

Univerzitet u Novom Sadu
Fakultet tehničkih nauka

Veran Vasić
Boris Dumnić

ELEKTROENERGETSKI PRETVARAČI

Novi Sad, 2022.

Edicija: „TEHNIČKE NAUKE - UDŽBENICI”

Naziv udžbenika: „ELEKTROENERGETSKI PRETVARAČI”

Autori: Veran Vasić
Boris Dumnić

Recenzenti: dr Bane Popadić, docent Fakulteta tehničkih nauka Univerziteta u Novom Sadu
dr Petar Matić, vanredni profesor Elektrotehničkog fakulteta Univerziteta
u Banjoj Luci

Lektor: Snežana Keco

Izdavač: Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

Glavni i odgovorni urednik:
Prof. dr Srđan Kolaković, dekan Fakulteta tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

Priprema i štampa: FTN - Grafički centar GRID, Trg Dositeja Obradovića 6, Novi Sad

Štampanje odobrio:
Savet za biblioteku i izdavačku delatnost Fakulteta tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

Predsednik Saveta za biblioteku i izdavačku delatnost:
Prof. dr Stevan Stankovski, redovni profesor Fakulteta tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

Autorska prava pripadaju izdavaču

СІР-Каталогізація у публікації
Бібліотека Матице српске, Нови Сад

621.314.2(075.8)

ВАСИЋ, Веран, 1970-

Elektroenergetski pretvarači / Veran Vasić, Boris Dumnić. - 1. izd. - Novi Sad :
Fakultet tehničkih nauka, 2022 (Novi Sad : FTN, Grafički centar GRID). - 218 str. :
ilustr. ; 24 cm. - (Edicija "Tehničke nauke - udžbenici" ; 1023)

Tiraž 500. - Bibliografija.

ISBN 978-86-6022-518-6

1. Думнић, Борис, 1976-
а) Електроенергетика - Претварачи

COBISS.SR-ID 75763465

PREDGOVOR

Ovaj udžbenik namenjen je studentima koji tokom svojih studija imaju potrebu za izučavanjem, sticanjem funkcionalnih znanja i razvojem kompetencija iz oblasti elektromehaničkog pretvaranja energije i električnih mašina. Udžbenik je usklađen sa programom nastave i učenja iz predmeta Elektroenergetski pretvarači koji se izvodi na nekoliko studijskih programa Fakulteta tehničkih nauka, Univerziteta u Novom Sadu. U skladu sa aktuelnim nastavnim planovima Fakulteta, nastava iz predmeta Elektroenergetski pretvarači izvodi se u četvrtom semestru druge godine osnovnih akademskih studija. Elektroenergetski pretvarači predstavljaju fundamentalni kurs iz oblasti elektromehaničkog pretvaranja energije, kao i uvod u kompleksnu oblast električnih mašina koja se detaljno izučava na višim godinama studija na studijskim modulima iz oblasti elektroenergetike. Potreba za pisanjem udžbenika proističe iz neophodnosti dostizanja obrazovnih standarda u predmetnoj oblasti, te želje autora da se studentima ponudi sveobuhvatan materijal koji omogućuje praćenje toka predavanja, a kroz teorijska razmatranja i brojne ilustracije dopunjuje ili pojašnjava sadržaj koji odgovaraju programu predmeta, te dodatno podstiče interesovanje za predmetnu oblast i čitaoc motivise na dalje samostalno učenje.

Celokupno gradivo koje je obrađeno u udžbeniku organizovano je u šest poglavlja. U uvodnom poglavlju diskutuje se o ulozi i primeni električnih mašina, a nakon toga se navode osnovne zakonitosti iz oblasti elektrotehnike merodavne za razumevanje rada elektromehaničkih pretvarača energije. Drugo poglavlje se bavi problematikom elektromehaničke konverzije kroz postavljanje opšteg fizičkog modela električne mašine, definisanje pojedinih podsistema modela električnih mašina, i razmatranje energetskog bilansa. Nakon toga se, u sklopu ovog poglavlja, obrađuju pobudni sistemi i uslovi za razvijanje srednjeg momenta konverzije, da bi se na kraju objasnile pojedine vrste rotacionih električnih mašina. Treće poglavlje obrađuje osnovne karakteristike namotaja, kao i problematiku magnetopobudnih sila električnih mašina. U četvrtom poglavlju obrađuju se sinhronne mašine kroz uvodna razmatranja vezana za konstrukciju, osnovne pojmove i principe rada, da bi se dalje analizirala pitanja proizvodnje i apsorpcije reaktivne energije kao i proizvodnje i potrošnje aktivne energije. Kod sinhronih mašina razmatraju se i fazorski dijagrami, ugaone karakteristike, oblast stabilnog rada, kao i struktura gubitaka i bilans snage. Asinhronne mašine se obrađuju u petom poglavlju, i to najpre kroz uvodna razmatranja vezana za konstrukciju i princip rada, da bi se, potom, obradila i ekvivalentna šema. U nastavku se razmatraju karakteristična stanja praznog hoda i kratkog spoja, struktura gubitaka, bilans snage, mehanička karakteristika, kao i problematika upravljanja brzinom asinhronne mašine. U šestom poglavlju obrađuju se mašine za jednosmernu struju kroz uvodna razmatranja vezana za konstrukciju, osnovne pojmove i principe rada, da bi se dalje definisao matematički model i detaljnije razmatrali pojedini tipovi mašina prema načinu pobuđivanja.

Novi Sad, septembar 2022.

Veran Vasić
Boris Dumnić

SADRŽAJ

1. UVOD	1
1.1. Uloga i primena električnih mašina.....	3
1.2. Osnovna znanja merodavna za razumevanje rada električnih mašina.....	4
1.2.1. Amperov zakon.....	5
1.2.2. Magnetna svojstva sredine.....	7
1.2.3. Magnetni fluks	10
1.2.4. Lorencov zakon.....	12
1.2.5. Faradejev zakon elektromagnetne indukcije.....	13
1.2.6. Sila na provodnik sa strujom.....	14
1.2.7. Ilustracija generatorskog režima rada	15
1.2.8. Ilustracija motorskog režima rada.....	16
1.2.9. Magnetno kolo	17
1.2.9.1. Magnetno kolo i namotaj sa jednosmernom strujom	18
1.2.9.2. Magnetno kolo i namotaj sa naizmeničnom strujom	19
1.2.10. O induktivnosti.....	20
1.2.11. Gubici u magnetnom kolu.....	23
1.2.11.1. Gubici usled vrtložnih struja	23
1.2.11.2. Gubici usled histerezisa.....	25
2. ELEKTROMEHANIČKA KONVERZIJA.....	29
2.1. OPŠTI FIZIČKI MODEL ELEKTRIČNE MAŠINE.....	29
2.2. JEDNAČINE PODSISTEMA MODELA ELEKTRIČNIH MAŠINA.....	31
2.2.1. Mehanički prolaz.....	32
2.2.2. Električni prolaz.....	32
2.2.3. Mehanički izlaz.....	34
2.2.4. Električni izlaz	35
2.2.5. Stepen korisnog dejstva	35
2.3. ENERGETSKI BILANS	37
2.3.1. Mehanička akumulacija	38
2.3.2. Električna akumulacija.....	38
2.3.3. Snaga konverzije.....	39
2.3.4. Momenat konverzije	41
2.3.5. Njutnova jednačina rotacionog kretanja	41
2.3.6. Opšti matematički model rotacionog elektromehaničkog pretvarača.....	43
2.3.7. Opšti matematički model elektromehaničkog pretvarača sa linearnim kretanjem.....	44
2.3.8. Energetski bilans sistema bez kretanja.....	44
2.3.9. Energetski bilans elektromehaničkog pretvarača sa stalnom brzinom	45
2.4. JEDNOPOBUDNI SISTEMI	47
2.4.1. Jednopolubudni sistem bez kretanja.....	47
2.4.2. Jednopolubudni sistem sa linearnim kretanjem	50
2.4.3. Jednopolubudni sistem sa rotacionim kretanjem	51
2.5. DVOPOBUDNI (VIŠEPOBUDNI) SISTEMI	52
2.5.1. Karakteristične geometrije rotacionih elektromehaničkih pretvarača	54
2.5.1.1. Induktivnosti cilindričnih mašina.....	55
2.5.1.2. Induktivnosti mašina sa istaknutim polovima.....	57
2.6. USLOVI ZA RAZVIJANJE SREDNJEG MOMENTA KONVERZIJE.....	59

2.6.1.	Uslovi za razvijanje srednjeg momenta konverzije cilindričnih mašina.....	61
2.6.1.1.	Uslovi za razvijanje srednjeg momenta konverzije cilindričnih mašina napajanih jednosmernim strujama	62
2.6.1.2.	Uslovi za razvijanje srednjeg momenta konverzije cilindričnih mašina napajanih naizmeničnim strujama	63
2.6.2.	Uslovi za razvijanje srednjeg momenta konverzije mašina sa istaknutim polovima.....	65
2.7.	VRSTE ROTACIONIH ELEKTRIČNIH MAŠINA	67
2.7.1.	Sinhrona reluktantna mašina.....	67
2.7.2.	Sinhrona mašina sa pobudom	71
2.7.3.	Asinhrona mašina.....	74
2.7.4.	Mašina jednosmerne struje.....	76
3.	MAGNETOPOBUDNE SILE	80
3.1.1.	Magnetopobudna sila koncentrisanog namotaja.....	80
3.1.2.	Magnetopobudna sila raspodeljenog namotaja	83
3.1.3.	Magnetopobudna sila sinusno raspodeljenog namotaja.....	84
3.1.4.	Pulsirajuće magnetno polje	88
3.1.5.	Obrtno magnetno polje.....	89
3.1.6.	Razlaganje pulsacionog polja. Leblanova teorema.....	97
4.	SINHRONE MAŠINE.....	99
4.1.	UVODNA RAZMATRANJA	99
4.1.1.	Delovi sinhronih mašina	99
4.1.2.	Generisanje trofaznog sistema napona.....	105
4.1.3.	Višepolnost	106
4.1.4.	Radni režimi sinhronih mašina.....	109
4.1.5.	Referentni smerovi snage i struje.....	110
4.1.6.	Sinhrona mašina i mreža beskonačne snage	113
4.1.7.	Princip rada	115
4.2.	AKTIVNA I REAKTIVNA SNAGA SINHRONE MAŠINE	117
4.2.1.	Proizvodnja i apsorpcija reaktivne energije	117
4.2.2.	Proizvodnja i potrošnja aktivne energije.....	122
4.3.	UGAO OPTEREĆENJA δ	125
4.4.	FAZORSKI DIJAGRAMI SINHRONE MAŠINE	127
4.5.	UGAONE KARAKTERISTIKE I OBLAST STABILNOG RADA	136
4.5.1.	Ugaona karakteristika $P(\delta)$ i $m_c(\delta)$	136
4.5.2.	Oblast stabilnog rada.....	138
4.5.3.	Ugaona karakteristika $Q(\delta)$	140
4.6.	STRUKTURA GUBITAKA I BILANS SNAGE SINHRONE MAŠINE.....	141
5.	ASINHRONE MAŠINE.....	146
5.1.	UVODNA RAZMATRANJA	146
5.1.1.	Delovi asinhronih mašina.....	147
5.1.2.	Princip razvijanja momenta	152
5.1.3.	Klizanje	154
5.1.4.	Asinhrona mašina i reaktivna snaga.....	156
5.2.	ZAJEDNIČKI FLUKS I FLUKS RASIPANJA.....	156
5.3.	EKVIVALENTNA ŠEMA ASINHRONE MAŠINE	158
5.4.	PRAZAN HOD I KRATAK SPOJ ASINHRONE MAŠINE	165
5.4.1.	Ogled praznog hoda	165
5.4.2.	Ogled kratkog spoja	168

5.5. STRUKTURA GUBITAKA I BILANS SNAGE ASINHRONE MAŠINE.....	170
5.5.1. Struktura gubitaka u asinhronim mašinama.....	170
5.5.2. Snaga obrtnog polja i snaga konverzije	171
5.5.3. Bilans snage	172
5.6. MEHANIČKA KARAKTERISTIKA ASINHRONE MAŠINE	174
5.7. UPRAVLJANJE BRZINOM ASINHRONOG MOTORA.....	180
5.7.1. Upravljanje brzinom obrtanja promenom napona napajanja	181
5.7.2. Upravljanje brzinom obrtanja promenom rotorskog otpornika	183
5.7.3. Upravljanje brzinom obrtanja promenom učestanosti	184
6. MAŠINE ZA JEDNOSMERNU STRUJU.....	186
6.1. UVODNA RAZMATRANJA	186
6.1.1. Konstrukcija mašina za jednosmernu struju	186
6.1.2. Uloga komutatora.....	191
6.1.3. Raspodela magnetne indukcije i fluks po polu	194
6.1.4. Princip rada	197
6.1.5. Indukovana elektromotorna sila armaturnog namotaja.....	199
6.1.6. Momenat konverzije	201
6.2. Matematički model i ekvivalentna šema za ustaljeno stanje	202
6.3. Tipovi mašina za jednosmernu struju prema načinu pobuđivanja.....	204
6.3.1. Mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom.....	204
6.3.1.1. Upravljanje brzinom i pokretanje mašine	206
6.3.2. Mašine jednosmerne struje sa paralelnom pobudom	211
6.3.3. Mašine jednosmerne struje sa rednom pobudom	213
7. LITERATURA	216

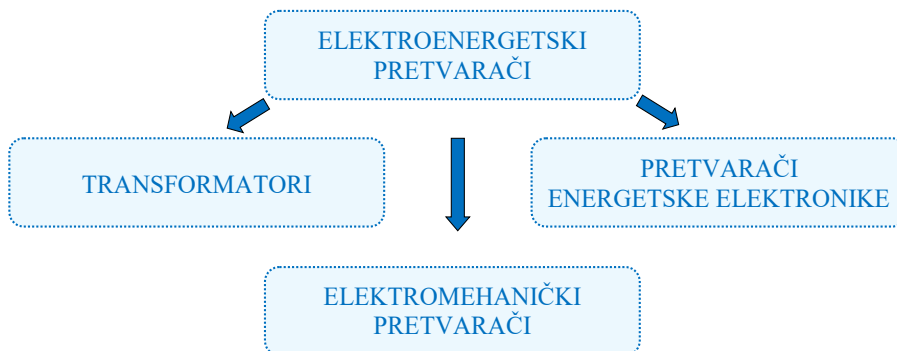
1. UVOD

Energija jednog izolovanog fizičkog sistema, prema zakonu očuvanja energije, ostaje konstanta tokom vremena. Iz zakona o očuvanju energije proizilazi da se energija ne može uništiti, niti pak ni iz čega stvoriti, već da može samo prelaziti iz jednog oblika energije u drugi oblik energije. Dakle, energija se može samo transformisati tako da se nalazi u različitim oblicima (električna, mehanička, toplotna, energija sunčevog zračenja, energija nuklearnog goriva,...). Opšti naziv za sve uređaje kojima se realizuje pretvaranje energije je pretvarač. Pretvaranje energije iz jednog oblika u drugi oblik bazira se na različitim zakonima fizike.

