3^2 \cdot 0,262 = 14646 \text{ W}$$

Momenat koji se stvara u mašini za vreme ogleda kratkog spoja iznosi:

$$M_k = \frac{P_{obk}}{\omega_s} = \frac{P_{obk}}{\frac{2\pi}{60} \cdot n_s}$$

$$M_k = \frac{14646}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1800} = 77,7 \text{ Nm}$$

Tokom ogleda stator je bio priključen na napon nešto niži od nazivnog, pa je potrebno korigo-vati momenat M_k da bi se dobio polazni moment:

$$M_p = \left(\frac{U_n}{U_k} \right)^2 M_k$$

jer je elektromagnetni moment direktno proporcionalan naponu na kvadrat. Polazni moment za nominalni napon napajanja je:

$$M_p = \left(\frac{220}{212} \right)^2 \cdot 77,7 = 83,7 \text{ Nm}$$

Polazni moment je važan podatak za svaki motor i standardno se daje u katalogu. Orijentaciono iznosi $(0,8 \div 2,5) \cdot M_n$. Zadatak ilustruje kako se može približno izračunati polazni moment ako se ne vrši merenje momenta. Razlog je praktične prirode jer je za merenje momenta potrebna dodatna aparatura (momenta vaga).

Zadatak 36. Na trofaznom asinhronom motoru sa namotanim rotorom, snage 20 [kW], napona 500 [V], brzine 1450[o/min], struje 32 [A], $\cos\varphi = 0,85$, sprege Y, izvršeni su sledeći ogledi:

a) Ogled praznog hoda: $U_0 = 500$ [V], $I_0 = 7$ [A], $P_0 = 1600$ [W].

b) Ogled praznog hoda pri otvorenom namotu rotora: $U_0 = 500$ [V], $I_0 = 6,75$ [A], $P_0 = 1850$ [W], $U_r = 400$ [V] (U_r je napon između kliznih kolutova).

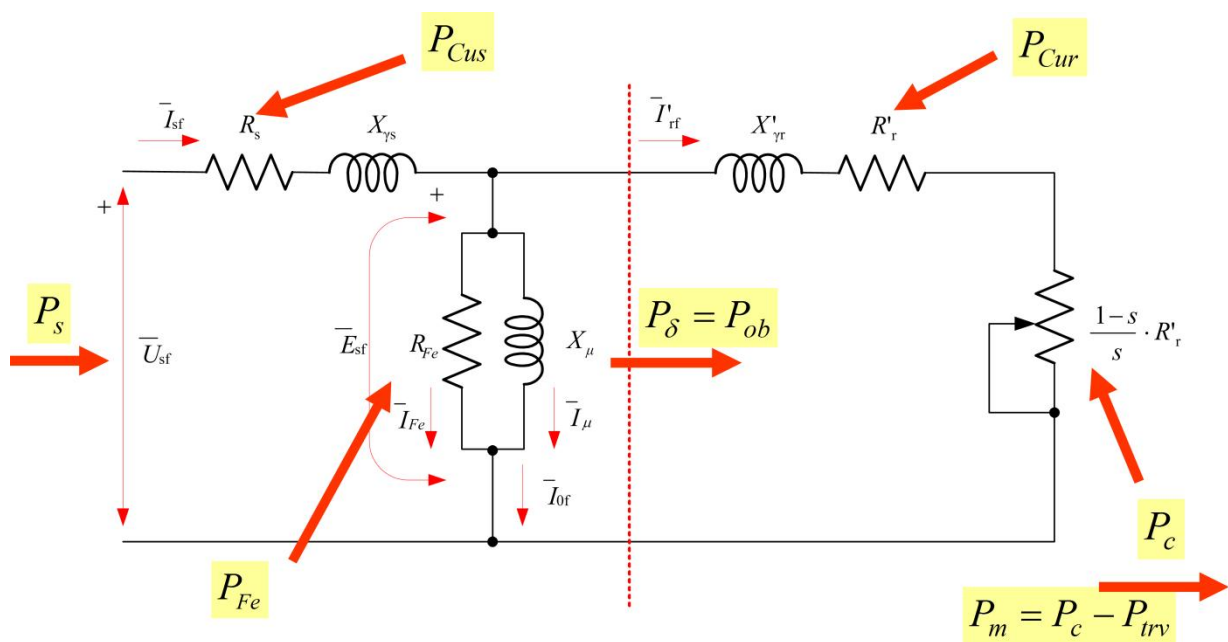
c) Ogled praznog hoda sa strane rotora pri čemu je namot statora kratko spojen: $I_r = 9,45$ [A]; $P_r = 1640$ [W], $U_r = 400$ [V].

Otpori namota na radnoj temperaturi su $R_{UW} = 0,74$ [W] za stator i $R_{KL} = 0,082$ [W] za rotor.

Odrediti gubitke pojedinačno.

Rešenje:

Zadatak ilustruje sastav gubitaka snage asinhronne mašine. Bilans snage naznačen na ekvivalentnoj šemi asinhronne mašine prikazan je na slici 36.1.



Slika 36.1. Bilans snage asinhronog motora prikazan na ekvivalentnoj šemi.

Snaga koju uzima motor iz izvora, odnosno snaga statora je:

$$P_s = q_s \cdot U_{sf} \cdot I_{sf} \cdot \cos(\varphi_s)$$

gde je U_{sf} – dovedeni fazni napon na stator, I_{sf} – struja faze statora, φ_s – fazni stav struje i napona statora.

Snaga gubitaka u bakru statora, usled proticanja struje statora I_s je:

$$P_{Cus} = q_s \cdot R_s \cdot I_{sf}^2$$

U gvožđu (magnetnom kolu) statora javljaju se magnetni gubici koji zavise od napona napajanja statora (amplitude napona i frekvencije). Gubici u gvožđu rotora su zanemarivo mali u odnosu na gubitke u gvožđu statora, jer je učestanost rotora u normalnom radu mašine srazmerna sa klizanjem koja je mala veličina (cca. 2-4%). Gubici u gvožđu (ukupni, odnosno statora) su u ekvivalentnoj šemi modelovani sa aktivnim otporom R_{Fe} . Kada se od ulazne snage statora P_s odbiju gubici u statoru P_{Cus} i $P_{Fes}(\approx P_{Fe})$ dobija se snaga koja prelazi sa statora na rotor putem elektromagnetnog polja, tj. snaga obrtnog magnetnog polja:

$$P_\delta = P_{ob} = P_s - P_{Cus} - P_{Fe}$$

Na ekvivalentnoj šemi to je snaga koja se razvija na fiktivnom otporu R_r/s usled proticanja struje rotora I_r , pa je:

$$P_\delta = q_r \cdot I_{rf}^2 \cdot \frac{R_r}{s} = q_s \cdot I_{rf}'^2 \cdot \frac{R_r'}{s}$$

Za kliznokolutne mašine kod kojih postoji dodatni otpor u kolu rotora R_{rd} , važi da je:

$$P_\delta = q_r \cdot I_r^2 \cdot \frac{R_r + R_{rd}}{s} = q_s \cdot I_{rf}'^2 \cdot \frac{R_r' + R_{rd}'}{s}$$

Snaga gubitaka u bakru rotora, usled proticanja struje rotora, je:

$$P_{Cur} = q_r \cdot I_{rf}^2 \cdot R_r = q_s \cdot I_{rf}'^2 \cdot R_r'$$

Odnosno, između snage gubitaka u bakru rotora i snage obrtnog magnetno polja postoji relacija:

$$P_{Cur} = s \cdot P_\delta$$

Rečima, gubici u bakru rotora su srazmerni sa klizanjem i naravno opterećenjem. Ako postoji dodatni otpor R_{rd} u kolu rotora tada se javljaju dodatni električni gubici P_{rd} :

$$R_{rd} \neq 0$$

$$P_{rd} = q_r \cdot I_{rf}^2 \cdot R_{rd} = q_s \cdot I_{rf}'^2 \cdot R_{rd}'$$

$$P_{Cur} + P_{rd} = s \cdot P_\delta$$

Proizvedena mehanička snaga ili snaga konverzije P_c dobija se kada se od snage obrtnog polja koja prelazi sa statora na rotor, oduzme snaga gubitaka u bakru rotora:

$$P_c = P_\delta - P_{Cur}$$

U ekvivalentnoj šemi ovo je snaga koja se razvija na fiktivnom otporu $R_r \cdot (1-s)/s$, koji se dobija kada se otpor R_r/s koji modeluje snagu obrtnog polja, raščlani na dva dela: otpor R_r koji modeluje Džulove gubitke u fazi rotora i $R_r \cdot (1-s)/s$. Stoga se na osnovu ekvivalentne šeme snaga konverzije dobija kao:

$$P_c = q_r \cdot I_r^2 \cdot \frac{R_r}{s} \cdot (1-s) = q_s \cdot I_{rf}^2 \cdot \frac{R'_r}{s} \cdot (1-s)$$

Ako u kolu rotora postoji dodatni otpor, da bi dobili snagu konverzije treba od snage obrtnog polja odbiti te dodatne gubitke u bakru rotora:

$$R_{rd} \neq 0$$

$$P_c = P_\delta - P_{Cur} - P_{rd}$$

$$P_c = q_r \cdot I_{rf}^2 \cdot \frac{R_r + R_{rd}}{s} \cdot (1-s) = q_s \cdot I_{rf}^2 \cdot \frac{R'_r + R'_{rd}}{s} \cdot (1-s)$$

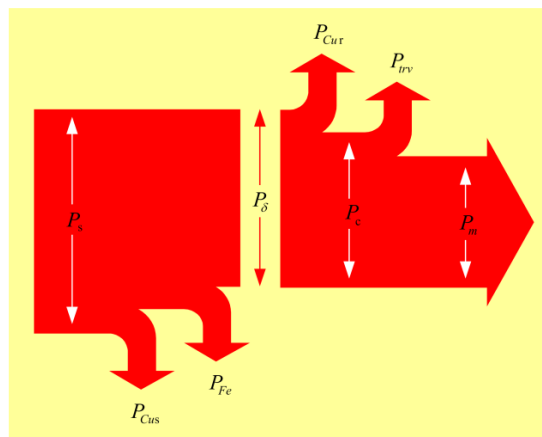
Korisna mehanička snaga P_m manja je u odnosu na proizvedenu mehaničku snagu P_c za iznos mehaničkih gubitaka, tj. gubitaka na trenje i ventilaciju P_{trv} :

$$P_m = P_c - P_{trv}$$

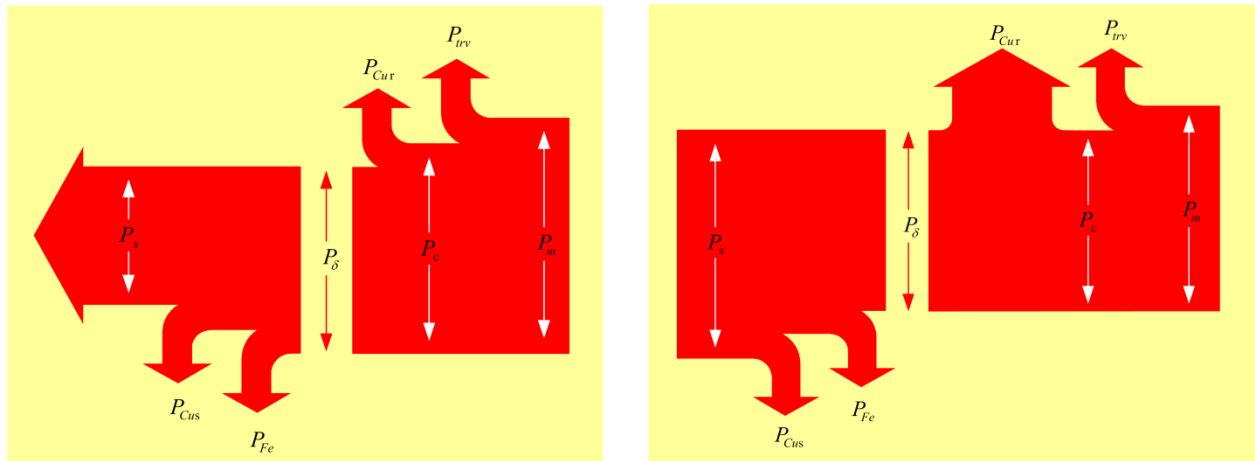
Mehanički gubici nisu obuhvaćeni ekvivalentnom šemom na slici 36.1. Stepenn korisnog dejstva jednak je odnosu izlazne i ulazne snage, tj. mehaničke i električne za razmatrani motorski režim rada:

$$\eta = \frac{P_m}{P_s}$$

Bilans snage za motorski režim rada prikazan je na slici 36.2. Na slici 36.3 dat je bilans snage za generator i kočioni režim rada asinhronne mašine.



Slika 36.2. Bilans snage asinhronne mašine u motornom režimu.



Slika 36.3. Bilans snage asinhronne mašine u generatorskom i kočionom režimu.

a) U standardnom ogledu praznog hoda kliznokolutnog motora, kada se napaja sa strane statora, motor uzima snagu praznog hoda P_0 koja pokriva gubitke u gvožđu statora P_{Fes} , gubitke u bakru statora P_{Cus} usled struje praznog hoda I_0 i mehaničke gubitke P_{trv} :

$$P_0 = P_{Fes} + P_{Cus} + P_{trv}$$

$$P_{Fes} + P_{trv} = P_0 - P_{Cus} = 1600 - 3 \cdot \frac{0,74}{2} \cdot 7^2 = 1545,61 [W]$$

Motor se obrće približno sinhronom brzinom, tako da su vrednost i učestanost rotorskih struja bliski 0 pa su zanemarivi gubici u bakru i gvožđu rotora.

b) Kada je namot rotora otvoren, nema struje rotora pa ni polja rotora koje u normalnom radu u interakciji sa poljem statora obrće rotor. Stoga se u ovom ogledu rotor ne obrće. U rotorskim namotajima se indukuje elektromotorna sila statorske učestanosti pa gubici u gvožđu rotora više nisu zanemarivi. U ovom ogledu motor vuče iz izvora snagu P_{00} koja pokriva gubitke u gvožđu statora P_{Fes} , gubitke u bakru statora usled struje statora P_{Cus} i gubitke u gvožđu rotora P_{Fer} usled rotorske učestanosti koja je jednaka statorskoj (50Hz):

$$P_{00} = P_{Fes} + P_{Cus} + P_{Fer}^{(50Hz)}$$

$$P_{Fes} + P_{Fer}^{(50Hz)} = P_{00} - P_{Cus} = 1850 - 3 \cdot \frac{0,74}{2} \cdot 6,85^2 = 1797,916 [W]$$

Gubici u gvožđu statora su u ovom ogledu jednaki gubicima u gvožđu iz prethodnog ogleda jer je motor doveden pod isti napon jednake učestanosti, a znamo da su relativno nezavisni od opterećenja (struje). Gubici u bakru statora su srazmerni sa kvadratom struje statora.

c) Ovo je ogled praznog hoda gde se kliznokolutni motor napaja sa rotorske strane. Motor će se obrtati približno sinhronom brzinom koja je srazmerna učestanošću dovedenog rotorskog napona. Učestanost indukovane elektromotorne sile statora i struja kroz kratkospojeni stator će biti bliska 0, jer je rotor neopterećen na svom vratilu. Zbog toga motor neće praviti gubitke u gvožđu statora.

Motor će u ovom ogledu uzimati snagu P_{02} iz izvora koja pokriva gubitke u bakru rotora usled proticanja struje rotora P_{Cur} , gubitke u gvožđu rotora P_{Fer} i mehaničke gubitke P_{trv} :

$$P_{02} = P_{Cur} + P_{Fer}^{(50\text{Hz})} + P_{trv}$$

$$P_{Fer}^{(50\text{Hz})} + P_{trv} = P_{02} - P_{Cur} = 1640 - 3 \cdot \frac{0,082}{2} \cdot 9,45^2 = 1629,016 [W]$$

Gubici u gvožđu rotora u ovom ogledu, jednaki su gubicima u gvožđu rotora u prethodnom ogledu jer je na rotorskom namotaju isti napon (400 V) iste učestanosti (50 Hz). Da je doveden napon druge vrednosti u odnosu na indukovani napon u prethodnom ogledu, trebalo je uračunati kvadratnu zavisnost gubitaka u gvožđu od napona.

Na osnovu rezultata prethodna tri oglada dobija se sistem jednačina 3x3, odakle se gubici u gvožđu i na trenje i ventilaciju mogu odrediti pojedinačno:

$$\begin{aligned} P_{Fes} + P_{Fer}^{(50\text{Hz})} - (P_{Fer}^{(50\text{Hz})} + P_{trv}) &= P_{Fes} - P_{trv} = \\ &= 1797,916 - 1629,016 = 168,9 [W] \end{aligned}$$

$$P_{Fes} + P_{trv} + (P_{Fes} - P_{trv}) = 2 \cdot P_{Fes} = 1545,61 + 168,9 = 1714,51 [W]$$

$$P_{Fes} = \frac{2 \cdot P_{Fes}}{2} = \frac{1714,51}{2} = 857,255 [W]$$

$$P_{trv} = (P_{Fes} + P_{trv}) - P_{Fes} = 1545,61 - 857,255 = 688,355 [W]$$

Gubici u gvožđu rotora koji nisu od interesa iznose:

$$P_{Fer}^{(50\text{Hz})} = (P_{Fes} + P_{Fer}^{(50\text{Hz})}) - P_{Fes} = 1797,916 - 857,255 = 940,661 [W]$$

Primljena snaga u nazivnom režimu je na osnovu datih vrednosti napona, struje i faktora snage:

$$P_{sn} = \sqrt{3} \cdot U_{sn} \cdot I_{sn} \cdot \cos(\varphi_{sn}) = \sqrt{3} \cdot 500 \cdot 32 \cdot 0,85 = 23555,890 [kW]$$

Džulovi gubici u namotaju statora u nazivnom režimu su:

$$P_{Cusn} = 3 \cdot R_s \cdot I_{sfn}^2 = 3 \cdot \frac{0,74}{2} \cdot 32^2 = 1136,64 [W]$$

Gubici u bakru rotora određuju se na osnovu klizanja i snage obrtnog polja, i u nazivnom režimu iznose:

$$\begin{aligned} P_{Curn} &= s_n \cdot P_{\delta n} = s_n \cdot (P_{sn} - P_{Cusn} - P_{Fes}) = \\ &= 0,0333 \cdot (23555,890 - 1136,64 - 857,255) = 718,662 [W] \end{aligned}$$

Kako je ulazna snaga jednaka izlaznoj snazi uvećanoj za iznos gubitaka, na osnovu date nazivne snage motora (nazivna je uvek izlazna, u ovom slučaju mehanička snaga) može se izračunati nazivna ulazna, primljena snaga:

$$\begin{aligned} P_{sn} &= P_n + P_{gn} = P_n + P_{Fes} + P_{Cus} + P_{trv} + P_{Cur} = \\ &= 20000 + 857,255 + 1136,64 + 688,355 + 718,662 = \\ &= 23400,912 [kW] \end{aligned}$$

Poređenjem ovako dobijene primljene snage i izračunate na osnovu nazivnih podataka (napona, struje i faktora snage) uočava se dobro slaganje rezultata ogleda. Njihova razlika od:

$$23555,890 - 23400,912 = 154,978 [W]$$

su “dodatni gubici” koji nastaju kao posledica efekta potiskivanja struje naizmenične prirode u namotajima. Ovi gubici su električne prirode, a nisu obuhvaćeni Džulovim gubicima na aktivnim otporima namotaja statora i rotora, R_s i R_r .

Zadatak 37. Trofazni asinhroni kliznokolutni četvoropolni motor za 380 V, 50 Hz, Y, ima sledeće parametre ekvivalentne šeme: $R_s = 0,1 \, \Omega$, $R'_r = 0,08 \, \Omega$, $X_{js} = 0,21 \, \Omega$, $X'_{jr} = 0,21 \, \Omega$, $X_\mu = 5,8 \, \Omega$. Nominalno klizanje ovog motora iznosi 2,9%. Koristeći potpunu ekvivalentnu šemu, a zatim uprošćenu sa zanemarenjem struje magnetisanja, a potom i otpornosti namotaja statora, odrediti:

- Prevalno klizanje s_{pr} .
- Koeficijent preopterećenosti (faktor preopterećenja) ν .
- Polazni moment M_p .

Uporediti dobijene rezultate.

Rešenje:

- Polazeći od potpune ekvivalentne šeme u kojoj nije zanemarena reaktansa magnetisanja dobija se izraz za moment:

$$M = \frac{q_s}{\omega_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r/s}{\left(R_s + \sigma \cdot \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_{js} + \sigma \cdot X'_{jr})^2} \quad (37.1)$$

gde je σ Hopkinsov koeficijent rasipanja:

$$\sigma = 1 + \frac{X_{js}}{X_\mu} \quad (37.2)$$

Prevalno klizanje se dobija iz uslova $dM(s)/ds = 0$, a prevalni moment je dat izrazom (37.1) kada se uvrsti izraz za prevalno klizanje:

$$s_{pr} = \pm \frac{\sigma \cdot R'_r}{\sqrt{R_s^2 + (X_{js} + \sigma \cdot X'_{jr})^2}} \quad (37.3)$$

gde predznak (+) vredi za motorski režim, a predznak (–) za generatorski režim. Koeficijent rasipanja, prema (1.2), iznosi:

$$\sigma = 1 + \frac{0,21}{5,8} = 1,036$$

Dakle u motorskoj oblasti rada prevalno klizanje je:

$$s_{pr} = \frac{1,036 \cdot 0,08}{\sqrt{0,1^2 + (0,21 + 1,036 \cdot 0,21)^2}} = 0,189$$

Kod uprošćene ekvivalentne šeme poprečna grana je zanemarena ($X_\mu = \infty$) pa je $\sigma = 1$, tako da se za s_{pr} dobija:

$$s'_{pr} = \frac{R'_r}{\sqrt{R_s^2 + (X_{js} + X_{jr})^2}} = \frac{0,08}{\sqrt{0,1^2 + (0,21 + 0,21)^2}} = 0,185$$

Uz zanemarenje statorskog omskog otpora prevalno klizanje iznosi:

$$s''_{pr} = \frac{R'_r}{X_{js} + X'_{jr}} = \frac{R'_r}{X_k} = \frac{0,08}{0,21 + 0,21} = 0,19$$

- b) Nazivni koeficijent preopteretivosti ν definisan je kao odnos prevalnog M_{pr} (za nominalno napajanje) i nominalnog M_n momenta motora:

$$\nu = \frac{M_{pr}}{M_n} \quad (37.4)$$

Moment motora – na osnovu potpune ekvivalentne šeme – dat je izrazom (37.1). Za nazivni moment opterećenja, u stacionarnom stanju, motor radi sa nazivnim klizanjem, pa se vrednost nazivnog momenta dobija kad se uvrstis $=s_n$ u (37.1):

$$M_n = \frac{q_s}{\frac{2\pi}{60} \cdot n_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r/s_n}{\left(R_s + \sigma \cdot \frac{R'_r}{s_n}\right)^2 + (X_{js} + \sigma \cdot X'_{jr})^2}$$

$$M_n = \frac{3}{\frac{2\pi}{60} \cdot \frac{60 \cdot 50}{2}} \cdot (220)^2 \cdot \frac{0,08/0,029}{\left(0,1 + 1,036 \cdot \frac{0,08}{0,029}\right)^2 + (0,21 + 1,036 \cdot 0,21)^2} = 285,92 \text{ Nm}$$

Prevalni moment se dobije kad se u (37.1) uvrstis $=s_{pr}$:

$$M_{pr} = \frac{q_s}{\frac{2\pi}{60} \cdot n_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r/s_{pr}}{\left(R_s + \sigma \cdot \frac{R'_r}{s_{pr}}\right)^2 + (X_{js} + \sigma \cdot X'_{jr})^2}$$

$$M_{pr} = \frac{3}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1500} \cdot (220)^2 \cdot \frac{0,08/0,189}{\left(0,1 + 1,036 \cdot \frac{0,08}{0,189}\right)^2 + (0,21 + 1,036 \cdot 0,21)^2} = 828,84 \text{ Nm}$$

Nazivni koeficijent preopteretivosti motora iznosi:

$$\nu = \frac{M_{pr}}{M_n} = \frac{828,84}{285,92} = 2,8988$$

Motori većih snaga imaju procentualno malu struju magnetisanja (do $0,3 \cdot I_n$) pa se kod ovih motora može zanemarti poprečna grana magnetisanja u ekvivalentnoj šemi. Moment motora na osnovu ove uprošćene ekvivalentne šeme iznosi:

$$M = \frac{3}{\frac{2\pi}{60} \cdot n_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r / s}{\left(R_s + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2} \quad (37.5)$$

Vrednost nazivnog momenta koji se tada dobija je:

$$M'_n = \frac{3}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1500} \cdot (220)^2 \cdot \frac{0,08/0,029}{\left(0,1 + \frac{0,08}{0,029}\right)^2 + (0,21 + 0,21)^2} = 305,46 \text{ Nm}$$

Kad se stavi $s = s'_{pr}$ dobija se prevalni moment:

$$M'_{pr} = \frac{3}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1800} \cdot (220)^2 \cdot \frac{0,08/0,185}{\left[\left(0,1 + \frac{0,08}{0,185}\right)^2 + (0,21 + 0,21)^2\right]} = 869,19 \text{ Nm}$$

Za nazivni koeficijent preopterećenosti, uz zanemarenje grane magnetisanja, dobija se:

$$\nu' = \frac{M'_{pr}}{M'_n} = \frac{869,18}{305,46} = 2,8455$$

Ako se pored struje magnetisanja zanemari i omski otpor statora dobija se izraz za moment:

$$M = \frac{q_s}{\frac{2\pi}{60} \cdot n_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r / s}{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2} = \frac{q_s}{\frac{2\pi}{60} \cdot n_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r / s}{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + X_k^2} \quad (37.6)$$

Izraz (37.6) se često koristi za kvalitativna razmatranja rada asinhronog motora. Nominalni moment je:

$$M''_n = \frac{3}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1500} \cdot (220)^2 \cdot \frac{0,08/0,029}{\left(\frac{0,08}{0,029}\right)^2 + (0,21 + 0,21)^2} = 272,91 \text{ Nm}$$

Prevalni moment se dobije za $s = s''_{pr}$ i jednak je:

$$M''_{pr} = \frac{3}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1500} \cdot (220)^2 \cdot \frac{0,08/0,19}{\left(\frac{0,08}{0,19}\right)^2 + (0,21 + 0,21)^2} = 1100,44 \text{ Nm}$$

Za koeficijent preopterećenja uz sva zanemarenja se dobija:

$$\nu'' = \frac{M''_{pr}}{M''_n} = \frac{1100,44}{272,91} = 4,03$$

Vrednost ν'' se dosta razlikuje od stvarne ν .

c) Polazni moment (moment kratkog spoja) M_p se dobije kad se u (37.1) uvrstis = 1:

$$M_p = \frac{q_s}{\frac{2\pi}{60} \cdot n_s} \cdot U_{fs}^2 \cdot \frac{R'_r}{(R_s + \sigma \cdot R'_r)^2 + (X_{js} + \sigma \cdot X'_{jr})^2},$$

$$M_p = \frac{3}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1500} \cdot (220)^2 \cdot \frac{0,08}{(0,1 + 1,036 \cdot 0,08)^2 + (0,21 + 1,036 \cdot 0,21)^2} = 341,96 \text{ Nm}$$

Polazeći od izraza (37.5) dobijenog iz uprošćene ekvivalentne šeme dobije se za polazni moment:

$$M'_p = \frac{q_s}{\frac{2\pi}{60} \cdot n_s} \cdot U_{fs}^2 \cdot \frac{R'_r}{(R_s + R'_r)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}$$

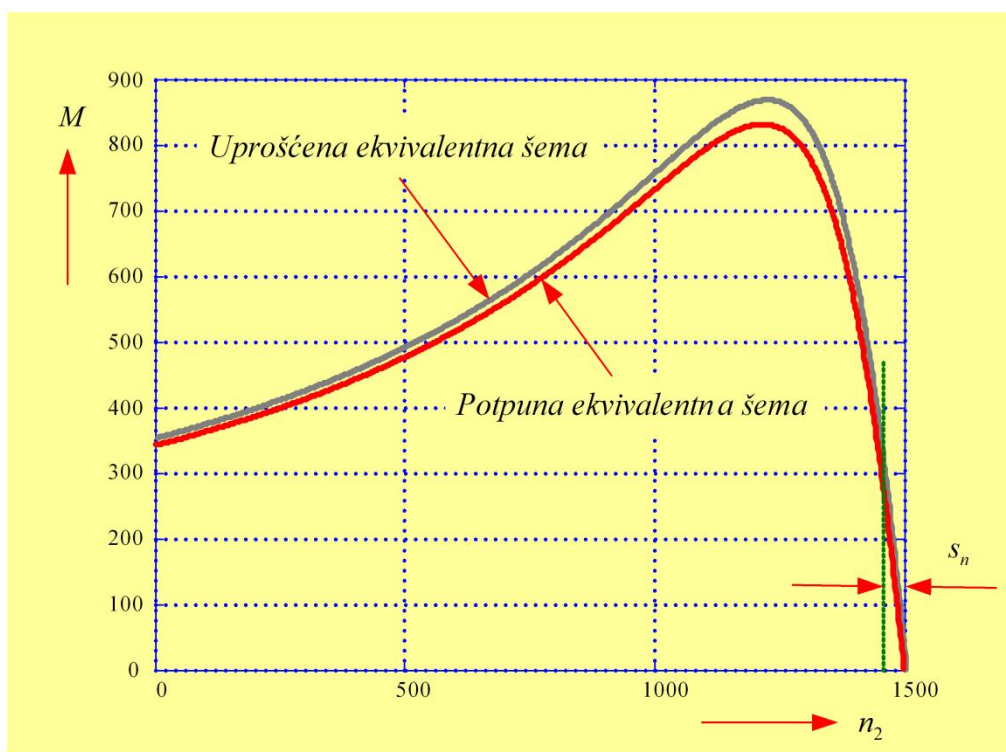
$$M'_p = \frac{3}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1500} \cdot (220)^2 \cdot \frac{0,08}{(0,1 + 0,08)^2 + (0,21 + 0,21)^2} = 354,16 \text{ Nm}$$

Uz zanemaren statordi otpor:

$$M''_p = \frac{q_s}{\frac{2\pi}{60} \cdot n_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r}{R_r'^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}$$

$$M''_p = \frac{3}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1500} \cdot (220)^2 \cdot \frac{0,08}{0,08^2 + (0,21 + 0,21)^2} = 404,54 \text{ Nm}$$

Na slici 37.1 prikazane su karakteristike momenta 1 i2dobijene na osnovu izraza (37.1) i (37.5), respektivno.



Slika 37.1. Karakteristike momenta asinhronog motora:
1 – na osnovu potpune ekvivalentne šeme, 2 – uz zanemarenje I_{μ}

Na osnovu izračunatog i datih karakteristika slede zaključci:

- Pojednostavnjeni izraz (37.5) – kojim se ne uzima u obzir struju magnetisanja – može se koristiti za proračun momenta umesto tačnog (37.1) za sva klizanja, ako se ne traži velika tačnost.
- Pojednostavnjeni izraz (37.6) – u kojem su zanemareni struja magnetisanja i omski otpor namotaja statora – može se koristiti samo za klizanja od $s = 0$ do $s = s_n$.
- Ako su poznate sve veličine koje se javljaju u izrazu (37.1) poželjno je njega koristiti za najveću tačnost i najbolju predikciju ponašanja i rada mašine.

Zadatak 38. Trofazni asinhroni kavezni motor pokreće radnu mašinu, koja ima moment kvadratno zavisen od brzine i radi u nazivnom režimu. Ako se regulacija brzine obrtanja vrši promenom napona napajanja, šta treba uraditi da bi se brzina podesila na 150 rad/s?

Podaci o motoru: 230 V, 60 Hz, 183 rad/s, $2p=4$, sprega Y, $R_s = 0,227 \Omega$, $R'_r = 0,4 \Omega$, $X_{js} = 0,512 \Omega$, $X'_{jr} = 0,769 \Omega$, $X_{\mu} = 9,86 \Omega$.

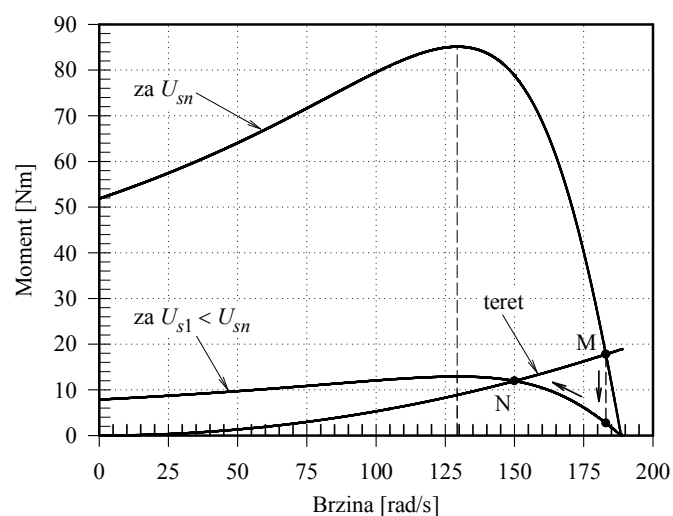
Rešenje:

U stacionarnom pogonu obrtni moment koji razvija motor M jednak je momentu radne mašine M_{opt} . Motor se tad obrće konstantnom brzinom. Moment koji razvija asinhroni motor direktno je proporcionalan naponu na kvadrat:

$$M = \frac{q_s}{\omega_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r/s}{\left(R_s + \sigma \cdot \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_{js} + \sigma \cdot X'_{jr})^2} \quad (38.1)$$

Kad se opterećenom motoru smanji napon smanji se i obrtni moment, prema (38.1), što proizvodi razliku momenata $\Delta M = M - M_{opt} < 0$, koja usporava rotor (povećava klizanje) sve dok se obrtni moment ne izjednači s momentom opterećenja, tj. dok se ne dostigne novo ravnotežno stanje. Dakle, ako spustimo napon napajanja motora brzina obrtanja mora pasti.