Pod elektroenergetskim pretvaračima se podrazumevaju naprave i uređaji kod kojih se energija jednog oblika pretvara u energiju drugog oblika, pri čemu je barem jedan od oblika električna energija. Elektroenergetske pretvarače delimo na:

- elektromehaničke pretvarače,
- transformatore,
- pretvarače energetske elektronike.

Klasifikacija elektroenergetskih pretvarača prikazana je na slici 1.1.



Slika 1.1. Klasifikacija elektroenergetskih pretvarača.

Elektromehanički pretvarači su naprave u kojima se posredstvom elektromagnetnog polja, realizuje pretvaranje električne energije u mehaničku energiju ili obrnuto. Pri ovom pretvaranju energije neophodno je da postoji mehaničko kretanje. Pretvaranje električne energije u mehaničku ili mehaničke energije u električnu, realizuje se u električnim mašinama. Mehanička energija se najčešće javlja u vidu obrtnog kretanja, tako da se mašine sa ovakvim kretanjem nazivaju obrtnim električnim mašinama.

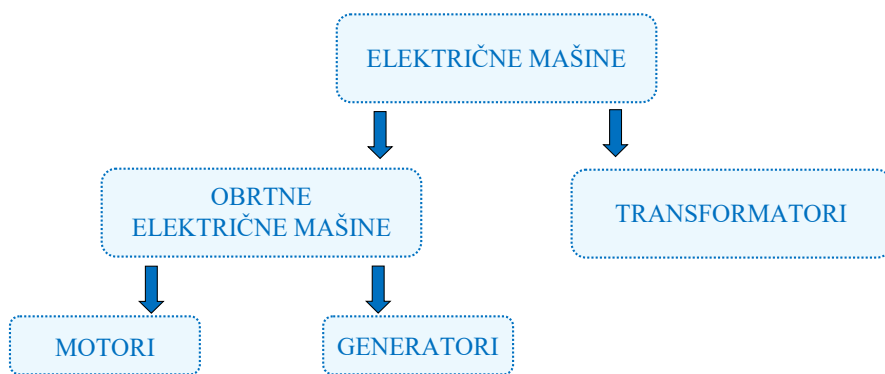
Pretvaranje električne energije u mehaničku ili obrnuto, naziva se elektromehaničkim pretvaranjem. Ravnopravno se koristi i termin elektromehanička konverzija energije, i ona se realizuje u električnim mašinama. Konverzija električne energije u mehaničku energiju se realizuje u elektromotorima – motorima, dok se konverzija mehaničke energije u električnu energiju obavlja u električnim generatorima – generatorima.

Moguća je i transformacija električne energije u električnu energiju, ali drugih parametara. Ova transformacija energije se realizuje u transformatorima. Transformatori transformišu električnu energiju jednog naizmeničnog sistema napona i struja u električnu

energiju drugog naizmjeničnog sistema napona i struja. Transformatori nemaju pokretnih delova.

U električne mašine u širem smislu pored obrtnih električnih mašina u užem smislu spadaju i transformatori. Transformatori se uobičajeno ubrajaju u električne mašine. Međutim, ovo treba shvatiti uslovno. Transformatori nemaju pokretnih delova, ne vrše elektromehaničku konverziju, što znači da u suštini nisu mašine koje obavljaju rad, već statičke naprave za „unutrašnju“ transformaciju električne energije. Dve bitne osobine transformatora su razlog zašto se transformatori ipak svrstavaju u električne mašine. Prvo, u konstrukcionom pogledu i transformator i obrtna električna mašina se sastoje od strujnih i magnetnih kola. Drugo, princip delovanja i transformatora i obrtnih mašina je isti, i zasniva se na elektromagnetnom sprezanju strujnih kola.

Klasifikacija električnih mašina je prikazana na slici 1.2. U okviru ove knjige se izučavaju samo obrtne električne mašine, motori i generatori.

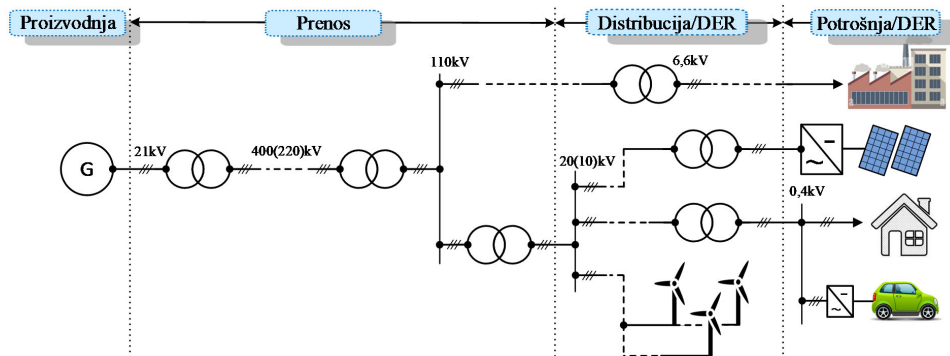


Slika 1.2. Klasifikacija električnih mašina.

U elektroenergetske pretvarače pored električnih mašina spadaju i pretvarači energetske elektronike. Pretvarači energetske elektronike realizuju pretvaranje jednog oblika električne energije u drugi oblik električne energije, ali bez posredovanja elektromagnetnog polja. Ovi pretvarači sadrže poluprovodničke prekidače snage. Na primer, u upotrebi se često koristi diodni ispravljač – pretvarač energetske elektronike koji se realizuje sa četiri snažne poluprovodničke diode. Diodni ispravljač se napaja naizmjeničnim naponom, a na svom izlazu daje napon koji ima dominantnu jednosmernu komponentu. Ispravljačem se realizuje pretvaranje električne energije naizmjeničnih struja u električnu energiju jednosmerne struje. Nasuprot ispravljačima su invertori. Invertori realizuju pretvaranje električne energije jednosmerne struje u električnu energiju naizmjeničnih struja. Oni sadrže poluprovodničke prekidače (uobičajeno energetske tranzistore) za velike struje i napone. U mnogim aplikacijama pretvarači energetske elektronike napajaju električne mašine u cilju postizanja željenih karakteristika i performansi celokupnog sistema. U okviru ove knjige se neće izučavati pretvarači energetske elektronike.

1.1. Uloga i primena električnih mašina

U svim segmentima elektroenergetskog sistema (EES): proizvodnja, prenos, distribucija i potrošnja električne energije se nalaze električne mašine. Tipična struktura EES-a je prikazana na slici 1.3. U elektroenergetskom sistemu se nalaze generatori, transformatori i motori.



Slika 1.3. Struktura elektroenergetskog sistema.

Električna energija se uobičajeno dobija elektromehaničkom konverzijom mehaničke energije u električnu. Ova konverzija energije se realizuje u generatorima u okviru: hidroelektrana, termoelektrana, vetroelektrana, nuklearnih elektrana. Najveća količina električne energije se dobija indirektnim pretvaranjem energije primarnih izvora (fosilna goriva, hidro potencijal vode, energija vetra, energije nuklearnog goriva) prvo u mehaničku energiju na turbinama, a potom u električnu energiju u generatorima. Električna energija se može dobiti i putem direktne konverzije energije, a bez posredovanja mehaničke energije. Primer za direktnu konverziju energije su fotonaponski paneli u kojima se realizuje pretvaranje energije sunčevog zračenja u električnu energiju. Direktnom konverzijom energije se proizvodi mali udeo u ukupnoj proizvodnji električne energije. Vetroelektrane i fotonaponske elektrane predstavljaju distribuirane energetske resurse (DER).

Od elektrana do potrošača električna energija se prenosi nadzemnim i kablovskim vodovima. Da bi se smanjili gubici električne energije na otpornostima vodova u prenosu i distribuciji, teži se da se prenos i distribucija električne energije realizuje sa što većim naponom. Za dobijanje potrebnog napona pri kome se realizuje prenos i distribucija električne energije koriste se transformatori. Transformatori realizuju promenu napona sa jedne vrednosti na njegovom primaru na drugu vrednost napona na sekundaru, iste učestanosti. Nakon što se električna energija prenese do potrošačkih centara, potrebno je sniziti napon. Da bi se to postiglo ponovo se koristi transformator koji napon sa svog primara spušta na vrednost napona koja je bezbedna za neposrednu potrošnju električne energije. Električna energija od proizvodnje u elektrani do potrošnje prođe kroz najmanje tri transformacije napona na granicama između podsistema proizvodnja – prenos, prenos – distribucija, distribucija – potrošnja.

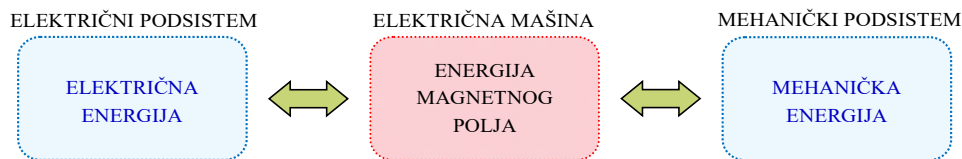
U neposrednoj potrošnji najveći deo električne energije se u motorima pretvori u mehaničku energiju tj. mehanički rad koji je potreban za proizvodne procese, transport, kućne aparate i druge primene. Od svih električnih mašina: generatora, transformatora i motora se očekuje da rade uz što veći stepen korisnog dejstva.

1.2. Osnovna znanja merodavna za razumevanje rada električnih mašina

Električne mašine imaju strujna kola i magnetno kolo. Magnetno kolo je prostor u kome je obrazovano magnetno polje nastalo od jednog ili više strujnih kola. Strujna kola su izrađena od izolovanih provodnika, dok je magnetno kolo izrađeno od feromagnetnog materijala.

Električne mašine ostvaruju mehanički rad usled dejstva elektromagnetnih sila na provodnike sa strujom i feromagnetike koji se nalaze u magnetnom polju. Promena magnetnog polja u vremenu je praćena pojavom indukovane elektromotorne sile u provodnicima. Funkcionisanje transformatora zasniva se samo na elektromagnetnoj sprezi primarnih i sekundarnih namotaja, dok se u motorima i generatorima, osim elektromagnetne sprege, mora uzeti u obzir i kretanje.

Elektromehaničko pretvaranje energije se može realizovati na različitim principima fizike. Najčešće se u upotrebi sreću električne mašine koje elektromehaničku konverziju energije obavljaju posredstvom spreznog elektromagnetnog polja, slika 1.4.



Slika 1.4. Elektromehanički pretvarač.

Elektromagnetno polje sadrži električnu i magnetnu komponentu, koje čine nerazdvojnu celinu. Elektromehanička konverzija može da se realizuje uz dominantno magnetno ili električno polje u zavisnosti od upotrebljenih materijala za izradu pretvarača. Za materijale koji su dostupni moguće je ostvariti znatno veću gustinu energije magnetnog polja u odnosu na gustinu energije električnog polja. Ovo je razlog zašto se mašine grade tako da dominantno koriste magnetno polje kao sprežno polje. Zbog toga se pri proučavanju električnih mašina koriste vektor jačine magnetnog polja H , vektor magnetne indukcije B , dok se vektor jačine električnog polja E zanemaruje. Magnetno polje spreže strujna kola i nepokretne i pokretne delove mašine. Energija se predaje magnetnom polju u jednom obliku, a iz njega uzima u drugom obliku.

Osnovni zakoni elektrotehnike merodavni za razumevanje i funkcionisanja električnih mašina sa magnetnim sprežnim poljem su:

- Amperov zakon, koji opisuje nastanak magnetnog polja oko provodnika sa električnom strujom;
- Lorencov zakon, koji određuje silu koja deluje na naelektrisanje koje se kreće u magnetnom i električnom polju;
- Faradejev zakon elektromagnetne indukcije, koji uređuje vezu između promene magnetnog fluksa i indukovane elektromotorne sile;
- Kirhofovi zakoni.

U nastavku će biti obrađeni ovi osnovni zakoni na kojima se zasniva rad električnih mašina.

1.2.1. Amperov zakon

Amperov zakon definiše kako se u nekoj sredini uspostavlja magnetno polje kada se u toj sredini nalazi izvor polja. Izvor magnetnog polja je struja ili stalni magnet. Amperovim zakonom se uspostavlja veza između električnih veličina sa jedne strane (gustina struje, struja) i magnetnih veličina sa druge strane (jačina magnetnog polja). Amperov zakon uvažava i magnetna svojstva sredine u kojoj se uspostavlja magnetno polje.

Druga Maksvelova jednačina u integralnom obliku – dopunjeni uopšteni Amperov zakon, je dat sledećom jednačinom:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}, \quad (1.1)$$

gde je: $-\vec{H}$ vektor jačine magnetnog polja;

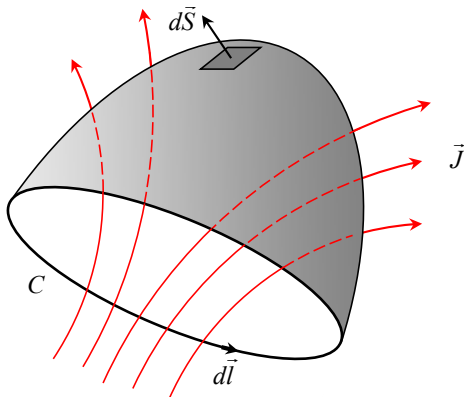
$-\vec{J}$ vektor gustine struje;

$-\vec{D}$ vektor električne indukcije (pomeraj).

Kada magnetno polje potiče samo od struja čija je učestanost mala (ispod 1 kHz), a polje se uspostavlja u prostoru malih dimenzija, tada se struja pomeraja, drugi sabirak u jednačini (1.1), može izostaviti. Matematički zapis uopštenog Amperovog zakona:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}, \quad (1.2)$$

pokazuje da je linijski integral vektora jačine magnetnog polja, $\vec{H}$, po zatvorenoj konturi C jednak ukupnoj struji koja prolazi kroz bilo koju površinu S oslonjenu na datu konturu C . Ilustracija za Amperov zakon dat jednačinom (1.2) prikazana je na slici 1.5.



Slika 1.5. Ilustracija za Amperov zakon. Vektor gustine struje prožima konturu C .

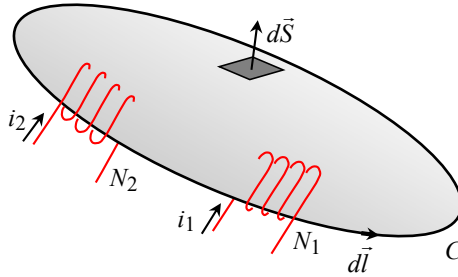
Jednačinom (1.2) opisano je magnetno polje u svakoj tački prostora i taj opis je u opštem slučaju složen i dat je skupom nelinearnih diferencijalnih jednačina. U njima pored električnih i magnetnih veličina figurišu i magnetna svojstva sredine koja se menjaju kako u prostoru, tako i u vremenu. Za rešavanje jednačina koje opisuju magnetno polje u prostoru, koriste se specijalizovani softveri. Međutim, često je primereno uvesti pretpostavku da su magnetna svojstva sredine u pojedinim delovima mašine poznata i da se ne menjaju. Pojedini delovi mašine imaju, približno, oblike pravilnih geometrijskih tela konstantnih magnetnih karakteristika. Uz ove pretpostavke matematički opis magnetnog polja dat jednačinom (1.2) se

svodi na sistem jednostavnih algebarskih ili diferencijalnih jednačina, koje se mogu iskoristiti u osnovnim proračunima potrebnim za razumevanje rada električnih mašina.