Na slici 38.1 prikazana je karakteristika momenta asinhronog motora pri nominalnom i sniženom naponu i karakteristika momenta radne mašine (opterećenja). Nakon sniženja napona motor prelazi iz nominalne radne tačke M u novu radnu tačku N u kojoj karakteristika momenta opterećenja seče karakteristiku momenta motora pri sniženom naponu.



Slika 38.1. Regulacija brzine obrtanja asinhronog motora promenom napona napajanja.

Koordinate nominalne radne tačke M su: (ω_n, M_n) . Nominalna brzina je data:

$$\omega_n = 183 \text{ rad/s}$$

Nominalni moment je:

$$M_n = \frac{q_s}{\omega_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r/s_n}{\left(R_s + \sigma \cdot \frac{R'_r}{s_n}\right)^2 + (X_s + \sigma \cdot X'_r)^2}$$

Pri tom je sinhrona brzina obrtanja:

$$\omega_s = \frac{2\pi \cdot f}{p} = \frac{2\pi \cdot 60}{2} \approx 188,5 \text{ rad/s}$$

Nominalno klizanje iznosi:

$$s_n = \frac{\omega_s - \omega_n}{\omega_s} = \frac{\frac{2\pi \cdot 60}{2} - 183}{\frac{2\pi \cdot 60}{2}} = 0,0291 = 2,91\%$$

Koeficijent rasipanja je:

$$\sigma = 1 + \frac{X_{js}}{X_m} = 1 + \frac{0,512}{9,86} = 1,052$$

Dakle nominalni moment motora iznosi:

$$M_n = \frac{3}{\frac{2\pi \cdot 60}{2}} \cdot \left(230/\sqrt{3}\right)^2 \cdot \frac{0,4/0,0291}{\left(0,227 + 1,052 \cdot \frac{0,4}{0,0291}\right)^2 + (0,512 + 1,052 \cdot 0,769)^2} = 17,7 \text{ Nm}$$

Koordinate radne tačke N su: (ω_1, M_1) , gde je tražena brzina obrtanja $\omega_1=150 \text{ rad/s}$, a $M_1=M_{opt1}$. Moment opterećenja, po uslovu zadatka, zavisi od brzine obrtanja na kvadrat:

$$M_{opt} = c \cdot \omega^2$$

Budući da u stacionarnom pogonu vredi $M=M_{opt}$, to znači da je u nazivnom režimu:

$$M_{opt} = M_n = c \cdot \omega_n^2$$

(38.2)

Pri traženoj brzini moment opterećenja iznosi:

$$M_{opt1} = c \cdot \omega_1^2$$

(38.3)

Deobom jednačina (38.2) i (38.3) dobija se:

$$\frac{M_n}{M_{opt1}} = \left(\frac{\omega_n}{\omega_1} \right)^2$$

odakle sledi iznos momenta opterećenja kod tražene brzine:

$$M'_{opt} = M_n \left(\frac{\omega'}{\omega_n} \right)^2$$

$$M'_{opt} = 17,7 \cdot \left(\frac{150}{183} \right)^2 = 11,9 \text{ Nm}$$

U stacionarnom režimu motor treba da obezbedi taj moment. Tražena brzina iznosi 150 rad/s, pa je klizanje u tački N:

$$s_1 = \frac{\omega_s - \omega_1}{\omega_s} = \frac{\frac{2\pi \cdot 60}{2} - 150}{\frac{2\pi \cdot 60}{2}} = 0,204 = 20,4 \%$$

Moment kojeg motor treba da razvija pri toj brzini (u novom ravnotežnom stanju) je:

$$M_1 = M_{opt1} = \frac{q_s}{\omega_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r / s_1}{\left(R_s + \sigma \cdot \frac{R'_r}{s_1} \right)^2 + (X_{\gamma s} + \sigma \cdot X'_{\gamma r})^2}$$

U prethodnom izrazu jedina je nepoznata veličina traženi napon napajanja i iznosi:

$$U_{sf} = \sqrt{\frac{M_{opt1} \cdot \omega_s}{q_s} \cdot \frac{\left(R_s + \sigma \cdot \frac{R'_r}{s_1} \right)^2 + (X_{\gamma s} + \sigma \cdot X'_{\gamma r})^2}{R'_r / s_1}}$$

$$U_s = \sqrt{\frac{11,9 \cdot \frac{2\pi \cdot 60}{2}}{3} \cdot \frac{\left(0,227 + 1,052 \cdot \frac{0,4}{0,204} \right)^2 + (0,512 + 1,052 \cdot 0,769)^2}{0,4/0,204}} = 51,6 \text{ V}$$

Vrednost linijskog napona koji treba dovesti na motor je:

$$U_s = \sqrt{3} \cdot U_{sf} = \sqrt{3} \cdot 51,6 = 89,4 \text{ V}$$

Statorski napon se snižava pomoću tiristorskog regulatora. Prednost ovoga načina regulacije brzine jeste u jednostavnosti i niskoj ceni. Mana je što dolazi do pregrevanja motora usled povećanja

klizanja, te se ovaj način regulacije brzine ne može primeniti na većim motorima. Smanjenje brzine obrtanja se vrši samo u uskom opsegu brzina, maksimalno do prevalnog klizanja.

Zadatak 39. Trofazni kavezni asinhroni motor 4,4kW, 380 V, 8,9A, 50 Hz, 1465min⁻¹, sprega Y, ima sledeće parametre ekvivalentne šeme $X_{\gamma s} = X_{\gamma r}' = 3 \Omega$, $R_s = 1 \Omega$. Gubici u gvožđu i mehanički gubici se mogu zanemariti. Odrediti da li ovaj motor može startovati pri nominalnom momentu opterećenja ako napon napajanja padne za 15%.

Rešenje:

Sinhroni broj obrtaja motora iznosi:

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 [o / \text{min}]$$

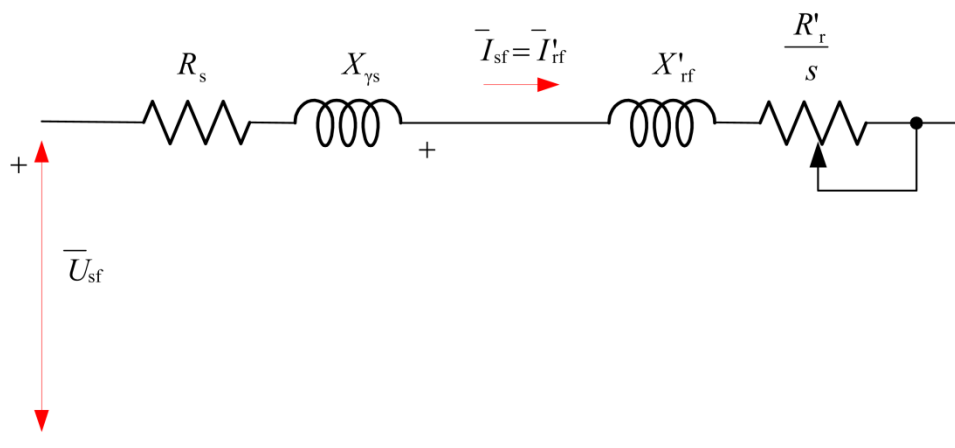
Vrednost klizanja pri nominalnom broju obrtaja iznosi:

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{1500 - 1465}{1500} = 0,0233 = 2,33 [\%]$$

Nominalni moment iznosi:

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{P_n}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1440} = \frac{60 \cdot 4400}{2\pi \cdot 1440} = 28,68 [Nm]$$

Da bi motor mogao da startuje mora da proizvede polazni moment M_p veći ili jednak od M_n . Vrednost polaznog momenta u funkciji vrednosti efektivnog napona napajanja nalazimo na osnovu ekvivalentne šeme i činjenice da je proizvedena mehanička snaga motora jednaka snazi razvijenoj na ekvivalentnoj otpornosti rotorskog kruga (vidi sliku 39.1), odnosno:



Slika 39.1. Ekvivalentna šema asinhronog motora (uz zanemarenje grane magnećenja, u nedostatku podataka).

$$M_p = 3 \cdot p \cdot \frac{R'_r}{s \cdot \omega_s} \cdot |I'_r(s)|^2 = 3 \cdot p \cdot \frac{R'_r}{1 \cdot \omega_s} \cdot |I'_r(1)|^2 = \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot U_f^2 \cdot \frac{R'_r}{(R_s + R'_r)^2 + (X_s + X'_r)^2}$$

Za izračunavanje polaznog momenta, fali nam svedena vrednost rotorskog otpora. Iz izraza za nominalni momenat, postupno možemo naći svedenu vrednost rotorskog otpora.

$$M_n = 3 \cdot p \cdot \frac{R_r'}{s_n \cdot \omega_s} \cdot |I_r'(s_n)|^2 = \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot U_f^2 \cdot \frac{\frac{R_r'}{s_n}}{\left(R_s + \frac{R_r'}{s_n}\right)^2 + (X_s + X_r')^2} \Rightarrow$$

$$\left(R_s + \frac{R_r'}{s_n}\right)^2 - \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot \frac{U_f^2}{M_n} \cdot \frac{R_r'}{s_n} + (X_s + X_r')^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{R_r'}{s_n}\right)^2 + \frac{R_r'}{s_n} \cdot \left(2 \cdot R_s - \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot \frac{U_f^2}{M_n}\right) + R_s^2 + (X_s + X_r')^2 = 0 \Rightarrow \cdot s_n^2$$

$$R_r'^2 + R_r' \cdot \left(2 \cdot R_s - \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot \frac{U_f^2}{M_n}\right) \cdot s_n + [R_s^2 + (X_s + X_r')^2] \cdot s_n^2 = 0 \Rightarrow$$

$$R_r'^2 + R_r' \cdot \left(2 \cdot 1 - \frac{3 \cdot 2}{2\pi \cdot 50} \cdot \frac{220^2}{28,68}\right) \cdot 0,0233 + [1^2 + (3 + 3)^2] \cdot 0,0233^2 = 0 \Rightarrow$$

$$R_r'^2 + R_r' \cdot 0,7043 + 0,0201 = 0 \Rightarrow$$

$$R_{r1/2}' = \frac{0,7043 \pm \sqrt{0,7043^2 - 4 \cdot 0,0201}}{2} = \frac{0,7043 \pm 0,6447}{2} = \begin{cases} 0,6745 [\Omega] \\ 0,0298 [\Omega] \end{cases}$$

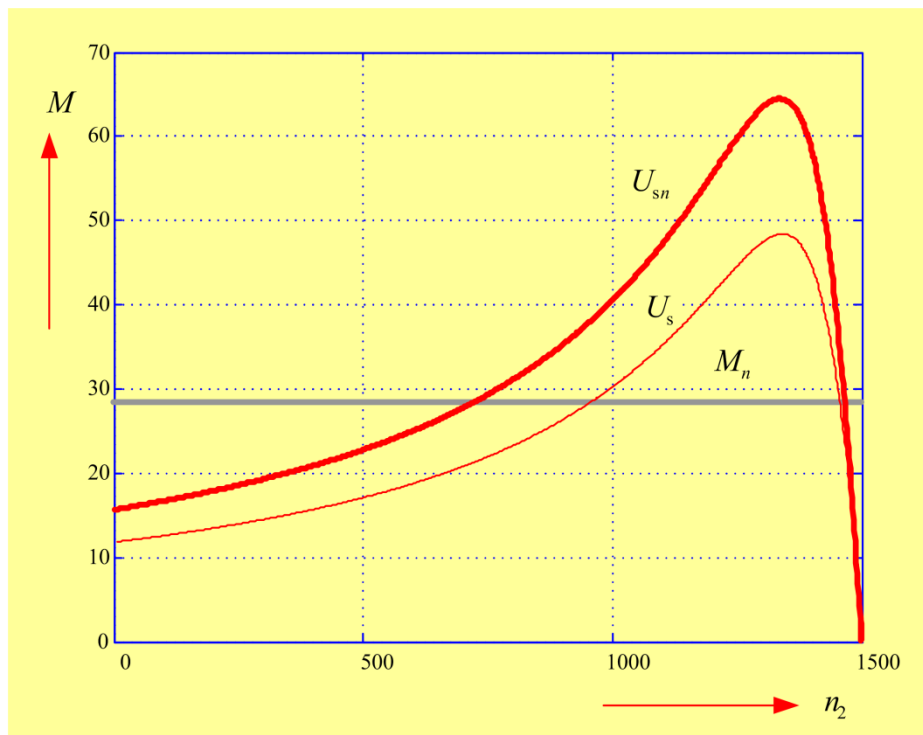
Drugo rešenje daje suviše malu vrednost, pa na osnovu izračunate vrednosti svedene rotorske otpornosti sledi da vrednost polaznog momenta pri nominalnoj vrednosti napona napajanja iznosi:

$$\begin{aligned} M_{pn} &= \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot U_{fn}^2 \cdot \frac{R_r'}{\left(R_s + \frac{R_r'}{s_n}\right)^2 + (X_s + X_r')^2} = \\ &= \frac{3 \cdot 2}{2\pi \cdot 50} \cdot 220^2 \cdot \frac{0,6745}{(1 + 0,6745)^2 + (3 + 3)^2} = 16,07 [Nm] \end{aligned}$$

A pri sniženom naponu za 15%:

$$M_p = \left(\frac{U_s}{U_{sn}}\right) \cdot M_{pn} = 0,85^2 \cdot M_{pn} = 0,85^2 \cdot 16,07 = 11,61 [Nm]$$

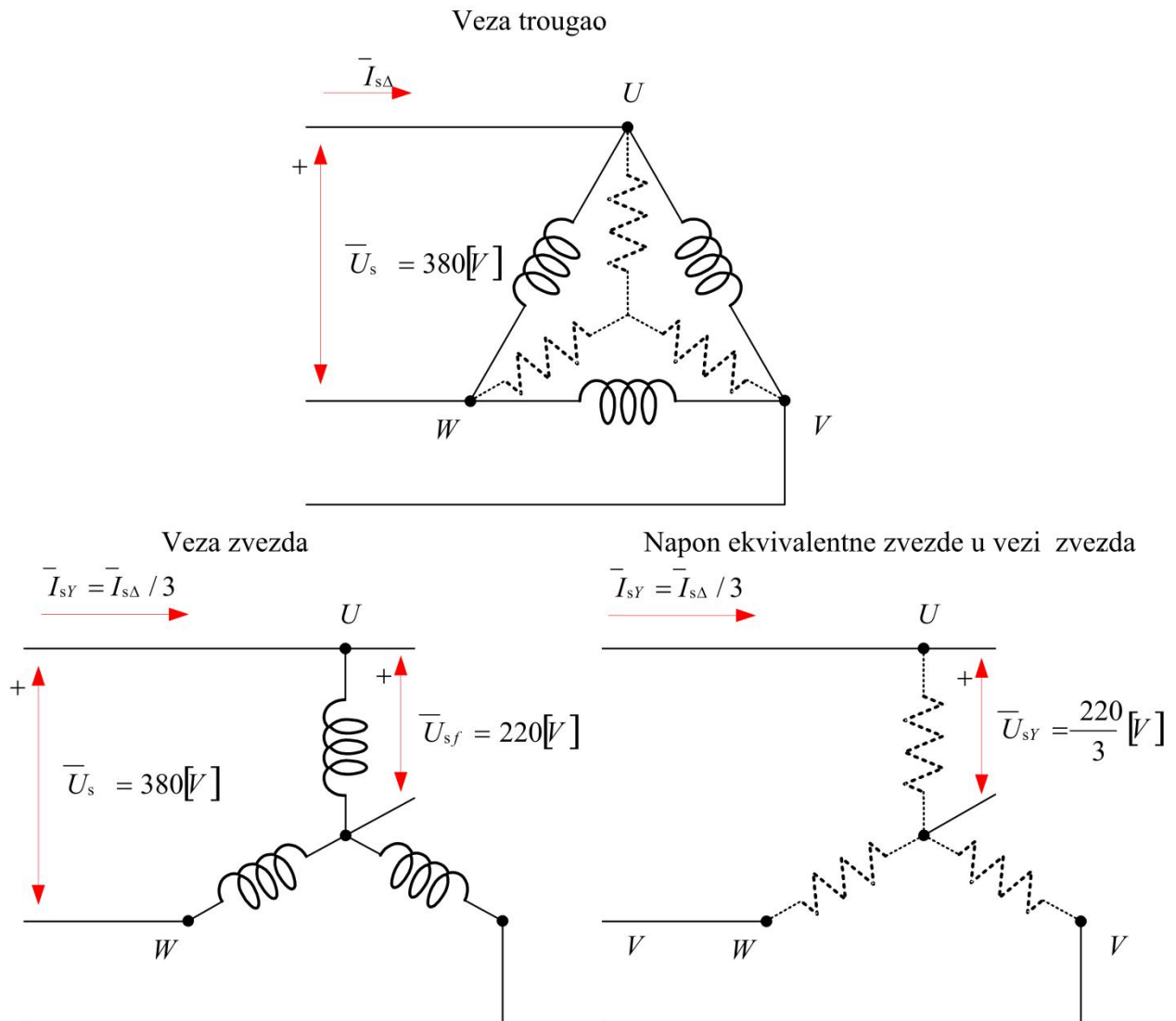
Prema tome čak i pri nominalnom naponu motor ne može da pokrene nominalni moment opterećenja od 28,68 Nm.



Slika 39.2. Momentna karakteristika motora za pun (puna crvena linija) i sniženi napon napajanja (tanka crvena linija), i momentna karakteristika konstantnog opterećenja – uz rešenje zadatka.

Zadatak 40. Četvoropolni asinhroni motor nazivne snage 3 [kW], nazivnog napona 380 [V] sa nazivnom vrednošću struje 6,3 [A] i frekvencije mreže 50 [Hz] ima sledeće parametre ekvivalentne šeme: $R_s = 1,54 [\Omega]$; $R'_r = 2,55 [\Omega]$; $L_{\gamma s} = L'_{\gamma r} = 8,758 [mH]$, se pušta u rad prebacivanjem veze zvezda u vezu trougao. Ako je maksimalno dozvoljena struja $2,5 \cdot I_n$ izračunati pri kojoj brzini treba prebaciti spregu u trougao.

Rešenje:



Slika 40.1. Motor u sprezi trougao i sprezi zvezda.

Reaktanse rasipanja statora i rotora iznose:

$$X_{\gamma s} = X'_{\gamma r} = \omega_s \cdot L_{\gamma s} = 2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot L_{\gamma s} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 8,758 \cdot 10^{-3} = 2,7514 [\Omega]$$

Struja faze statora pri klizanju s pri kojem se prebacuje sprega iz zvezde u trougao po uslovu zadatka treba da iznosi $2,5 \cdot I_n$ (u sprezi zvezda faza struja je jednaka terminalnoj vrednosti struje), pa je na osnovu ekvivalentne šeme:

$$2,5 \cdot I_{sn} = \frac{U_{sfn}}{\sqrt{\left(R_s + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}}$$

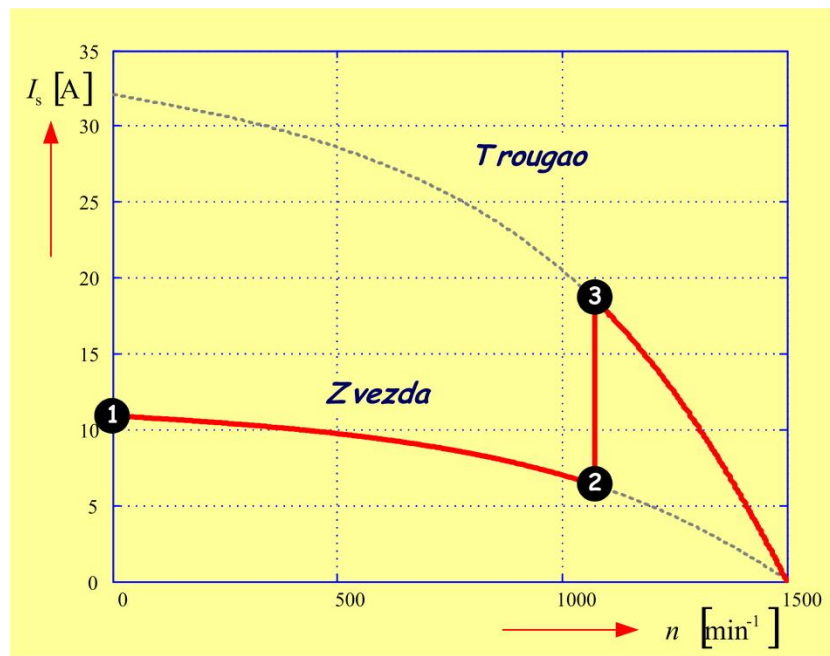
$$\frac{R'_r}{s} = \sqrt{\left(\frac{U_{sfn}}{2,5 \cdot I_{sn}}\right)^2 - (X_{js} + X'_{jr})^2} - R_s$$

$$s = \frac{R'_r}{\sqrt{\left(\frac{U_{sfn}}{2,5 \cdot I_{sn}}\right)^2 - (X_{js} + X'_{jr})^2} - R_s} = \frac{2,55}{\sqrt{\left(\frac{220}{2,5 \cdot 6,3}\right)^2 - (2 \cdot 2,7514)^2} - 1,54} = 0,2256 []$$

Pa je brzina obrtanja motora pri kojoj treba prebaciti spregu iz zvezde u trougao:

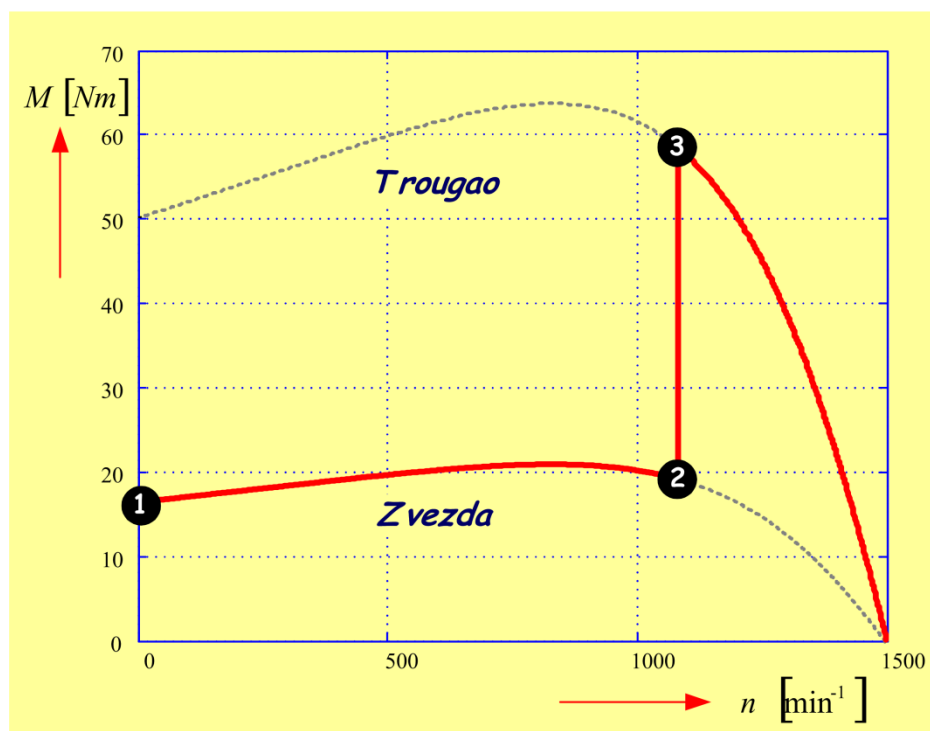
$$n = (1 - s) \cdot n_s = (1 - 0,2256) \cdot 1500 = 1161,4644 [\text{min}^{-1}]$$

Vrednost struje motora tokom zaletanja i pri prebacivanju sprege iz zvezde u trougao prikazani su na slici 40.2.



Slika 40.2. Struja motora pri prebacivanju sprege iz zvezde u trougao uz zadati uslov zadatka o maksimalnoj vrednosti struje.

Mehaničke karakteristike motora u sprezi zvezda i sprezi trougao kao i kretanje (statičke) radne tačke prilikom prebacivanja sprege iz zvezde u trougao prikazani su na slici 40.3.



Slika 40.3. Statička mehanička karakteristika motora u spregama zvezda i trougao i kretanje radne tačke pri prebacivanju sprege.

Zadatak 41. Koliko iznosi proizvedena (korisna, izlazna) snaga i moment trofaznog kliznokolutnog asinhronog motora kod klizanja 5%, ako je priključen na napon 380 V frekvencije 50 Hz. Motor je četvoropolni, ima koeficijent transformacije 2, statorski namotaji su u spoju trougao, rotorski namotaji su u spoju zvezda i kratko su spojeni, induktivni otpor rotora 1 Ω , i zna se da razvija maksimalni moment kod rotorske frekvencije 10 Hz.

Rešenje:

Kada motor radi sa klizanjem s , učestanost rotorskih veličina (napona i struja) iznosi:

$$f_r = s \cdot f_s$$

Motor razvija maksimalni moment pri prevalnom klizanju s_{pr} , pa se na osnovu rotorske frekvencije pri maksimalnom momentu može odrediti vrednost prevalnog klizanja:

$$s_{pr} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{10}{50} = 0,2$$

Uz zanemarenje statorske otpornosti i grane magnećenja (podaci koji nisu dati) prevalno klizanje koje se dobija iz uslova $dM(s)/ds=0$, usvajajući jednake reaktanse rasipanja statora i rotora, iznosi:

$$s_{pr} = \frac{R_r}{X_{rs}'' + X_{rr}''} \Rightarrow R_r = s_{pr} \cdot (X_{rs}'' + X_{rr}'') = 0,2 \cdot (1 + 1) = 0,4 [\Omega]$$

Kako su statorski namotaji spregnuti u trougao to je fazni napon jednak dovedenom naponu, odnosno:

$$E_s = U_{sl} = 380 [V]$$

Koeficijent transformacije predstavlja odnos faznih indukovanih elektromotornih sila statora i rotora, pri ukočenom rotoru. Stoga se vrednost indukovane elektromotorne sile rotora (fazna vrednost) može odrediti kao:

$$E_{r0} = E_s \cdot \frac{1}{m} = 380 \cdot \frac{1}{2} = 190 [V]$$

Za dato klizanje $s = 0,05$ struja rotora će biti:

$$I_r = \frac{E_{r0}}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + (X_{rs}'' + X_{rr}'')^2}} = \frac{190}{\sqrt{\left(\frac{0,2}{0,05}\right)^2 + (1 + 1)^2}} = 42,48 [A]$$

Snaga elektromagnetnog polja iznosi:

$$P_{ob} = 3 \cdot I_r^2 \cdot \frac{R_r}{s} = 3 \cdot 42,48^2 \cdot \frac{0,2}{0,05} = 21654,6 [W]$$

Izlazna, korisna snaga se dobija kada se od snage obrtnog polja oduzmu gubici u bakru rotora i mehanički gubici. U nedostatku podataka o mehaničkim gubicima mašine, izlazna snaga se procenjuje na vrednost:

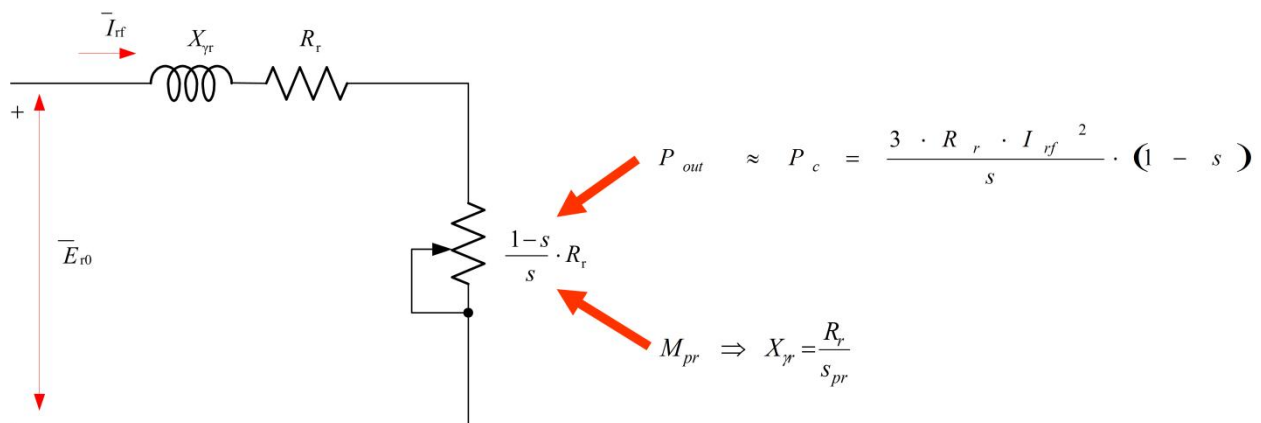
$$P_{out} = P_{ob} \cdot (1-s) = 21654,6 \cdot (1-0,05) = 20571,9 [W]$$

Izlazni moment jednak je odnosu izlazne snage i ugaone brzine obrtanja motora:

$$M_{out} = \frac{P_{out}}{\omega} = \frac{P_{out}}{(1-s)\omega_s} = \frac{20571,9}{(1-0,05) \cdot \frac{2\pi \cdot 50}{2}} = 137,86 [Nm]$$

Vrednost elektromagnetnog momenta koji asinhroni motor razvija (jednak izlaznom momentu uz zanemarenje mehaničkih gubitaka) mogla se izračunati i kao odnos snage obrtnog polja i sinhronne brzine obrtanja:

$$M_{out} = \frac{P_{ob}}{\omega_s} = \frac{P_{ob}}{\frac{2\pi f_s}{p}} = \frac{21654,6}{\frac{2\pi \cdot 50}{2}} = 137,86 [Nm]$$



Slika 41.1. Ekvivalentno kolo rotora asinhronog motora.

Zadatak 42. Trofazni kliznokolutni asinhroni motor ima sledeće podatke: $R_s = 0,38 \, \Omega$, $R_r = 0,027 \, \Omega$, $X_{js} = 1,36 \, \Omega$, $X_{jr} = 0,068 \, \Omega$, $p = 5$, 220 V, 50 Hz, sprega Δ , $q_s = q_r = 3$, $m_e = 5,2$ (m_e = koeficijent transformacije). Zanemarujući struju praznog hoda odrediti:

- Struje statora i rotora, moment i $\cos \varphi$ prilikom puštanju motora u rad sa kratkospojenim rotorom.
- Vrednost dodatnog otpora koji je neophodno priključiti u kolo rotora da bi se dobio maksimalan polazni moment.
- Struje statora i rotora, moment i $\cos \varphi$ pri polasku motora kada je priključen dodatni otpor.