Kod električnih mašina struje postoje u provodnicima strujnih kola. Provodnici su izolovani, što sprečava njihovu galvansku vezu sa okolinom. Izradom strujnih kola tj. namotaja električnih mašina, postiže se da provodnik u vidu navojaka sa strujom prođe N puta kroz konturu C , kao što je prikazano na slici 1.6. Time je postignuto da struja da N puta svoj „doprinos“ magnetnom polju. Zbog toga se umesto površinskog integrala gustine struje J u jednačini (1.2) može koristiti suma struja u provodnicima koji prolaze kroz površ S . Matematički zapis Amperovog zakona pogodan za primenu u električnim mašinama se svodi na sledeću jednačinu:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_C N_i i_i = \sum_C \mathcal{F}_i, \quad (1.3)$$

gde je N broj navojaka sa strujom i , koji prožimaju konturu C , dok je i u indeksu tekući indeks namotaja.



Slika 1.6. Ilustracija za Amperov zakon. Dva kalema obuhvataju konturu C .

Integral površinske gustine struje J predstavlja magnetopobudnu silu, $\mathcal{F}$.

$$\mathcal{F} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \sim Ni. \quad (1.4)$$

Magnetopobudna sila je skalarna veličina, njena jedinica je *ampernavojak*. Pri izučavanju pojava vezanih za uspostavljanje magnetnog polja ovoj skalarnoj veličini, $\mathcal{F}$, se pridružuje pravac i smer vektora jačine magnetnog polja H , a koji nastaje usled proticanja struje:

$$\vec{\mathcal{F}} = \left(\int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \right) \cdot \frac{\vec{H}}{H} = \mathcal{F} \cdot \frac{\vec{H}}{H}. \quad (1.5)$$

Navojci od više različitih namotaja, sa svojim strujama, mogu da prožimaju istu konturu C , kao na slici 1.6. Magnetopobudne sile od više namotaja se sabiraju ako deluju u istom smeru, dok se oduzimaju ako deluju u suprotnim smerovima. Smer magnetopobudne sile koja potiče od struje u namotaju se određuje pravilom desne ruke. Za namotaje sa strujama na slici 1.6. magnetopobudna sila iznosi:

$$\mathcal{F} = N_1 i_1 - N_2 i_2. \quad (1.6)$$

Poznata je i pod nazivom magnetni napon. Magnetopobudna sila svojim intenzitetom i svojom raspodelom određuje magnetno polje, odnosno jačinu magnetnog polja H .

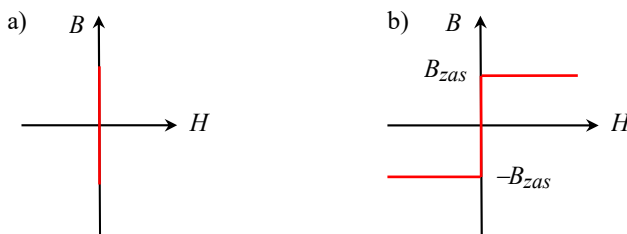
U jednačinama se vektorske veličine označavaju na uobičajeni način, iznad slovne oznake se nalazi simbol vektorske veličine $\vec{}$, na primer: vektor magnetne indukcije $\vec{B}$, vektor jačine magnetnog polja $\vec{H}$. U tekstu se pri pominjanju vektora odgovarajuće veličine koristi samo slovna oznaka na primer: vektor magnetne indukcije B , vektor jačine magnetnog polja H . U okviru literature iz elektrotehnike, sila koja deluje na provodnik sa strujom koji se nalazi u stranom magnetnom polju indukcije B se naziva magnetna sila. Međutim, u literaturi iz električnih mašina uobičajeno se koristi naziv elektromagnetna sila. Ovaj naziv se koristi pri izlaganju gradiva u ovoj knjizi.

1.2.2. Magnetna svojstva sredine

Magnetno polje u nekoj sredini zavisi od magnetnih svojstava same te sredine. Kako će vektor jačine magnetnog polja H uspostaviti vektor magnetne indukcije B je određeno magnetnim svojstvima sredine.

$$\vec{B} = B(\vec{H}). \quad (1.7)$$

Radi uprošćenja relacija do kojih se želi doći, ponekada se pretpostavlja da je feromagnetik u kome se uspostavlja magnetno polje idealan, tj. da ima beskonačnu permeabilnost $\mu \rightarrow \infty$. U takvom feromagnetiku za postizanje bilo koje vrednosti magnetne indukcije B nije potreban izvor magnetnog polja, naravno, ovo je moguće samo na nivou misaonog eksperimenta. Konstitutivna veza između jačine magnetnog polja H i magnetne indukcije B , poznata je pod uobičajenim nazivom kriva magnećenja ili jednostavno $B - H$ kriva feromagnetnog materijala. Na slici 1.7.a. prikazana je karakteristika magnećenja za magnetno kolo za koje je magnetna provodnost beskonačna, odnosno $\mu \rightarrow \infty$. Na slici 1.7a. je prikazana karakteristika nezasićenog magnetnog kola. Kako je feromagnetik sazdan od Vajsovih domena, njihovim zakretanjem u stranom magnetnom polju dolazi do zasićenja feromagnetika. Kriva magnećenja sa uvaženim zasićenjem magnetnog kola je prikazana na slici 1.7b. Kriva magnećenja na slici 1.7b. ima zasićeni deo karakteristike gde promena jačine magnetnog polja ne dovodi do promene magnetne indukcije.



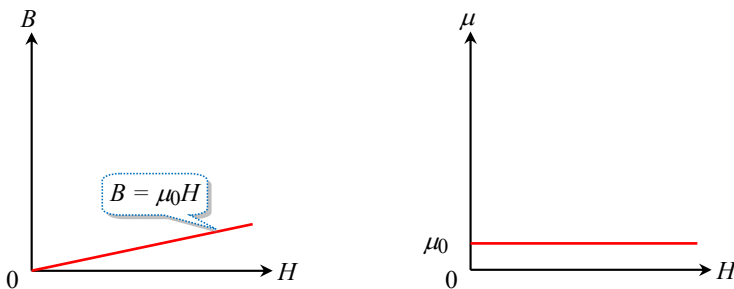
Slika 1.7. Karakteristika magnećenja magnetnog kola: a) nezasićenog, $\mu \rightarrow \infty$
b) zasićenog, permeabilnost opada sa porastom jačine magnetnog polja, $\mu \propto 1/H$.

Još jednom se naglašava da su karakteristike magnećenja prikazane na slici 1.7. moguće samo u okvirima misaonog eksperimenta.

U magnetno linearnim sredinama vektor magnetne indukcije B je proporcionalan sa vektorom jačine magnetnog polja H , čak i kada se jačina magnetnog polja menja u širokom opsegu. Koeficijent proporcionalnosti između vektora magnetne indukcije i vektora jačine magnetnog polja je magnetna permeabilnost, μ .

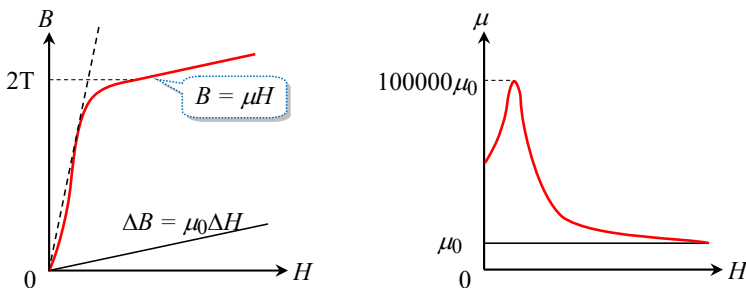
$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}. \quad (1.8)$$

Magnetna permeabilnost neke sredine, μ , se uobičajeno iskazuje u odnosu na magnetnu permeabilnost vakuumu μ_0 . Magnetna permeabilnost vakuumu iznosi $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m. Permeabilnost vazduha ima približno istu vrednost kao za vakuum, a slične vrednosti imaju svi nemagnetni materijali. Na slici 1.8. je prikazana karakteristika magnećenja i magnetna permeabilnost za magnetno linearnu sredinu. Primer za ovakvu karakteristiku bi bio solenoid sa jezgrom od vazduha. Kako je vazduh magnetno linearna sredina, to je magnetna permeabilnost konstantna i ne zavisi od vektora jačine magnetnog polja. Magnetna indukcija se linearno menja sa povećanjem jačine magnetnog polja, pa se za karakteristiku magnećenja na slici 1.8. kaže da je linearna.



Slika 1.8. Karakteristika magnećenja i magnetna permeabilnost magnetno linearnog materijala.

Za materijale od kojih se izrađuje magnetno kolo električnih mašina zavisnost indukcije od jačine magnetnog polja, $B(H)$, je nelinearna funkcija. Magnetna indukcija zavisi od intenziteta jačine magnetnog polja, slika 1.9. tj. magnetna indukcija i magnetna permeabilnost rastu sa porastom jačine magnetnog polja – početni deo karakteristike. Kada jačina magnetne indukcije dostigne vrednosti koje odgovaraju indukciji zasićenja dalje povećanje jačine magnetnog polja je praćeno sa sporijim povećanjem magnetne indukcije, dok magnetna permeabilnost opada. Za magnetno nelinearnu sredinu karakteristika magnećenja $B(H)$ i magnetna permeabilnost $\mu(H)$ su prikazane na slici 1.9. Ovakve karakteristike ima jezgro od feromagnetnog materijala u kalemu. Na apscisi karakteristike magnećenja je naznačeno strano magnetno polje H koje se može dobiti proticanjem struje kroz namotaj, dok je na ordinati magnetna indukcija B koja postoji u feromagnetiku.



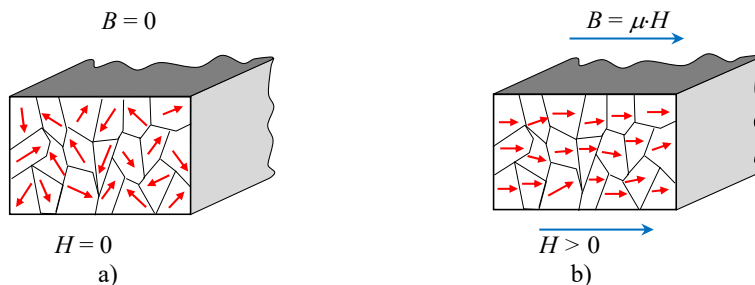
Slika 1.9. Karakteristika magnećenja i magnetna permeabilnost magnetno nelinearnog materijala.

Na slici 1.9. prikazano je kako se permeabilnost μ menja sa jačinom magnetnog polja u feromagnetiku. Permeabilnost μ je definisana kao nagib tangente u datoj tački na krivoj normalnog magnećenja:

$$\mu = \frac{\Delta B}{\Delta H}. \quad (1.9)$$

Permeabilnost za feromagnetne materijale nije konstantan parametar, već zavisi od jačine magnetnog polja i menja se iz tačke u tačku na karakteristici magnećenja. Za materijale koji dobro provode magnetno polje – feromagnetike, njihova permeabilnost je od 1000 do 100000 puta veća od permeabilnosti vazduha. Magnetna permeabilnost opisuje kako se magnetno polje prostire kroz neku sredinu, a ovo je razlog zašto se pri izradi magnetnog kola električnih mašina koriste materijali koji imaju veliku permeabilnost, kao što su feromagnetici. Što je magnetna permeabilnost veća, to se magnetno polje lakše prostire kroz tu sredinu.

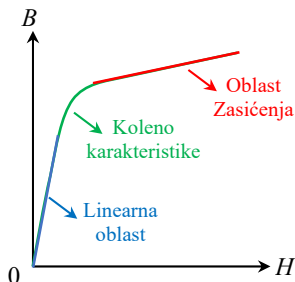
Ponašanje feromagnetika – feromagnetizam se može objašnjavati na više različitih načina. Jedan pristup polazi od magnetnih (Vajsovih) domena. U ovom pristupu magnetna svojstva feromagnetika potiču od mikroskopskih Amperovih struja u okviru molekula i skupina molekula gvožđa. Magnetno polje ovih struja može se uzeti u obzir tako što se feromagnetik tretira kao skup minijaturnih magnetnih dipola. Oblasti u kome su magnetni momenti atoma orijentisani u istom smeru predstavljaju magnetne domene unutar feromagnetika. Vajsov domen predstavlja jedan stalan magnet namagnetisan do zasićenja. U odsustvu stranog magnetnog polja magnetni domeni su haotično orijentisani, tako da je rezultantna magnetna indukcija jednaka nuli, slika 1.10 a. Magnetni domeni su označeni sa strelicama koje predstavljaju orijentaciju vektora magnetne indukcije unutar domena. Kada se komad feromagnetika nađe u stranom magnetnom polju jačine H , deo magnetnih momenata molekula gvožđa se orijentiše u smeru stranog magnetnog polja, slika 1.10 b. Time se postiže da je magnetna indukcija, $B = \mu H$, višestruko veća od magnetne indukcije koja bi se imala u vazduhu, $B = \mu_0 H$. Na ovaj način feromagnetik „pomaže“ da se željena magnetna indukcija B postigne uz manje potrebno magnetno polje H , odnosno uz manju struju koja stvara to polje. Feromagnetni materijal je pod dejstvom stranog magnetnog polja i sam postao izvor magnetnog polja i na taj način povećava ostvarenu magnetnu indukciju. Makroskopska manifestacija ove osobine je da feromagnetni materijali imaju veliku magnetnu permeabilnost, pa se magnetno polje mnogo lakše prostire kroz feromagnetik nego kroz vazduh.



Slika 1.10. Magnetni domeni u feromagnetiku: a) u odsustvu stranog magnetnog polja, $H = 0$
 b) u prisustvu stranog magnetnog polja jačine, $H > 0$.

Kada magnetna indukcija dostigne vrednost zasićenja, B_{zas} , koja iznosi od 1,8 do 2 T, svi magnetni dipoli su orijentisani u smeru polja i ne daju svoj doprinos magnetnoj indukciji. Više nema magnetnih dipola koji nisu orijentisani u smeru stranog magnetnog polja, tako da daljem uvećanju magnetne indukcije ne doprinose magnetni domeni feromagnetika. U oblasti zasićenja feromagnetika dalje uvećanje magnetne indukcije ΔB odgovara onom uvećanju koje bi se imalo za vazduh, $\Delta B = \mu_0 \Delta H$, a ova promena je takođe prikazana na slici 1.9. Magnetno zasićen feromagnetik se ponaša slično kao vazduh.

Kao što je navedeno, za feromagnetike karakteristika magnećenja $B(H)$ je nelinearna. Karakteristika magnećenja se prikazuju grafički, odgovarajućim matematičkim funkcijama ili tabelama. Na slici 1.11. je prikazana karakteristika magnećenja feromagnetika i na njoj su naznačene tri karakteristične oblasti: linearna oblast karakteristike, koleno karakteristike i oblast zasićenja.



Slika 1.11. Karakteristika magnećenja i magnetna permeabilnost magnetno nelinearnog materijala.

Na početnom delu karakteristike linearno sa promenom jačine magnetnog polja H se menja i magnetna indukcija B . Deo karakteristike u kome ona prestaje da bude linearna se naziva koleno karakteristike. Oblast zasićenja počinje nakon kolena karakteristike. Pri projektovanju i eksploataciji električnih mašina, radna tačka za magnetno kolo se nalazi na kolenu karakteristike magnećenja, kojem odgovara maksimalni priraštaj indukcije pri što manjoj struji.

Magnetni materijali mogu imati ista magnetna svojstva u svim pravcima, to su izotropni materijali. Međutim postoje i feromagnetni materijali koji su anizotropni tj. imaju različita magnetna svojstva u različitim pravcima. Oni najčešće imaju osetno manji magnetni otpor fluksu kada se on prostire duž pravca u kome je na materijal delovala mehanička sila u metalurškom postupku obrade feromagnetnog materijala. Magnetno kolo transformatora se izrađuje upravo od ovakvih limova, limova koji imaju različita magnetna svojstva (magnetnu provodnost) duž različitih pravaca.

1.2.3. Magnetni fluks

Magnetni fluks kroz površinu S je definisan kao površinski integral vektora magnetne indukcije B :

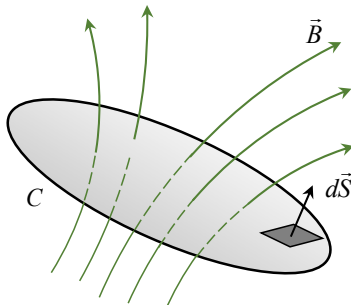
$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}. \quad (1.10)$$

Površina S je oslonjena na konturu C , slika 1.1, tako da je primereno reći i fluks kroz konturu C . Iz jednačine (1.10) se vidi da magnetna indukcija B predstavlja gustinu magnetnog fluksa tj. da je $B \sim \Phi/S$, pa otuda u engleskoj literaturi naziv za magnetnu indukciju, B , *flux density*. Za datu vrednost fluksa indukcija je veća, ako je površina manja. Magnetni fluks se često kratko naziva fluks.

Prema definiciji magnetnog fluksa, koja je data jednačina (1.10), fluks je skalarna veličina. Međutim, u literaturi iz električnih mašina, fluks se interpretira i kao vektorska veličina. Fluksu kao skalaru, Φ , pridružuje se orijentacija vektora magnetne indukcije B , odnosno orijentacija normale na površ S .

$$\vec{\Phi} = \left(\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right) \cdot \frac{\vec{B}}{B} = \Phi \cdot \frac{\vec{B}}{B}. \quad (1.11)$$

Ovo omogućuje da se fluksevi u različitim delovima mašine mogu posmatrati kao vektori fluksa kako u ravni, tako i u prostoru.

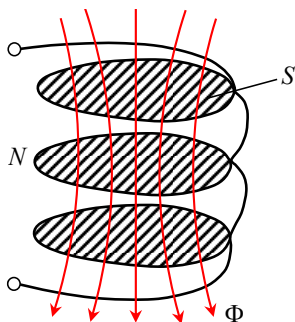


Slika 1.12. Ilustracija za magnetni fluks kroz konturu C.

Ako se kontura C poklapa sa navojkom onda je pomoću jednačine (1.10) definisan fluks jednog navojka ili kraće fluks navojka, Φ . Međutim, u električnim mašinama se više navojka grupiše u namotaj. Na taj način se postiže da fluks Φ da višestruko svoj „doprinos“ u namotaju sa N navojaka, slika 1.13. Taj „doprinos“ fluksa se ogleda u vrednosti indukovane elektromotorne sile. Za namotaj sa N navojaka, definiše se fluks namotaja i ako je namotaj skoncentrisan, kao što je slučaj kod solenoida ili torusa, fluksni obuhvat ψ je jednostavno proizvod broja navojaka, N , i fluksa jednog navojka Φ :

$$\psi = N\Phi. \quad (1.12)$$

Fluks namotaja sa slike 1.13. je N puta veći od fluksa jednog navojka, jer namotaj sa svojih N navojaka višestruko obuhvata vektor magnetnog polja. Izrazom (1.12) je definisan fluks namotaja koji je izveden kao solenoid ili je smešten u jedan par žlebova – koncentrisan namotaj. U slučaju raspodeljenih navojaka, kod kojih se normale na ravni pojedinih navojaka ne poklapaju, fluksni obuhvat se mora računati kao prostorni integral flukseva pojedinih navojaka, ili pomoću odgovarajućih koeficijenata (sačinilaca) namotaja. Ovo je slučaj kod namotaja mašina naizmenične struje [11]. Ravnopravno sa terminom fluks namotaja se koristi i termin fluksni obuhvat.



Slika 1.13. Fluksni obuhvat. Magnetni fluks kroz namotaj sa N navojaka.

Veoma bitna osobina magnetnog fluksa je iskazana zakonom o konzervaciji magnetnog fluksa – Gausov zakon. Matematički zapis Gausovog zakona je dat trećom Maksvelovom jednačinom:

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0. \quad (1.13)$$

Direktna posledica Gausovog zakona je to što je fluks isti kroz bilo koju površinu S oslonjenu na konturu C . Ovo se ponekad koristi pri određivanju fluksa u navojcima električnih mašina.

U proračunu magnetnih veličina koriste se maksimalne (vršne) vrednosti magnetnih veličina (magnetopobudne sile, jačine magnetnog polja, magnetne indukcije, magnetnog fluksa).

1.2.4. Lorencov zakon

Temelj elektromehaničke konverzije energije je pojava sile na naelektrisanje koje se kreće u magnetnom i električnom polju. Lorencovim zakonom je određena sila koja deluje na tačkasto naelektrisanje Q koje se kreće brzinom $\vec{v}$ u magnetnom polju indukcije $\vec{B}$ i električnom polju jačine E . Lorencov zakon se matematički može zapisati sledećom jednačinom:

$$\vec{F}_m = Q(\vec{v} \times \vec{B}) + Q\vec{E}. \quad (1.14)$$

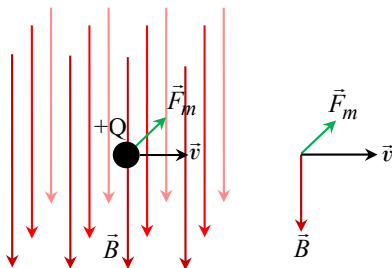
Ova sila potiče usled postojanja naelektrisanja, magnetnog i električnog polja, te je stoga poznata i kao elektromagnetna sila.

Kako u električnim mašinama nema slobodnih naelektrisanja koja bi bila izvor elektrostatičkog polja, to je jačina električnog polja E jednaka nuli. Elektromagnetna sila na naelektrisanje Q koje se kreće brzinom $\vec{v}$, u magnetnom polju indukcije $\vec{B}$ je data sledećom jednačinom:

$$\vec{F}_m = Q(\vec{v} \times \vec{B}). \quad (1.15)$$

Elektromagnetna sila je određena količinom naelektrisanja, brzinom kretanja kao i uglom između pravca kretanja i vektora magnetne indukcije. Smer elektromagnetne sile se može odrediti pravilom desne zavojnice.

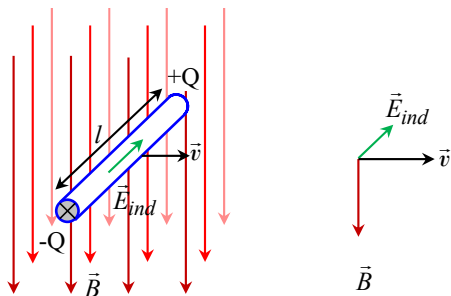
Na slici 1.14. je prikazana pojava elektromagnetne sile na naelektrisanje koje se kreće u magnetnom polju.



Slika 1.14. Ilustracija pojave elektromagnetne sile na naelektrisanje u kretanju.

1.2.5. Faradejev zakon elektromagnetne indukcije

Prva posledica sile na naelektrisanje koje se kreće u magnetnom polju indukcije B , je pojava indukovano električnog polja. Kada se provodnik kreće brzinom v u magnetnom polju indukcije B , tada dolazi do razdvajanja njegovih naelektrisanja. Na jednom kraju provodnika se nagomilavaju pozitivna naelektrisanja Q , a na drugom kraju negativna naelektrisanja, kao što je prikazano na slici 1.15.



Slika 1.15. Pojava indukovano električnog polja i indukovane elektromotorne sile.

Razdvojena naelektrisanja u provodniku su izvor indukovano električnog polja, E_{ind} . Kako je sila proizvod količine naelektrisanja i jačine električnog polja, to se jednačina (1.15) može zapisati u obliku:

$$\vec{F}_m = Q(\vec{v} \times \vec{B}) = Q\vec{E}_{ind}. \quad (1.16)$$

Indukovano električno polje se može odrediti tako što se sila podeli sa količinom naelektrisanja:

$$\vec{E}_{ind} = \frac{\vec{F}_m}{Q} = \vec{v} \times \vec{B}. \quad (1.17)$$

Indukovano električno polje je vektorski proizvod brzine i vektora magnetne indukcije.

Od interesa je odrediti indukovanu elektromotornu silu e u provodniku dužine l , koji se kreće brzinom v u magnetnom polju indukcije B . Elektromotorna sila indukovana u provodniku se može odrediti izračunavanjem krivolinijskog integrala vektora indukovano električnog polja, E_{ind} , između krajeva provodnika.

$$e = \int_l \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{l}. \quad (1.18)$$

Indukovano električno polje se ne menja duž provodnika, pa se indukovana elektromotorna sila može odrediti sledećom jednačinom:

$$e = \int_l \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{l} = \int_l (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}. \quad (1.19)$$

Ako su vektori magnetne indukcije i vektor brzine međusobno ortogonalni, tada je vektor indukovano električnog polja kolinearan sa provodnikom, tako da mešoviti proizvod dat jednačinom (1.19) prelazi u običan proizvod:

$$e = Blv. \quad (1.20)$$

Jednačine (1.19) i (1.20) predstavljaju jedan od oblika Faradejevog zakona elektromagnetne indukcije kojim je definisana indukovana elektromotorna sila u provodniku koji se kreće u stranom magnetnom polju. Konstrukcijom električnih mašina se postiže da su sva tri vektora međusobno normalna:

$$\vec{v} \perp \vec{B} \perp \vec{l}, \quad (1.21)$$

što omogućuje upotrebu skalarne jednačine (1.20) kao matematičkog iskaza za Faradejev zakona elektromagnetne indukcije.

1.2.6. Sila na provodnik sa strujom

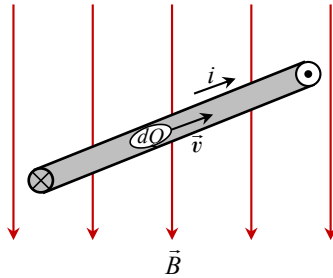
Električna struja koja postoji u provodniku predstavlja usmereno kretanje naelektrisanja:

$$i = \frac{dQ}{dt}. \quad (1.22)$$

Ako se ovaj provodnik sa strujom – usmerenim kretanjem naelektrisanja, nalazi u stranom magnetnom polju, slika 1.16, prema Lorencovom zakonu na naelektrisanje dQ deluje sila:

$$d\vec{F}_m = dQ(\vec{v} \times \vec{B}), \quad (1.23)$$

$$d\vec{F}_m = \frac{dQ}{dt}(\vec{l} \times \vec{B}) = i(\vec{l} \times \vec{B}). \quad (1.24)$$



Slika 1.16. Kretanje naelektrisanja u provodniku koji je u stranom magnetnom polju indukcije B .

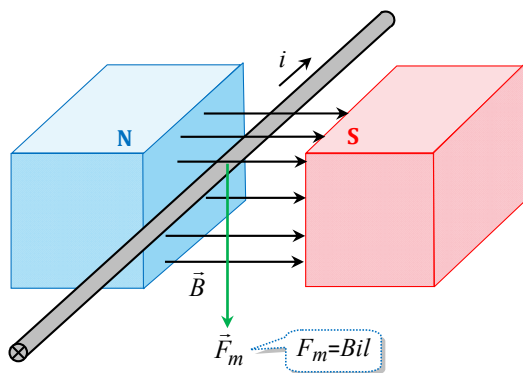
Dakle, druga posledica sile koje deluje na naelektrisanje, a koje se kreće u magnetnom polju je pojava sile na provodnik kroz koji teče struja:

$$\vec{F}_m = i(\vec{l} \times \vec{B}). \quad (1.25)$$

Smer ove sile definisan je odgovarajućim vektorskim proizvodom. Vektor dužine provodnika l ima pravac provodnika, a smer mu se poklapa sa smerom struje. Jednačinom (1.25) je definisana elektromagnetna sila koja deluje na provodnik dužine l sa strujom i koji se nalazi u stranom magnetnom polju indukcije B . U literaturi se ova sila još naziva i Amperova, Lorencova ili Laplasova sila prema naučnicima koji su dali svoj doprinos u opisima pojave ove sile. Na slici 1.17. je prikazan provodnik sa strujom i u stranom magnetnom polju magnetne indukcije B , koja potiče od stalnih magneta.

Konstrukcijom električnih mašina se postiže da je vektor magnetne indukcije normalan na provodnik tako da se intenzitet sile može odrediti običnim proizvodom:

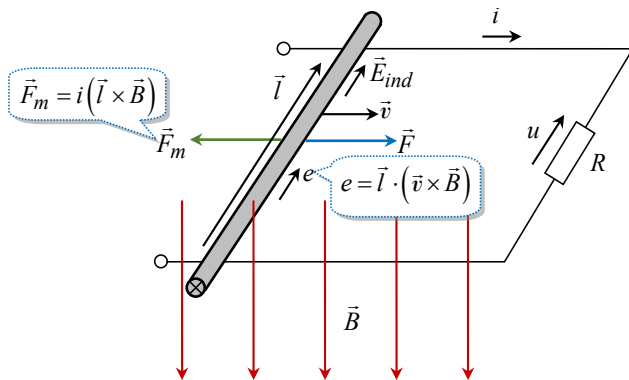
$$F_m = Bil. \quad (1.26)$$



Slika 1.17. Sila na provodnik sa strujom i u stranom magnetnom polju indukcije B .

1.2.7. Ilustracija generatorskog režima rada

Na slici 1.18. prikazan je jednostavan elektromehanički pretvarač sa translatorskim kretanjem i magnetnim sprežnim poljem. Pretvarač će poslužiti za ilustraciju generatorskog režima rada. Pri kretanju provodnika brzinom v dejstvom strane sile F u stanom magnetnom polju indukcije B , na krajevima tog provodnika se, prema Faradejevom zakonu elektromagnetne indukcije, indukuje elektromotorna sila. Ako strujno kolo nije zatvoreno, kroz provodnik neće teći struja, a strana sila, F , će ga ubrzavati. Međutim, ako se na krajeve provodnika priključi nepokretan potrošač – otpornik, strujno kolo je zatvoreno i poteći će struja, kao što je prikazano na slici 1.18.