Rešenje:

- Snaga gubitaka u namotu rotora direktno je proporcionalna klizanju i iznosi:

$$P_{Cur} = q_s I_r'^2 R_r' = s \cdot P_{ob}$$

gde za svedene rotorske veličine vredi $q_r = q_s$, dakle snaga obrtnog polja je:

$$P_{ob} = \frac{P_{Cur}}{s} = q_s I_r'^2 \frac{R_r'}{s} \quad (42.1)$$

Izraz za moment je:

$$M_{ob} = \frac{P_{ob}}{\omega_s} = \frac{P_{Cur}}{s \omega_s} = \frac{q_s I_r'^2 \frac{R_r'}{s}}{\omega_s} \quad (42.2)$$

Iz jednačine (42.2) se vidi da motor može razvijati obrtni moment samo ako postoje gubici snage u namotaju rotora P_{Cur} . Na osnovu ekvivalentne šeme svedena struja rotora uz zanemarenje struje magnetisanja, iznosi:

$$I_r' = \frac{U_{sf}}{\sqrt{\left(R_s + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + (X_{js} + X_{jr}')^2}} \quad (42.3)$$

gde je U_{sf} napon faznog namotaja statora. Uvrstivši (42.3) u (42.2) dobije se izraz za elektromagnetni moment (uz zanemarenje grane magnetisanja u ekvivalentnoj šemi):

$$M = \frac{q}{\omega_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R_r'/s}{\left(R_s + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + (X_{js} + X_{jr}')^2}$$

$$M = \frac{q_s}{\frac{2\pi}{60} \cdot n_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r/s}{\left(R_s + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}$$

(42.4)

Parametri rotora preračunati na stranu statora iznose:

$$R'_r = \frac{q_s}{q_r} m_e^2 R_r = \frac{3}{3} \cdot 5,2^2 \cdot 0,027 = 0,73$$

$$X'_{jr} = \frac{q_s}{q_r} m_e^2 X_{jr} = \frac{3}{3} \cdot 5,2^2 \cdot 0,068 = 1,84$$

pri tom je $q_s=q_r$. U momentu upuštanja motora klizanje je $s = 1$. Na osnovu ekvivalentne šeme i izraza (42.3) polazna struja (struja kratkog spoja) iznosi:

$$I_{ps} = \frac{U_{sf}}{\sqrt{(R_s + R'_r)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}}$$

$$I_{ps} = \frac{220}{\sqrt{(0,38 + 0,73)^2 + (1,36 + 1,84)^2}} = 65 \text{ A}$$

Rotorska struja kratkog spoja se na osnovu vrednosti statorske struje i koeficijenta transformacije može dobiti kao:

$$I_{pr} = \frac{q_s}{q_r} m_e \cdot I_{ps}$$

$$I_{pr} = \frac{3}{3} \cdot 5,2 \cdot 64,95 = 337,74 \text{ A}$$

Polazni moment na osnovu (42.4) iznosi:

$$M_p = \frac{q_s}{\frac{2\pi}{60} \cdot n_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r}{(R_s + R'_r)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}$$

$$M_p = \frac{3}{\frac{2\pi}{60} \cdot 600} \cdot 220^2 \cdot \frac{220^2 \cdot 0,73}{[(0,38 + 0,73)^2 + (1,36 + 1,84)^2]} = 147,05 \text{ Nm}$$

Impedansa kratkog spoja je, prema ekvivalentnoj šemi za $s = 1$:

$$Z_k = \sqrt{(R_s + R'_r)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2} = \sqrt{(0,38 + 0,73)^2 + (1,36 + 1,84)^2} = 3,387 \Omega$$

a otpor kratkog spoja:

$$R_k = R_s + R'_r = 0,38 + 0,73 = 1,110 \Omega$$

Faktor snage motora prilikom puštanja u rad iznosi:

$$\cos \varphi_k = \frac{R_k}{Z_k} = \frac{1,110}{3,387} = 0,328$$

b) Dodatni spoljašnji otpornici se priključuju u rotorsko kolo tokom puštanja u rad kliznokolutnog motora radi smanjenja polazne struje i/ili povećanja polaznog momenta motora. Sada je ukupni svedeni otpor po fazi rotora:

$$R'_r = R'_{r0} + R'_{rd}$$

gde je R'_{r0} otpor faznog namotaja, a R'_{rd} spoljašnji dodatni otpor. Najveći moment koji kliznokolutni motor može razviti naziva se prevalni moment M_{pr} . Iznos klizanja pri kojem motor razvija moment M_{pr} , tj. prevalno klizanje, dobija se iz uslova:

$$\frac{dM_{ob}}{ds} = 0 \quad (42.5)$$

i iznosi (uz zanemarenje struje magnećenja):

$$s_{pr} = \pm \frac{R'_r}{\sqrt{R_s^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}} = \pm \frac{R'_{r0} + R'_{rd}}{\sqrt{R_s^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}} \quad (42.6)$$

Predznak (+) vredi za motorski režim, a (–) za generatorski. Polazni moment jednak prevalnom se dobija kad je $s_{pr}=1$. Dakle vrednost svedenog dodatnog otpora po fazi rotora treba da iznosi:

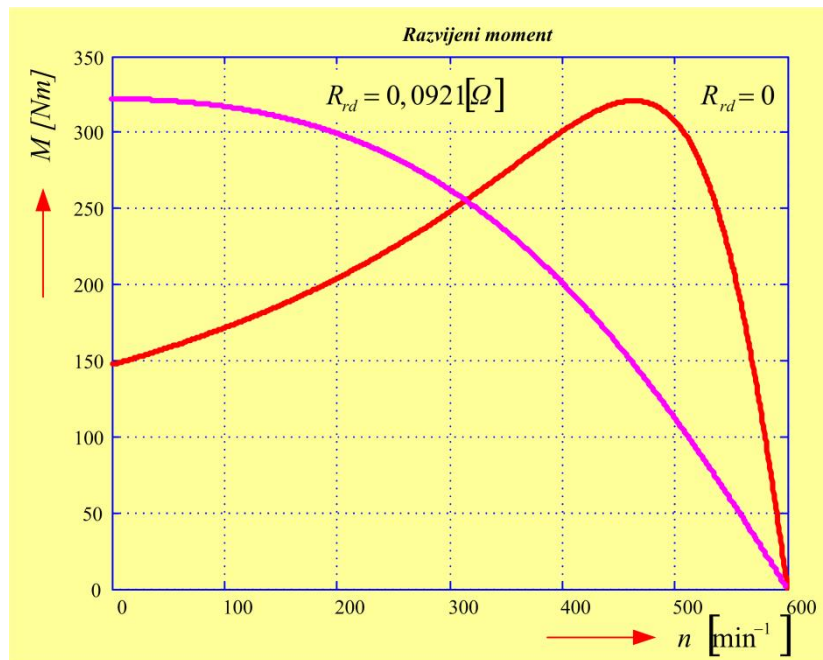
$$R'_{rd} = \sqrt{R_s^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2} - R'_{r0}$$

$$R'_{rd} = \sqrt{0,38^2 + (1,36 + 1,84)^2} - 0,73 = 2,492 \Omega$$

Stvarna vrednost potrebnog dodatnog otpora po fazi rotora se dobija svođenjem prethodne vrednosti na rotorsku stranu:

$$R_{rd} = \frac{q_r}{q_s} \frac{1}{m_e^2} R'_{rd} = \frac{3}{3} \cdot \frac{1}{5,2^2} \cdot 2,492 = 0,0921 \Omega$$

c) Na slici 42.1 prikazane su karakteristike momenta datog motora za slučajeve kada nema dodatnog otpora u kolu rotora i kada je on jednak izračunatoj vrednosti u delu zadatka pod b). Vidi se da je za izračunatu vrednost dodatnog otpora u rotorskom krugu $R_{rd}=0,0921 \Omega$ polazni moment maksimalan, tj. jednak prevalnom momentu.

Slika 42.1. Karakteristike momenta asinhronog motora sa i bez dodatnog otpora u kolu rotora, R_{rd} .

Brojna vrednost polaznog momenta je:

$$M_p = M_{pr} = \frac{q_s}{2\pi \cdot n_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r + R'_d}{(R_s + R'_r + R'_d)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2},$$

$$M_p = M_{pr} = \frac{3}{\frac{2\pi}{60} \cdot 600} \cdot 220^2 \cdot \frac{0,73 + 2,492}{(0,38 + 0,73 + 2,492)^2 + (1,36 + 1,84)^2} = 320,74 \text{ Nm}$$

Polazna struja motora uz priključen dodatni otpor je:

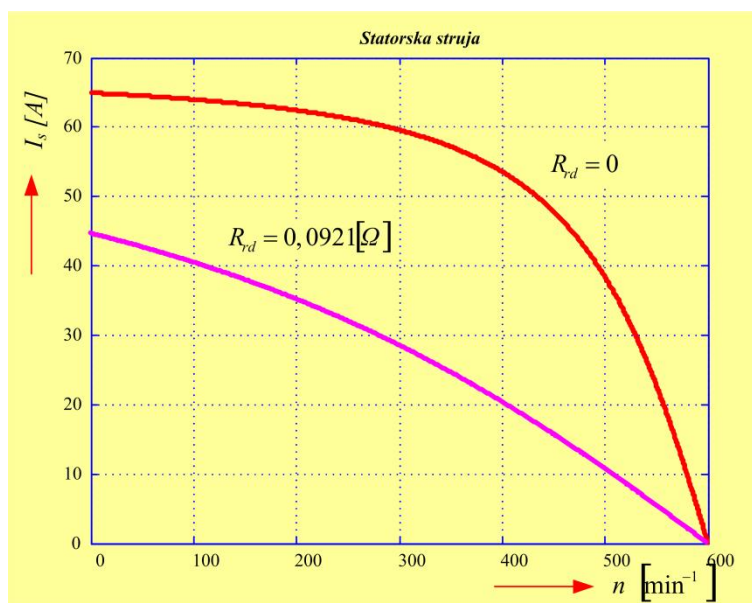
$$I_{ps} = \frac{U_{sf}}{\sqrt{(R_s + R'_r + R'_d)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}}$$

$$I_{ps} = \frac{220}{\sqrt{(0,38 + 0,73 + 2,492)^2 + (1,36 + 1,84)^2}} = 45,7 \text{ A}$$

Struja u fazi rotora u trenutku puštanja u rad, iznosi:

$$I_{pr} = \frac{3}{3} \cdot 5,2 \cdot 45,7 = 237,6 \text{ A}$$

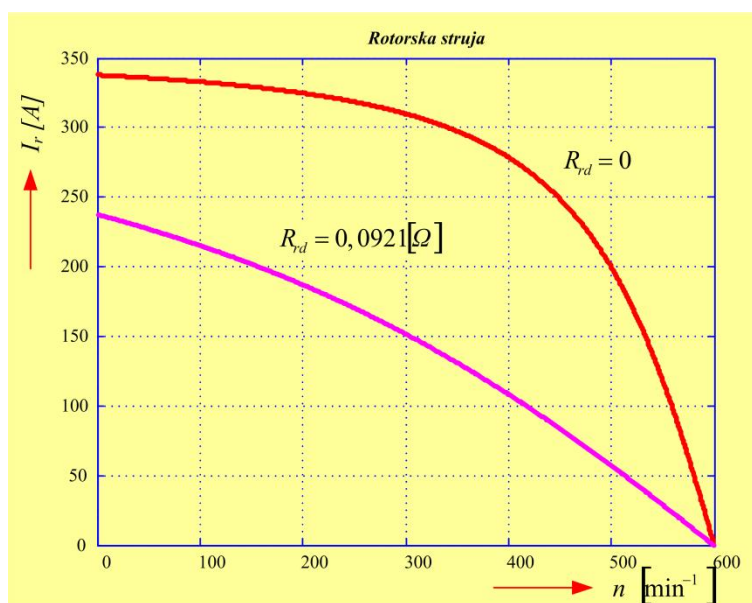
Na slici 42.2. su prikazane krive struja-brzina obrtanja za različite dodatne otpore u kolu rotora.



Slika 42.2. Zavisnost efektivne vrednosti struje motora od brzine obrtanja za razne dodatne spoljašnje otpore po fazi rotora.

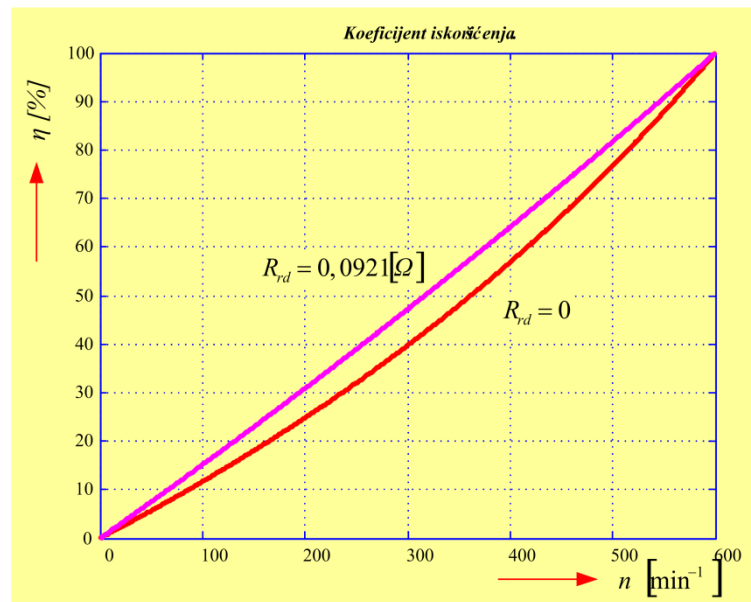
Polazna struja je smanjena 1,4 puta, dok je polazni moment povećan 2,2 puta. Tokom zaleta motora dodatni otpor smanjujemo u stepenima ili kontinuirano tako da se dobije dovoljan moment uz što manju polaznu struju.

Slično važi i za struju rotora. Na slici 42.3 su prikazane krive zavisnosti struja rotora od brzine obrtanja za dve različite vrednosti dodatnih otpora u kolu rotora: bez dodatnog otpora i sa dodatnim otporom izračunatim da se ostvari maksimalni polazni moment.



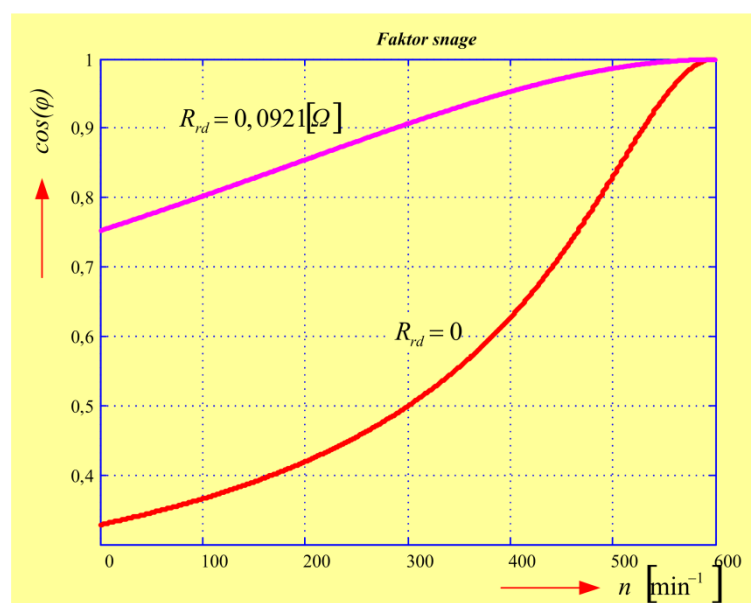
Slika 42.3. Zavisnost efektivne vrednosti struje rotora od brzine obrtanja za različite dodatne spoljašnje otpore po fazi rotora.

Ako se nacrtaju krive zavisnosti koeficijenta iskorišćenja od brzine obrtanja za slučaj kada nema dodatnog otpora i kada je on prema izračunatoj vrednosti (slika 42.4), može se zapaziti da se ima bolji stepen iskorišćenja tokom zaletanja kada je on uključen u kolo rotora. Razlog tome je smanjenje struje rotora i statora, pa i gubitaka u namotajima rotora i statora.



Slika 42.4. Zavisnost stepena iskorišćenja od brzine obrtanja za različite dodatne spoljašnje otpore po fazi rotora.

Sa krive zavisnosti prikazane na slici 42.5, jasno se uočava da dodavanjem otpora u kolo rotora pri zaletanju imamo značajan popravak faktora snage motora.



Slika 42.4. Zavisnost faktora snage od brzine obrtanja motora za različite dodatne spoljašnje otpore po fazi rotora.

Zadatak 43. Trofazni asinhroni motor sa namotanim rotorom sa podacima: 380 V; sprega Y; 1400 min⁻¹; 50 Hz; induktivnosti rasipanja statora i rotora 8,8 mH; induktivnost magnećenja $\rightarrow \infty$ mH; otpornost statora $\approx 0 \Omega$; otpornost rotora svedena na stator 2,5 Ω ; pušta se u rad pomoću rotorskog otpornika. Koeficijent transformacije ovog kliznokolutnog motora iznosi 4. Odrediti:

- Vrednost otpora koji treba uključiti u rotor da se ostvari polazak sa najvećim mogućim polaznim momentom.
- Vrednost otpora za koji se dobija najveći moment pri brzini od 600 min⁻¹.
- Vrednost najveće brzine pri kojoj se može postići najveći mogući moment motora.
- Vrednost statorske struje u slučajevima a), b) i c)? Koliki je najveći moment motora?

Rešenje:

a) Najveći moment motora je prevalni moment $M_{max} = M_{pr}$. Da bi se ostvario uslov zadatka u rotorsko kolo treba dodati otpor R'_{da} , tako da prevalno klizanje bude jednako klizanju pri polasku $s_{pol} = 1$, odnosno da važi:

$$s_{pr} = \frac{R'_r + R'_{da}}{\omega_s \cdot (L_{\gamma s} + L'_{\gamma r})} = s_{pol} = 1 \Rightarrow R'_{da} = \omega_s \cdot (L_{\gamma s} + L'_{\gamma r}) - R'_r$$

$$R'_{da} = 2\pi \cdot 50 \cdot (0,0088 + 0,0088) - 2,5 = 3,03 [\Omega]$$

$$R_{da} = \frac{1}{m^2} \cdot R'_{da} = \frac{1}{4^2} \cdot 3,03 = 0,19 [\Omega]$$

b) Vrednost dodatnog otpora treba smanjiti na vrednost pri kojoj je prevalno klizanje jednako klizanju pri traženoj brzini obrtanja od $n_b = 600 \text{ min}^{-1}$ (po uslovu zadatka):

$$s_b = \frac{n_s - n_b}{n_s} = \frac{1500 - 600}{1500} = \frac{900}{1500} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$s_{pr} = \frac{R'_r + R'_{db}}{\omega_s \cdot (L_{\gamma s} + L'_{\gamma r})} = s_b = 0,6 \Rightarrow R'_{db} = s_b \cdot \omega_s \cdot (L_{\gamma s} + L'_{\gamma r}) - R'_r$$

$$R'_{db} = 0,6 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot (0,0088 + 0,0088) - 2,5 = 0,82 [\Omega]$$

$$R_{db} = \frac{1}{m^2} \cdot R'_{db} = \frac{1}{4^2} \cdot 0,82 = 0,05 [\Omega]$$

c) Najveća brzina sa prevalnim momentom je brzina koja odgovara ovom momentu na prirodnoj karakteristici motora, a to je brzina:

$$s_{pr} = \frac{R_r'}{\omega_s \cdot (L_{js} + L_{jr}')} = \frac{2,5}{2\pi \cdot 50 \cdot (0,0088 + 0,0088)} = 0,452$$

$$n_{pr} = (1 - s_{pr}) \cdot n_s = (1 - 0,452) \cdot 1500 = 822 [\text{min}^{-1}]$$

Za brzine motora veće od ove ne može se dobiti vrednost momenta jednak prevalnom (maksimalni moment) jer je za ovu brzinu motora vrednost otpora u kolu rotora minimalna i jednaka otporu rotorskog namotaja (vrednost dodatnog otpora je nula).

d) U opštem slučaju važi, pošto su za vrednost prevalnog klizanja, vrednosti ukupnih omskih i induktivnih otpora iste:

$$I_{si} = I_{sfi} = \frac{U_{sf}}{\sqrt{\left(\frac{R_r' + R_{di}'}{s_i}\right)^2 + \omega_s^2 (L_{js} + L_{jr}')^2}} = \frac{U_{sf}}{\omega_s (L_{js} + L_{jr}') \sqrt{2}} =$$

$$= \frac{380/\sqrt{3}}{2\pi \cdot 50 \cdot (0,0088 + 0,0088) \cdot \sqrt{2}} = 28,06 [A]$$

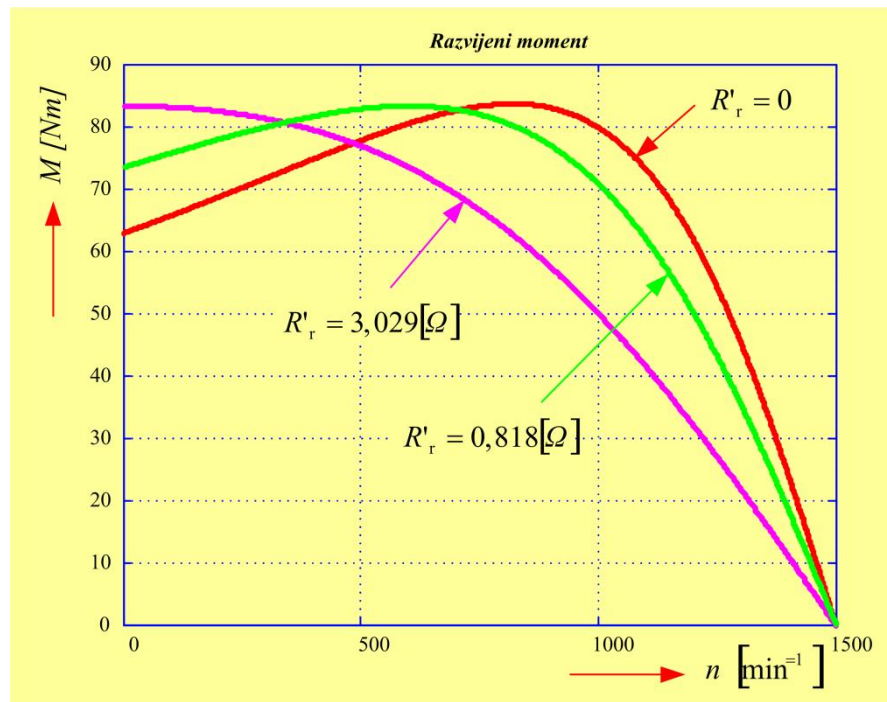
$$i = a, b, c$$

Vrednost maksimalnog, prevalnog momenta iznosi:

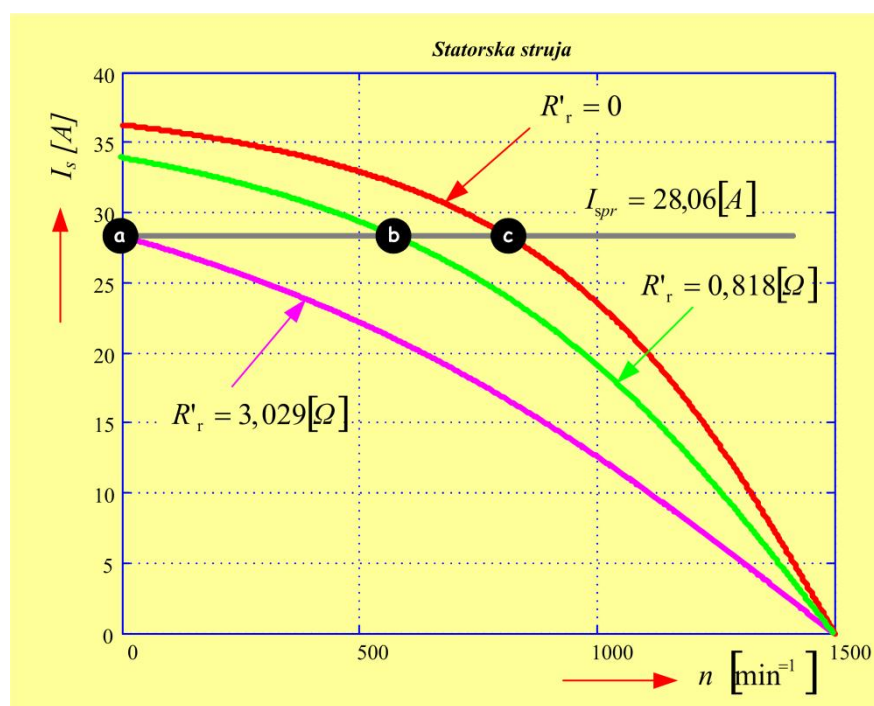
$$M_{pr} = \frac{3 \cdot \frac{R_r'}{s_{pr}} \cdot I_r'^2 (s = s_{pr})}{\omega_s} = 3 \cdot p \cdot \left(\frac{U_{sf}}{\omega_s}\right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot (L_{js} + L_{jr}')} =$$

$$= 3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{380/\sqrt{3}}{2\pi \cdot 50}\right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot (0,0088 + 0,0088)} = 83,13 [Nm]$$

Razvijeni moment i staterska struja motora u zavisnosti od klizanja i za različite vrednosti otpora u kolu rotora u zadatku, prikazani su na slikama 43.1 i 43.2.



Slika 43.1. Mehanička karakteristika motora za razne vrednosti otpora u kolu rotora.



Slika 43.2. Struja motora u zavisnosti od klizanja za razne vrednosti dodatnog otpora u kolu rotora. Struja pri prevalnim klizanjima za razne vrednosti dodatnog rotorskog otpornika ne menja vrednost.

Zadatak 44. Trofazni asinhroni motor sa namotanim rotorom sa podacima: fazni napon 220 [V]; nazivna brzina obrtanja $1400[\text{min}^{-1}]$; induktivnosti rasipanja $L_{\gamma s} = L'_{\gamma r} = 8,8 \text{ [mH]}$; zajednička induktivnost $L_m \rightarrow \infty [\text{mH}]$; otpornost statora $R_s \approx 0 \text{ [\Omega]}$; otpornost rotora svedena na stator $R'_r = 2,5 \text{ [\Omega]}$; nazivna učestanost $f_s = 50 \text{ [Hz]}$, pušta se u rad pomoću rotorskog otpornika koji se može kontinualno menjati.

Odrediti:

- Zavisnost vrednosti dodatnog otpora od brzine tako da se u toku polaska održava stalni i maksimalni moment.
- Izvesti zavisnost struje statora od brzine ako se polazak ostvaruje prema a).
- Nacrtati dijagrame promene dodatnog otpora i struje statora u funkciji brzine, do brzine stacionarnog stanja kod opisanog načina polaska.

Rešenje:

Vrednost maksimalnog prevalnog momenta iznosi:

$$M_{pr} = \frac{3 \cdot p}{2} \cdot \left(\frac{U_{sf}}{\omega_s} \right)^2 \frac{1}{L_{\gamma s} + L'_{\gamma r}} = \frac{3 \cdot 2}{2} \cdot \left(\frac{220}{2 \cdot \pi \cdot 50} \right)^2 \frac{1}{2 \cdot 0,0088} = 83,67 [\text{Nm}]$$

Prevalno klizanje iznosi:

$$s_{pr} = \frac{R'_r}{\omega_s \cdot (L_{\gamma s} + L'_{\gamma r})} = \frac{2,5}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 2 \cdot 0,0088} = 0,45 []$$

Nazivno klizanje iznosi:

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{1500 - 1400}{1500} = \frac{1}{15} = 0,067 []$$

Pa je nazivni moment na osnovu Klosove aproksimacije momentne karakteristike motora:

$$M_n = \frac{2 \cdot M_{pr}}{\frac{s_n}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s_n}} = \frac{2 \cdot 83,67}{\frac{0,067}{0,45} + \frac{0,45}{0,067}} = 24,47 [\text{Nm}]$$

- Zavisnost otpora, radi održanja maksimalnog momenta tokom zaleta, treba da zadovolji sledeći uslov kako bi tokom zaletanja razvijao maksimalni odnosno prevalni moment (zalet sa maksimalnim ubrzanjem):

$$s(n) = s_{pr}(n) = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{R'_r + R'_{rd}}{\omega_s \cdot (L_{\gamma s} + L'_{\gamma r})} \Rightarrow$$

$$R'_{rd} = \frac{n_s - n}{n_s} \cdot \omega_s \cdot (L_{js} + L'_{jr}) - R'_r = \left(1 - \frac{n}{n_s}\right) \cdot \omega_s \cdot (L_{js} + L'_{jr}) - R'_r$$

Maksimalna vrednost dodatnog otpora za upuštanje dobija se za $n=0$:

$$R'_{rd \max} = \omega_s \cdot (L_{js} + L'_{jr}) - R'_r = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot (0,0088 + 0,0088) - 2,5 = 3,026 [\Omega]$$

Pa je:

$$R'_{rd} = \left[\left(1 - \frac{n}{1500}\right) \cdot 5,526 - 2,5 \right] [\Omega]$$

b) Struja zadovoljava sledeću relaciju:

$$I_{sf}(n) = \frac{U_{sf}}{\sqrt{\left(\frac{R'_r + R'_{rd}}{s(n)}\right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_{js} + L'_{jr})^2}}$$

Pošto važi:

$$s(n) = s_{pr}(n) = \frac{R'_r + R'_{rd}}{\omega_s \cdot (L_{js} + L'_{jr})} \Rightarrow \frac{R'_r + R'_{rd}}{s(\omega)} = \omega_s \cdot (L_{js} + L'_{jr}) \Rightarrow$$

sledi da je:

$$I_{sf}(n) = \frac{U_{sf}}{\sqrt{2} \cdot \omega_s \cdot (L_{js} + L'_{jr})} = \frac{220}{\sqrt{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot (2 \cdot 0,0088)} = 28,134 [A] = konst.$$

struja konstanta, odnosno nezavisna od brzine obrtanja motora.

c) Prethodne zavisnosti dodatnog otpora i struje u funkciji brzine važe samo do izlaska na prirodnu karakteristiku motora, odnosno do brzine obrtanja jednakoj prevalnoj vrednosti $n = n_{pr}$:

$$n_{pr} = n \cdot (1 - s_{pr}) = 1500 \cdot (1 - 0,45) = 825 [\text{min}^{-1}]$$

Pošto je tada $R'_{rd} = 0$, odnosno za $n > n_{pr}$ važi:

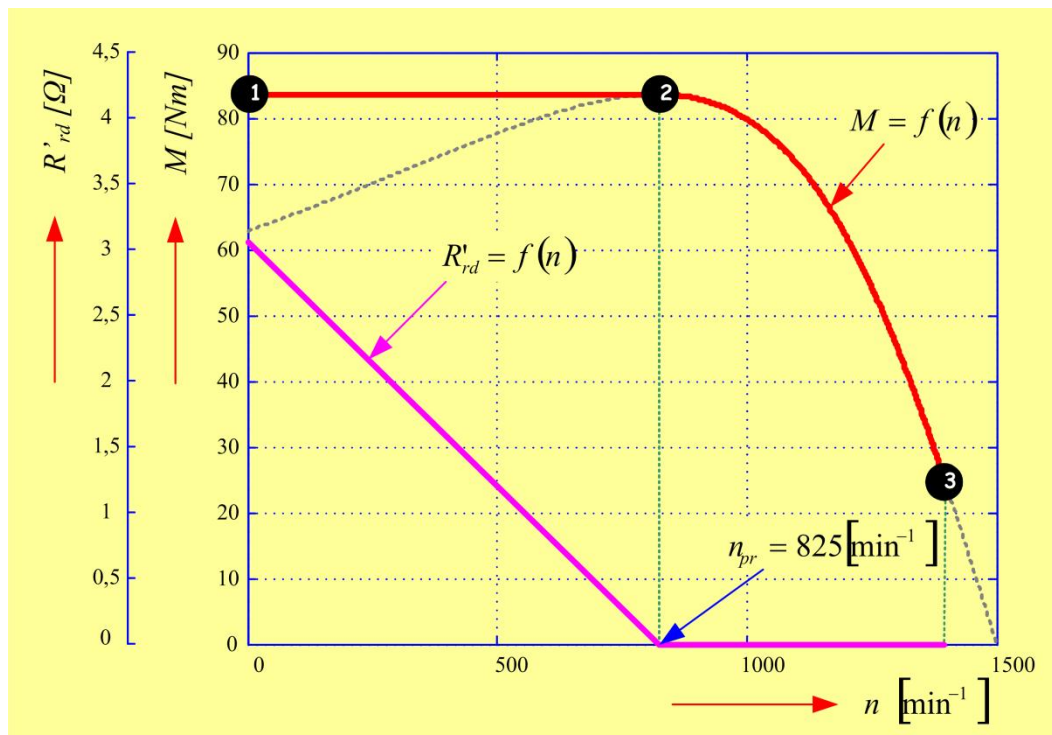
$$I_{sf}(n) = \frac{U_{sf}}{\sqrt{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_{js} + L'_{jr})^2}}$$

gde je:

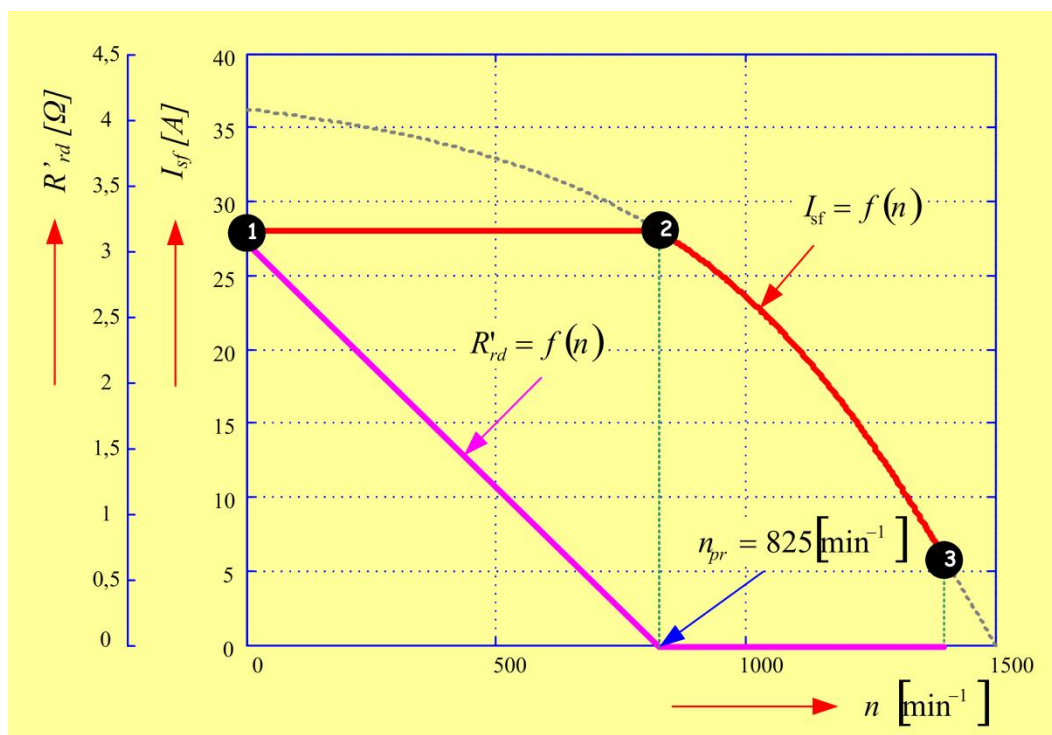
$$s(n) = \frac{n_s - n}{n_s}$$

sve do stacionarnog stanja $n_n = 1400 [\text{min}^{-1}]$, $I_n = 5,8 [\text{A}]$.