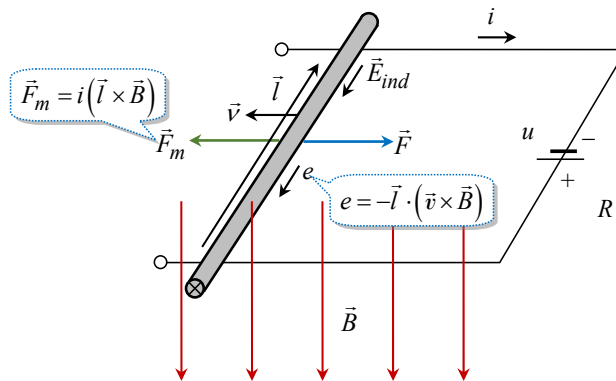
Slika 1.18. Ilustracija za generatorski režim rada. Provodnik se kreće u stranom magnetnom polju i nalazi se u ulozi generatora koji napaja otpornik.

Pod dejstvom sile F provodnik se kreće brzinom v i u provodniku dolazi do indukovanja elektromotorne sile e . Smer indukovane elektromotorne sile je određen vektorskim proizvodom vektora brzine i vektora magnetne indukcije. Kako je provodnik u električnom spoju sa otpornikom, to je strujno kolo zatvoreno, a pod dejstvom indukovane elektromotorne sile, e , poteći će struja i . Ako se pretpostavi da je otpornost provodnika i metalnih vodica po

kojima se kreće provodnik zanemariva, tada je struja u ovom strujnom kolu određena indukovanom elektromotornom silom i otpornošću otpornika, $i = e/R$. Kako kroz provodnik teče struja i i pri tome se on nalazi u stranom magnetnom polju indukcije B , na provodnik počinje da deluje elektromagnetna sila F_m . Smer elektromagnetne sile je određen vektorskim proizvodom vektora dužine provodnika l i vektora magnetne indukcije B . Vektor dužine provodnika l ima pravac provodnika i smer struje kroz provodnik. Elektromagnetna sila, F_m , deluje s desna u levo. U stanju dinamičke ravnoteže, ubrzanje provodnika je jednako nuli, odnosno brzina kretanja v je konstantna. Suma sila koje deluju na provodniku je jednaka nuli, $F - F_m = 0$. Mehanička energija koja se ulaže za kretanje provodnika u stranom magnetnom polju se pretvara u električnu energiju koja se predaje potrošaču. Magnetno polje ima ulogu spreznog polja.

1.2.8. Ilustracija motorskog režima rada

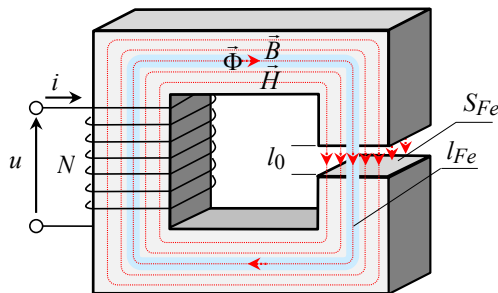
Na slici 1.19. prikazan je jednostavan elektromehanički pretvarač sa translatorskim kretanjem i magnetnim sprežnim poljem. Pretvarač će poslužiti za ilustraciju motorskog režima rada. Pokretni provodnik je preko metalnih vođica povezan sa izvorom napona, u . Pokretni provodnik, metalne vođice po kojima se kreće provodnik i sam provodnik čine strujno kolo, tako da kroz provodnik teče struja. Na provodnik kroz koji teče struja i koji se nalazi u stranom magnetnom polju indukcije B , deluje elektromagnetna sila F_m . Pod dejstvom ove sile provodnik počinje da se kreće, kao što je naznačeno na slici 1.19. Vektor brzine v i elektromagnetne sile F_m su kolinearni, jer elektromagnetna sila podržava kretanje. Na provodnik deluje i mehanička (strana) sila koja se suprotstavlja kretanju. U stanju dinamičke ravnoteže, ubrzanje provodnika je jednako nuli, odnosno brzina kretanja v je konstantna. Elektromagnetnom silom se obavlja rad, npr. podiže se teret u dizalici, a dinamička ravnoteža se postiže kada se sile izjednače, a suma sila koje deluju na provodnik tada je jednaka nuli, $F_m - F = 0$. Električna energija izvora se posredstvom spreznog magnetnog polja pretvara u mehaničku energiju kojom se realizuje rad. Ovo je odlika motorskog režima rada.



Slika 1.19. Ilustracija za motorski režim rada. Provodnik sa strujom se nalazi u stranom magnetnom polju. Na provodnik deluju elektromagnetna sila i sila opterećenja.

1.2.9. Magnetno kolo

Da bi se dobio veći magnetni fluks, za datu struju u namotaju, magnetno kolo se pravi od feromagnetnog materijala sa velikom magnetnom permeabilnošću. Magnetno kolo može biti bez vazdušnog zazor, kakvo je kod transformatora, ili sa vazdušnim zazorom, kakvo je kod elektromehaničkih pretvarača. Zazor je neophodan zbog razdvajanja pokretnih i nepokretnih delova elektromehaničkih pretvarača. Na slici 1.20. je prikazan namotaj koji je postavljen oko feromagnetnog kola sa vazdušnim zazorom dužine l_0 .



Slika 1.20. Namotaj na feromagnetnom jezgru sa vazdušnim zazorom.

Primenom Amperovog zakona za ovo magnetno kolo može se odrediti jačina magnetnog polja H , a potom i magnetna indukcija B :

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{l_{Fe}} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{l_0} \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_{Fe} l_{Fe} + H_0 l_0 = Ni. \quad (1.27)$$

Kontura duž koje se računa cirkulacija vektora H se poklapa sa linijom polja koja je naznačena na slici 1.20. Uočena kontura najvećim delom prolazi kroz gvožđe, dužina konture u gvožđu je l_{Fe} . Manji deo konture prolazi kroz vazdušni zazor, dužine l_0 . Kako je magnetna permeabilnost gvožđa višestruko veća od magnetne permeabilnosti vazduha, $\mu_{Fe} \gg \mu_0$, to je jačina magnetnog polja u gvožđu značajno manja nego u vazdušnom zazoru, $H_{Fe} \ll H_0$. Kada se ovo uvaži, u (1.27), tada se pomoću Amperovog zakona dobija jačina magnetnog polja u vazdušnom zazoru:

$$H_0 = \frac{Ni}{l_0}, \quad (1.28)$$

odnosno indukcija u magnetnom kolu:

$$B = \mu_0 H_0 = \mu_0 \frac{Ni}{l_0}. \quad (1.29)$$

Ako se zanemari “širenje” fluksa u vazdušnom zazoru, $S_0 = S_{Fe}$, tada je indukcija u gvožđu i vazdušnom zazoru ista. Jačina magnetnog polja u gvožđu je količnik magnetne indukcije i permeabilnosti gvožđa:

$$H_{Fe} = f(B) = \frac{B}{\mu_r(B)\mu_0} = \frac{H_0}{\mu_r(B)}. \quad (1.30)$$

Fluks u magnetnom kolu se dobija kao proizvod indukcije, B , i površine poprečnog preseka feromagnetnog kola, S_{Fe} :

$$\Phi = B \cdot S_{Fe} = \mu_0 \frac{S_{Fe}}{l_0} Ni, \quad (1.31)$$

$$\Phi = \mathcal{P}_0 \cdot \mathcal{F} = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_0}, \quad (1.32)$$

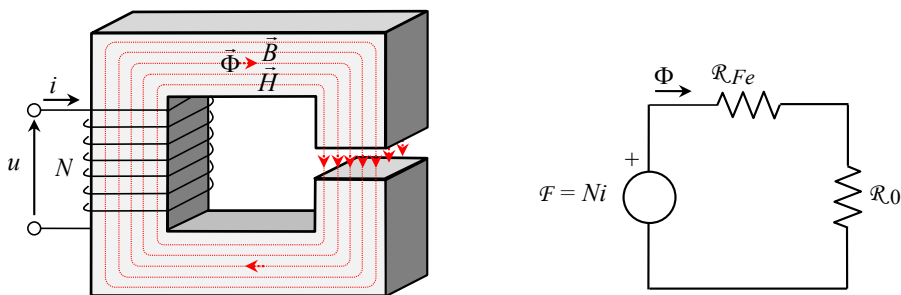
gde su: $\mathcal{R}_0$ magnetna otpornost – reluktansa vazdušnog zazora, a $\mathcal{P}_0$ je magnetna provodnost – permeansa vazdušnog zazora. Jednačina (1.32) predstavlja Omov zakon za magnetno kolo.

Kroz feromagnetno jezgro i vazdušni zazor prolazi isti magnetni fluks. Fluks u magnetnom kolu, slika 1.21, nailazi na magnetnu otpornost gvožđa, $\mathcal{R}_{Fe}$, i vazdušnog zazora, $\mathcal{R}_0$. Magnetna otpornost gvožđa i vazdušnog zazora su date sledećim izrazima:

$$\mathcal{R}_{Fe} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{l_{Fe}}{S_{Fe}}, \quad (1.33)$$

$$\mathcal{R}_0 = \frac{1}{\mu_0} \frac{l_0}{S_0} = \frac{1}{\mu_0} \frac{l_0}{S_{Fe}}. \quad (1.34)$$

Za magnetno kolo dato na slici 1.21, prikazano je ekvivalentno strujno kolo.



Slika 1.21. Ekvivalentno strujno kolo.

Kako je magnetna permeabilnost gvožđa magnetnog kola višestruko veća od magnetne permeabilnosti vazduha, $\mu_{Fe} \gg \mu_0$, to je magnetna otpornost gvožđa značajno manja od magnetne otpornosti vazdušnog zazora, $\mathcal{R}_{Fe} \ll \mathcal{R}_0$. Zbog postojanja vazdušnog zazora najveći deo magnetopobudne sile, $\mathcal{F}$, pokriva pad magnetnog napona na vazdušnom zazoru, $\mathcal{F} \approx \Phi \cdot \mathcal{R}_0$.

1.2.9.1. Magnetno kolo i namotaj sa jednosmernom strujom

Ako je namotaj priključen na izvor jednosmernog napona, struja u kolu je konstantne vrednosti bez obzira na dužinu vazdušnog zazora, l_0 , i određena je naponom napajanja i omskom otpornošću namotaja, R :

$$I = \frac{U}{R}. \quad (1.35)$$

Jačina magnetnog polja u vazdušnom zazoru prema Amperovom zakonu, (1.28), je količnik magnetopobudne sile i dužine vazdušnog zazora:

$$H_0 = \frac{NI}{l_0}. \quad (1.36)$$

Magnetna indukcija u magnetnom kolu ima jedinstvenu vrednost u vazдушnom zazoru i u feromagnetiku jer je magnetno kolo konstantnog poprečnog preseka u feromagnetiku i u vazduhu:

$$B = \mu_0 H_0 = \mu_0 \frac{NI}{l_0}. \quad (1.37)$$

Kada je namotaj priključen na izvor jednosmernog napona, indukcija u magnetnom kolu prvenstveno zavisi od struje u namotaju. Fluks u ovom magnetnom kolu je vremenski konstantan, usled jednosmerne struje u namotaju:

$$\Phi = B \cdot S_{Fe} = \mu_0 \frac{S_{Fe}}{l_0} NI. \quad (1.38)$$

1.2.9.2. Magnetno kolo i namotaj sa naizmeničnom strujom

U ovom delu, takođe, se posmatra namotaj na feromagnetnom jezgru sa vazдушnim zazorom, prikazan na slici 1.20. Namotaj je priključen na izvor naizmeničnog napona učestanosti f :

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(2\pi ft). \quad (1.39)$$

Usled naizmeničnog napona u magnetnom kolu postoji vremenski promenljiv fluks koji u namotaju indukuje elektromotornu silu. Jednačina naponske ravnoteže za namotaj, glasi:

$$u = Ri - e = Ri + \frac{d\psi}{dt} = Ri + N \frac{d\Phi}{dt}, \quad (1.40)$$

gde je Φ fluks u magnetnom kolu, a ψ je fluksni obuhvat, odnosno fluks namotaja. Kada se zbog jednostavnosti pretpostavi da je permeabilnost feromagnetnog jezgra konstantna, tada su struja i fluks prostoperiodične veličine. U slučaju prostoperiodičnih veličina, jednačina naponske ravnoteže (1.40) se može napisati u domenu fazorskih veličina. Prelazak u domen fazorskih veličina se može realizovati poznatim formalizmom u kome se prostoperiodične promenljive veličine zamenjuju odgovarajućim fazorima:

$$u \rightarrow \hat{U}, \quad i \rightarrow \hat{I}, \quad \Phi \rightarrow \hat{\Phi}, \quad \psi \rightarrow \hat{\psi}, \quad \frac{d}{dt} \rightarrow j2\pi f. \quad (1.41)$$

Uvažavajući da se za magnetne veličine uobičajeno koriste njihove maksimalne vrednosti, a za električne veličine efektivne vrednosti, jednačina naponske ravnoteže (1.40) se može zapisati u domenu fazorskih veličina:

$$\hat{U} = R\hat{I} + j2\pi f \frac{\hat{\psi}}{\sqrt{2}} = R\hat{I} + j2\pi f \frac{N\hat{\Phi}}{\sqrt{2}}, \quad (1.42)$$

$$\hat{U} = R\hat{I} + j4,44fN\hat{\Phi}, \quad (1.43)$$

$$\hat{U} = R\hat{I} + j\hat{E}. \quad (1.44)$$

U jednačini (1.44) realni deo predstavlja pad napona na omskoj otpornosti namotaja – omski pad napona, dok imaginarni deo predstavlja indukovanu elektromotornu silu. Kada se namotaj nalazi na feromagnetnom jezgru, indukovana elektromotorna sila u namotaju je višestruko veća od omskog pada napona, $RI \ll E$, odnosno može se smatrati da je:

$$U \approx E = 4,44 f N \Phi = 4,44 f N B S_{Fe}. \quad (1.45)$$

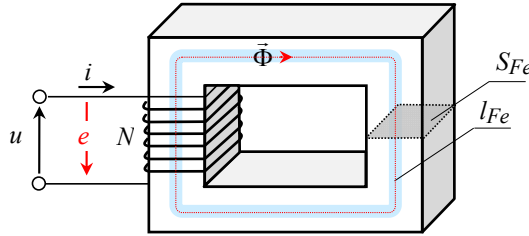
Kada je namotaj priključen na naizmeničan napon indukcija u magnetnom kolu prvenstveno zavisi od napona napajanja:

$$B = \frac{U}{4,44 f N S_{Fe}}. \quad (1.46)$$

1.2.10. O induktivnosti

Magnetno kolo zajedno sa strujnim kolima imaju ključnu ulogu u elektromehaničkoj konverzije energije. Namotaj se sastoji od navojaka postavljenih oko feromagnetika ili u žlebove u samom feromagnetiku. Namotaji se izrađuju od materijala dobre električne provodnosti – bakra ili aluminijuma. Iako ovi materijali imaju dobru električnu provodnost, namotaji izrađeni od njih ipak imaju električnu otpornost, koja je mala. Pri izradi namotaja nastoji se da otpornost bude što manja, kako bi se smanjili Džulovi gubici. Ovo se postiže upotrebom provodnika odgovarajuće površine poprečnog preseka. Sa magnetnog stanovišta, namotaji se ponašaju kao vazduh, jer relativna magnetna permeabilnost bakra ili aluminijuma približno iznosi jedan.