Traženi dijagrami imaju oblik kao na slikama 44.1 i 44.2.



Slika 44.1. Zavisnost dodatnog otpora od brzine motora tako da se postiže maksimalno ubrzanje i izgled statičke mehaničke karakteristike motora za taj slučaj.



Slika 44.2. Zavisnost dodatnog otpora od brzine motora tako da se postiže maksimalno ubrzanje i vrednost struje motora za taj slučaj.

Zadatak 45. Trofazni dvopolni kliznokolutni asinhroni motor ima otpor po fazi rotora $0,5 \Omega$. Motor se napaja iz mreže frekvencije 50 Hz i sa klizanjem 5% pokreće teret koji ima momentnu karakteristiku $M_t = 0,1 \cdot n$, gde je M_t moment u Nm, a brzina n u ob/min. Koliko će biti klizanje motora ako se u rotor uključi dodatni otpor po fazi od 6Ω .

Rešenje:

Ovaj problem odlikuje, za razliku od prethodnih, relativno mali broj datih podataka. Npr. nepoznati su parametri ekvivalentne šeme da bi se mogao koristiti izraz za moment asinhronog motora:

$$M = \frac{q}{\omega_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r/s}{\left(R_s + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}$$

Takođe nisu dati relativni odnosi prevalnog i nominalnog momenta, i/ili polaznog i nominalnog momenta, kao i prevalnog klizanja što su česti kataloški podaci motora i koji omogućavaju aproksimaciju momentne karakteristike motora Klos-ovim izrazom:

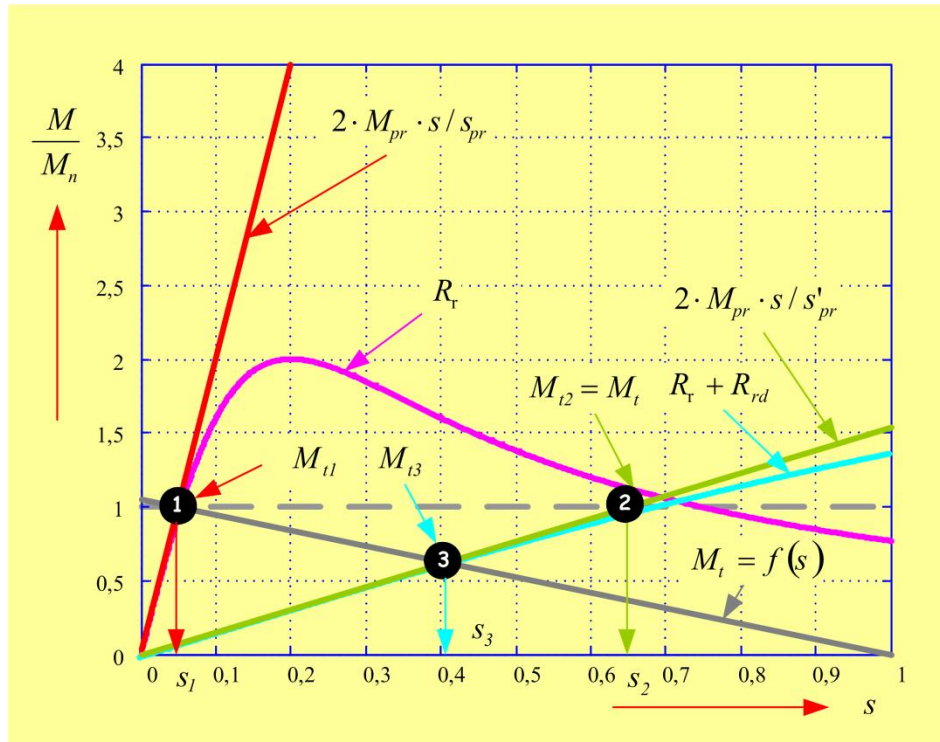
$$\frac{M}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s}}$$

Tada treba pristupiti još grubljoj aproksimaciji, koja u nedostatku drugih podataka dovoljno dobro opisuje samo radni deo momentne karakteristike asinhronog motora:

$$\frac{M_1}{s_1} = \frac{M_2}{s_2} \quad (45.1)$$

gde su (s_1, M_1) i (s_2, M_2) bilo koje dve radne tačke na radnom delu momentne karakteristike. Drugim rečima, u nedostatku drugih podataka, radni deo karakteristike se može linearizovati, i smatrati da je moment direktno proporcionalan klizanju. Ova aproksimacija se upravo može iskoristiti u ovom zadatku za procenu brojne vrednosti klizanja pri uključenju dodatnog otpora u kolo rotora.

Na slici 45.1 su prikazane momentne karakteristike asinhronog motora, prirodna i sa uključenim dodatnim rotorskim otpornikom, kao i momentna karakteristika opterećenja koja po uslovu zadatka predstavlja linearnu zavisnost brzine. Ideja je da se najpre proceni vrednost klizanja s_2 sa kojom bi motor radio pri uključenom dodatnom rotorskom otporniku ali pri istom momentu opterećenja kada radi sa datim klizanjem s_1 i bez dodatnog otpora. Drugim rečima, da se prvo nađe vrednost klizanja s_2 kada bi radna mašina pružala konstantan moment opterećenja, nezavisan od brzine obrtanja. A potom, opet aproksimirajući radni deo momentne karakteristike motora linearnom pravom, da se nađe tražena vrednost klizanja s_3 usvajajući datu (linearnu) zavisnost momenta opterećenja od brzine obrtanja.



Slika 45.1. Momentne karakteristike asinhronog motora (tamno plava: prirodna, svetlo plava: sa uključenim dodatnim rotorskim otpornikom) i tereta (roza).

Aprkosimirajući radni deo momentne karakterisitke asinhronog motora linearnom zavisnošću od klizanja, i znajući da se dodavanjem otpornika u kolu rotora vrednost prevalnog momenta ne menja značajnije (zanemarujući statorku otpornost prevalni moment ostaje isti), za radne tačke 1 i 2 u odnosu na prevalne tačke može se zapisati:

$$\frac{M_1}{s_1} = \frac{M_{pr1}}{s_{pr1}}$$

$$\frac{M_2}{s_2} = \frac{M_{pr2}}{s_{pr2}} \Rightarrow \frac{M_1}{s_2} = \frac{M_{pr1}}{s_{pr2}}$$

Deljenjem prethodne dve jednačine može se odrediti klizanje s_2 kada bi moment opterećenja bio konstantan:

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{s_{pr2}}{s_{pr1}}$$

(45.2)

Prevalno klizanje zavisi od rotorske otpornosti:

$$s_{pr1} = \frac{R_{r1}}{X_k} = \frac{R_r}{X_k}$$

$$s_{pr2} = \frac{R_{r2}}{X_k} = \frac{R_r + R_{rd}}{X_k} \quad (45.3)$$

Uvrštavajući (45.3) u (45.2) dobija se klizanje s_2 :

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{R_r + R_{rd}}{R_r} \Rightarrow s_2 = s_1 \cdot \frac{R_r + R_{rd}}{R_r} = 0,05 \cdot \frac{0,5 + 6}{0,5} = 0,65$$

Međutim, opterećenje u ovom zadatku nije konstantno već promenljivo sa brzinom po jednačini $M_t = 0,1 \cdot n$. Stoga će se novo ravnotežno stanje uspostaviti u radnoj tački 3 (slika 45.1). Tačke 2 i 3 pripadaju istoj karakteristici motora pri uključenom dodatnom otporniku R_{rd} , pa se na osnovu (45.1) može zapisati:

$$\frac{M_3}{s_3} = \frac{M_2}{s_2} \Rightarrow s_3 = s_2 \frac{M_3}{M_2} = s_2 \frac{M_3}{M_1}$$

U ravnotežnom stanju motor razvija moment jednak momentu opterećenja pa je:

$$M_1 = 0,1 \cdot n_1 = 0,1 \cdot (1 - s_1) \cdot n_s$$

$$M_3 = 0,1 \cdot n_3 = 0,1 \cdot (1 - s_3) \cdot n_s$$

Stoga je traženo klizanje s_3 jednako:

$$s_3 = s_2 \frac{0,1 \cdot (1 - s_3) n_s}{0,1 \cdot (1 - s_1) n_s} = s_2 \frac{1 - s_3}{1 - s_1}$$

$$s_3 = \frac{s_2}{1 - s_1 + s_2} = \frac{0,65}{1 - 0,05 + 0,65} = 0,4062 = 40,62\%$$

odnosno brzina rotora:

$$n_3 = (1 - s_3) \cdot n_s = (1 - s_3) \cdot \frac{60 f_s}{p} = (1 - 0,4062) \cdot \frac{60 \cdot 50}{1} = 1781,2 [\text{ob/min}]$$

Zadatak 46. Trofazni šestopolni asinhroni motor pri frekvenciji napajanja 50 [Hz] uz nazivnu rotorsku struju i otpor po fazi rotora $R_r = 0,2 [\Omega]$ ima nazivno klizanje 5 % i gubitke u rotoru 6 [kW]. Ako se kod konstantnog momenta tereta $M_t = \text{konst.}$ u cilju regulacije brzine obrtanja doda u rotor otpor $R_{rd} = 0,8 [\Omega]$ po fazi, kolika je brzina obrtanja pre i posle regulacije, kolika je primljena snaga rotora i proizvedena snaga pre i posle regulacije?

Rešenje:

Za režim pre regulacije, odnosno pre dodavanja dodatnog otpora u kolo rotora važe sledeća razmatranja. Sinhrona brzina obrtanja je:

$$n_s = \frac{60 \cdot f_s}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 [\text{min}^{-1}]$$

Brzina obrtanja rotora za dato klizanje od 5% iznosi:

$$n_r = (1 - s) \cdot n_s = (1 - 0,05) \cdot 1000 = 950 [\text{min}^{-1}]$$

Pa je na osnovu poznatih gubitaka u bakru rotora, snaga obrtnog polja pri datom klizanju:

$$P_\delta = \frac{P_{Cur}}{s} = \frac{6000}{0,05} = 120000 [W]$$

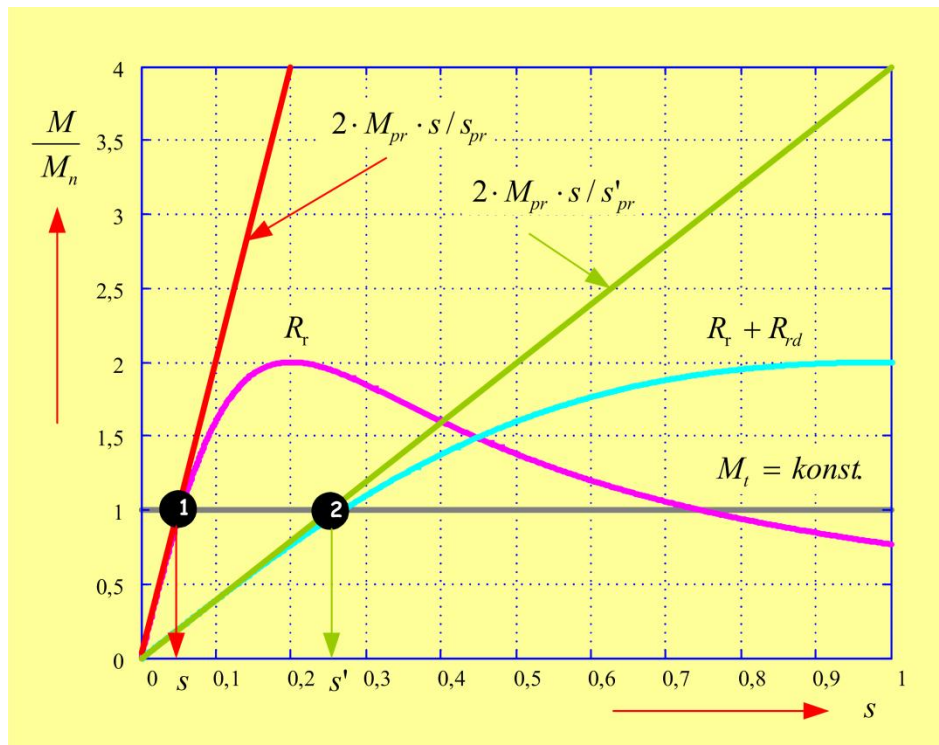
Tražena proizvedena mehanička snaga je manja u odnosu na snagu obrtnog polja za iznos gubitaka u bakru rotora, i za režim bez dodatnog otpora iznosi:

$$P_c = P_\delta - P_{Cur} = 120000 - 6000 = 114000 [W]$$

Posle regulacije, u ovom slučaju pre dodavanja otpora u kolu rotora važe sledeća razmatranja. Za mala klizanja radni deo momentne karakteristike bez i sa dodatim otporom, se može aproksimirati pravom (vidi sliku 46.1) koja se može opisati jednačinom koja sledi iz Klosovog obrasca:

$$\frac{M}{M_{pr}} \approx \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\frac{s}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s}} \right) = \frac{2 \cdot s}{s_{pr}} = \frac{2 \cdot s}{\frac{R_r}{X_{pr}}} \quad \text{bez dodatnog otpora}$$

$$\frac{M'}{M_{pr}} \approx \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\frac{s'}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s'}} \right) = \frac{2 \cdot s'}{s'_{pr}} = \frac{2 \cdot s'}{\frac{R_r + R_{rd}}{X_{pr}}} \quad \text{sa dodatnim otporom}$$



Slika 46.1. Mehanička karakteristika motora bez i sa dodatnim otporom i aproksimacija radnog dela karakteristike za male vrednosti klizanja.

Dodavanjem otpornosti u rotorsko kolo ne menja se vrednost prevalnog momenta, te pošto je i moment opterećenja nezavisan od brzine obrtanja (odnosno važi: $M=M'=M_t=konst.$) jednostavnim deljenjem prethodnih jednačina za moment, dobija se jednačina za određivanje klizanja u slučaju dodatog otpora u kolu rotora, za konstantan moment opterećenja:

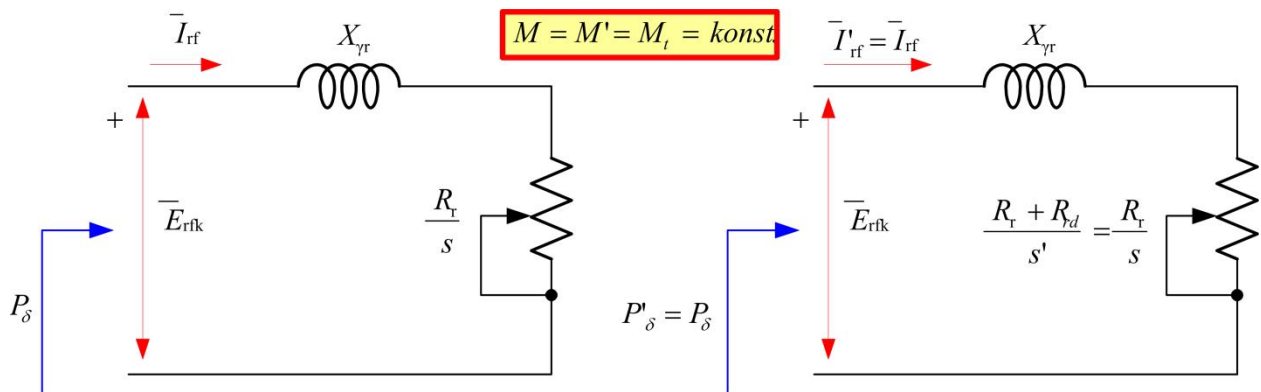
$$\frac{R_r}{s} = \frac{R_r + R_{rd}}{s'}$$

$$s' = \frac{R_r + R_{rd}}{R_r} \cdot s = \frac{0,2 + 0,8}{0,2} \cdot 0,05 = 0,25 []$$

Pa je stacionarna vrednost brzine obrtanja rotora nakon dodavanja otpora u kolo rotora:

$$n'_r = (1 - s') \cdot n_s = (1 - 0,25) \cdot 1000 = 750 [\text{min}^{-1}]$$

Ekvivalentna kola rotora bez i sa dodatnim otporom prikazani su na slici 46.2. Kako važi prethodno izvedena relacija između fiktivnih otpora u kolu rotora kada nema i kada ima dodatnog otpora, može se zaključiti da struja rotora ostaje nepromenjena pri istom opterećenju, kao i snaga obrtnog polja (primljena snaga rotora). Tako je tražena vrednost primljene snage rotora ista kao u prethodnom režimu bez dodatnog otpora:



Slika 46.2. Ekvivalentno kolo rotora kliznokolutne mašine bez i sa dodatnim otporom – slučaj konstantan moment opterećenja.

$$P'_\delta = P_\delta = 120000[W] = konst.$$

Proizvedena mehanička snaga je sada manja jer su u ovom režimu povećani Džulovi gubici na ukupnom otporu u kolu rotora:

$$P'_c = P'_\delta \cdot (1 - s') = 120000 \cdot (1 - 0,25) = 90000[W]$$

Drugim rečima, snaga obrtnog polja se u ovom režimu drugačije raspoređuje, na račun povećanih gubitaka u bakru rotora smanjuje se proizvedena mehanička snaga što dovodi do povećanja klizanja motora odnosno smanjenja brzine pri istom momentu opterećenja.

Zadatak 47. Četvoropolni asinhroni motor, napajan iz mreže frekvencije 50 Hz, u polasku razvija polazni moment veći za 25% od nominalnog momenta koji iznosi 30 Nm, a nominalna preopterećenost iznosi 2,5. Motor pokreće radnu mašinu čiji je moment nezavisan od brzine i jednak 24 Nm. Odrediti brzinu obrtanja motora.

Rešenje:

Ovaj problem odlikuje nepoznavanje parametara ekvivalentne šeme ili podataka iz oglada (praznog hoda i kratkog spoja) na osnovu kojih bi odredili njihove vrednosti. Stoga, za rešavanje ovakvog tipa problema ne možemo da primenimo izraz koji uključuje parametare ekvivalentne šeme, kao što je to urađeno u prethodnim zadacima. Međutim, ovde su dati odnosi nekih karakterističnih momenata asinhronog motora, koji se mogu naći u kataloškim podacima motora: odnos polaznog i nominalnog momenta, i odnos prevalnog i nominalnog momenta (preopterećenost). U narednim redovima će se pokazati da se momentna karakteristika može aproksimirati izrazom koji isključuje upotrebu parametara ekvivalentne šeme. Pomenuti izraz koristi odnos neke radne tačke na momentnoj karakteristici određenu svojim momentom M i klizanjem, i prevalne radne tačke definisanu prevalnim momentom i prevalnim klizanjem. Izraz je poznat pod nazivom Klosov obrazac.

U izvođenju Klosovog obrasca polazimo od poznatog izraza za moment asinhronne mašine u zavisnosti od klizanja koji proizilazi na osnovu uprošćene ekvivalentne šeme gde smo zanemarili struju praznog hoda. Nakon kraćeg sređivanja, moment može da se napiše u formi u/v , gde brojilac u ne zavisi, a imenilac v zavisi od klizanja s :

$$M = \frac{\frac{30}{\pi} \cdot q_s \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r}{s}}{n_s \cdot \left[\left(R_s + \frac{R'_r}{s} \right)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2 \right]} = \frac{\frac{30}{\pi} \cdot q_s \cdot U_{sf}^2 \cdot R'_r}{n_s \cdot \left[\frac{(s \cdot R_s + R'_r)^2}{s} + s \cdot (X_{js} + X'_{jr})^2 \right]} = \frac{u}{v}$$

Prevalnu vrednost klizanja za koji mašina razvija prevalni (maksimalni) moment možemo odrediti nalaženjem prvog izvoda funkcije momenta od klizanja i izjednačavanjem sa nulom:

$$\frac{dM}{ds} = \frac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2} = 0$$

$$u' \cdot v - v' \cdot u = 0$$

Brojilac i imenilac izraza za moment, kao i njihovi izvodi iznose:

$$u = \frac{30}{\pi} \cdot q_s \cdot U_{sf}^2 \cdot R'_r$$

$$u' = 0$$

$$v = n_s \cdot \left[\frac{(s \cdot R_s + R'_r)^2}{s} + s \cdot (X_{js} + X'_{jr})^2 \right]$$

$$v' = n_s \cdot \left[\frac{2 \cdot (s \cdot R_s + R'_r) \cdot R'_r \cdot s - (s \cdot R_s + R'_r)^2}{s^2} + (X_{js} + X'_{jr})^2 \right]$$

Prema tome za prevalno klizanje važi:

$$u \neq 0 \quad v' = 0$$

$$2 \cdot (s \cdot R_s + R'_r) \cdot R_s \cdot s - (s \cdot R_s + R'_r)^2 + s^2 \cdot (X_{js} + X'_{jr})^2 = 0$$

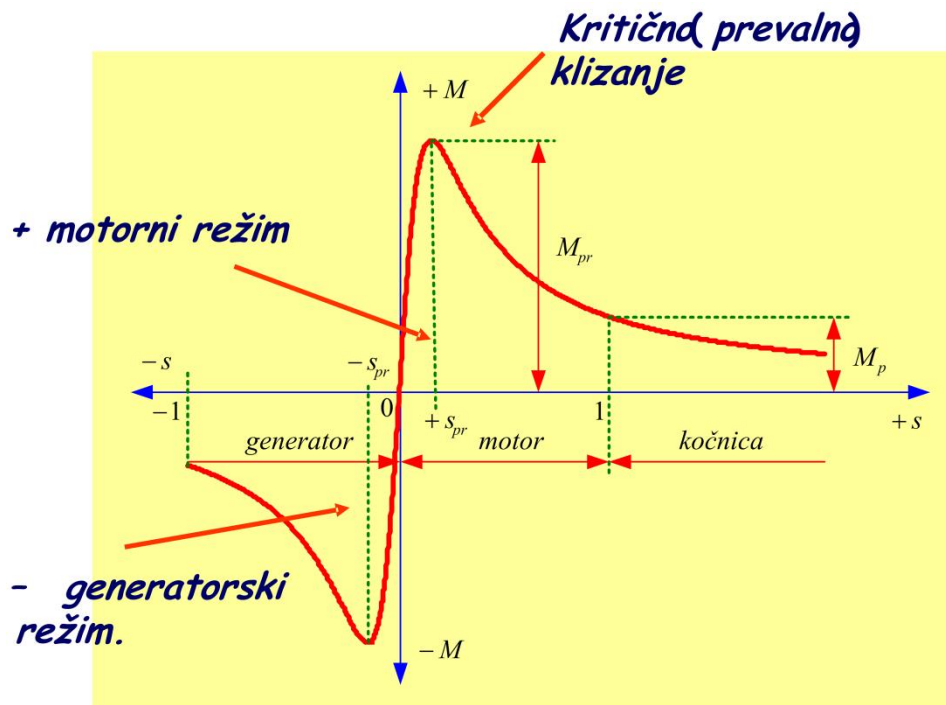
$$2 \cdot s^2 \cdot R_s^2 + 2 \cdot s \cdot R_s \cdot R'_r - s^2 \cdot R_s^2 - 2 \cdot s \cdot R_s \cdot R'_r - R_r'^2 + s^2 \cdot (X_{js} + X'_{jr})^2 = 0$$

$$s^2 \cdot [R_s^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2] = R_r'^2$$

Odnosno, prevalno (kritično) klizanje s_{pr} , za koje asinhrona mašina razvija prevalni (kritični, maksimalni) moment, iznosi:

$$s_{pr} = \pm \frac{R'_r}{\sqrt{R_s^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}}$$

Prevalno klizanje i prevalni moment su posebno naznačeni na momentnoj karakteristici asinhronne mašine, za motorski i generatorski režim rada, na slici 47.1.



Slika 47.1. Moment asinhronne mašine u funkciji klizanja (momentna karakteristika) sa naznačenim prevalnim momentom i prevalnim klizanjem.

Ukoliko važi da je otpor namotaja statora dosta manji u odnosu na reaktanse rasipanja, što je obično tačno kod mašina većih snaga:

$$R_s \ll (X_{js} + X'_{jr})$$

To se izraz za prevalno klizanje može pojednostaviti:

$$s_{pr} \approx \pm \frac{R'_r}{X_{js} + X'_{jr}}$$

Dalje, ako se dodatno zanemari reaktansa rasipanja statora, odnosno ako se zanemari čitava impedansa statorskog namotaja i mašina predstavi samo ekvivalentnim rotorskim kolom, važi da je:

$$X_{js} \approx 0$$

$$s_{pr} \approx \frac{R'_r}{X'_{jr}} = \frac{R_r}{X_{jr}}$$

Međutim, ova pretpostavka nije realna, jer u stvarnosti važi da su rasuti fluksevi statora i rotora koji su modelovani ovim rasipnim reaktansama, približno jednaki:

$$X_{js} \approx X'_{jr}$$

Vrednost prevalnog momenta dobijamo ako se u izraz momenta u funkciji klizanja uvrsti prevavno klizanje:

$$\frac{R'_r}{s_{pr}} = \pm \sqrt{R_s^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}$$

$$M_{pr} = \frac{\frac{30}{\pi} \cdot q_s \cdot U_{sf}^2 \cdot \left[\pm \sqrt{R_s^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2} \right]}{n_s \cdot \left[\left(R_s \pm \sqrt{R_s^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2} \right)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2 \right]}$$

Na taj način dobija se da je prevalni moment jednak:

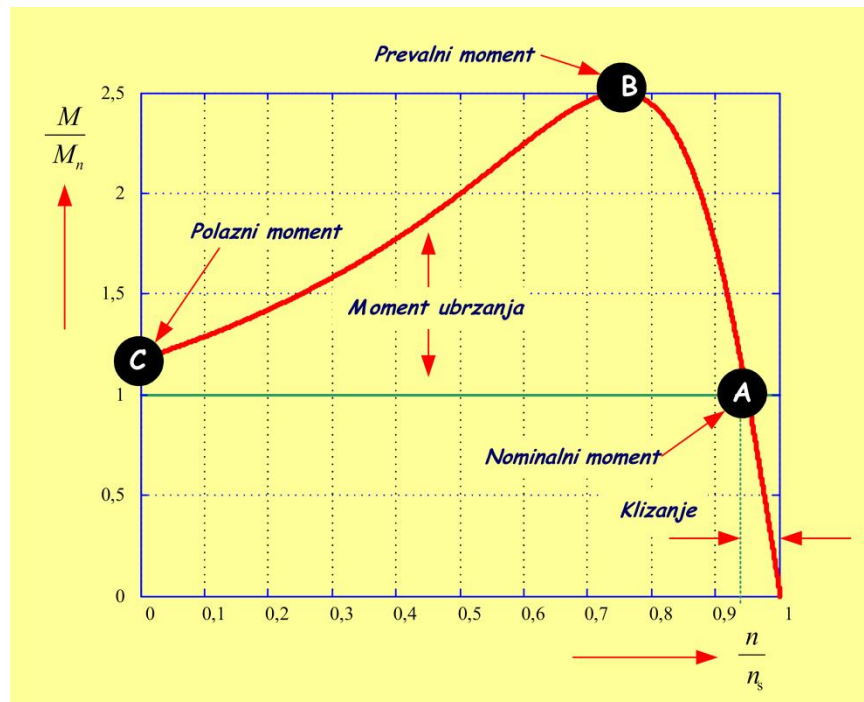
$$M_{pr} = \pm \frac{\frac{30}{\pi} \cdot q_s \cdot U_{sf}^2}{2 \cdot n_s \cdot \left[R_s \pm \sqrt{R_s^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2} \right]}$$

Pozitivni predznak važi za motorni režim rada, dok negativni predznak važi za generatorski režim rada. Ovde je bitno uočiti da prevalni moment ne zavisi od vrednosti otpora rotorskog kola (recimo, od toga da li u rotorskom kolu kliznokolutne mašine ima ili nema dodatnog otpora). Ukoliko još možemo da zanemarimo vrednost otpora statora, dobija se približan izraz za prevalni moment:

$$R_s \ll (X_{js} + X'_{jr})$$

$$M_{pr} \approx \pm \frac{\frac{30}{\pi} \cdot q_s \cdot U_{sf}^2}{2 \cdot n_s \cdot (X_{js} + X'_{jr})}$$

Kao što je na početku napomenuto, karakteristični kataloški podaci jesu vrednosti relativnih momenata: polaznog i nominalnog, kao i prevalnog i nominalnog. Relativni polazni moment koji predstavlja odnos polaznog momenta pri nominalnom naponu napajanja i nominalnog momenta, kod asinhronih mašina se najčešće kreće u opsegu 0,7-2,5. Relativni prevalni moment ili nominalna preopteretivost koja predstavlja odnos prevalnog momenta pri nominalnom naponu napajanja i nominalnog momenta, kod asinhronih mašina se obično kreće u opsegu 2-3. Na slici 47.2 su naznačene te karakteristične radne tačke na momentnoj karakteristici.



Slika 47.2. Relativni momenti asinhronne mašine.

Ako napravimo odnos momenta asinhronne mašine pri klizanju s , i prevalnog momenta pri klizanju s_{pr} , nakon kraćeg sređivanja dobija se potpun Klovsov obrazac:

$$\frac{M}{M_{pr}} = \frac{\frac{\frac{30}{\pi} \cdot q_s \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r}{s}}{n_s \cdot \left(\left(R_s + \frac{R'_r}{s} \right)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2 \right)}}{\frac{\frac{30}{\pi} \cdot q_s \cdot U_{sf}^2}{2 \cdot n_s \cdot \left[R_s + \sqrt{R_s^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2} \right]}} = \frac{2 \cdot (1 + \beta)}{\frac{s}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s} + 2 \cdot \beta}$$

Gde su:

$$\beta = \frac{R_s}{\sqrt{R_s^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}} = \frac{R_s}{R'_r} \cdot s_{pr} \approx s_{pr}$$

$$s_{pr} = \frac{R'_r}{\sqrt{R_s^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}}$$

Vidi se da β u Klovsovom obrascu ima približno vrednost jednaku prevalnom klizanju, ako se uvaži da je vrednost otpora namotaja statora približno jednaka vrednosti otpora rotora. Dodatno se Klovsov obrazac može uprostiti, ako se otpornost namotaja statora zanemari što u stvarnosti važi uglavnom za kliznokolutne mašine i za one kavezne mašine koje nemaju izražen efekat potiskivanja struje u rotoru. Uprošćeni Klovsov obrazac glasi:

$$R_s \ll (X_{js} + X'_{jr})$$

$$\beta \approx 0$$

$$s_{pr} = \frac{R'_r}{X_{js} + X'_{jr}}$$

$$\frac{M}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s}}$$

Isti obrazac može da se napiše u drugom obliku. Ukoliko je poznato prevalno klizanje i odnos prevalnog momenta M_{pr} i momenta M pri nekom klizanju s , tada to klizanje možemo naći na osnovu:

$$s = s_{pr} \cdot \left(\frac{M_{pr}}{M} - \sqrt{\left(\frac{M_{pr}}{M} \right)^2 - 1} \right)$$

I obrnuto, ako je poznat moment asinhronog motora M i klizanje s pri tom momentu, kao i odnos prevalnog momenta M_{pr} i momenta M , tada možemo dobiti prevalno klizanje s_{pr} na osnovu:

$$s_{pr} = s \cdot \left(\frac{M_{pr}}{M} + \sqrt{\left(\frac{M_{pr}}{M} \right)^2 - 1} \right)$$

Odnos prevalnog momenta i momenta pri klizanju s (koji pripada istoj momentnoj karakteristici asinhronne mašine) zove se preopteretivost i obično se označava sa:

$$\nu = \frac{M_{pr}}{M}$$

Za dovoljno mala klizanja Klosova jednačina se može aproksimirati sa:

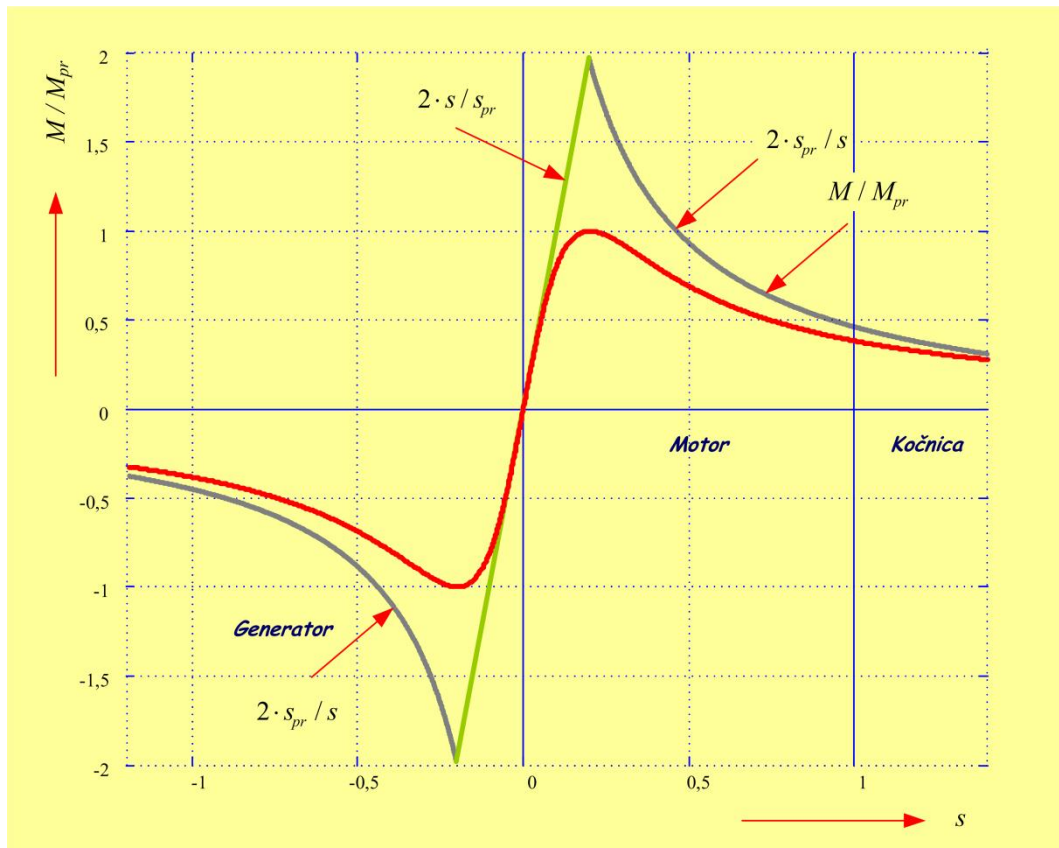
$$\frac{M}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s}} \Rightarrow \left(\frac{M}{M_{pr}} \right)_{s \rightarrow 0} = \frac{2 \cdot s}{s_{pr}}$$

Odnosno, u gruboj aproksimaciji radni deo momentne karakteristike (za male vrednosti klizanja, za opterećenja od praznog hoda do nominalne) se može predstaviti datom linearnom zavisnošću klizanja od momenta opterećenja, što je predstavljeno na slici 47.3. Ova aproksimacija se često koristi u nedostatku preciznijih podataka o mašini.

Slično, za dovoljno velika klizanja Klosova jednačina se može aproksimirati sa:

$$\frac{M}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s}} \Rightarrow \left(\frac{M}{M_{pr}} \right)_{s \gg s_{pr}} = \frac{2 \cdot s_{pr}}{s}$$

Sa slike 47.3 se vidi da ova aproksimacija važi za vrednosti klizanja dosta većih od prevalnog. Dobro aproksimira deo momentne krive oko polaznog klizanja 1 i u području kočionog režima.



Slika 47.3. Uprošćena Klosova aproksimacija momentne karakteristike za dovoljno mala i dovoljno velika klizanja.

Na osnovu prethodnog teorijskog uvoda, može se rešiti dati zadatak primenom Klosovog obrasca.

Primenom Klosovog obrasca dobijamo relacije za izračunavanje prevalnog klizanja i klizanja u stacionarnoj tački:

$$\frac{M_{pol}}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s_{pol}}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s_{pol}}} \Rightarrow s_{pol} = 1 \Rightarrow \frac{1}{s_{pr}} + s_{pr} - \frac{2 \cdot M_{pr}}{M_{pol}} = 0 \Rightarrow s_{pr}^2 - \frac{2 \cdot M_{pr}}{M_{pol}} \cdot s_{pr} + 1 = 0$$

$$s_{pr}^2 - \frac{2 \cdot 2,5 \cdot M_n}{1,25 \cdot M_n} \cdot s_{pr} + 1 = 0 \Rightarrow s_{pr}^2 - 4 \cdot s_{pr} + 1 = 0$$

$$s_{pr} = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1}}{2} = \begin{cases} 3,732 \\ 0,268 \end{cases}$$

Prvo rešenje nema smisla, pa dalje važi:

$$\frac{M_{opt}}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s}} \Rightarrow s = ? \Rightarrow \frac{s}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s} - \frac{2 \cdot M_{pr}}{M_{opt}} = 0 \Rightarrow s^2 - \frac{2 \cdot M_{pr}}{M_{opt}} \cdot s_{pr} \cdot s + s_{pr}^2 = 0$$

$$s^2 - \frac{2 \cdot 2,5}{24/30} \cdot 0,268 \cdot s + 0,268^2 = 0 \Rightarrow s^2 - 1,675 \cdot s + 0,071824 = 0$$

$$s = \frac{1,675 \pm \sqrt{1,675^2 - 4 \cdot 0,071824}}{2} = \begin{cases} 1,631 \\ 0,044 \end{cases}$$

Prvo rešenje nema smisla, pa je prema tome tražena brzina u stacionarnoj tački:

$$n = (1 - s) \cdot n_s = (1 - 0,044) \cdot 1500 = 1434 [\text{min}^{-1}]$$

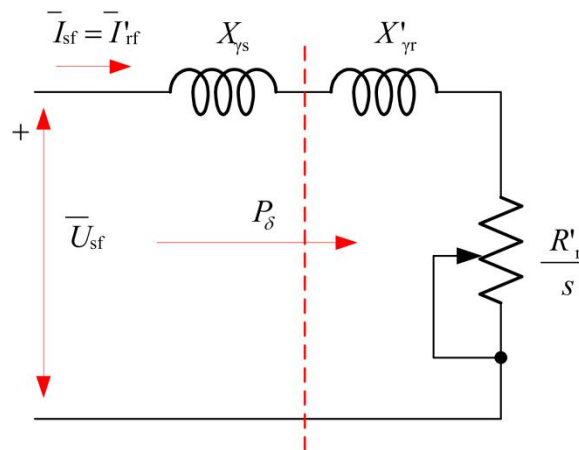
Zadatak 48. Trofazni kavezni asinhroni motor nazivnih podataka: 4 kW, 380 V, 50 Hz, 1440 min⁻¹, spoj Δ, ima polaznu struju 5·I_n upotrebljen je za pogon radne mašine sa konstantnim momentom nezavisnim od brzine obrtanja.

a) Odrediti do koje brzine obrtanja će se ubrzati motor ako je otporni moment radne mašine 20 [Nm]. Smatrati da su otpor statora i struja magnećenja zanemarljivi.

b) Ako bi ovaj motor puštali u rad automatskim upuštanjem zvezda – trougao, koliki maksimalni otporni moment radne mašine u tom slučaju može da savlada pri polasku.

Rešenje:

Vrednost momenta u funkciji klizanja nalazimo na osnovu ekvivalentne šeme asinhronog motora za slučaj u kom se otpornost statorskog namotaja, induktivnost i gubici magnećenja zanemaruju, što je u zadatku i slučaj. Iz činjenice da je proizvedena mehanička snaga motora jednaka snazi razvijenoj na ekvivalentnoj otpornosti rotorskog kruga, sledi izraz za razvijeni mehanički moment obrtnog polja:



Slika 48.1. Ekvivalentna šema sa zanemarenim otporom statora R_s .

$$M_m(s) = \frac{P_{R'_r}}{\Omega_s} = 3 \frac{R'_r}{s} \frac{|I'_r(s)|^2}{\Omega_s} = 3p \frac{R'_r}{s\omega_s} |I'_r(s)|^2 = \frac{3p}{\omega_s} U_f^2 \frac{\frac{R'_r}{s}}{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_s + X'_r)^2}$$

Maksimalna odnosno kritična vrednost momenta dobija se za vrednost kritičnog klizanja s_{kr} koje nalazimo na osnovu ekstrema funkcije, odnosno ekstrema recipročne funkcije, koji se lakše nalazi:

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \frac{1}{M_m(s)} &= \frac{d}{ds} \frac{\omega_s}{3pU_f^2} \frac{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_s + X'_r)^2}{\frac{R'_r}{s}} = \\ &= \frac{d}{ds} \frac{\omega_s}{3pU_f^2 R'_r} s \left[\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_s + X'_r)^2 \right] = \frac{d}{ds} Ks \left[\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_s + X'_r)^2 \right] = \end{aligned}$$

$$= \frac{d}{ds} K \left[\frac{R_r'^2}{s} + s(X_s + X_r')^2 \right] = K \left[-\frac{R_r'^2}{s^2} + (X_s + X_r')^2 \right] = 0 \Rightarrow$$

$$s_{kr} = \pm \frac{R_r'}{X_s + X_r'}$$

Sama vrednost kritičnog momenta iznosi:

$$M_{kr} = \frac{3p}{\omega_s} U_f^2 \frac{\frac{R_r'}{s_{kr}}}{\left(\frac{R_r'}{s_{kr}} \right)^2 + (X_s + X_r')^2} = \frac{3p}{\omega_s} U_f^2 \frac{\frac{R_r'}{s_{kr}}}{2 \left(\frac{R_r'}{s_{kr}} \right)^2} = \frac{3p}{\omega_s} U_f^2 \frac{1}{2 \frac{R_r'}{s_{kr}}}$$

koja se još može izraziti kao:

$$M_{kr} = \frac{3p}{8\pi^2} \frac{U_f^2}{f_s} \frac{1}{(L_{\gamma s} + L_{\gamma r'})}$$

Prema tome odnos razvijenog i kritičnog momenta će biti:

$$\frac{M_m(s)}{M_{kr}} = \frac{\frac{\frac{R_r'}{s}}{\left(\frac{R_r'}{s} \right)^2 + (X_s + X_r')^2}}{\frac{1}{2 \frac{R_r'}{s_{kr}}}} = \frac{2 \frac{R_r'}{s} \frac{R_r'}{s_{kr}}}{\left(\frac{R_r'}{s} \right)^2 + (X_s + X_r')^2} = \frac{2 \frac{R_r'^2}{ss_{kr}}}{\left(\frac{R_r'}{s} \right)^2 + \left(\frac{R_r'}{s_{kr}} \right)^2} = \frac{2}{\frac{s_{kr}}{s} + \frac{s}{s_{kr}}}$$

Prethodna jednačina predstavlja uprošćenu Klossovu jednačinu za izračunavanje statičke karakteristike momenta asinhronog motora (slika 48.2), koju ćemo dalje koristiti, radi lakše analize. Nominalni noment i klizanje motora iznose:

$$M_{nom} = \frac{P_{nom}}{\Omega_{nom}} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{P_{nom}}{n_{nom}} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{4000}{1440} = 26.526 [Nm]$$

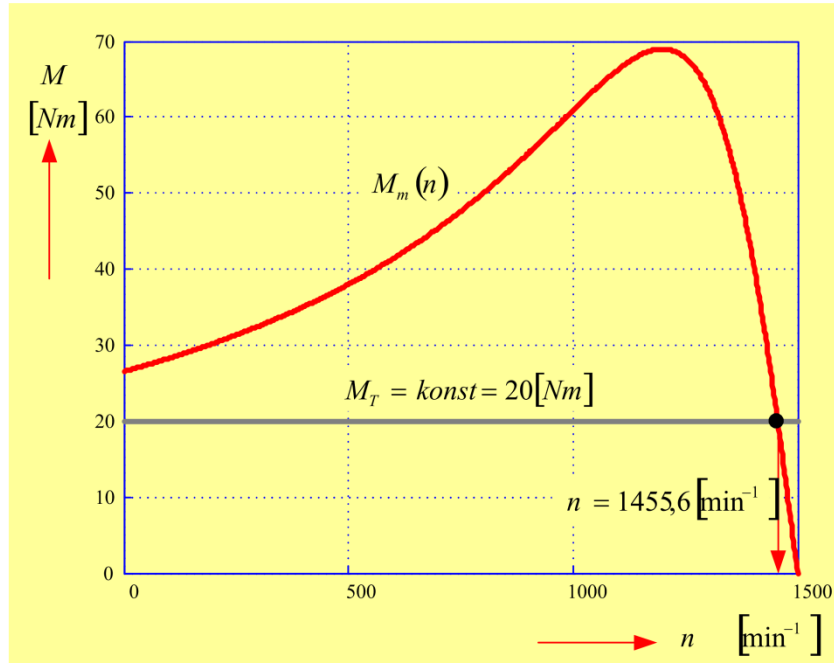
$$s_{nom} = \frac{n_s - n_{nom}}{n_s} = \frac{1500 - 1440}{1500} = \frac{60}{1500} = 0.04 []$$

Polazeći od opšeg izraza za moment, nalazimo izraze za polazni i nominalni moment uz uslov da su vrednosti statorske i svedene rotorske struje iste:

$$M_{pol} = 3p \frac{R_r'}{s \omega_s} I_{pol}^2 \quad M_{nom} = 3p \frac{R_r'}{s \omega_s} \frac{R_r'}{s_{nom}} I_{nom}^2$$

Deljenjem ove dve relacije i daljim rešavanjem dobijamo vrednost polaznog momenta:

$$\frac{M_{pol}}{M_{nom}} = \frac{\frac{I_{pol}^2}{S_{nom}}}{\frac{I_{nom}^2}{S_{nom}}} \Rightarrow M_{pol} = M_{nom} s_{nom} \left(\frac{I_{pol}}{I_{nom}} \right)^2 = 26,526 \cdot 0,04 \cdot \left(\frac{5}{1} \right)^2 = 26,526 [Nm] = M_{nom}$$



Slika 48.2. Statička karakteristika momenta asinhronne mašine (na osnovu uprošćenog Klosovog obrasca).

Primenom Klosovog obrasca za dve poznate radne tačke na momentnoj krivi, u ovom slučaju za polazak i nominalnu radnu tačku, dobijamo relacije za izračunavanje kritičnog klizanja i momenta:

$$M_{nom} = \frac{2M_{kr}}{\frac{s_{nom}}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_{nom}}} \wedge M_{pol} = \frac{2M_{kr}}{\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1}} \Rightarrow \frac{M_{nom}}{M_{pol}} = \frac{\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1}}{\frac{s_{nom}}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_{nom}}} = 1$$

$$\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1} = \frac{s_{nom}}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_{nom}} \Leftrightarrow \cdot s_{kr} s_{nom}$$

$$s_{kr}^2 s_{nom} + s_{nom} - s_{nom}^2 - s_{kr}^2 = 0 \Rightarrow$$

$$s_{kr}^2 (1 - s_{nom}) - s_{nom} (1 - s_{nom}) = 0 \Rightarrow$$

$$s_{kr} = \pm \sqrt{s_{nom}} = \pm \sqrt{0,04} = \pm 0,2$$

$$M_{kr} = \frac{M_{pol}}{2} \left(\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1} \right) = \frac{26,526}{2} \left(\frac{1}{0,2} + 0,2 \right) = 68,968 [Nm]$$

Ako se ponovo primeni Klosov obrazac za zadati otporni moment određujemo traženu brzinu obrtanja:

$$M_T = \frac{2M_{kr}}{\frac{s_T}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_T}} \Rightarrow \frac{s_T}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_T} - \frac{2M_{kr}}{M_T} = 0 \Leftrightarrow s_{kr}s_T \Rightarrow s_T^2 - \frac{2M_{kr}}{M_T}s_{kr}s_T + s_{kr}^2 = 0$$

$$s_T = s_{kr} \left(\frac{M_{kr}}{M_T} \pm \sqrt{\left(\frac{M_{kr}}{M_T} \right)^2 - 1} \right) = 0,2 \cdot \left(\frac{68,968}{20} \pm \sqrt{3,4484^2 - 1} \right) = 0,0296 \vee 1,349$$

$$n_T = n_s(1 - s_t) = 1500 \cdot (1 - 0,0296) = 1455,6 [\text{min}^{-1}]$$

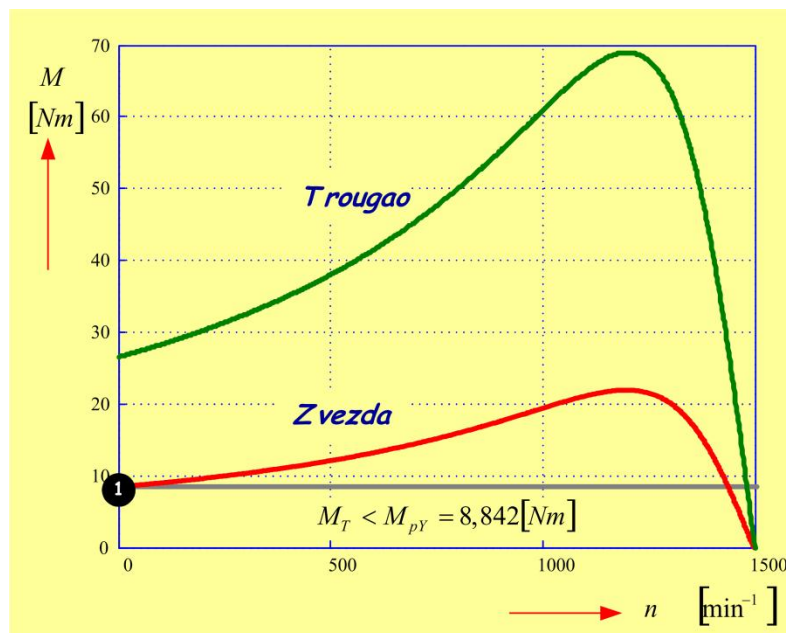
b) Ako se motor pušta u rad sa upuštačem zvezda - trougao, tokom startovanja u sprezi zvezda smanjuje se njegov napon po fazi, pa se smanjuje i momenat motora. Pošto momenat zavisi od vrednosti napona na kvadrat, važi da je:

$$\frac{M_{polz}}{M_{polt}} = \frac{U_z^2}{U_t^2} \Rightarrow$$

$$M_{polz} = M_{polt} \left(\frac{U_z}{U_t} \right)^2 = 26,525 \cdot \left(\frac{220}{380} \right)^2 = 26,525 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{26,525}{3} = 8,842 [\text{Nm}]$$

Prema tome sa upuštačem motor može da savlada samo manji moment od:

$$M_T < M_{polz} = 8,842 [\text{Nm}]$$



Slika 48.3. Karakteristike momenta datog asinhronog motora u sprezi trougao i zvezda za isti dovedeni napon (između priključnih stezaljki motora).

Zadatak 49. Trofazni asinhroni motor sa kaveznim rotorom ima podatke: 4 kW, 380 V, 50 Hz, 9A, 1440 o/min, $\nu = M_{pr} / M_n = 3$. Motor pokreće dizalicu čiji je moment konstantan i jednak 80% nazivnog momenta motora. Podešavanje brzine obrtanja vrši se promenom učestanosti uz uslov $U/f = \text{konst.}$ Koristeći Klosovu jednačinu odrediti brzinu obrtanja ako je učestanost napona napajanja 35 Hz.

Rešenje:

Karakteristika momenta dizalice u zadatku je:

$$M_{opt} = 0,8 \cdot M_n = \text{konst.} \quad (49.1)$$

Klosova jednačina je:

$$\frac{M}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s}} \quad (49.2)$$

pri tom je – u stacionarnom pogonu – $M = M_{opt}$. Klosova jednačina pokazuje da statička karakteristika momenta zavisi samo od prevalnog momenta M_{pr} i prevalnog klizanja s_{pr} . Sređivanjem Klosove jednačine (49.2) dobije se kvadratna jednačina:

$$s^2 - 2 \cdot \frac{M_{pr}}{M_{ob}} s \cdot s_{pr} + s_{pr}^2 = 0 \quad (49.3)$$

Odnos M_{pr} / M je preopteretivost ν , pa je kvadratna jednačina:

$$s^2 - 2\nu \cdot s \cdot s_{pr} + s_{pr}^2 = 0 \quad (49.4)$$

Ako je poznat prevalni moment M_{pr} , razvijeni moment M i klizanje s kod tog momenta rešavanjem kvadratne jednačine (49.4) se dobiju rešenja:

$$s_{pr1,2} = s \cdot \left(\nu \pm \sqrt{\nu^2 - 1} \right) \quad (49.5)$$

od kojih je samo jedno pravo. Ako je pak poznato prevalno klizanje s_{pr} , klizanje s je:

$$s_{1,2} = s_{pr} \cdot \left(\nu \pm \sqrt{\nu^2 - 1} \right) \quad (49.6)$$

Ako je $M_{pr}=M_{prn}$ i $M=M_n$ tada je $s_{pr}=s_{prn}$ i $s=s_n$, ν je tada nazivni koeficijent preopterećenosti. Na osnovu datih podataka o motoru mogu se odrediti M_{pr} i s_{pr} u nominalnom režimu. Nominalni i prevalni moment motora iznose:

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{P_n}{\frac{2\pi}{60} \cdot n_n} = \frac{4000}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1440} = 26,5 \text{ Nm}$$

$$M_{pr} = \nu \cdot M_n = 3 \cdot 26,5 = 79,5 \text{ Nm}$$

Nominalno i prevalno klizanje iznose:

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_n} = \frac{1500 - 1440}{1500} = 0,04 = 4 \%$$

$$s_{pr} = s_n \cdot \left(\nu + \sqrt{\nu^2 - 1} \right) = 0,04 \cdot \left(3 + \sqrt{3^2 - 1} \right) = 0,233 = 23,3 \%$$

Povećanje frekvencije – uz konstantan napon napajanja – dovodi do sniženja glavnog (zajedničkog) fluksa u mašini, odnosno smanjenja polaznog i prevalnog momenta. Ako pak smanjimo frekvenciju, glavni fluks raste, a s njim i prevalni i polazni moment motora. Ustvari, povećanjem frekvencije dobija se ista situacija kao kad bi snizili statorski napon ispod nazivnog, i obrnuto, smanjenjem frekvencije dobije se ista situacija kao pri povišenom naponu. Kad je napon snižen ispod nominalnog dolazi do preopterećenja motora, a kad je povišen iznad nominalnog raste struja magnetisanja (motor ulazi u zasićenje, pa struja praznog hoda može uzeti veće vrednosti od nominalne). U oba slučaja dolazi do pregrevanja motora.

Regulacija brzine obrtanja motora promenom frekvencije naziva se *U/f-upravljanje* (skalarno upravljanje). Pri smanjivanju brzine ($n < n_n$), da ne bi došlo do povećanja toplotnih gubitaka (zbog ulaska magnetnog kola u zasićenje), zajedno sa smanjenjem frekvencije smanjuje se i statorski napon i to toliko da bude ispunjen uslov:

$$U_s / f_s = \text{konst.}, \quad f_s < f_{sn} \quad (49.7a)$$

Tada je, naime, fluks u vazдушnom zazoru jednak nominalnom. Kod povećanja brzine ($n > n_n$) ne idemo, uz povećanje frekvencije, sa povećanjem napona zbog izolacije namotaja; tada je:

$$U_s = U_{sn}, \quad f_s > f_{sn} \quad (49.7b)$$

Prema tome kod *U/f-upravljanja* postoje dve oblasti rada:

1. Bazna oblast: $n \in [0, n_n]$, kad je $\Phi_g = \Phi_n = \text{const.}$ i
2. Oblast slabljenja polja: $n > n_n$,

Kad se zanemari statorski omski otpor R_s izraz za obrtni moment je:

$$M = \frac{q_s}{\omega_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r/s}{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + X_k^2}$$

(49.8)

gde je $X_k = X_{\gamma s} + X'_{\gamma r}$ reaktansa kratkog spoja. Prevalno klizanje iznosi:

$$s_{pr} = \pm \frac{R'_r}{X_k} = \pm \frac{R'_r}{X_{\gamma s} + X'_{\gamma r}} = \pm \frac{R'_r}{2\pi \cdot f_s (L_{\gamma s} + L'_{\gamma r})}$$

(49.9)

Vidi se da se prevalno klizanje s_{pr} menja obrnuto proporcionalno sa frekvencijom f_s . Uvrstivši (49.9) u (49.8) dobija se prevalni moment u motorskoj oblasti:

$$M_{pr} = \frac{q_s}{2\pi \cdot f_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r/s_{pr}}{\left(\frac{R'_r}{s_{pr}}\right)^2 + X_k^2} = \frac{q_s}{4\pi \cdot f_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{1}{X_k}$$

odnosno:

$$M_{pr} = \frac{p \cdot q_s}{8\pi^2} \left(\frac{U_{sf}}{f_s}\right)^2 \cdot \frac{1}{L_{\gamma s} + L'_{\gamma r}}$$

(49.10)

Iz izraza (49.10) vidimo da je, kod smanjenja frekvencije, prevalni moment M_{pr} konstantan sve dok držimo $U/f = \text{const}$. Na slici 49.1 je prikazana familija karakteristika momenta motora pri različitim frekvencijama (nižih od nazivne vrednosti).

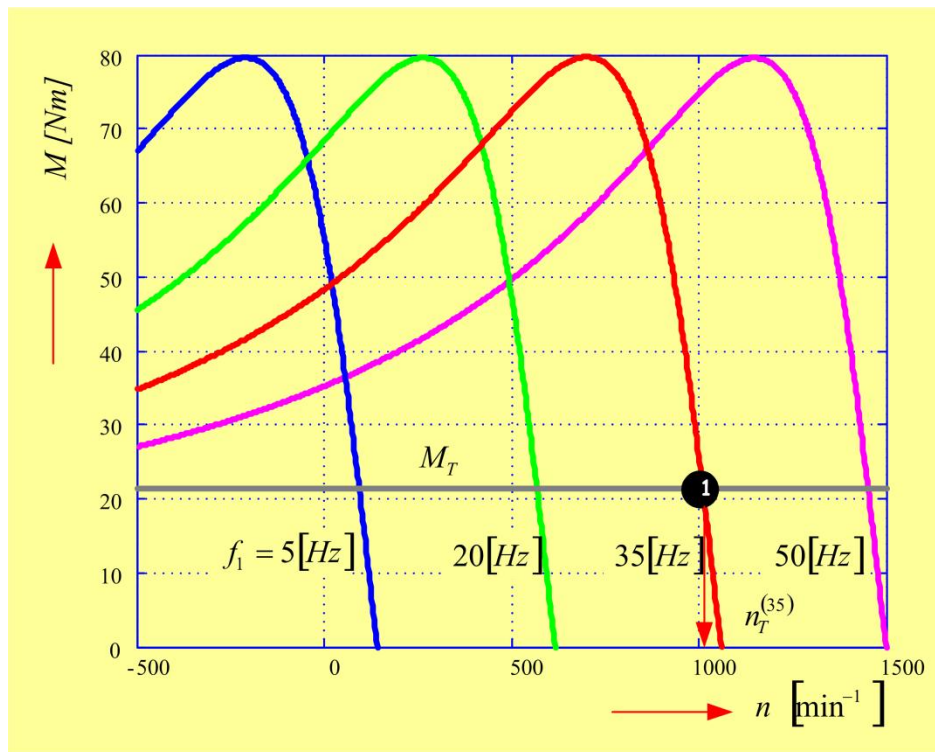
U stvarnom slučaju, kad statovski otpori nisu zanemareni, M_{pr} se nešto smanjuje sa smanjenjem frekvencije.

Ovde motor radi u baznoj oblasti, pa je $M_{pr} = M_{prn} = \text{const}$. Klizanje s_1 kod frekvencije $f_{s1} = 35$ Hz se jednostavno nalazi iz (49.6) ako znamo prevalno klizanje s_{pr1} pri toj frekvenciji. Prevalno klizanje pri frekvenciji 35 Hz, na osnovu (49.9), iznosi:

$$s_{pr1} = \frac{f_{sn}}{f_{s1}} s_{prn} = \frac{50}{35} \cdot 0,233 = 0,333$$

Preopterećenost motora u ovom slučaju je:

$$\nu = \frac{M_{prn}}{0,8 \cdot M_n} = \frac{\nu_n}{0,8} = \frac{3}{0,8} = 3,75$$



Slika 49.1. Familija statičkih karakteristika momenta motora za različite frekvencije.

pa je, prema (49.6):

$$s_{1,2} = 0,333 \cdot \left[3,75 \pm \sqrt{3,75^2 - 1} \right]$$

$$s_{11} = 2,45 \quad s_{12} = 0,045$$

Klizanje iznosi $s_1 = 0,045$. Brzina obrtnog polja pri frekvenciji 35 Hz je:

$$n_{s1} = \frac{60 f_{s1}}{p} = \frac{60 \cdot 35}{2} = 1050 \text{ o/min}$$

Brzina obrtanja rotora pri frekvenciji 35 Hz iznosi:

$$n_1 = (1 - s_1) \cdot n_{s1} = (1 - 0,045) \cdot 1050 = 1002,75 \text{ o/min}$$

Uočava se da je ostvarena značajna promena brzine obrtanja uz malu promenu klizanja, što metod regulacije promenom frekvencije napona napajanja čini ekonomičnim. Ovaj metod regulacije je danas dominantan u primeni.

Ovde je još interesantno uporediti apsolutne vrednosti klizanja (razlika sinhronne brzine i rotorske brzine obrtanja) za nominalnu vrednost frekvencije napajanja i nižu vrednost frekvencije uz uslov $U/f = \text{const}$. Lako se može pokazati da vrednost apsolutnog klizanja pri istom momemntu opterećenja ostaje približno ista.

Klizanje pri datom teretu i nominalnoj frekvenciji napajanja $f_{sn}=50\text{ Hz}$ iznosi:

$$s_{1,2n} = 0,233 \cdot \left[3,75 \pm \sqrt{3,75^2 - 1} \right] = 0,0316 = 3,16\%$$

pa je tada apsolutno klizanje:

$$\Delta n_{1n} = s_{1n} n_{sn} = s_{1n} \frac{60 f_{sn}}{p} = 0,0316 \cdot \frac{60 \cdot 50}{2} = 47,46 [\text{ob/min}]$$

Dok je vrednost apsolutnog klizanja pri istom teretu i frekvenciji napajanja $f_{s1}=35\text{ Hz}$:

$$\Delta n_1 = n_{s1} - n_1 = 1050 - 1002,75 = 47,25 [\text{ob/min}]$$

Zadatak 50. Trofazni asinhroni motor sa kaveznim rotorom ima podatke: 4 kW, 380 V, 9 A, 1440 o/min, 50 Hz, $\nu = M_{max}/M_n = 2,5$. Motor pokreće dizalicu čiji je moment stalan i iznosi 50 % nazivnog momenta motora. U cilju podešavanja brzine moguća je kontinualna promena učestanosti uz uslov $U/f = \text{const}$. Koristeći Klosovu jednačinu odrediti brzinu ako je učestanost napona 70 Hz.