Neka se posmatra magnetno kolo sa namotajem kao na slici 1.22, i neka kroz namotaj protiče naizmenična struja i . Ova struja u magnetnom kolu stvara vremenski promenljivo magnetno polje jačine H , odnosno indukcije B i fluksa Φ .



Slika 1.22. Namotaj i indukovana elektromotorna sila.

Vremenski promenljiv fluks, prema Faradejevom zakonu elektromagnetne indukcije, indukuje u namotaju elektromotornu silu:

$$e = -N \frac{d\Phi}{dt}, \quad (1.47)$$

$$e = -N \frac{d\Phi}{di} \frac{di}{dt} = -\frac{d\psi}{di} \frac{di}{dt} = -L \frac{di}{dt}, \quad (1.48)$$

gde je Φ fluks u magnetnom kolu, N broj navojaka namotaja, L induktivnost namotaja. Prema izrazu (1.48) induktivnost namotaja je definisana kao količnik promene fluksnog obuhvata namotaja ψ i promene struje i :

$$L = \frac{d\psi}{di}. \quad (1.49)$$

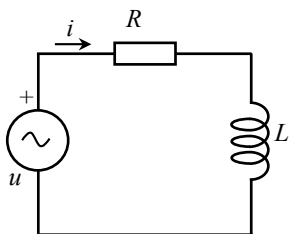
U analizi električnih kola jednačina:

$$e = -L \frac{di}{dt}, \quad (1.50)$$

predstavlja Faradejev zakon elektromagnetne indukcije. Upravo uvedeni parametar, L induktivnost, izuzetno je koristan jer omogućuje da se odredi elektromotorna sila indukovana u namotaju usled proticanja struje kroz taj namotaj. Bez ovog parametra bilo bi potrebno prvo odrediti fluks u magnetnom kolu koji potiče usled struje u namotaju, a zatim pomoću jednačine (1.47) odrediti indukovanu elektromotornu silu. Induktivnost je parametar u električnom kolu kojim se uspostavlja veza između varijable magnetnog kola – fluksnog obuhvata i varijable električnog kola – struje.

$$\psi = L \cdot i. \quad (1.51)$$

Ekvivalentno električno kolo za namotaj sa slike 1.22, prikazano je na slici 1.23.



Slika 1.23. Ekvivalentno električno kolo namotaja.

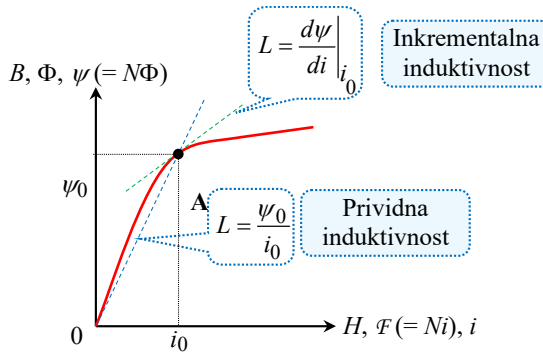
Induktivnost namotaja formiranog oko magnetnog kola i koji ima N navojaka, jednaka je količniku fluksa u namotaju i struje u namotaju $L = \psi/i$. Sada će biti uspostavljena veza između induktivnosti namotaja L i magnetne otpornosti feromagnetnog kola – reluktanse, $\mathcal{R}_m$, odnosno provodnosti, $\mathcal{P}_m$, magnetnog kola:

$$L = \frac{\psi}{i} = \frac{N\Phi}{i} = \frac{N}{i} \frac{Ni}{\mathcal{R}_m}, \quad (1.52)$$

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_m} = N^2 \mathcal{P}_m, \quad (1.53)$$

$$\mathcal{R}_m = \frac{1}{\mu_{Fe}} \frac{l_{Fe}}{S_{Fe}} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r(B)} \frac{l_{Fe}}{S_{Fe}}. \quad (1.54)$$

Iz jednačina (1.53) i (1.54) je očigledno da induktivnost zavisi od fizičkih dimenzija magnetnog kola i magnetne permeabilnosti. Iz istih ovih jednačina je očigledno da je induktivnost konstantna ako je magnetna permeabilnost konstantna tj. ako ne zavisi od postignute magnetne indukcije. Ovo se postiže ako je namotaj postavljen na jezgro od neferomagnetnog materijala, ili je postavljen na feromagnetno jezgro, a radna tačka se nalazi na linearnom delu karakteristike. Često se u analizi električnih mašina pretpostavlja da je induktivnost konstantna, odnosno da se radna tačka nalazi na linearnom delu karakteristike magnećenja, slika 1.24, gde je permeabilnost približno konstantna.



Slika 1.24. Karakteristika magnećenja i induktivnost.

Induktivnost namotaja na feromagnetnom jezgri se menja sa radnom tačkom, (i_0, ψ_0) , na karakteristici magnećenja, označenoj sa A slika 1.24. Induktivnost definisana pomoću jednačine (1.49) predstavlja nagib tangente postavljene na krivu magnećenja u datoj radnoj tački (i_0, ψ_0) :

$$L = \left. \frac{d\psi}{di} \right|_{i_0}. \quad (1.55)$$

Ovako definisana induktivnost se naziva inkrementalna induktivnost. Očigledno je da promena radne tačke na karakteristici magnećenja, slika 1.24, dovodi do promene induktivnosti. Induktivnost namotaja se smanjuje kako radna tačka odlazi u oblast zasićenja na karakteristici magnećenja. Za radne tačke koje se nalaze na linearnom delu karakteristike magnećenja induktivnost je konstantna, nezavisno od radne tačke.

Pri izučavanju elektromehaničkih pretvarača uobičajeno je da se pretpostavi da je induktivnost konstanta i da se odredi kao količnik fluksa i struje u datoj radnoj tački, (i_0, ψ_0) :

$$L = \frac{\psi_0}{i_0}. \quad (1.56)$$

Ovako definisana induktivnost se naziva prividna induktivnost. Kada magnetno kolo ima vazdušni zazor ili kada je radna tačka na linearnom delu karakteristike, inkrementalna i prividna induktivnost su praktično jednake.

Na slici 1.24. na apscisi, s obzirom na međusobne odnose, može biti naneta jačina magnetnog polja H , magnetopobudna sila $F = H \cdot l$ ili struja $i = F/N$. Dok, na ordinati može biti naneta magnetna indukcija B , fluks $\Phi = B \cdot S$ ili fluksni obuhvat $\psi = N \cdot i$. Zavisnost $B - H$ magnetnog materijala, kao što je do sada navedeno, predstavlja krivu magnećenja, ali i zavisnost $\psi - i$ takođe predstavlja krivu magnećenja magnetnog kola.

U ovom primeru je obrađena sopstvena induktivnost jednog nepokretnog namotaja. U slučaju više magnetno spregnutih namotaja, postoje međuinuktivnosti između svakog para namotaja. U slučaju kretanja, zavisno od oblika strujnih i magnetnih kola, sopstvene i/ili međusobne induktivnosti, zavise od međusobnog prostornog položaja namotaja i magnetnog kola u datom trenutku.

1.2.11. Gubici u magnetnom kolu

Da bi se dobio veći magnetni fluks za datu struju u namotajima magnetno kolo se pravi od feromagnetnog materijala sa velikom magnetnom permeabilnošću, kao što je silicijumski čelik. Magnetno kolo oblikuje magnetnu indukciju (fluks), smanjuje potrebnu MPS da bi se uspostavio željeni fluks, gvožđe zbog velike permeabilnosti zahteva malu magnetopobudnu silu. Magnetno kolo je delom od gvožđa, a delom od vazduha – vazdušni (feromagnetni) zazor. Celokupna energija magnetnog polja je praktično skoncentrisana u vazdušnom zazoru. U magnetnom kolu mašine u kome je magnetna indukcija vremenski promenljiva nastaju gubici. Ovi gubici su poznati kao *gubici u gvožđu*, *gubici u magnetnom kolu* ili *gubici u feromagnetiku*.

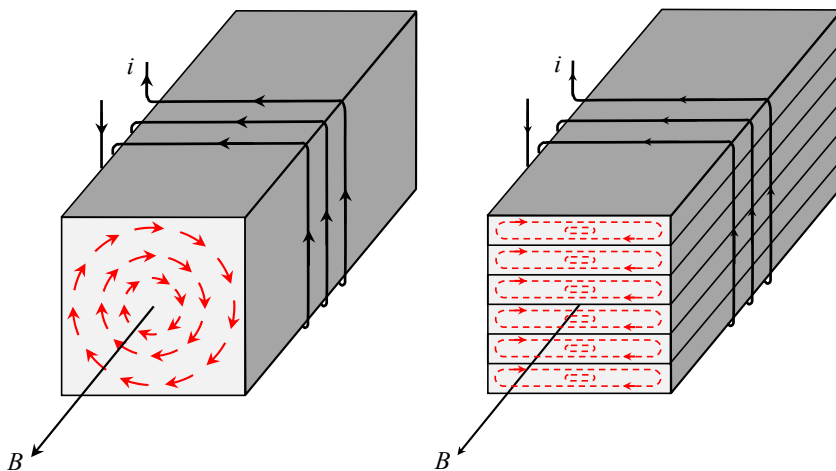
Gubici u gvožđu su posledica vrtložnih struja u feromagnetiku i histerezisa feromagnetika.

$$g_{Fe} = P_v + P_h \quad (1.57)$$

Prema tome, gubici u gvožđu imaju dva dela: gubitke usled vrtložnih struja i histerezisne gubitke. Radi suzbijanja gubitaka u gvožđu magnetni limovi od kojih se pravi feromagnetno jezgro se izrađuju sa dodatkom silicijuma. Prisustvo silicijuma sužava petlju histerezisa i time smanjuje gubitke u gvožđu usled histerezisa. Legiranjem se povećava i specifična električna otpornost limova, zbog čega se smanjuju gubici usled vrtložnih struja.

1.2.11.1. Gubici usled vrtložnih struja

U vremenski promenljivom magnetnom polju se nalazi neko telo od provodnog materijala, kao što je prikazano na slici 1.25. Može se zamisliti mnoštvo zatvorenih provodnih kontura lociranih u tom telu.

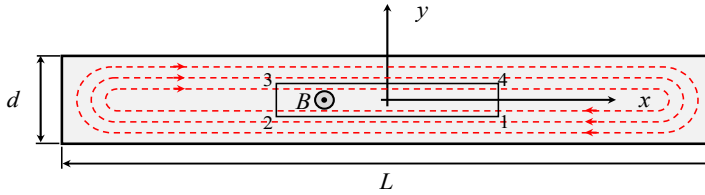


Slika 1.25. Nastanak vrtložnih struja i efekta lameliranja magnetnog kola u svrhu smanjenja gubitaka usled vrtložnih struja.

U tim provodnim konturama se usled promenljivog magnetnog polja, prema Faradejevom zakonu elektromagnetne indukcije indukuju elektromotorne sile. Kako su konture zatvorene, u njima će se pojaviti struje. Ove struje nemaju “početak” i “kraj” već su zatvorene same u sebe. One se nazivaju vrtložne (vihorne) struje. Vrtložne struje su neminovan pratilac promenljivog magnetnog polja unutar provodnika. Kao posledica tih struja dolazi do Džulovih gubitaka u

provodniku (feromagnetiku) u kome se javljaju vrtložne struje. Da bi se smanjili gubici usled vrtložnih struja, magnetno kolo se izrađuje od limova, tj. magnetno kolo se lamelira, slika 1.25, čime se povećava put za vrtložne struje (odnosno ekvivalentna otpornost), te se one pri datom promenljivom fluksu smanjuju. Indukovana elektromotorna sila ima malu vrednost što dopušta da debljina izolacije između lamela magnetnog kola bude veoma tanka, reda veličine mikrometra.

Neka je lim prožet vremenski promenljivom magnetnom indukcijom $B(t) = B_m \cos(\omega t)$, kao što je prikazano na slici 1.26. Indukovano električno polje ima samo x -komponentu i ono iznosi J/σ .



Slika 1.26. Feromagnetni lim prožet vremenski promenljivim magnetnim poljem.

Primenom Faradejevog zakona za uočenu konturu 1–2–3–4:

$$\oint_{1234} \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \left(\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right). \quad (1.58)$$

$$\oint_{1234} \frac{\vec{J}}{\sigma} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} (2yLB_m \cos \omega t). \quad (1.59)$$

$$2L \frac{J(y, t)}{\sigma} = 2yL\omega B_m \sin \omega t, \quad (1.60)$$

dolazi se do gustine vrtložne struje u feromagnetiku:

$$J(y, t) = y\sigma\omega B_m \sin \omega t. \quad (1.61)$$

Snaga Džulovih gubitaka u jedinici zapremine feromagnetika:

$$\frac{dP_J}{dv} = \frac{J^2}{\sigma} = y^2 \sigma \omega^2 B_m^2 \sin^2 \omega t. \quad (1.62)$$

Snaga gubitaka u limu, slika 1.26, feromagnetika je:

$$P_J = \int_{-d/2}^{d/2} \frac{dP_J}{dv} S dy = S \sigma \omega^2 B_m^2 \sin^2 \omega t \int_{-d/2}^{d/2} y^2 dy = \frac{2}{3} \left(\frac{d}{2} \right)^3 S \sigma \omega^2 B_m^2 \sin^2 \omega t. \quad (1.63)$$

Srednja snaga gubitaka (ukupni gubici) usled vrtložnih struja:

$$P_{Jsr} = \frac{1}{24} S \sigma \omega^2 B_m^2 d^3 = \frac{1}{24} \sigma \omega^2 B_m^2 d^2 V_{Fe} = \frac{1}{6} \sigma \pi^2 f^2 B_m^2 d^2 \frac{m_{Fe}}{\rho} = k_{vs} f^2 B_m^2 d^2 m_{Fe}, \quad (1.64)$$

tj. gubici usled vrtložnih struja:

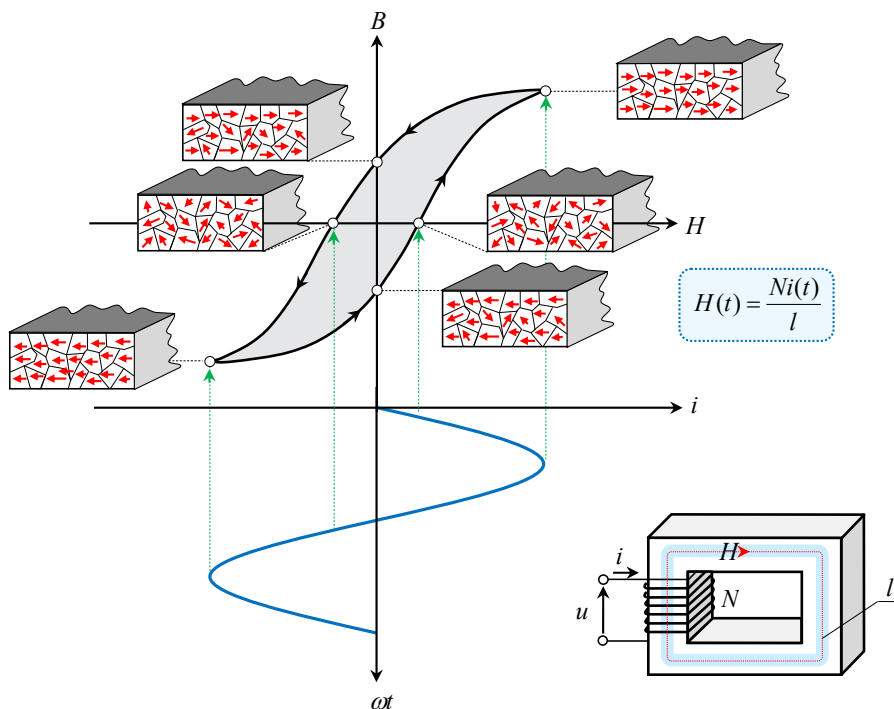
$$P_v = P_{Jsr} = k_{vs} f^2 B_m^2 d^2 m_{Fe} \quad (1.65)$$

zavise od učestanosti, indukcije i debljine lima na kvadrat, mase gvožđa koje je prožeto vremenski promenljivim magnetnim poljem. Sa k_{vs} je označen koeficijent proporcionalnosti za gubitke usled vrtložnih struja sa kojim je uzeta u obzir specifična električna provodnosti σ , kao i gustina ρ feromagnetika.

1.2.11.2. Gubici usled histereza

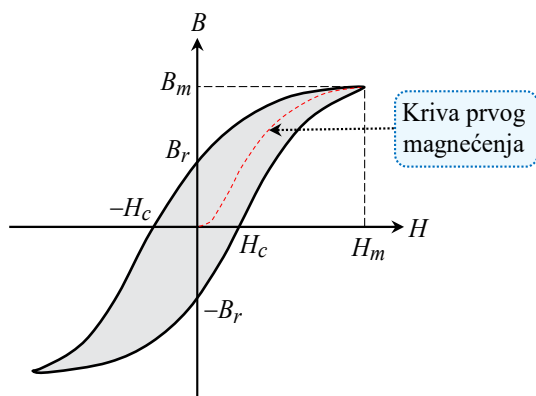
Pojam histereza se sreće u nauci i različitim tehničkim disciplinama. Histerezis predstavlja pojavu da efekti nekog delovanja kasne u odnosu na to delovanje. Histerezis je svojstvo sistema da izlazne veličine ne zavise samo od ulaznih veličina već i od istorije sistema.

Kao što je navedeno feromagnetizam se može objašnjavati konceptom magnetnih domena. U odsustvu stranog magnetnog polja smer orijentacije magnetnih momenata varira od domena do domena. U prisustvu stranog magnetnog polja magnetni domeni se orijentišu u pravcu i smeru stranog polja. Sa promenom jačine magnetnog polja – struje magnećenja, domeni se zakreću i menjaju svoju orijentaciju prateći pri tome strano magnetno polje. Jačina magnetnog polja je, na osnovu Amperovog zakona, određena strujom kroz namotaj. Magnetno polje koje potiče od struje prati svojim oblikom struju, tj. jačina magnetnog polja je na neki način preskalirana struja. Na slici 1.27. je prikazano kako se usled naizmjenične struje u namotaju, menjaju magnetna indukcija i jačina magnetnog polja. Zavisnost $B(H)$ je tzv. BH karakteristika ili kriva magnećenja. Za jednu celu periodu struje radna tačka u $B-H$ ravni opiše jednu celu histerezisnu petlju. Na slici 1.27. je prikazana orijentacija magnetnih domena u četiri karakteristične tačke.



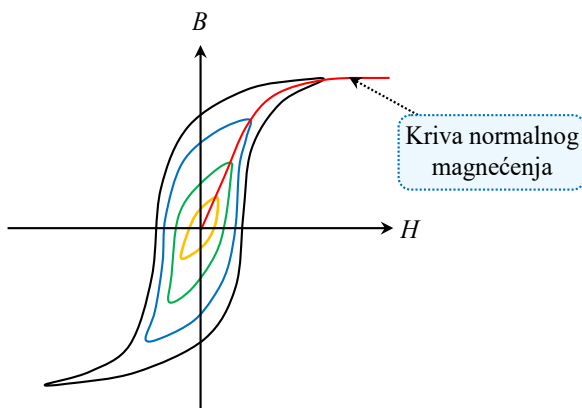
Slika 1.27. Kriva magnećenja – histerezisna petlja. Orijentacija magnetnih domena u četiri karakteristične tačke.

Na slikama 1.27. i 1.28. se jasno vidi da kada jačina magnetnog polja postane jednaka nuli, $H=0$, da magnetna indukcija ima neku vrednost koja se naziva remanentna (zaostala) indukcija, B_r . Remanentna indukcija potiče od uređenosti magnetnih domena koju su oni zadržali i u odsustvu stranog magnetnog polja, $H=0$. Sa porastom struje raste jačina magnetnog polja i pri nekoj vrednosti jačine polja, koja se naziva koercitivno polje H_c indukcija će imati vrednost nula. Iz ova dva primera je evidentno da magnetizacija feromagnetika – magnetna indukcija, kasni za magnetnim poljem koje tu magnetizaciju izaziva. Promene u stanju magnetizacije feromagnetika uvek kasne za promenama stranog magnetnog polja koje magnetizaciju feromagnetika izaziva – dakle javlja se takozvano histerezisno ponašanje, koje je kod feromagnetika opisano karakterističnom histerezisnom petljom, slika 1.28. Pri nekoj vrednosti jačine magnetnog polja H_m postignuto je da su svi magnetni domeni orijentisani u pravcu stranog magnetnog polje – kaže se da je postignuto zasićenje feromagnetika. Jačini magnetnog polja zasićenja H_m odgovara magnetna indukcija zasićenja, B_m . Na slici 1.28. pored histerezisne petlje je prikazana i kriva prvog magnećenja feromagnetika. Po ovoj krivoj se menja magnetna indukcija feromagnetika kada se prvi put nađe u stranom magnetnom polju.



Slika 1.28. Histerezisne petlje i kriva prvog magnećenja.

Na slici 1.29. je prikazana familija histerezisnih petlji za različite vrednosti struje, a koja predstavlja izvor stranog magnetnog polja. Prikazana je i kriva normalnog magnećenja koja spaja vrhove histerezisnih petlji za različite vrednosti H_m .



Slika 1.29. Familija histerezisnih petlji za različite vrednosti struje.

Pri promeni orijentacije magnetnih domena, pod dejstvom stranog magnetnog polja, između magnetnih domena javlja se neka vrsta sile „trenja“. Zakretanja magnetnih domena su praćena pretvaranjem energije magnetnog polja u toplotu. Histerezis feromagnetika izaziva gubitke u vremenski promenljivom magnetnom polju, tzv. histerezisne gubitke.

Energija utrošena na rotaciju magnetnih domena feromagnetika u toku jednog histerezisnog ciklusa srazmerna je površini histerezisne petlje:

$$W_h = V_{Fe} \cdot \oint H dB = V_{Fe} \cdot S_h \quad [\text{J}], \quad (1.66)$$

gde je V_{Fe} zapremina feromagnetika. Snaga gubitaka usled histerezisa:

$$P_h = \frac{W_h}{T} = f \cdot V_{Fe} \cdot S_h \quad [\text{W}], \quad (1.67)$$

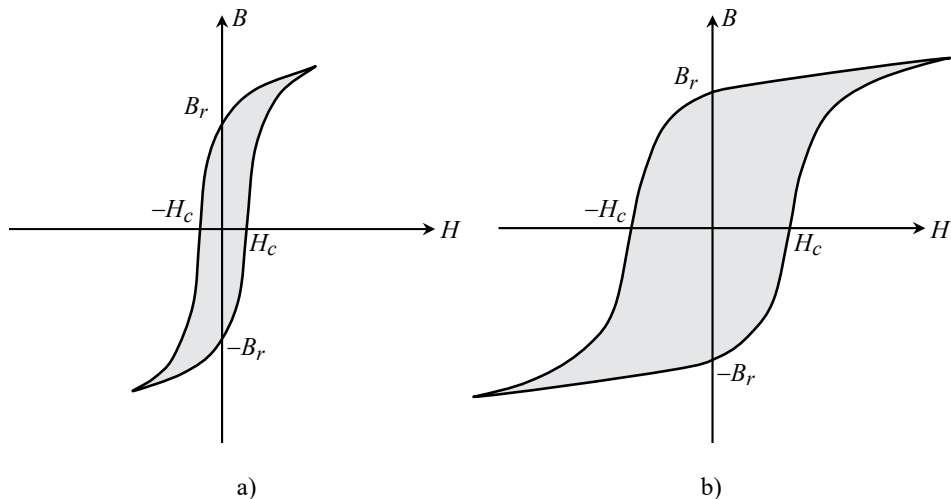
zavisi od učestanosti, f , kojom se menja strano magnetno polje, površine histerezisne petlje, S_h , kao i zapremine feromagnetnog materijala, V_{Fe} , koja je prožeta magnetnim poljem.

U praksi se gubici usled histerezisa feromagnetika računaju približnom formulom tzv. Štajnmecovim obrascem:

$$P_h = m_{Fe} \cdot \eta \cdot f \cdot B_m^x [\text{W}]; \quad x \in (1,5 \div 2,5). \quad (1.68)$$

Kada je indukcija bliska indukciji zasićenja (što jeste kod električnih mašina) tada se može uzeti da je $x = 2$. Snaga gubitaka usled histerezisa zavisi od mase feromagnetnog materijala, učestanosti i kvadrata magnetne indukcije. U prethodnoj jednačini sa η je označen Štajnmecov koeficijent histerezisnih gubitaka.

Gubici usled histerezisa u feromagnetnom materijalu, tokom jedne periode promene struje, proporcionalni su površini histerezisne petlje. Sa stanovišta histerezisnih gubitaka u feromagnetnom materijalu poželjno je da histerezisna petlja bude što uža, kao što je prikazano na slici 1.30 a.



Slika 1.30. Histerezisne petlje feromagnetnih materijala: a) mekih b) tvrdih.

Da bi se dobila uska histerezijsna petlja metalurški se materijalu dodaje silicijum – silicijumsko gvožđe. Usku histerezijsnu petlju imaju tzv. meka gvožđa pa otud naziv magnetno meki materijali. Na slici 1.30 b. je prikazana široka histerezijsna petlja, koja pripada sasvim drugom feromagnetnom materijalu – čeliku. Kako ovi materijali imaju veliku tvrdoću otud naziv magnetno tvrdi materijali. Magnetno tvrdi materijali imaju široku histerezijsnu petlju sa velikom površinom, dok magnetno meki materijali imaju usku histerezijsnu petlju sa malom površinom, slika 1.30 a. Feromagnetno tvrdi materijali se ne koriste za izradu feromagnetnog kola u kome će se uspostavljati vremenski promenljiv fluks. Za izradu magnetnih kola mašina naizmenične struje (transformatori, sinhroni i asinhroni mašine) koriste se magnetno meki materijali.

U ovom delu je objašnjeno da gubici u gvožđu P_{Fe} imaju dva dela: gubitke usled vrtložnih struja i gubitke usled histerezisa.

$$P_{Fe} = P_v + P_h = m_{Fe} \cdot B_m^2 \cdot \left(k_{vs} \cdot d^2 \cdot f^2 + \eta \cdot f \right). \quad (1.69)$$

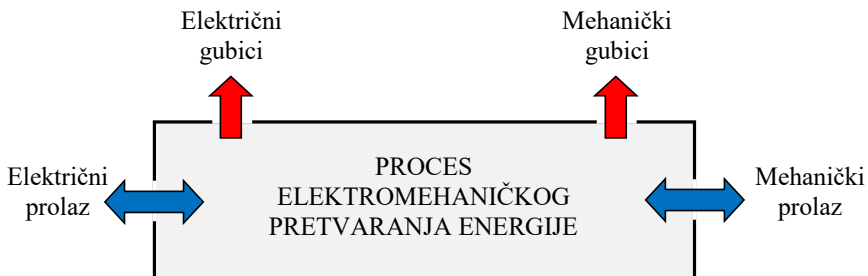
U proračunima se za B_m podrazumeva maksimalna vrednost magnetne indukcije, odnosno njena amplituda u slučaju naizmenične struje. Da bi se odredila vrednost gubitaka u gvožđu, upotrebom izraza (1.69) potrebno je poznavati maksimalnu vrednost indukcije B_m . Potreba za poznavanjem vrednosti magnetne indukcije, B_m , predstavlja ograničenje da se gubici u gvožđu jednostavno uvažavaju u osnovnom matematičkom modelu elektromehaničkog pretvarača.

2. ELEKTROMEHANIČKA KONVERZIJA

2.1. OPŠTI FIZIČKI MODEL ELEKTRIČNE MAŠINE

Električna mašina se može posmatrati kao zatvoren, ali pristupačan fizički objekat u kome se odigrava proces pretvaranja električne energije u mehaničku i obrnuto. Ovo pretvaranje se naziva i elektromehanička konverzija energije. Energetski pristupi fizičkom objektu sa spoljašnje strane mogući su putem dva prolaza – električnog i mehaničkog. Preko ovih prolaza mašina je povezana sa spoljnim objektima, razmenjujući sa njima električnu, odnosno mehaničku energiju.

Pored ove veze, postoji još jedna neželjena veza preko izlaza za električne i mehaničke gubitke. Da bismo se upustili u izučavanje elektromehaničke konverzije, električna mašina će biti predstavljena kao „crna kutija“ koja ima dva glavna (dvosmerna) prolaza – za električnu i za mehaničku snagu i dva sporedna (jednosmerna) izlaza – za električne i mehaničke gubitke. Unutar ove „crne kutije“ odvija se proces elektromehaničke konverzije. Ilustracija ovako opisane električne mašine, kao „crna kutija“ data je na slici 2.1.

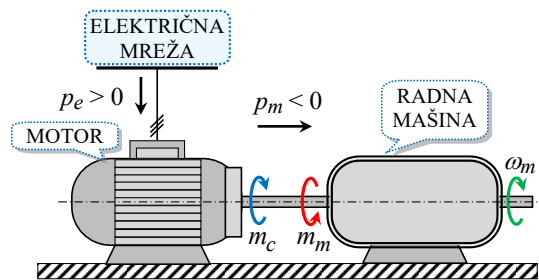


Slika 2.1. Električna mašina kao „crna kutija“.

Električni i mehanički prolazi su dvosmerni, jer kroz njih energija može da ulazi i izlazi iz mašine, tj. oni su prolazi, jer mogu da imaju kako ulogu ulaza, tako i ulogu izlaza. U ustaljenom režimu, tj. u stacionarnom stanju, jedan prolaz je ulaz za snagu, a drugi prolaz je izlaz za snagu. Smer snage kroz prolaze određuje radni režim električne mašine tj. da li je mašina motor ili je generator, pa u zavisnosti od smera električne i mehaničke snage električna mašina može da radi kao motor ili kao generator. U motornom režimu rada potreban je izvor električne energije i tada električna snaga ulazi u mašinu, a mehanička snaga izlazi iz mašine. Za generatorski režim rada potreban je izvor mehaničke energije i tada mehanička snaga ulazi u mašinu, a električna snaga izlazi iz mašine. Smer mehaničke snage određuje radni režim električne mašine. Smer električne snage uvek će se prilagoditi smeru mehaničke snage. U ustaljenom stanju jedna od snaga (električna, mehanička) ulazi u mašinu, a ona druga izlazi iz mašine. U konstrukcijskom pogledu električne mašine su takve da mogu da rade i kao generatori i kao motori, a bez izmene delova – potrebno je samo promeniti smer toka snage. Ovo svojstvo izmenjivosti režima rada električne mašine se naziva reverzibilnost, jer ona može reverzirati – promeniti režim u kome radi.