Rešenje:

Karakteristika momenta dizalice u zadatku je:

$$M_{opt} = 0,5 \cdot M_n = \text{konst.} \quad (50.1)$$

Klosova jednačina je:

$$\frac{M}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s}} \quad (50.2)$$

pri tom je – u stacionarnom pogonu $M = M_{opt}$. Klosova jednačina pokazuje da statička karakteristika momenta zavisi samo od prevalnog momenta M_{pr} i prevalnog klizanja s_{pr} . Sređivanjem Klosove jednačine (50.2) dobije se kvadratna jednačina:

$$s^2 - 2 \cdot \frac{M_{pr}}{M_{ob}} s \cdot s_{pr} + s_{pr}^2 = 0 \quad (50.3)$$

Odnos M_{pr}/M je preopteretivost ν , pa je kvadratna jednačina:

$$s^2 - 2\nu \cdot s \cdot s_{pr} + s_{pr}^2 = 0 \quad (50.4)$$

Ako je poznat prevalni moment M_{pr} , razvijeni moment M i klizanje s kod tog momenta rešavanjem kvadratne jednačine (50.4) se dobiju rešenja:

$$s_{pr1,2} = s \cdot (\nu \pm \sqrt{\nu^2 - 1})$$

od kojih je samo jedno pravo. Ako je pak poznato prevalno klizanje s_{pr} , klizanje s je:

$$s_{1,2} = s_{pr} \cdot (\nu \pm \sqrt{\nu^2 - 1}) \quad (50.5)$$

Ako je $M_{pr} = M_{prn}$ i $M = M_n$ tada je $s_{pr} = s_{prn}$ i $s = s_n$, ν je tada nazivni koeficijent preopteretivosti. Na osnovu datih podataka o motoru mogu se odrediti M_{pr} i s_{pr} u nominalnom režimu. Nominalni i prevalni moment motora iznose:

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{P_n}{\frac{2\pi}{60} \cdot n_n} = \frac{4000}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1440} = 26,5 \text{ Nm}$$

$$M_{pr} = \nu \cdot M_n = 2,5 \cdot 26,5 = 66,25 \text{ Nm}$$

Nominalno i prevalno klizanje iznose:

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_n} = \frac{1500 - 1440}{1500} = 0,04 = 4 \%$$

$$s_{pr} = s_n \cdot \left(\nu + \sqrt{\nu^2 - 1} \right) = 0,04 \cdot \left(2,5 + \sqrt{2,5^2 - 1} \right) = 0,192 = 19,2 \%$$

Kad se zanemari statordi omdski otpor R_s izraz za obrtni moment je:

$$M = \frac{q_s}{\omega_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r / s}{\left(\frac{R'_r}{s} \right)^2 + X_k^2} \quad (50.6)$$

gdje je $X_k = X_{js} + X'_{jr}$ induktivitet kratkog spoja. Prevalno klizanje iznosi:

$$s_{pr} = \pm \frac{R'_r}{X_k} = \pm \frac{R'_r}{X_{js} + X'_{jr}} = \pm \frac{R'_r}{2\pi \cdot f_s \cdot (L_{js} + L'_{jr})} \quad (50.7)$$

Vidi se da se prevalno klizanje s_{pr} menja obrnuto proporcionalno sa frekvencijom f_s . Uvrstivši (50.7) u (50.6) dobija se prevalni moment u motorskoj oblasti:

$$M_{pr} = \frac{q_s}{\frac{2\pi}{p} f_s} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{R'_r / s_{pr}}{\left(\frac{R'_r}{s_{pr}} \right)^2 + X_k^2} = \frac{q_s}{\frac{4\pi \cdot f_s}{p}} \cdot U_{sf}^2 \cdot \frac{1}{X_k} \quad (50.8)$$

odnosno:

$$M_{pr} = \frac{p \cdot q_s}{8\pi^2} \left(\frac{U_{sf}}{f_s} \right)^2 \cdot \frac{1}{L_{js} + L'_{jr}}$$

$$s_{pr1} = \frac{f_{sn}}{f_{s1}} s_{prn} = \frac{50}{70} \cdot 0,192 = 0,137 = 13,7 \%$$

Na osnovu (50.8), prevalni moment u oblasti slabljenja polja je manji u odnosu na nominalni prevalni (jer je u oba slučaja na motoru nominalni napon napajanja):

$$\frac{M_{pr1}}{M_{prn}} = \frac{f_{sn}^2}{f_{s1}^2} \Rightarrow M_{pr1} = M_{prn} \cdot \left(\frac{50}{70}\right)^2 = M_{prn} \cdot 0,51$$

Preopteretivost motora u ovom pogonu je:

$$\nu = \frac{M_{pr1}}{0,5 \cdot M_n} = \frac{0,51 \cdot M_{prn}}{0,5 \cdot M_n} = 2,55$$

pa je, prema (4.5):

$$s_{1,2} = 0,137 \cdot \left[2,55 \pm \sqrt{2,55^2 - 1} \right]$$

$$s_{11} = 0,67 \quad s_{12} = 0,028$$

Klizanje iznosi $s_1 = 0,028$. Brzina obrtnog polja pri frekvenciji $f_{s1} = 70 \text{ Hz}$ je:

$$n_{s1} = \frac{60 f_{s1}}{p} = \frac{60 \cdot 70}{2} = 2100 \text{ o/min}$$

Brzina obrtanja rotora pri frekvenciji 70 Hz iznosi:

$$n_1 = (1 - s_1) \cdot n_{s1} = (1 - 0,028) \cdot 2100 = 2041,2 \text{ o/min}$$

Zadatak 51. Trofazni asinhroni motor sa kratkospojenim rotorom pokreće radnu mašinu čiji je otporni moment jednak 22 Nm i ima potencijalnu prirodu.

a) Odrediti napon i frekvenciju motora pri kojem će brzina motora biti 750 min^{-1} uz uslov da se promena frekvencije vrši sa $U/f = \text{const.}$ ($= U_n/f_n$)

b) Kolika se maksimalna brzina obrtanja motora može postići podešavanjem frekvencije (uz uslov da na motor nije dozvoljeno dovesti napon iznad nazivnog).

Podaci o motoru su: 220 V, 50 Hz, 1390 min^{-1} , sprega Δ , induktivnost rasipanja statora 12,2 mH, svedena induktivnost rasipanja rotora 9 mH, svedena otpornost rotora 2,56 Ω . Napomena: zanemariti otpornost statorskog namotaja.

Rešenje:

a) Prvo se može naći vrednost prevalnog momenta M_{pr} i prevalnog klizanja s_{pr} za nazivni napon i frekvenciju napajanja:

$$X_{js} + X'_{jr} = \omega_s \cdot (L_{js} + L'_{jr}) = 2\pi \cdot f_s \cdot (L_{js} + L'_{jr}) = 2\pi \cdot 50 \cdot (12,2 + 9) \cdot 10^{-3} = 6,66 [\Omega]$$

$$M_{pr} = 3 \cdot \frac{U_{sf}^2}{\frac{\pi}{30} \cdot n_s} \cdot \frac{1}{2 \cdot (X_{js} + X'_{jr})} = 3 \cdot \frac{220^2}{\frac{\pi}{30} \cdot 1500} \cdot \frac{1}{2 \cdot 6,66} = 69,4 [Nm]$$

$$s_{pr} = \frac{R'_r}{(X_{js} + X'_{jr})} = \frac{2,56}{6,66} = 0,384$$

Primenom Klosovog obrasca možemo odrediti klizanje motora s_t u stacionarnom stanju pri nekom opterećenju M_t :

$$\frac{M_t}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s_t}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s_t}} \Rightarrow \frac{s_t}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s_t} - \frac{2 \cdot M_{pr}}{M_t} = 0 \Rightarrow s_t^2 - \frac{2 \cdot M_{pr}}{M_t} \cdot s_{pr} \cdot s_t + s_{pr}^2 = 0$$

$$s_t = s_{pr} \cdot \left(\frac{M_{pr}}{M_t} \pm \sqrt{\left(\frac{M_{pr}}{M_t} \right)^2 - 1} \right) = s_{pr} \cdot (\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 1})$$

gde je γ označen odnos prevalnog momenta i momenta opterećenja:

$$\gamma = \frac{M_{pr}}{M_t} = \frac{69,4}{22} \approx 3,154$$

Rešavanjem kvadratne jednačine i uzimanjem u obzir samo rešenja manjeg od jedinice dobijamo vrednost klizanja u stacionarnom stanju:

$$s_t = s_{pr} \cdot (\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1}) = 0,384 \cdot (3,154 - \sqrt{3,154^2 - 1}) = 0,0625$$

Apsolutna vrednost klizanja datog motora u stacionarnom stanju za nazivni napon i frekvenciju napajanja i za otporni moment od 22 Nm stoga iznosi:

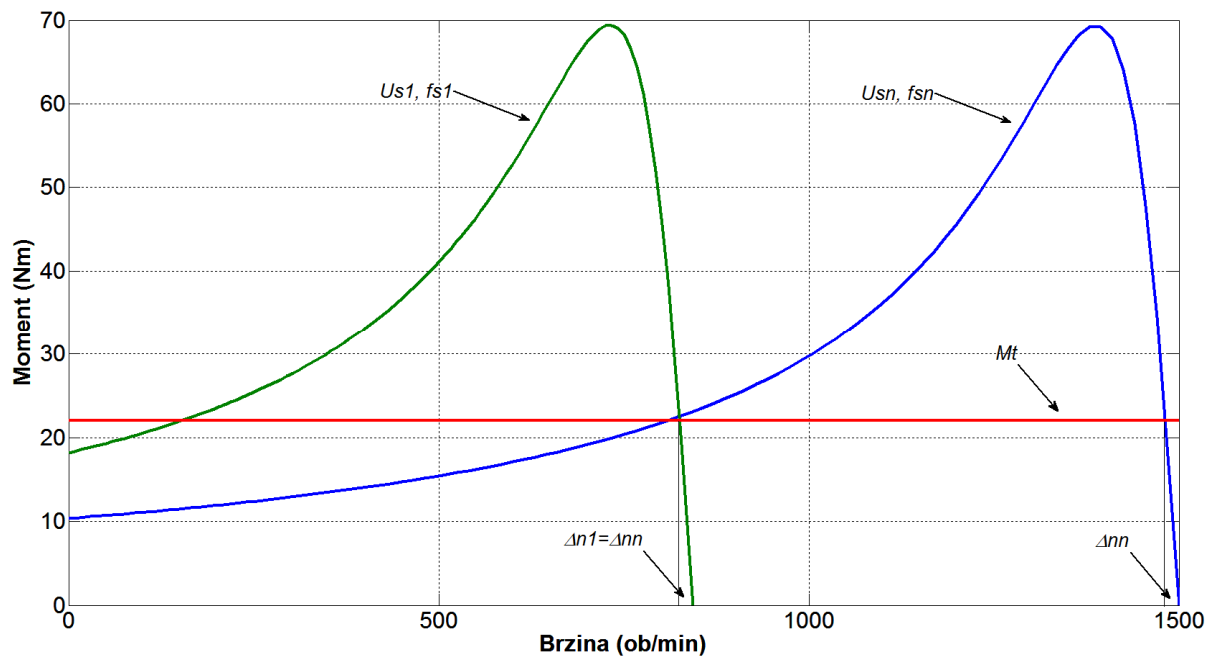
$$n_k = n_s - n = s_t \cdot n_s = 0,0625 \cdot 1500 = 93,75 [\text{min}^{-1}]$$

Zbog zanemarivanja uticaja otpora statoskih namotaja vrednost prevalnog momenta i nagib radnog dela momentne karakteristike motora mogu se smatrati konstantnim za sve učestanosti napajanja ispod nazivne. Drugim rečima, vrednost prethodno određenog apsolutnog klizanja je konstantna za sve učestanosti ispod nazivne uz uslov $U/f = \text{const.}$, pa vrednost sinhronne brzine obrtanja, sinhronne frekvencije i napon motora za brzinu obrtanja motora od 750 min^{-1} nalazimo iz sledećih relacija:

$$n_{sa} = n + n_k = 750 + 93,75 = 843,75 [\text{min}^{-1}]$$

$$f_{sa} = f_s \cdot \frac{n_{sa}}{n_s} = 50 \cdot \frac{843,75}{1500} = 28,13 [\text{Hz}]$$

$$U_{sa} = U_{sn} \cdot \frac{f_{sa}}{f_{sn}} = 220 \cdot \frac{28,13}{50} = 123,77 [\text{V}]$$



Slika 51.1. Momente karakteristike motora za frekvencije napajanja f_{sn} i f_{s1} uz uslov $U/f = \text{const.}$

b) Frekvenciju napajanja motora možemo povećavati sve dok je moment opterećenja manji od momenta koji razvija motor, odnosno prevalne vrednosti momenta, koja je konstantna u baznom opsegu do nominalne frekvencije napajanja uz uslov $U/f = \text{const.}$, a iznad nazivne učestanosti uz uslov $U = U_n = \text{const.}$ opada kvadratno sa porastom frekvencije (videti gore izraz za prevalni moment). Prema tome frekvenciju napona napajanja možemo povećavati do vrednosti:

$$\frac{M_{pr}}{M_t} = 3,154 = \frac{M_{pr}}{M_{prb}} \Rightarrow \left(\frac{f_{sb}}{f_s} \right)^2 = 3,154 \Rightarrow f_{sb} = \sqrt{3,154} \cdot f_s = \sqrt{3,154} \cdot 50 = 88,8 [\text{Hz}]$$

što odgovara sinhronoj brzini obrtanja od:

$$n_{sb} = n_s \cdot \frac{f_{sb}}{f_s} = 1500 \cdot \frac{88,8}{50} = 2663,92 [\text{min}^{-1}]$$

Prevalno klizanje pri toj frekvenciji napajanja iznosi:

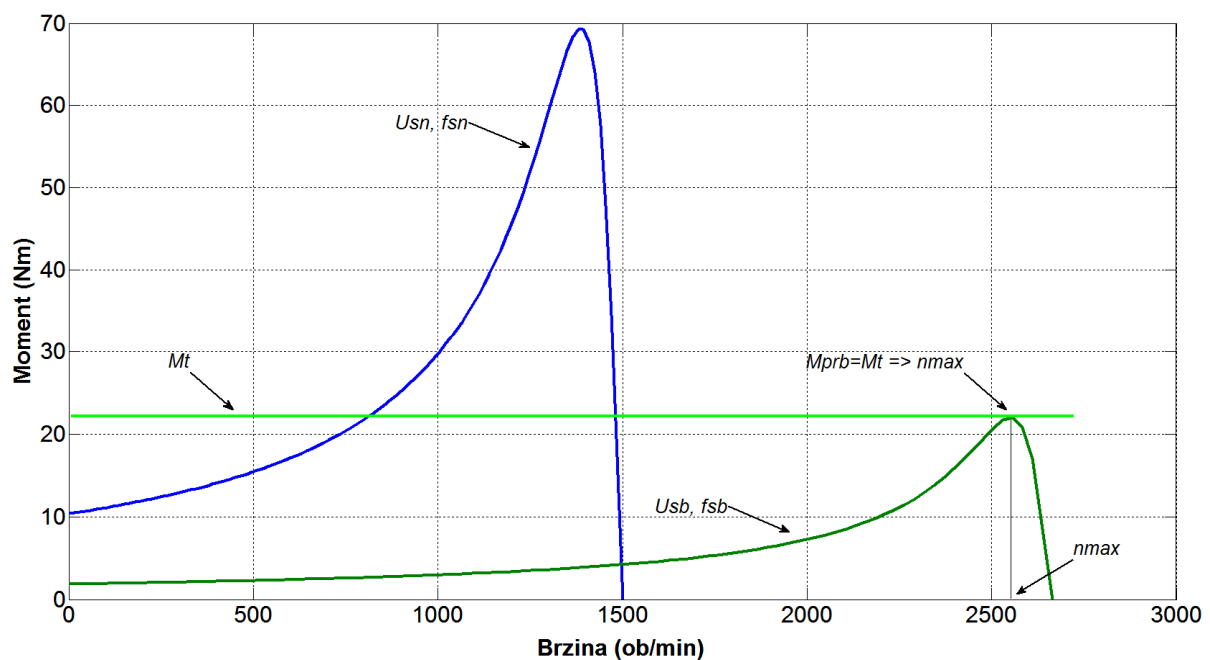
$$s_{prb} = \frac{R'_r}{2\pi \cdot f_{sb} \cdot (L'_{js} + L'_{jr})} = \frac{2,56}{2\pi \cdot 88,8 \cdot (12,2 + 9) \cdot 10^{-3}} = 0,2164$$

Razlika sinhronne brzine i brzine pri prevalnom klizanju tada iznosi:

$$n_{kprb} = s_{prb} \cdot n_{sb} = 0,2164 \cdot 2663,92 = 576,54 [\text{min}^{-1}] \quad (= s_{pr} \cdot n_s = 0,384 \cdot 1500)$$

Prema tome, maksimalna brzina obrtanja motora koja se može postići podešavanjem frekvencije je:

$$n_b = n_{sb} - n_{kprb} = 2663,92 - 576,54 = 2087,38 [\text{min}^{-1}]$$



Slika 51.2. Momentne karakteristike motora za frekvencije napajanja f_{sn} i $f_{sb} > f_{sn}$. Uslov za maskimalnu ostvarivu brzinu obrtanja pogona za dato opterećenje.

Zadatak 52. Trofazni asinhroni motor sa kratkospojenim rotorom pokreće radnu mašinu čiji je otporni moment jednak 26 Nm i ima potencijalnu prirodu.

a) Odrediti napon i frekvenciju motora pri kojem će brzina motora biti 750 min^{-1} uz uslov da se promena frekvencije vrši sa $U/f = \text{const.}$ ($= U_n/f_n$)

b) Sa kojom učestanošću i sa kojim naponom treba startovati motor, da bi se postiglo maksimalno početno ubrzanje.

Podaci o motoru su: 380 V, 50 Hz, $p=2$, sprega Y, induktivnost rasipanja statora 10 mH, svedena induktivnost rasipanja rotora 8,8 mH, svedena otpornost rotora 2,3 Ω . Napomena: zanemariti otpornost statorskog namotaja.

Rešenje:

Prvo se može naći vrednost prevalnog momenta i prevalnog klizanja:

$$X_{js} + X'_{jr} = \omega_s \cdot (L_{js} + L'_{jr}) = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot (10 + 8,8) \cdot 10^{-3} = 5,928 [\Omega]$$

$$M_{pr} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{q_s}{n_s} \cdot \frac{U_{sf}^2}{2 \cdot (X_{js} + X'_{jr})} = \frac{30 \cdot 3 \cdot 220^2}{\pi \cdot 1500 \cdot 2 \cdot 5,928} = 77,97 [\text{Nm}]$$

$$s_{pr} = \frac{R'_r}{X_{js} + X'_{jr}} = \frac{2,37}{5,928} = 0,4 []$$

Primenom Klovsovog obrasca može se pronaći relacija za određivanje klizanja motora u stacionarnom stanju:

$$M_T = \frac{2 \cdot M_{pr}}{\frac{s_T}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s_T}} \Rightarrow \frac{s_T}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s_T} - \frac{2 \cdot M_{pr}}{M_T} = 0 \Leftrightarrow s_{pr} \cdot s_T \Rightarrow$$

$$s_T^2 - \frac{2 \cdot M_{pr}}{M_T} \cdot s_{pr} \cdot s_T + s_{pr}^2 = 0$$

$$s_T = s_{pr} \cdot \left(\frac{M_{pr}}{M_T} \pm \sqrt{\left(\frac{M_{pr}}{M_T} \right)^2 - 1} \right) = s_{pr} \cdot \left(v_T - \sqrt{v_T^2 - 1} \right)$$

gde je sa v_T označen odnos prevalnog momenta i momenta opterećenja:

$$v_T = \frac{M_{pr}}{M_T} = \frac{77,97}{26} \approx 3$$

Rešavanjem kvadratne jednačine i uzimanjem u obzir samo rešenja manjeg od jedinice dobija se vrednost klizanja u stacionarnom stanju:

$$s_T = s_{pr} \cdot \left(v_T - \sqrt{v_T^2 - 1} \right) = 0,4 \cdot \left(3 - \sqrt{3^2 - 1} \right) = 0,0686 []$$

Vrednost razlike sinhronne brzine i brzine obrtanja u stacionarnom stanju pri nazivnom naponu i frekvenciji je:

$$\Delta n = s_T \cdot n_s = 0,0686 \cdot 1500 = 102,9 [\text{min}^{-1}]$$

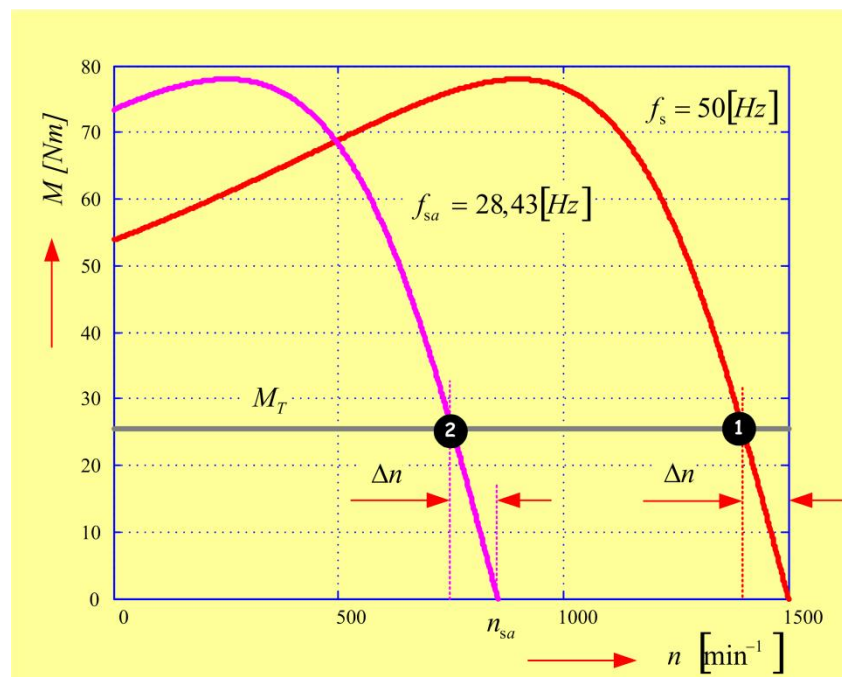
Zbog zanemarivanja uticaja otpora statora vrednost prethodno određene razlike brzine obrtanja je konstantna za sve učestanosti uz uslov $U/f = \text{konst.}$, pa se vrednosti sinhronne brzine obrtanja, sinhronne frekvencije i napona motora nalaze iz sledećih relacija:

$$n_{sa} = n + \Delta n = 750 + 102,9 = 852,9 [\text{min}^{-1}]$$

$$f_{sa} = f_s \cdot \frac{n_{sa}}{n_s} = 50 \cdot \frac{852,9}{1500} = 28,43 [\text{Hz}]$$

$$U_{sa} = U_{sf} \cdot \frac{n_{sa}}{n_s} = 220 \cdot \frac{852,9}{1500} = 125,09 [\text{V}]$$

$$U_{sa} = \sqrt{3} \cdot U_{sf} = \sqrt{3} \cdot 125,09 = 216,66 [\text{V}]$$



Slika 52.1. Upravljanje brzinom asinhronog motora u baznom opsegu uz uslov $U/f = \text{konst.}$

b) Da bi se postiglo maksimalno početno ubrzanje, motor na polasku treba da razvije prevalni moment, odnosno sinhrona brzina obrtanja treba da bude jednaka apsolutnom prevalnom klizanju, koje je nezavisno od frekvencije napajanja uz uslov $U/f = \text{konst.}$ ($f < f_n$), pa važi:

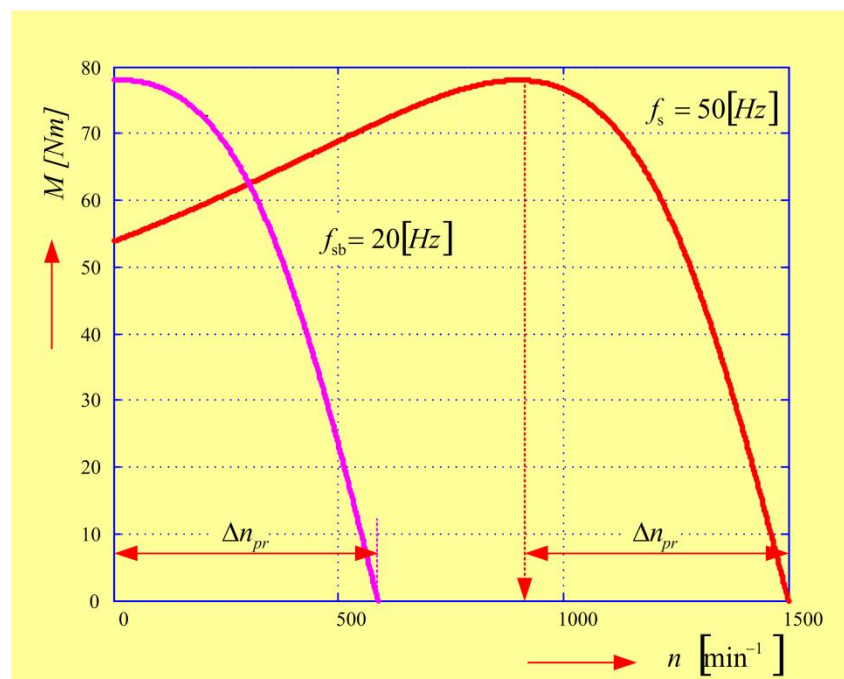
$$\Delta n_{pr} = s_{pr} \cdot n_s = 0,4 \cdot 1500 = 600 [\text{min}^{-1}]$$

$$n_{sb} = \Delta n_{pr} = 600 [\text{min}^{-1}]$$

Slično kao u delu zadatka pod a) nalazi se učestanost i napon sa kojim treba pokrenuti motor:

$$f_{sb} = f_s \cdot \frac{n_{sb}}{n_s} = 50 \cdot \frac{600}{1500} = 20 [\text{Hz}]$$

$$U_{sb} = U_s \cdot \frac{n_{sb}}{n_s} = 380 \cdot \frac{600}{1500} = 152 [\text{V}]$$



Slika 52.2. Startovanje motora sa maksimalnim početnim ubrzanjem uz podešavanje napona i učestanosti napajanja, uz uslov $U/f = \text{const}$.

Zadatak 53. Trofazni asinhroni motor, koji radi pri nazivnom naponu i frekvenciji, ima polazni moment 1,65, a prevalni 2,1 puta veći od nominalnog. Odrediti:

- a) Klizanje koje motor ima kad razvija moment jednak prevalnom
- b) Klizanje pri nazivnom momentu opterećenja.
- c) Struju rotora pri pokretanju relativno u odnosu na rotorsku struju pri nazivnom opterećenju.

Zanemariti statorski omski otpor i gubitke zbog trenja i ventilacije. Pretpostaviti da je omski otpor rotora konstantan.

Rešenje:

- a) Problem se rešava pomoću Klosove jednačine:

$$\frac{M}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s}} \quad (53.1)$$

gde je M moment kojeg motor razvija pri klizanju s u nekoj radnoj tački karakteristike momenta $M = f(s)$. Klosova jednačina (53.1) se može napisati i u obliku kvadratne jednačine:

$$s^2 - 2 \cdot \nu \cdot s \cdot s_{pr} + s_{pr}^2 = 0 \quad (53.2)$$

gde je ν odnos prevalnog momenta i momenta kojeg motor razvija pri klizanju s :

$$\nu = \frac{M_{pr}}{M}$$

Kvadratnu jednačinu (53.2) možemo rešiti ako znamo ν i jedno od klizanja (s ili s_{pr}). Rešenja po s_{pr} su:

$$s_{pr1,2} = s \cdot \left(\nu \pm \sqrt{\nu^2 - 1} \right) \quad (53.3)$$

od kojih je samo jedno ispravno. Prevalno klizanje se određuje na osnovu podataka iz polazne tačke na karakteristici $M = f(s)$ jer je klizanje kod pokretanja jednako $s = 1$. Poznato je:

$$\frac{M_k}{M_n} = 1,65 \quad \frac{M_{pr}}{M_n} = 2,1$$

Odnos ν za polaznu tačku iznosi:

$$\nu = \frac{M_{pr}}{M_k} = \frac{M_n}{M_k} \cdot \frac{M_{pr}}{M_n} = \frac{1}{1,65} \cdot 2,1 = 1,273$$

Kad se u (53.3) uvrsti $s = 1$ i $\nu = 1,45$ dobije se:

$$s_{pr1} = 1 \cdot \left(1,273 + \sqrt{1,273^2 - 1} \right) = 2,06$$

$$s_{pr2} = 1 \cdot \left(1,273 - \sqrt{1,273^2 - 1} \right) = 0,485$$

Prevalno klizanje motora je: $s_{pr} = 0,485$.

b) Klizanje pri nominalnom opterećenju (nominalno klizanje) možemo dobiti iz (53.2) ako znamo $\nu = M_{pr}/M_n$ i prevalno klizanje s_{pr} . Rešenje kvadratne jednačine (53.2) po s je:

$$s_{1,2} = s_{pr} \cdot \left(\nu \pm \sqrt{\nu^2 - 1} \right) \quad (53.4)$$

Uvrstivši $\nu = M_{pr}/M_n = 2,1$ i $s_{pr} = 0,485$ u (53.4) dobija se:

$$s_n = 0,485 \cdot \left(2,1 + \sqrt{2,1^2 - 1} \right) = 1,91$$

$$s_2 = 0,485 \cdot \left(2,1 - \sqrt{2,1^2 - 1} \right) = 0,123$$

Nominalno klizanje motora iznosi: $s_n = 0,123$.

d) Nazivna struja rotora data je sa:

$$\underline{I}'_{rn} = \frac{\underline{U}_{sf}}{\sigma \cdot \frac{R'_r}{s_n} + j \cdot (X_{js} + \sigma \cdot X'_{jr})}$$

gde je σ koeficijent rasipanja. Polazna struja rotora je:

$$\underline{I}'_{rk} = \frac{\underline{U}_{sf}}{\sigma \cdot R'_r + j \cdot (X_{js} + \sigma \cdot X'_{jr})}$$

Odnos ovih struja je:

$$\frac{\underline{I}'_{rk}}{\underline{I}'_{rn}} = \frac{\sigma \cdot \frac{R'_r}{s_n} + j \cdot (X_{js} + \sigma \cdot X'_{jr})}{\sigma \cdot R'_r + j \cdot (X_{js} + \sigma \cdot X'_{jr})} = \frac{\frac{\sigma \cdot R'_r}{X_{js} + \sigma \cdot X'_{jr}} \cdot \frac{1}{s_n} + j}{\frac{\sigma \cdot R'_r}{X_{js} + \sigma \cdot X'_{jr}} + j}$$

gde je količnik $\sigma \cdot R' r / (X'_{ys} + \sigma \cdot X'_{yr})$ prevalno klizanje uz zanemaren otpor statora:

$$\frac{\underline{I}'_{rk}}{\underline{I}'_{rn}} = \frac{s_{pr} / s_n + j}{s_{pr} + j}$$

Struja motora pri pokretanju relativno u odnosu na nazivnu iznosi:

$$I'_{rk} = \frac{|s_{pr} / s_n + j|}{|s_{pr} + j|} \cdot I'_{rn} = \frac{\sqrt{(s_{pr} / s_n)^2 + 1}}{\sqrt{s_{pr}^2 + 1}} \cdot I'_{rn}$$

Uvrstivši $s_n=0,123$ i $s_{pr}=0,485$ dobija se:

$$I'_{rk} = \frac{\sqrt{(0,485/0,123)^2 + 1}}{\sqrt{0,485^2 + 1}} = 3,7 \cdot I'_{rn}$$

Zadatak 54. Gubici usled opterećenja trofaznog kaveznog motora kod prevalnog momenta, pri nazivnom naponu i frekvenciji, su 9 puta veći od onih kod nazivnog momenta. Nazivno klizanje iznosi 0,028. Naći:

- a) Klizanje kod prevalnog momenta.
- b) Prevalni moment.
- c) Polazni moment.

Izraziti momente relativno u odnosu na nazivni moment. Zanimariti statoski omski otpor i gubitke trenja i ventilacije. Pretpostaviti da su reaktanse i otpor rotora konstantni.

Podaci o motoru: 18,4 kW, 230 V, 60 Hz.

Rešenje:

- a) Gubici opterećenja su gubici u bakru rotora, jer je zanemaren otpor statora:

$$P_{Cu} = q_r \cdot I_r^2 \cdot R_r$$

Pošto je:

$$P_{Cu,pr} = 9 \cdot P_{Cun}$$

odnosno:

$$q_r \cdot I_{r,pr}^2 \cdot R_r = 9 \cdot q_r \cdot I_{rn}^2 \cdot R_r$$

struja rotora kod prevalnog momenta je 3 puta veća od nominalne struje rotora: $I_{r,pr} = 3 \cdot I_{rn}$. Nazivna struja rotora, prema ekvivalentnoj šemi gde je zanemarena otpornost statoskog namotaja, u kompleksnom domenu, je:

$$I'_{rn} = \frac{\underline{U}_{sfn}}{\sigma \cdot \frac{R'_r}{s_n} + j \cdot (X_{js} + \sigma \cdot X'_{jr})}$$

gde je σ koeficijent rasipanja. Rotorska struja kod prevalnog klizanja je:

$$I'_{r,pr} = \frac{\underline{U}_{sfn}}{\sigma \cdot \frac{R'_r}{s_{pr}} + j \cdot (X_{js} + \sigma \cdot X'_{jr})}$$

Odnos ovih struja je:

$$\frac{\underline{I}'_{r,pr}}{\underline{I}'_{rn}} = \frac{\sigma \cdot \frac{R'_r}{s_n} + j \cdot (X_{\gamma s} + \sigma \cdot X'_{\gamma r})}{\sigma \cdot \frac{R'_r}{s_{pr}} + j \cdot (X_{\gamma s} + \sigma \cdot X'_{\gamma r})} = \frac{\frac{\sigma \cdot R'_r}{X_{\gamma s} + \sigma \cdot X'_{\gamma r}} \cdot \frac{1}{s_n} + j}{\frac{\sigma \cdot R'_r}{X_{\gamma s} + \sigma \cdot X'_{\gamma r}} \cdot \frac{1}{s_{pr}} + j}$$

gde je:

$$\frac{\sigma \cdot R'_r}{X_{\gamma s} + \sigma \cdot X'_{\gamma r}} = s_{pr}$$

Odnos struje kod prevalnog klizanja i nominalne struje je:

$$\frac{\underline{I}'_{r,pr}}{\underline{I}'_{sn}} = \frac{s_{pr}/s_n + j}{1 + j}$$

Odnos njihovih efektivnih vrednosti iznosi:

$$\frac{I'_{r,pr}}{I'_{rn}} = \frac{|s_{pr}/s_n + j|}{|1 + j|} = \frac{\sqrt{(s_{pr}/s_n)^2 + 1}}{\sqrt{2}}$$

odakle je:

$$s_{pr} = s_n \cdot \sqrt{2 \cdot \left(\frac{I_{s,pr}}{I_{sn}} \right)^2 - 1}$$

Uvrstivši $I_{s,pr}/I_{sn} = 3$ i $s_n = 0,028$ dobijamo iznos prevalnog klizanja:

$$s_{pr} = 0,028 \cdot \sqrt{2 \cdot 3^2 - 1} = 0,115$$

b) Pošto znamo s_n i s_{pr} možemo iskoristiti Klosovu jednačinu:

$$\frac{M_n}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s_n}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s_n}}$$

Iznos prevalnog momenta u odnosu na nazivni je:

$$\frac{M_{pr}}{M_n} = \frac{\frac{s_n}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s_n}}{2} = \frac{\frac{0,028}{0,115} + \frac{0,115}{0,028}}{2} = 2,18$$

$$M_{pr} = 2,18 \cdot M_n$$

d) Klosova jednačina za polazak motora ($s = 1$) je:

$$\frac{M_k}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{1}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{1}}$$

odakle je:

$$\frac{M_k}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{1}{0,115} + 0,115} = 0,227$$

Iznos polaznog momenta prema nominalnom je:

$$\frac{M_k}{M_n} = \frac{M_k}{M_{pr}} \cdot \frac{M_{pr}}{M_n} = 0,227 \cdot 2,18 = 0,49$$

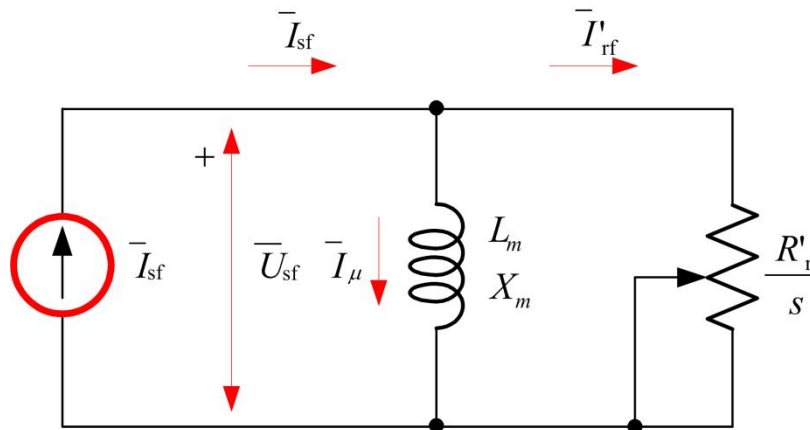
$$M_k = 0,49 \cdot M_n$$

Zadatak 55. Četvoropolni trofazni asinhroni motor 380 [V], 50 [Hz], Y ima struju praznog hoda 9 [A] i svedenu otpornost rotorskog namotaja 0,6 [Ω]. Motor se u pogonu napaja iz frekventnog pretvarača koji može dati maksimalnu struju 25 [A]. Odrediti maksimalni polazni moment motora u ovom pogonu.

Rešenje:

Motor će da razvija maksimalni polazni moment pri maksimalnoj struji statora, odnosno pri maksimalnoj izlaznoj struji strujno regulisanog frekventnog pretvarača. Drugim rečima, frekventni pretvarač će pri polasku motora forsirati strujni limit kako bi motor razvio maksimalni polazni moment i ostvario maksimalno ubrzanje. Pri tome je poznata maksimalna (efektivna vrednost) struje (25 A), ali ne i frekvencija polazne struje koju treba da nametne pretvarač kako bi se dobio maksimalni polazni moment.

Na osnovu datih podataka, strujno napajani asinhroni motor može se ekvivalentirati šemom na slici 55.1. Kolo rotora je predstavljeno svedenim fiktivnim otporom R'_r/s kojim se modeluje aktivna snaga koja prelazi sa statora na rotor. Reaktansa rasipanja rotora je u nedostatku preciznijih podataka zanemarena. Redna impedansa statora je u potpunosti zanemarena (otpor i reaktansa rasipanja statora), dok je uvažena data struja praznog hoda preko induktivnosti L_m , odnosno reaktanse magnećenja X_m . Motor je strujno napajan, pa je na ulazu kola pretvarač prikazan kao strujni izvor I_s . Sa aspekta strujno kontrolisanog izvora redna impedansa statora ne igra bitniju ulogu, osim što će davati različite vrednosti napona statora U_s koji u ovom slučaju nije traženi podatak.



Slika 55.1. Uprošćena ekvivalentna šema strujno napajanog asinhronog motora.

Sa ekvivalentne šeme na slici 55.1 se vidi da se struja statora I_{sf} grana na struju magnećenja I_μ kroz reaktansu magnećenja X_m i struju rotora I'_{rf} kroz fiktivni aktivni otpor rotora R'_r/s . Uvažavajući da je napon na ove dve impedanse isti i jednak U_{sf} kao i prvi Kirhofov zakon za grananje struje statora, može se izračunati struja rotora na osnovu struje statora (strujni razdelnik):

$$\frac{R'_r}{s} \cdot I'_{rf} = \left| (j \cdot X_m) \parallel \left(\frac{R'_r}{s} \right) \right| \cdot I_{sf} = \frac{X_m \cdot \frac{R'_r}{s}}{\sqrt{X_m^2 + \left(\frac{R'_r}{s} \right)^2}} \cdot I_{sf} \Rightarrow$$

$$I'_{rf} = \frac{X_m}{\sqrt{X_m^2 + \left(\frac{R'_r}{s}\right)^2}} \cdot I_{sf}$$

Elektromagnetni moment koji motor razvija dobija se kao odnos snage obrtnog polja (snage na otporu R'_r/s u ekvivalentnom kolu) i sinhronu brzinu obrtanja. Kako je motor strujno napajan, zgodno je moment izraziti preko struje statora (ujedno i izlazne struje strujno-regulisanog frekventnog pretvarača ako je sprega namotaja statora zvezda):

$$M = \frac{3 \cdot R'_r}{s \cdot \Omega_s} \cdot I_{rf}^2 = \frac{3 \cdot R'_r}{s \cdot \Omega_s} \cdot \frac{X_m^2}{X_m^2 + \left(\frac{R'_r}{s}\right)^2} \cdot I_{sf}^2$$

Da bi dobili maksimalni polazni moment ($s = 1$) potrebno je pored date maksimalne vrednosti struje statora odrediti i frekvenciju struje statora, odnosno sinhronu brzinu Ω_s . Maksimalan obrtni momenat se razvija u slučaju kada promenljivi fiktivni otpornik R'_r/s izvlači maksimalnu snagu iz izvora, a tada važi jednakost:

$$\frac{R'_r}{s} = X_m$$

Poznat je uslov da potrošač (u ovom slučaju R'_r/s) izvlači maksimalnu snagu iz izvora, kada su njihove impedanse usaglašene tj. jednake. X_m je reaktansa magnećenja pri nepoznatoj učestanosti napajanja f_{smax} koja će odrediti maksimalni polazni moment.

Iz oglada praznog hoda je poznata reaktansa magnećenja:

$$X_m^{50} = \frac{U_{sf}}{I_{sf0}}$$

ali za nazivnu frekvenciju napajanja 50 [Hz] za koju se daje struja praznog hoda ukoliko drugačije nije naglašeno, dok u slučaju maksimalnog momenta frekvencija napajanja iznosi:

$$L_m = \frac{X_m}{f_{smax}} = \frac{X_m^{50}}{f_{sn}} = \frac{X_m^{50}}{50} \Rightarrow$$

$$f_{smax} = \frac{X_m}{X_m^{50}} \cdot 50 = \frac{R'_r}{s} \frac{I_{sf0}}{U_{sf}} \cdot 50 = 0,6 \cdot \frac{9}{\frac{380}{\sqrt{3}}} \cdot 50 = 1,2306 [Hz]$$

Prema tome, maksimalna vrednost polaznog momenta uz ograničenje izlazne struje pretvarača na 25 A na osnovu datih i dobijenih podataka iznosi:

$$M_{pmax} = \frac{3 \cdot R'_r}{\Omega_s} \cdot \frac{X_m^2}{2 \cdot X_m^2} I_{sf}^2 = \frac{3 \cdot R'_r \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot f_{smax}} \cdot \frac{I_{sf}^2}{2} = \frac{3 \cdot 0,6 \cdot 2}{2 \cdot \pi \cdot 1,23} \cdot \frac{25^2}{2} = 145,5685 [Nm]$$

Zadatak 56. Odrediti koliki otpor treba uključiti u kolo rotora trofaznog asinhronog motora sa namotanim rotorom da bi pri prelasku motora na rad u režim kočnice dobili elektromagnetni kočioni moment jednak 130 % nazivnog momenta, ako je brzina u početku kočenja bila nazivna. Podaci motora su: nazivna snaga 16 [kW]; nazivni napon 380 [V]; nazivna brzina obrtanja 718 [min^{-1}]; omski otpor statora po fazi 0,26 [Ω]; reaktansa rasipanja po fazi statora 0,354 [Ω]; omski otpor rotora po fazi 0,105 [Ω]; reaktansa rasipanja po fazi rotora 0,24 [Ω]; prenosni odnos stator/rotor 1,63; sprega Y; frekvencija mreže 50 [Hz].

Rešenje:

Klizanje u trenutku prespajanja na režim kočnice (zamenom dve faze napajanja statora) iznosi:

$$s_{koc} = \frac{n_s + n_n}{n_s} = \frac{750 + 718}{750} = \frac{1468}{750} = 1,957 []$$

Naime, zamenom dve faze napajanja motora obrtno polje će gotovo trenutno promeniti smer obrtanja dok će usled relativno velike mehaničke vremenske konstante (mehaničke inercije obrtnih masa) rotor nastaviti da se vrti istom brzinom. Tražena vrednost elektromagnetnog kočionog momenta određuje se iz uslova zadatka:

$$M_{koc} = 1,3 \cdot M_n = 1,3 \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P_n}{n_n} = \frac{1,3 \cdot 30 \cdot 16000}{\pi \cdot 718} = 276,637 [Nm]$$

Vrednost elektromagnetnog kočionog momenta nalazi se iz relacije:

$$M_{koc} = \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot \frac{R'_{r\Sigma}}{s_{koc}} \cdot I_{rf}^2 = \frac{3 \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot f_s} \cdot \frac{R'_{r\Sigma}}{s_{koc}} \cdot \frac{U_{sf}^2}{\left(R_s + \frac{R'_{r\Sigma}}{s_{koc}}\right)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}$$

gde je uvaženo da je u kolo rotora dodata otpornost radi ograničenja struje odnosno momenta kočenja motora, tako da je ukupan otpor po fazi rotora $R_{r\Sigma}$.

Izjednačavanjem ove dve vrednosti momenta i postupnim rešavanjem dobija se relacija za izračunavanje svedene ukupne vrednosti rotorske aktivne otpornosti:

$$\left(R_s + \frac{R'_{r\Sigma}}{s_{koc}}\right)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2 = \frac{3 \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot f_s} \cdot \frac{R'_{r\Sigma}}{s_{koc}} \cdot \frac{U_{sf}^2}{M_{koc}} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{R'_{r\Sigma}}{s_{koc}}\right)^2 + 2 \cdot \frac{R'_{r\Sigma}}{s_{koc}} \cdot R_s - \frac{3 \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot f_s} \cdot \frac{R'_{r\Sigma}}{s_{koc}} \cdot \frac{U_{sf}^2}{M_{koc}} + R_s^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2 = 0 \Rightarrow$$

$$R'_{r\Sigma}{}^2 + R'_{r\Sigma} \left(2 \cdot R_s \cdot s_{koc} - \frac{3 \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot f_s} \cdot \frac{U_{sf}^2}{M_{koc}} \cdot s_{koc} \right) + s_{koc}^2 \cdot [R_s^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2] = 0$$

Relacija je kvadratna jednačina u kojoj pojedini članovi imaju sledeće brojčane vrednosti:

$$\left(2 \cdot R_s \cdot s_{koc} - \frac{3 \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot f_s} \cdot \frac{U_{sf}^2}{M_{koc}} \cdot s_{koc} \right) = 2 \cdot 0,26 \cdot 1,957 - \frac{3 \cdot 4}{2 \cdot \pi \cdot 50} \cdot \frac{220^2}{276,637} \cdot 1,957 = -12,061$$

$X'_{jr} = m^2 \cdot X_{jr} = 1,63^2 \cdot 0,24 = 0,638[\Omega]$ (ovde je koeficijent transformacije m jednak datom prenosnom odnosu jer je sprega stator/rotor Y_Y)

$$s_{koc}^2 \cdot [R_s^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2] = 1,957^2 \cdot [0,26^2 + (0,354 + 0,638)^2] = 4,028$$

Prema tome vrednost svedene ukupne rotorske omske otpornosti nalazi se kao rešenje kvadratne jednačine:

$$R'_{r\Sigma}{}^2 - 12,061 \cdot R'_{r\Sigma} + 4,028 = 0 \Rightarrow$$

$$R'_{r\Sigma 1/2} = \frac{12,061 \pm \sqrt{12,061^2 - 4 \cdot 4,028}}{2} = \frac{12,061 \pm 11,373}{2} = \begin{cases} 11,717[\Omega] \\ 0,344[\Omega] \end{cases}$$

Uzima se veća vrednost otpornosti, pošto se sa njom dobija manja vrednost struje tokom procesa kočenja. Iz tog proizlazi da je vrednost ukupne rotorske omske otpornosti (sa rotorske strane):

$$R_{r\Sigma} = \frac{R'_{r\Sigma}}{m^2} = \frac{11,717}{1,63^2} = 4,410[\Omega]$$

Na kraju vrednost tražene dodatne otpornosti dobija se iz relacije:

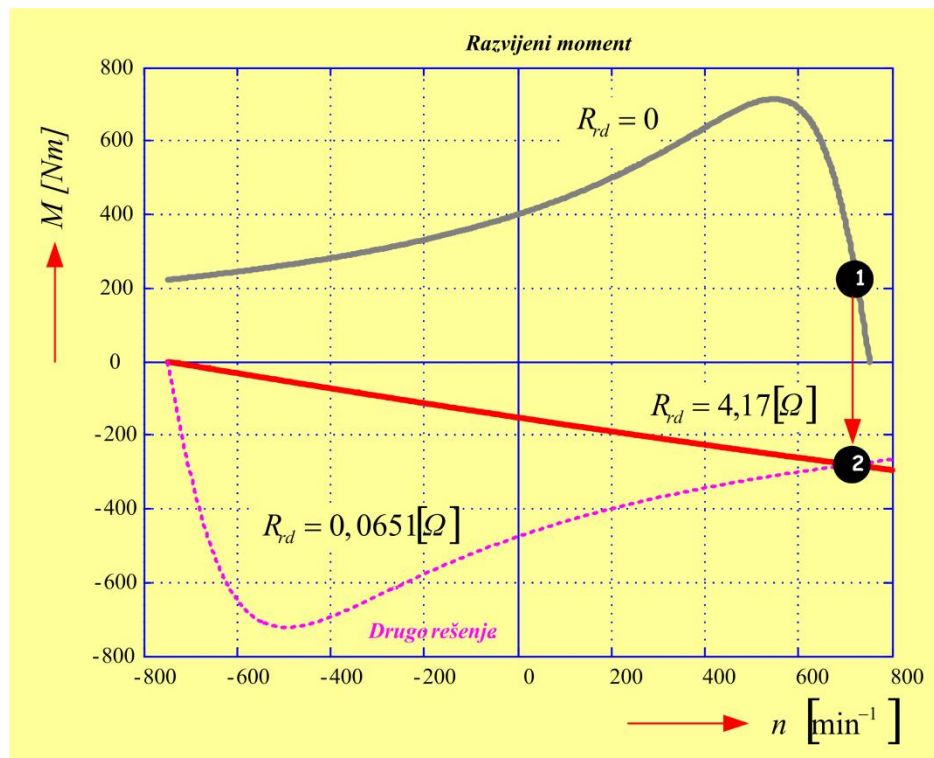
$$R_{rd} = R_{r\Sigma} - R_r = 4,410 - 0,24 = 4,17[\Omega]$$

Druga moguća vrednost tražene dodatne otpornosti iznosi:

$$R_{rd2} = \frac{R'_{r\Sigma 2}}{m^2} - R_r = \frac{0,344}{1,63^2} - 0,24 = 0,0651[\Omega]$$

Uporedni prikaz statičkih mehaničkih karakteristika asinhronne mašine u posmatranom motornom i kočionom režimu rada prikazan je na slici 56.1. Pri tome su date mehaničke karakteristike mašine u kočionim režimima sa obe moguće vrednosti dodatnih otpora u kolu rotora (punom linijom sa većim dodatnim otporom i isprekidanom sa manjim dodatnim rotorskim otporom). Za veliku dodatnu otpornost $R_{rd} = 4,17 \Omega$, mehanička karakteristika postaje veoma meka, odnosno ima mali nagib, pa se ne uočava karakteristični oblik mehaničke karakteristike asinhronne mašine već ona u posmatranom području brzine ima oblik prave. Posebno su naznačene stacionarne radne tačke pre (tačka 1) i posle (tačka 2) prebacivanja u kočioni režim. Moment motora gotovo

odmah menja smer zbog relativno brze dinamike električnih promena (promena struje) u odnosu na sporu dinamiku mehaničkih promena (promena brzine).



Slika 56.1. Mehaničke karakteristike mašine u motornom i kočionom režimu rada.

Zadatak 57. Trofazni šestopolni asinhroni motor ima stator spregnut u zvezdu i sledeće podatke i parametre ekvivalentne šeme: $R_s = 0,2 \, \Omega$, $R'_r = 0,2$, $X_{js} = X'_{jr} = 0,5 \, \Omega$, $380 \, \text{V}$, $50 \, \text{Hz}$, $s_n = 3 \, \%$. Motor je priključen na nominalni napon i opterećen nazivnim momentom. Odrediti:

- Nazivni moment i struju.
- Moment i struju motora kada nastane prekid jedne faze pod pretpostavkom da brzina obtanja ostane nazivna.
- Brzinu i struju kada nastane prekid jedne faze, a moment opterećenja ostane jednak nazivnom.

Rešenje:

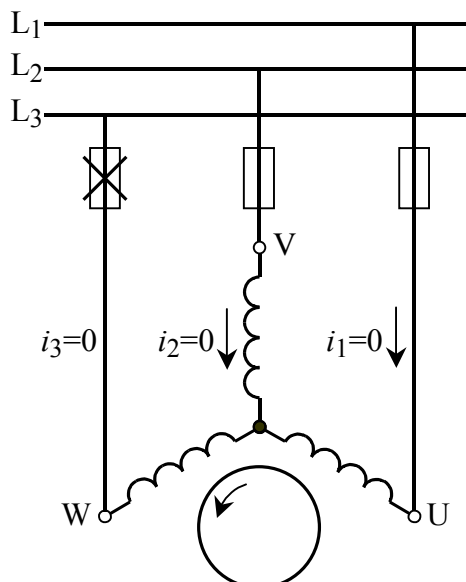
a) Zanemarena je poprečna grana u ekvivalentnoj šemi ($R_m = \infty$ i $X_m = \infty$). Na osnovu ekvivalentne šeme za nominalno klizanje dobija se nominalna struja:

$$I_n = \frac{U_{fn}}{\sqrt{\left(R_s + \frac{R'_r}{s_n}\right)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}} = \frac{380/\sqrt{3}}{\sqrt{\left(0,2 + \frac{0,2}{0,03}\right)^2 + (0,5 + 0,5)^2}} = 31,6 \, \text{A}$$

Pošto je $I_s = I'_r = I_n$, nominalni moment, iznosi:

$$M_n = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{3 \cdot I_n^2 \cdot R'_r}{s_n \cdot n_s} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{3 \cdot 31,6^2 \cdot 0,2}{0,03 \cdot 1000} = 190,7 \, \text{Nm}$$

b) Kad dođe do prekida jedne faze (npr. pregori osigurač) trofazni motor dalje radi u jednofaznom režimu (sl. 57.1).



Slika 57.1. Trofazni motor u jednofaznom režimu rada.

Budući da se radi o nesimetričnom režimu, struje faznih namota se mogu prikazati pomoću simetričnih komponenti:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1d} + \underline{I}_{1i} + \underline{I}_0$$

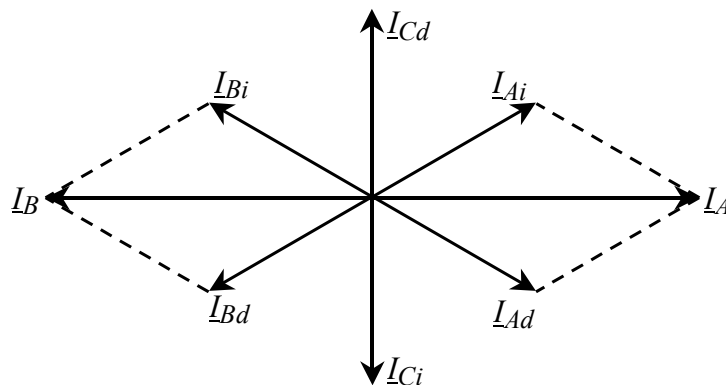
$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{2d} + \underline{I}_{2i} + \underline{I}_0$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{3d} + \underline{I}_{3i} + \underline{I}_0$$

Nulta komponenta jednaka je nuli:

$$\underline{I}_0 = \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3) = 0$$

jer je $\underline{I}_1 = -\underline{I}_2$ i $\underline{I}_3 = 0$.



Slika 57.2. Fazorski dijagram struja trofaznog motora kad radi u jednofaznom režimu.

Naponi po fazama A i B jednaki su:

$$\underline{U}_U = \underline{U}_{Ud} + \underline{U}_{Ui} = \underline{I}_{1d} \underline{Z}_d + \underline{I}_{2i} \underline{Z}_i$$

$$\underline{U}_V = \underline{U}_{Vd} + \underline{U}_{Vi} = \underline{I}_{2d} \underline{Z}_d + \underline{I}_{2i} \underline{Z}_i$$

gdje su $\underline{Z}_d$ i $\underline{Z}_i$ ukupne impedanse motora direktnog i inverznog redosleda pri zadanom klizanju. Linijski napon na stezaljkama motora $\underline{U}_{UV}$ (na koji je motor priključen u jednofaznom režimu, pri ispadu jedne faze, ovde W) jednak je:

$$\underline{U}_{UV} = \underline{U}_U - \underline{U}_V = (\underline{I}_{1d} - \underline{I}_{2d}) \cdot \underline{Z}_d + (\underline{I}_{1i} - \underline{I}_{2i}) \cdot \underline{Z}_i$$

Na osnovu fazorskog dijagrama (sl. 57.2) sledi:

$$\underline{U}_{UV} = \underline{I}_1 \cdot (\underline{Z}_d + \underline{Z}_i)$$

to znači da se ekvivalentna šema trofaznog motora koji radi bez jedne faze može prikazati kao redna veza dve ekvivalentne šeme od kojih jedna predstavlja motorski režim $-\underline{Z}_d$, a druga režim kočnice $-\underline{Z}_i$ (sl. 1.3). Ekvivalentna šema je prikazana na slici 57.3.

Zaključujemo da kada dođe do prekida faze u sprezi zvezda struja motora je:

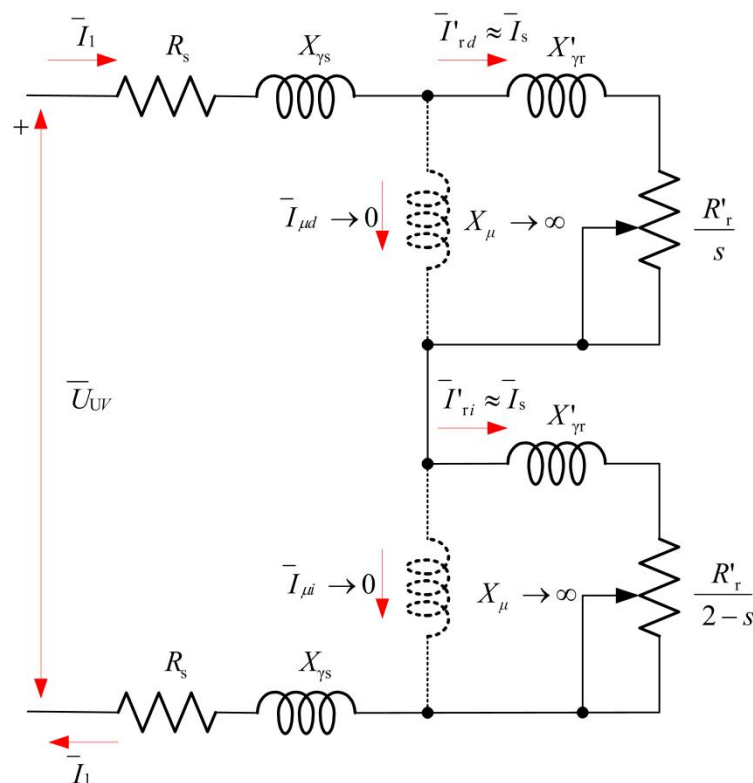
$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{U}_{UV}}{\bar{Z}_d + \bar{Z}_i}$$

gde su Z_d i Z_i impedanse pri napajanju simetričnim trofaznim naponima direktnog i inverznog redosleda. Impedansa Z_i se razlikuje od Z_d po tome što u njoj kao klizanje figuriše umesto klizanja s , klizanje u odnosu na inverzno polje koje je $2-s$. Pri mirovanju rotora ($s=1$) ove dve impedanse su jednake.

Pošto zanemarujemo granu magnetisanja, struja koju iz mreže uzima motor kojem je jedan fazni dovod prekinut za klizanje $s=s_n$ iznosi:

$$I_{s1} = \frac{U_{AB}}{\sqrt{\left(2R_s + \frac{R'_r}{s_n} + \frac{R'_r}{2-s_n}\right)^2 + (2X_{\gamma s} + 2X'_{\gamma r})^2}}$$

$$I_{s1} = \frac{380}{\sqrt{\left(2 \cdot 0,2 + \frac{0,2}{0,03} + \frac{0,2}{2-0,03}\right)^2 + (2 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,5)^2}} = 51,1 \text{ A}$$



Slika 57.3. Ekvivalentna šema trofaznog motora kad radi u jednofaznom režimu. Snaga obrtnog polja iznosi:

$$P_{obd} = I_{r1}'^2 \frac{R'_r}{s_n} = 51,1^2 \cdot \frac{0,2}{0,03} = 17408 \text{ W}$$

za direktni sistem

$$P_{obi} = I_{r1}'^2 \frac{R'_r}{2-s_n} = 51,1^2 \cdot \frac{0,2}{2-0,03} = 266 \text{ W}$$

za inverzni sistem,

gde je $I'_{r1}=I_{s1}$. U izrazima za snagu obrtnog polja treba primetiti da nema faktora 3 jer je u pitanju monofazan rad motora. Moment koji trofazni motor razvija u jednofaznom radu rezultanta je direktnog momenta M_d koji obrće rotor i inverznog M_i koji deluje suprotno od smera obrtanja:

$$M_1 = M_d - M_i = \frac{30}{\pi} \frac{P_{obd} - P_{obi}}{n_s}$$

Razvijeni moment pri brzini $n=n_n$ iznosi:

$$M_1 = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{17408 - 266}{1000} = 163,7 \text{ Nm}$$

Vidimo da kod nominalnog klizanja motor razvija moment manji od nominalnog.

c) Ako je opterećenje na vratilu konstantno onda će klizanje porasti, da bi motor razvio traženi moment. Pod pretpostavkom da se moment menja linearno s klizanjem, klizanje pri nominalnom opterećenju približno iznosi:

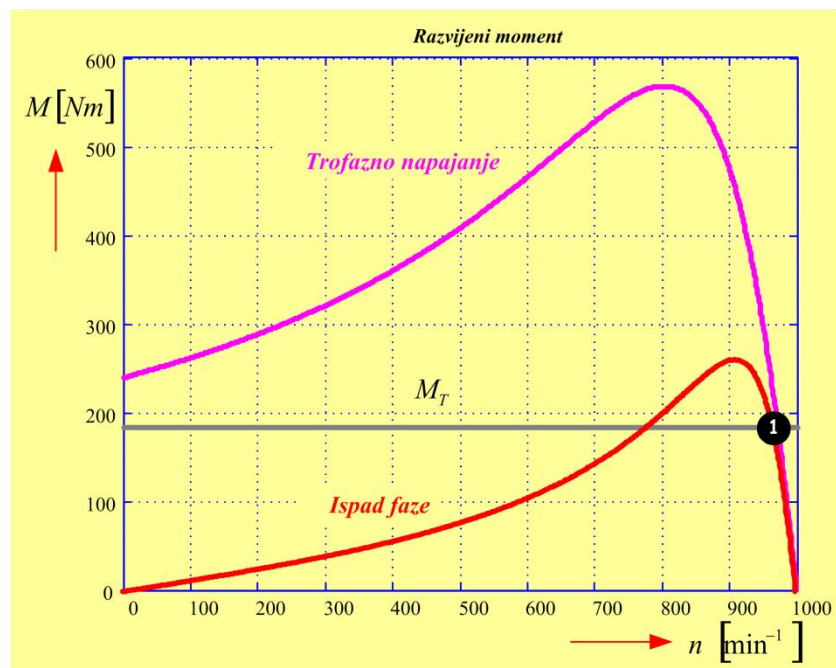
$$s'_n = s_n \cdot \frac{M_n}{M_1} = 0,03 \cdot \frac{190,7}{163,7} = 0,035 = 3,5 \%$$

Struja koju motor pri tom uzima iz mreže je:

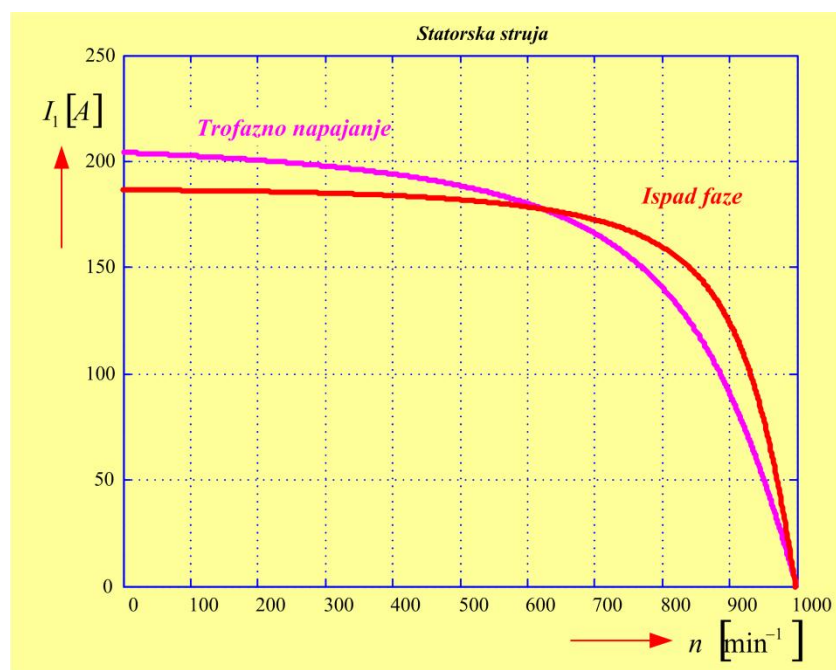
$$I' = \frac{380}{\sqrt{\left(2 \cdot 0,2 + \frac{0,2}{0,035} + \frac{0,2}{2 - 0,035}\right)^2 + (2 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,5)^2}} = 58,2 \text{ A}$$

Struja trofaznog motora opterećenog konstantnim momentom pri prekidu jednog napojnog provodnika raste na približno $2 \cdot I_n$. Zaključak iz b) i c) je da motor može da radi pri takvom napajanju bez opasnosti od pregrevanja ako je opterećen sa $50 \div 60 \%$.

Momentne karakteristike datog trofaznog motora kada je napajan trofazno i kada radi na dve faze (ispad jedne faze) prikazane su na slici 57.4. Na slici 57.5. je data zavisnost struje statora motora od brzine obrtanja, kada se napaja trofazno i monofazno.



Slika 57.4. Razvijeni moment trofaznog asinhronog motora u zavisnosti od brzine obrtanja, pri trofaznom i monofaznom napajanju.

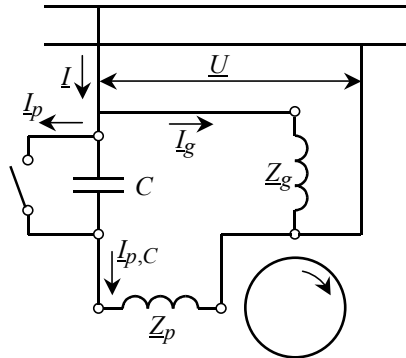


Slika 57.5. Zavisnost struje trofaznog asinhronog motora od brzine obrtanja pri trofaznom i monofaznom napajanju.

Zadatak 58. Monofazni kondenzatorski motor 2,5 kW, 220 V, 50 Hz ima sledeće impedanse namotaja pri startu (pri zakočenom rotoru):

- glavna faza: $Z_g = R_g + jX_g = 15,1 + j12,4 \Omega$.
- pomoćna faza: $Z_p = R_p + jX_p = 31,9 + j11,7 \Omega$.

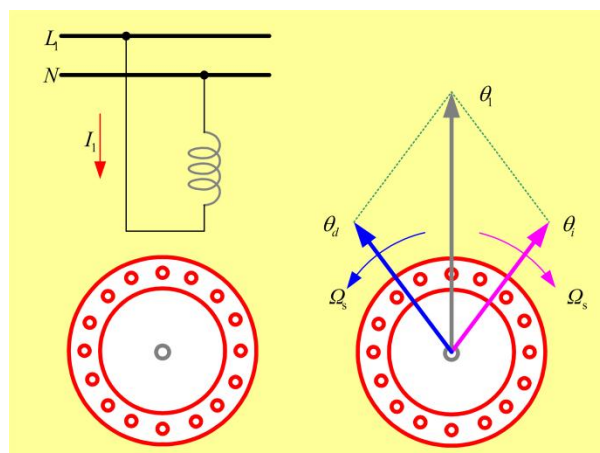
Kolika je kapacitivnost kondenzatora koji treba vezati na red sa pomoćnom fazom da bi se pri startu imao fazni pomeraj između struja glavne i pomoćne faze od 90° (da bi se dobilo približno simetrično polje)?



Slika 58.1. Šema veze jednofaznog motora.

Rešenje:

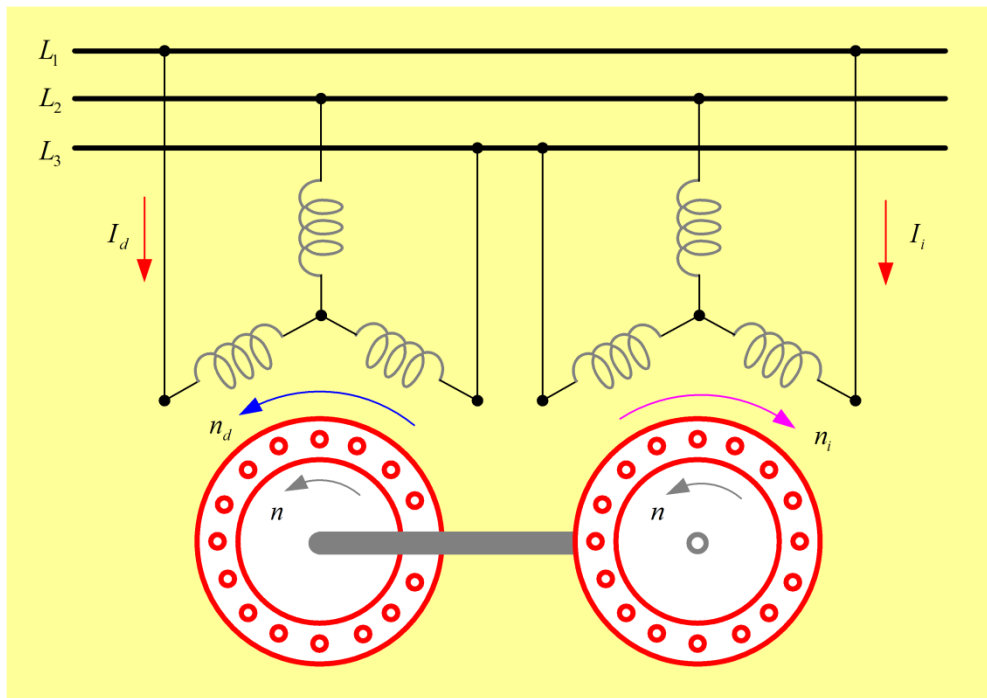
Principijelna šema čistog jednofaznog asinhronog motora je prikazana na slici 58.2. Kada se namotaj indukta priključi na naizmenični napon kroz njega protiče struja koja stvara pulsirajuće polje. Ovo polje se može razložiti na dva suprotno rotirajuća polja (Leblanova teorema). Rotor će da stoji jer ova dva polja stvaraju momente istog intenziteta, a suprotnog smera. Rotor se može mehanički pokrenuti u jednu stranu. Tada se smanji učestanost struje rotora koja obrazuje polje sa tim smerom obrtanja (direktno polje), čime se smanji induktivna otpornost a poraste aktivna komponenta struje, koja nastavlja dalje da ubrzava rotor. Sa komponentom struje koja obrazuje polje u suprotnom smeru (inverzno polje) od smera mehaničkog pokretanja dešava se sve isto, ali u obrnutom smislu. Učestanost struja rotora koje formiraju polje sa suprotnim smerom obrtanja raste, raste induktivni otpor, te pada aktivna komponenta struje. Zaključak je da čim se motor pokrene iz stanja mirovanja preovladava jedno obrtno polje motor razvija moment, kojim se može savladati opterećenje i nastaviti obrtanje.



Slika 58.2. Principijelna šema čistog jednofaznog asinhronog motora.

Jednofazni asinhroni motor se može predstaviti sa dva trofazna motora kod kojih su rotori mehanički povezani vratilom a njihovi statorski namotaji su priključeni na trofaznu mrežu s različitim redosledom priključaka (slika 58.3). Jednofazni asinhroni motor se ne može sam pokrenuti jer su

vrednosti elektromagnetnih momenata koji se stvaraju u fiktivnim trofaznim motorima suprotnih smerova jednaki.



Slika 58.3. Predstavljanje monofaznog asinhronog motora sa dva trofazna.

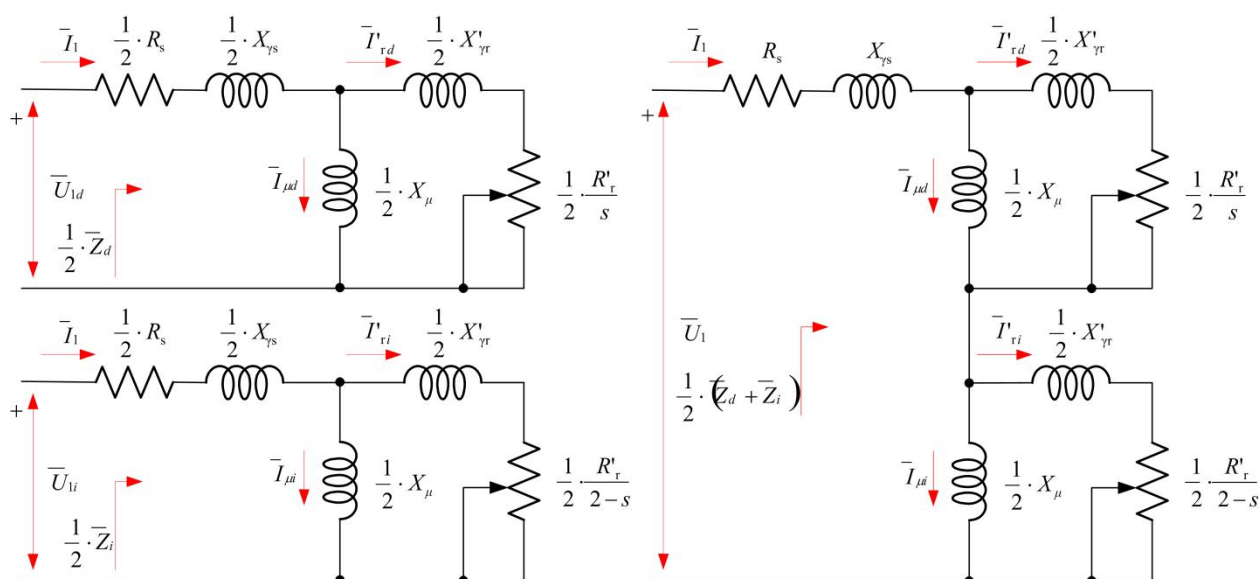
U odnosu na oba polja, direktno i inverzno, definiše se klizanje. Klizanje prema direktnom polju je:

$$s_d = \frac{n_s - n}{n_s} = s$$

Klizanje prema inverznom polju je:

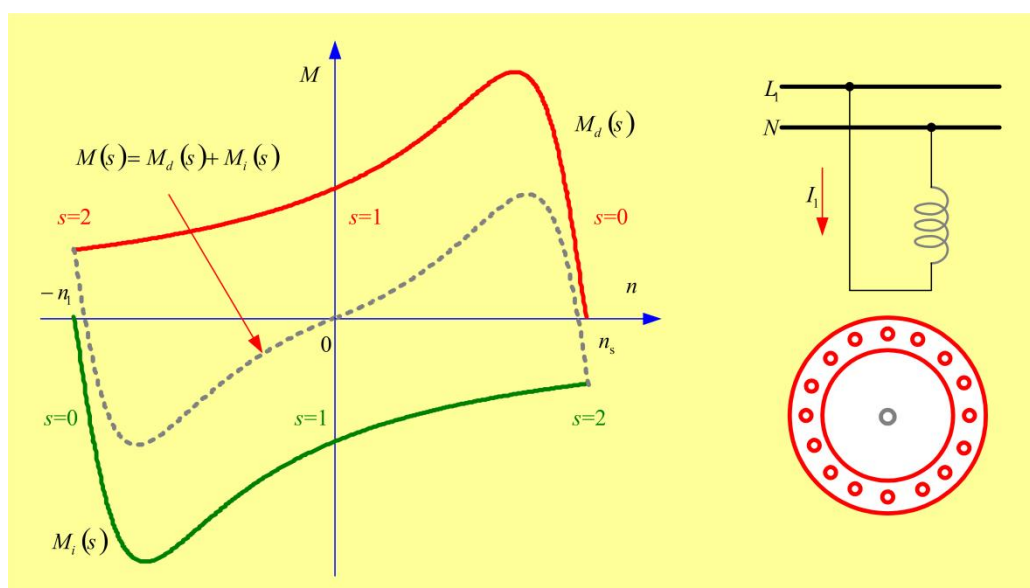
$$s_i = \frac{-n_s - n}{-n_s} = 2 - s$$

Stoga se ekvivalentna šema jednofaznog asinhronog motora dobija spajanjem na red ekvivalentnih šema dva trofazna motora, gde jedan kliže prema direktnom, a drugi prema inverznom polju (slika 58.4).



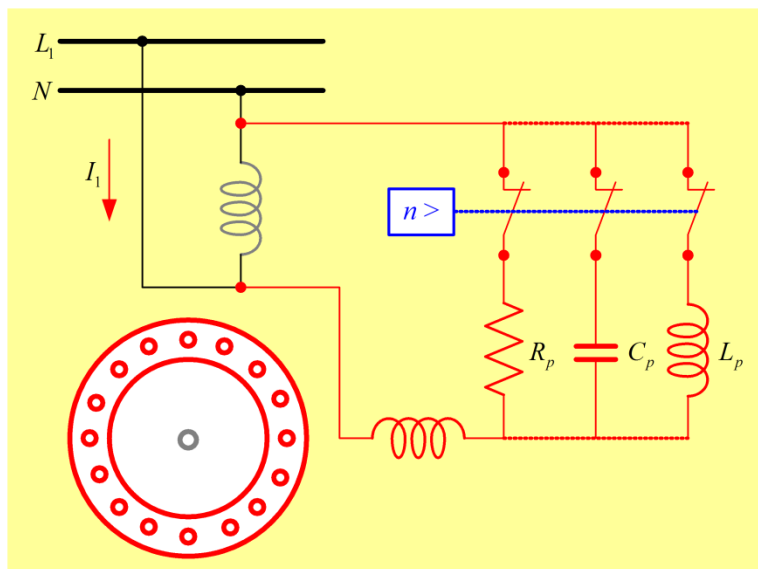
Slika 58.4. Ekvivalentna šema jednofaznog asinhronog motora.

Mehanička karakteristika jednofaznog motora dobija se sabiranjem elektromagnetnih momenata nastalih usled direktnog i inverznog magnetnog polja za opseg klizanja od $s=0$ do $s=2$. Mehanička karakteristika je prikazana na slici 58.5, gde je očigledno odsustvo polaznog momenta jednofaznog motora. Takođe se može uočiti da za istu snagu jednofazni motor ima veće nominalno klizanje od trofaznog.



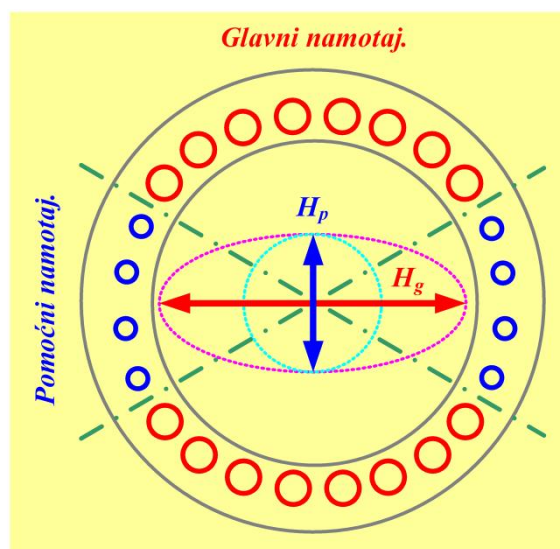
Slika 58.5. Mehanička karakteristika jednofaznog asinhronog motora.

Jednofazni asinhroni motor je moguće pokrenuti ako u motoru nastane resultantno obrtno polje. Da bi se izbeglo mehaničko pokretanje jednofaznog motora koristi se pomoćna faza, koja je prostorno pomena prema glavnoj fazi. Fazni pomaci struja kroz fazne namotaje ostvaruju se dodavanjem: otpornika, kondenzatora ili prigušnice (predspojna naprava) u pomoćnu fazu (slika 58.6).



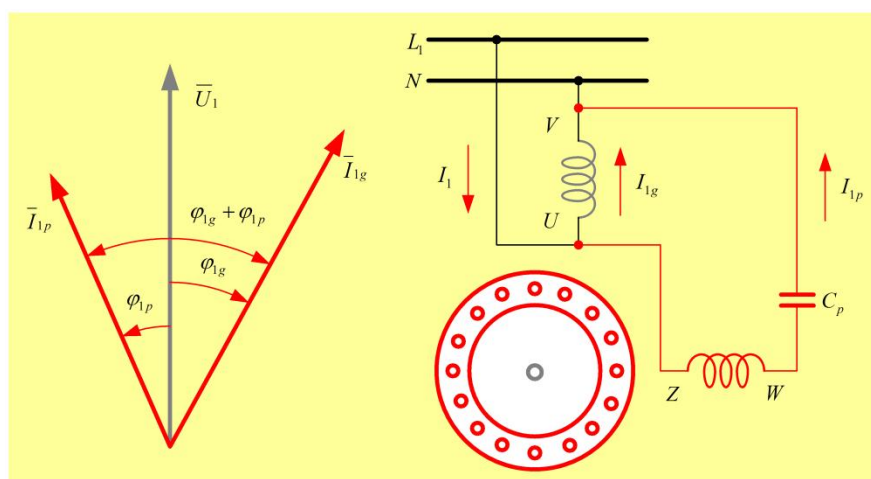
Slika 58.6. Jednofazni asinhroni motor sa dodatim otpornikom, kondenzatorom ili prigušnicom u kolu pomoće faze.

Struje glavnog i pomoćnog namotaja koje su međusobno fazno pomerene proizvode elipsoidno polje. Elipsoidno polje je obrtno polje, kojem se menja intenzitet. Elipsoidno polje poseduje kružnu komponentu koja će obrtati rotor, što je prikazano na slici 58.7.



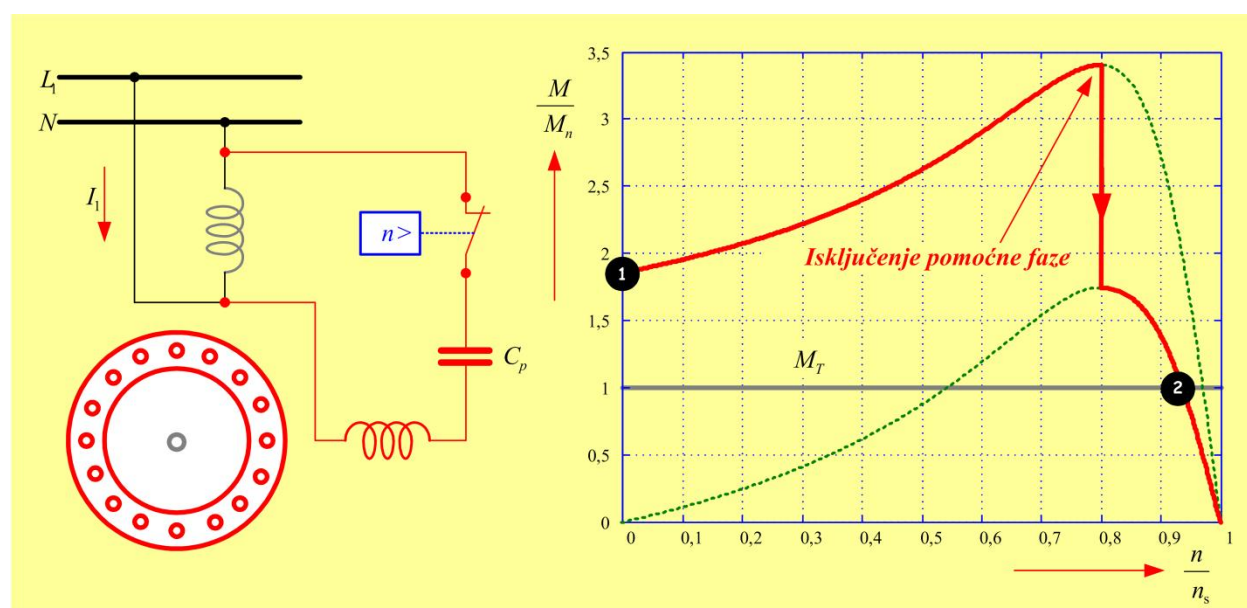
Slika 58.7. Stvaranje resultantnog elipsoidnog polja kod jednofaznog asinhronog motora.

Strujno kolo pomoćnog namotaja mora imati drugačiji karakter impedanse u odnosu na glavni namotaj. Tada je faza struje kroz pomoćni namotaj različita od faze struje kroz glavni namotaj. Impedansom u pomoćnoj fazi potrebno je postići što veću faznu razliku između struja glavne i pomoćne faze, po mogućstvu 90° . Fazorski dijagram kondanzatorskog motora je nacrtan na slici 58.8.



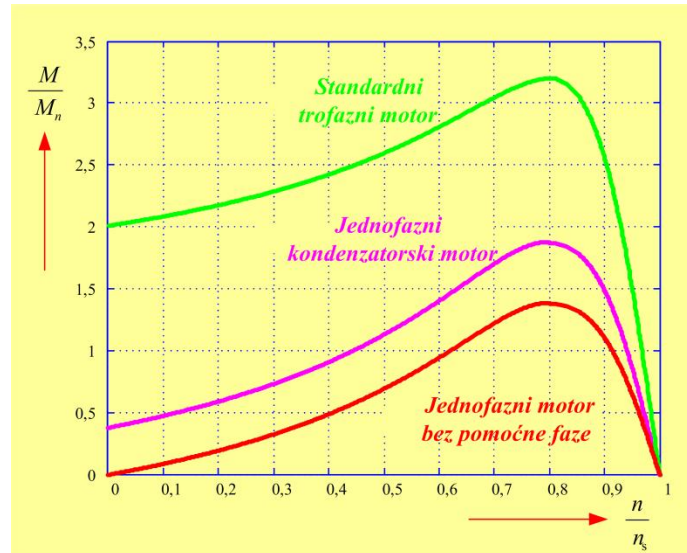
Slika 58.8. Fazorski dijagram struja kondenzatorskog motora.

Mehanička karakteristika jednofaznog motora sa dodatnim kondenzatorom u pomoćnoj fazi prikazana je na slici 58.9. Pomoćni namotaj se može isključiti posle zaleta, i tada govorimo o startnom pomoćnom namotaju i startnom kondenzatoru. Prelaz sa mehaničke karakteristike motora kada je uključena pomoćna faza na karakteristiku pri isključenoj pomoćnoj fazi sa dodatim kondenzatorom jasno je naznačen na slici 58.9. Takođe kondenzator može biti trajno uključen da poboljša radne i polazne karakteristike jednofaznih motora i da ih približi karakteristikama trofaznih motora. Tada se govori o pogonskom kondenzatoru u pomoćnoj fazi i o pomoćnom radnom namotaju. Uporedni prikaz mehaničkih karakteristika jednofaznih i trofaznih motora dat je na slici 58.10.

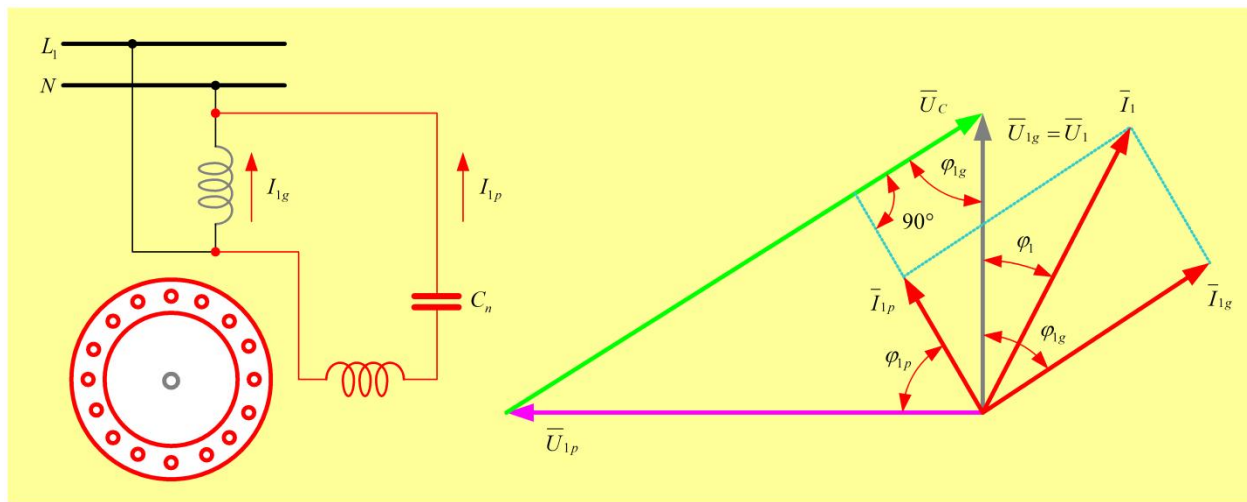


Slika 58.9. Mehanička karakteristika jednofaznog motora sa dodatnim kondenzatorom u pomoćnoj fazi.

Napon na kondenzatoru je znatno veći od napona na koji se priključuje motor. Za motor priključnog napona 230 V mora se odabrati kondenzator nazivnog napona 450 V – 550 V. Ova činjenica je jasno uočljiva ako se nacrti fazorski dijagram napona i struja jednofaznog motora sa kondenzatorom u pomoćnoj fazi, prikazan na slici 58.11.



Slika 58.10. Uporedni prikaz mehaničkih karakteristika jednofaznih i trofaznih asinhronih motora.



Slika 58.11. Fazorski dijagram napona i struja jednofaznog motora sa kondenzatorom u pomoćnoj fazi.

Kapacitet kondenzatora za trajan rad proračunava se tako da se u motoru obezbedi simetrično obrtno polje najčešće za nazivno opterećenje. Pri nekom drugom opterećenju polje neće biti simetrično. Za startni kondenzator koji je predviđen da bude uključen samo prilikom zaletanja, kapacitet se najčešće bira tako da obezbedi simetrično obrtno polje prilikom startovanja, odnosno pri mirujućem rotoru (kao što je traženo u ovom zadatku). Vrednost kapaciteta kondenzatora za trajan rad iznosi otprilike $25\text{--}55 \mu\text{F} / \text{kW}$ snage motora koji se priključuje na mrežu napona 230 V. Kapacitet mora da obezbedi: napone glavne i pomoćne faze (namotaja) međusobno pomerene za 90° , da struje u glavnoj i pomoćnoj fazi proizvode istu magnetopobudnu silu, da struje u fazama imaju isti fazni pomak u odnosu na napone, i da su obe faze predviđene za trajan rad dimenzionisane za jednaku snagu.

Nakon teorijskog uvida može se pristupiti rešavanju zadatka. U datom slučaju struja glavne faze kasni za naponom za ugao:

$$\varphi_g = \arg \tan \left(\frac{X_g}{R_g} \right) = \arg \tan \left(\frac{12,4}{15,1} \right) = \arg \tan(0,82119) = 39,3925[^\circ]$$

Ako fazni pomeraj između struja glavne i pomoćne faze pri startu iznosi 90° , to znači da se pri startu stvara u motoru simetrično obrtno polje, odnosno važi:

$$\varphi_{gp} = \varphi_g - \varphi_p = 90^\circ$$

Prema tome, početna faza struje u pomoćnoj fazi treba da iznosi:

$$\varphi_p = \varphi_g - 90 = 39,3925 - 90 = -50,6074^\circ$$

Ukupna impedansa kola pomoćne faze sa dodatim kondenzatorom iznosi:

$$\bar{Z}_u = R_p + j \cdot (X_p + X_C)$$

Struja pomoćne faze sa dodatnim kapacitetom, treba u odnosu na napon da prednjači za izračunati ugao:

$$\varphi_p = \arg \tan \left(\frac{X_p + X_C}{R_p} \right) = -50,6074^\circ$$

Iz toga sledi da kapacitet dodatnog kondenzatora treba da iznosi:

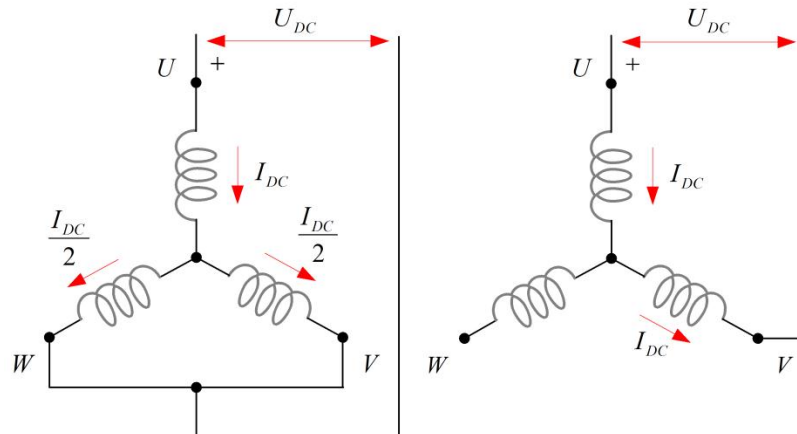
$$\frac{X_p + X_C}{R_p} = \tan(\varphi_p) = \tan(-50,6074) = -1,21774$$

$$X_C = R_p \cdot \tan(\varphi_p) - X_p = 31,9 \cdot (-1,21774) - 11,7 = -50,5459 [\Omega]$$

$$C = -\frac{1}{\omega \cdot X_C} = -\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot X_C} = -\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot (-50,5459)} = 62,9743 \cdot 10^{-6} [F] = 62,9743 [\mu F]$$

Izborom kondenzatora simetrično obrtno polje se može podesiti samo u jednom režimu (na primer u nazivnom ili u polaznom), dok se onda u svim ostalima javlja inverzno polje i pripadajući gubici.

Zadatak 69. Odrediti napon izvora potrebnog da se ostvari kočenje asinhronog motora jednosmernom strujom u spojevima datim na slici 59.1a i b, ako se želi postići ista vrednost indukcije kao u praznom hodu motora. Parametri motora su: 380 V, 50 Hz, Y, $R_s = 0,227 \, \Omega$, $R'_r = 0,125 \, \Omega$, $X_{js} = 0,512 \, \Omega$, $X'_{jr} = 0,769 \, \Omega$, $X_m = 9,86 \, \Omega$. Da li će takvim izborom napona vrednost indukcije tokom kočenja zaista biti jednaka onoj koja se ima u radu motora u režimu praznog hoda?



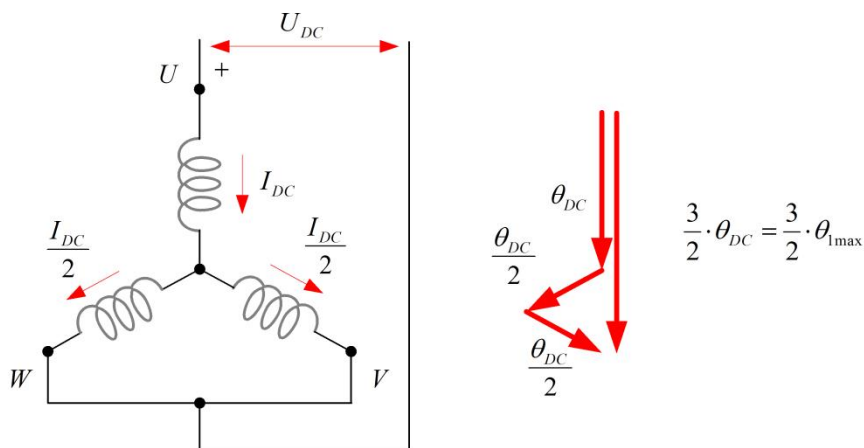
Slika 59.1. Šeme spoja statorskih namota kod kočenja jednosmernom strujom.

Rešenje:

a) Ovaj raspored struja odgovara situaciji– kod normalnog rada motora (pri trofaznom napajanju, sa trofaznim naizmeničnim strujama)– kad je struja u fazi U maksimalna $-I_m$, dok su struje u preostale dve faze (V i W, na slici 59.1) jednake $I_m/2$. Na slici 59.2 prikazan je vektorski dijagram za ovaj slučaj. Rezultantana mms , kod koje se vektor nalazi u osi faze U je:

$$\Theta_r = \frac{3}{2} \cdot \Theta_U \quad (59.1)$$

pri tom je $\Theta_U = \Theta_V = \Theta_W$. Dakle, da bi jednosmerna struja stvorila polje magnetne indukcije kao kod praznog hoda treba da bude:



Slika 59.2. Vektorski dijagram magnetopobudnih sila za prvi spoj na sl. 59.1.

$$I_{DC} = \sqrt{2} \cdot I_0$$

dalje, sledi:

$$I_{DC} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_{sf}}{\sqrt{R_s + (X_{js} + X_m)^2}}$$

$$I_{DC} = \frac{\sqrt{2} \cdot 230}{\sqrt{0,227^2 + (0,512 + 9,86)^2}} = \sqrt{2} \cdot 22,17 = 31,35 \text{ A}$$

Napon izvora treba da iznosi:

$$U_{DC} = I_{DC} \cdot \left(R_s + \frac{R_s}{2} \right) = I_{DC} \cdot \frac{3}{2} R_s = 31,35 \cdot \frac{3}{2} \cdot 0,277 = 10,7 \text{ V}$$

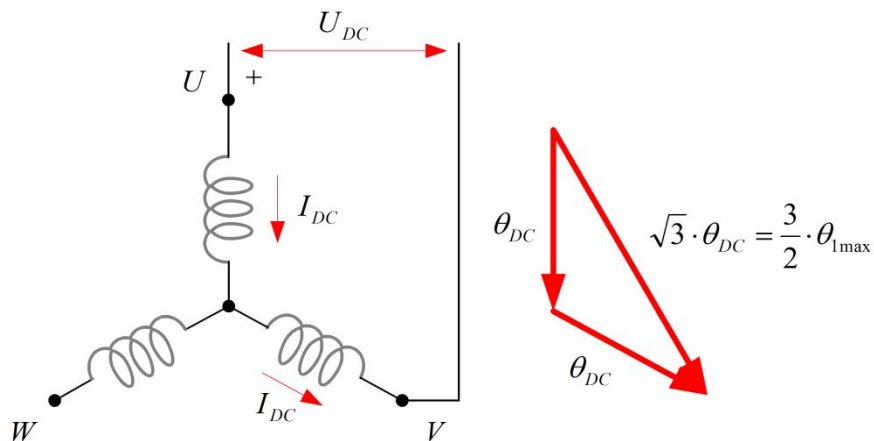
Snaga jednosmernog izvora je:

$$P_{DC} = U_{DC} \cdot I_{DC} = I_{DC}^2 \cdot \frac{3}{2} R_s = 3 \cdot I_0^2 R_s$$

Jednosmerni izvor pokriva samo gubitke toplote u namotu statora. Jasno je da su oni jednaki gubicima u bakru statora kod praznog hoda. Potrebna snaga izvora je:

$$P_{DC} = 10,7 \cdot 31,35 = 335,5 \text{ W}$$

b) Magnetopobudne sile koje stvaraju struje u ovom slučaju nalaze se pod uglom od 60° (ugao nije 120° jer je smer jedne struje suprotan referentnom smeru struje faza). Ako kroz namote u spoju na slici 59.3 protiče struja I_{DC} ukupna *mms* jednaka je:



Slika 59.3. Vektorski dijagram magnetopobudnih sila za drugi spoj na sl. 59.1.

$$\Theta_r = \sqrt{3} \cdot \Theta_U$$

pri čemu je $\Theta_U = \Theta_r$. Da bi indukcija bila jednaka kao u praznom hodu *mms* mora imati vrednost (59.1). Jačina jednosmerne struje treba da iznosi:

$$I_{DC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot I_0 = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot I_0$$

$$I_{DC} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 22,17 = 27,15 \text{ A}$$

Potreban je napon:

$$U_{DC} = I_{DC} \cdot 2R_s = 27,15 \cdot 2 \cdot 0,227 = 12,3 \text{ V}$$

Snaga jednosmernog izvora:

$$P_{DC} = U_{DC} I_{DC} = I_{DC}^2 \cdot 2R_s = 3 \cdot I_0^2 R_s$$

$$P_{DC} = 12,3 \cdot 27,15 = 334 \text{ W}$$

Kinetička energija rotora prilikom kočenja prelazi u toplotu usled prolaza indukovane struje kroz rotorske namote. Ovakvim izborom napona vrednost indukcije tokom kočenja neće biti jednaka onoj koja se ima u radu motora u režimu praznog hoda, pošto ga polje rotora dodatno slabi. Zato struje prilikom kočenja moraju biti veće od izračunatih, čak i iznad nazivne. Uočava se da se radi o malim vrednostima napona što kočenje čini vrlo jednostavnim za realizaciju, naročito u inverterima.