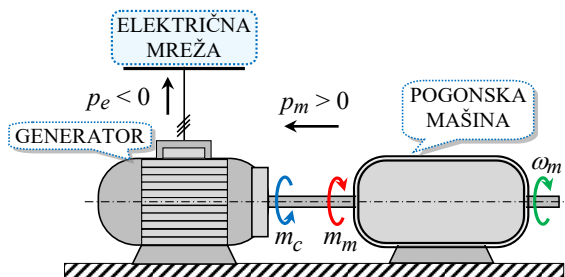
Da bi mašina radila u motorskom režimu, na njenom mehaničkom prolazu treba da je potrošač mehaničke energije – radna mašina. Za generatorski režim rada mašine potrebno je da se na mehanički prolaz dovede energija, odnosno da se na mehaničkom prolazu nalazi izvor mehaničke energije – pogonska mašina. Da bi mašina promenila radni režim potrebno je promeniti smer toka mehaničke snage.

Izbor pozitivnog referentnog smera za snagu (energiju) stvar je konvencije – dogovora. U nastavku ovog udžbenika za pozitivan referentni smer za snagu usvaja se smer snage kada snaga ulazi u mašinu. Shodno ovoj konvenciji, na slici 2.2. su naznačeni smerovi snaga u motorskom režimu rada električne mašine. U motorskom režimu rada električne mašine, električna snaga ulazi u mašinu, pa je $p_e > 0$. Motor konvertuje električnu snagu u mehaničku snagu. Mehanička snaga izlazi iz električne mašine i predaje se radnoj mašini koja obavlja mehanički rad, $p_m < 0$. Na slici 2.2. prikazane su električna mašina i radna mašina koje su mehanički spojene jedinstvenim vratilom.



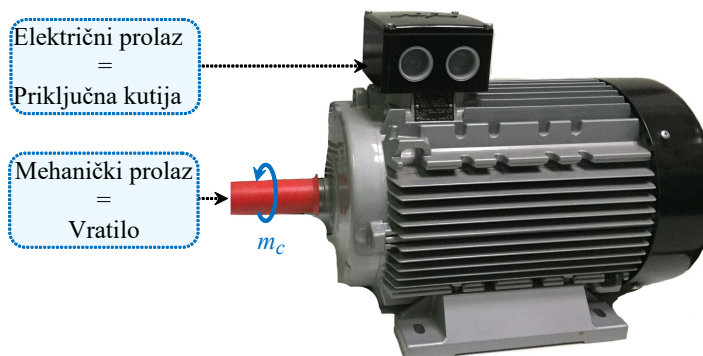
Slika 2.2. Ilustracija motorskog režima rada električne mašine.

Na slici 2.3. su naznačeni smerovi snaga u generatorskom režimu rada električne mašine. Pogonska mašina preko vratila pogoni električnu mašinu i predaje joj mehaničku snagu. Pogonska mašina realizuje mehanički rad. U generatorskom režimu rada električne mašine mehanička snaga preko vratila ulazi u električnu mašinu, pa je $p_m > 0$. Generator konvertuje mehaničku snagu u električnu. Električna snaga izlazi iz generatora, $p_e < 0$.



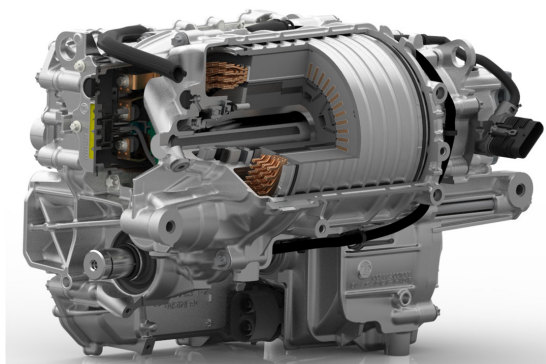
Slika 2.3. Ilustracija generatorskog režima rada električne mašine.

Vratilo električne mašine predstavlja mehanički prolaz, dok je priključne kutija električni prolaz, slika 2.4. Na slici 2.4. je prikazan asinhroni motor opšte namene koji se kao takav može koristiti u različitim aplikacijama. Električne mašine se mogu izraditi za specijalizovanu primenu gde je sama električna mašina deo većeg sklopa npr. pogonski motor u električnom automobilu.



Slika 2.4. Električna mašina opšte namene – asinhroni motor. Priključna kutija – električni prolaz, vratilo – mehanički prolaz.

Na slici 2.5. je prikazan kompaktan pogonski sklop električnog automobila, proizvođača ZF Friedrichshafen AG. Glavni delovi koji čine ovaj sklop su: sinhroni motor sa stalnim magnetima, inverter, reduktor i kućište celog sklopa. U zoni između statorskog kućišta i kućišta sklopa obezbeđen je prostor za protok medijuma za odvođenje toplote. Nazivna snaga motora je 100 kW, a nazivni napon je 400 V.



Slika 2.5. Kompaktni pogonski sklop električnog automobila. *Source: ZF Friedrichshafen AG / Izvor: ZF Friedrichshafen AG.*

2.2. JEDNAČINE PODSISTEMA MODELA ELEKTRIČNIH MAŠINA

Za sve veličine – varijable koristiće se oznake malim slovima, jer se u opštem slučaju radi o trenutnim vrednostima (vremenski domen). Vremenski domen važi kako za prelazne režime, tako i za ustaljena stanja. U ustaljenim stanjima, kod mašina jednosmerne struje, sve električne veličine su konstantne (jednosmerne), a kod mašina naizmenične struje, sve električne veličine će se posmatrati kao fazori.

2.2.1. Mehanički prolaz

Električna mašina se sastoji iz dva čvrsta dela (statora i rotora) čiji se međusobni položaj može menjati sa jednim stepenom slobode. Kako se radi o kretanju sa jednim stepenom slobode, to se relativni položaj između ta dva dela izražava se jednom promenljivom veličinom – koordinatom. Ako se radi o rotacionom kretanju ta koordinata je ugao – ϑ , dok je kod translacionog kretanja ta koordinata dužina – x . Kako je stator nepokretan ova koordinata daje istovremeno i relativni položaj rotora u odnosu na okolinu. Znatno češće se sreću elektromehanički pretvarači sa rotacionim kretanjem.

Kako prvi izvod koordinate u vremenu predstavlja brzinu kretanja to je ugaona brzina obrtanja rotora u odnosu na stator:

$$\omega_m = \frac{d\vartheta_m}{dt} \quad [\text{rad/s}], \quad (2.1)$$

gde je: – ϑ_m mehanička koordinata rotora, to je ugao između nepokretne ose statora i ose na rotoru. Pored ugaone brzine ω_m koja je data u rad/s u svakodnevnoj upotrebi se znatno češće koristi brzina obrtanja – n data u obrtajima u minuti. Njihova međusobna veza je:

$$\omega_m = \frac{2\pi n}{60}. \quad (2.2)$$

Mehanička snaga koja se na ovom prolazu dovodi ili odvodi, definisana je preko mehaničkog momenta i ugaone brzine obrtanja:

$$p_m = \omega_m m_m \quad [\text{W}]. \quad (2.3)$$

U skladu sa konvencijom o pozitivnom referentnom smeru za snagu, tj. da je snaga pozitivna kada ulazi u mašinu:

– u generatorskom režimu rada mehanička snaga ulazi kroz mehanički prolaz, pa je $p_m > 0$. Mehanički momenat je momenat pogonske mašine, kada su mehanička snaga i brzina obrtanja pozitivni, $p_m > 0$ i $\omega_m > 0$, tada je i mehanički momenat pozitivan, $m_m = M_{PM} > 0$.

– u motorskom režimu mehanička snaga izlazi kroz mehanički prolaz pa je $p_m < 0$. Mehanički momenat je momenat radne mašine. On je negativan, $m_m = M_{RM} < 0$, ako je brzina obrtanja pozitivna.

U nastavku udžbenika neće se posebno naglašavati da li mehanički momenat m_m potiče od radne ili pogonske mašine. Jedinica za momenat je Nm.

Integral snage u određenom vremenskom intervalu predstavlja energiju koja prođe kroz mehanički prolaz – mehaničku energiju:

$$W_m = \int_{t_0}^{t_1} p_m dt \quad [\text{J}]. \quad (2.4)$$

2.2.2. Električni prolaz

Električna mašina sadrži određen broj električnih kola (namotaja) koja su međusobno galvanski izolovana, ali magnetno spregnuta. Namotaji su nepokretni ili u odnosu na stator (statorski namotaji) ili u odnosu na rotor (rotorski namotaji), a može ih biti i obeju vrsta. Namotaji imaju po dva kraja i oni se izvođe van mašine radi spajanja sa izvorom električne energije – električnom mrežom ili potrošačem.

Trenutna električna snaga koja se preko para krajeva bilo kog namotaja u datom trenutku vremena odvodi ili dovodi je proizvod napona na krajevima tog namotaja i njegove struje:

$$p_{ek} = i_k u_k \quad k = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (2.5)$$

gde su – n ukupan broj namotaja te električne mašine,

– i_k i u_k su trenutna struja i napon k – tog namotaja.

Električna snaga može u istom trenutku vremena imati različit znak za pojedine namotaje. Ukupna električna snaga na električnom prolazu je algebarski zbir snaga za sve namotaje:

$$p_e = \sum_{k=1}^n i_k \cdot u_k. \quad (2.6)$$

U skladu sa konvencijom o pozitivnom referentnom smeru za snagu, tj. da je snaga pozitivna kada ulazi u mašinu:

- u motorskom režimu električna snaga ulazi u mašinu, pa je $p_e > 0$;
- u generatorskom režimu električna snaga izlazi iz mašine, pa je $p_e < 0$.

Integral električne snage u određenom vremenskom intervalu predstavlja energiju koja prođe kroz električni prolaz – električnu energiju:

$$W_e = \int_{t_0}^{t_1} p_e dt. \quad (2.7)$$

Za svaki namotaj električne mašine – električno kolo, može se zapisati jednačina naponske ravnoteže:

$$u_k = R_k i_k + \frac{d\psi_k}{dt}. \quad (2.8)$$

Prvi sabirak je proizvod omske otpornosti namotaja R_k i njegove struje i_k . Drugi sabirak prema Faradejevom zakonu elektromagnetne indukcije predstavlja elektromotornu silu. U njemu su pojavljuje ukupan magnetni fluks namotaja (fluksni obuhvat) – ψ_k usled proticanja struja kroz sve namotaje:

$$\psi_k = \sum_{j=1}^n L_{kj} \cdot i_j = L_{1k} i_1 + L_{2k} i_2 + \dots + L_{kk} i_k + \dots + L_{nk}, \quad (2.9)$$

gde je: – L_{kk} sopstvena induktivnost k – tog namotaja;

– L_{kj} međusobna induktivnost k – tog i j – tog namotaja.

Proizvod struje u namotaju i_k i njegove sopstvene induktivnosti L_{kk} predstavlja doprinos struje u k – tom namotaju njegovom fluksu. Dok je sa L_{kj} uzet u obzir doprinos struje u drugim namotajima fluksnom obuhvatu ψ_k . Za međusobne induktivnosti važi da je $L_{kj} = L_{kk}$.

Jednačine za električnu snagu, naponsku ravnotežu i fluksni obuhvat mogu se zapisati kraće i preglednije uvođenjem matrice notacije, gde su struje, naponi i fluksevi svih namotaja uređeni u matrice kolone – vektore:

$$\underline{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}, \quad \underline{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}, \quad \underline{\psi} = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_n \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

a otpornosti svih namotaja grupisane u dijagonalnu matricu:

$$\underline{R} = \text{diag}(R_1, R_2, \dots, R_n), \quad (2.11)$$

dok su sve induktivnosti grupisane u kvadratnu matricu:

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

Matrična forma jednačina koje opisuju električni prolaz:

$$p_e = \underline{i}^T \cdot \underline{u}, \quad (2.13)$$

$$\underline{u} = \underline{R} \cdot \underline{i} + \frac{d\underline{\psi}}{dt}, \quad (2.14)$$

$$\underline{\psi} = \underline{L} \cdot \underline{i}. \quad (2.15)$$

Uvođenje matrične notacije omogućuje predstavljanje sume u preglednijem obliku putem proizvoda matrica. U prethodnim jednačinama sa n je označen ukupan broj namotaja električne mašine. Matrica induktivnosti je kvadratna dimenzije $n \times n$. Na glavnoj dijagonali se nalaze sopstvene induktivnosti – L_{kk} , dok su elementi matrice induktivnosti van glavne dijagonale međusobne induktivnosti – L_{kj} . Treba primetiti da za međusobne induktivnosti važi da je $L_{kj} = L_{jk}$, odnosno da je matrica induktivnosti simetrična – $\underline{L} = \underline{L}^T$.

2.2.3. Mehanički izlaz

Mehanički gubici su posledica trenja u ležajevima i trenja pokretnih delova mašine o rashladni fluid (vazduh). U mehaničke gubitke spadaju i gubici ventilacije usled rada ventilatora koji se nalazi na vratilu same mašine. Ovi gubici se obično nazivaju gubicima na trenje i ventilaciju i srazmerni su sa brzinom na odgovarajući stepen. Snaga mehaničkih gubitaka se približno može prikazati kao:

$$g_m = K_m \cdot \omega_m^2 \quad [\text{W}], \quad (2.16)$$

gde je K_m koeficijent trenja.

Ako su mehanički gubici aproksimirani snagom gubitaka koja je data pomoću jednačine (2.16), momenat mehaničkih gubitaka se može iskazati kao proizvod koeficijenta trenja i brzine:

$$m_{gm} = K_m \cdot \omega_m \quad [\text{Nm}]. \quad (2.17)$$

2.2.4. Električni izlaz

Električni gubici nastaju usled proticanja struje kroz namotaje električne mašine. Snaga električnih gubitaka, je zapravo snaga Džulove toplote oslobođene u svima namotajima električne mašine kroz koje teče struja. Električni gubici u k – tom namotaju električne mašine su:

$$g_{ek} = R_k \cdot i_k^2 \quad [\text{W}]. \quad (2.18)$$

Ukupni električni gubici u električnoj mašini su suma gubitaka u svim pojedinačnim namotajima:

$$g_e = \sum_{k=1}^n R_k \cdot i_k^2. \quad (2.19)$$

Upotrebom matrične notacije električni gubici se mogu odrediti pomoću sledeće matrične jednačine:

$$g_e = \underline{i}^T \cdot \underline{R} \cdot \underline{i}. \quad (2.20)$$

Osim električnih i mehaničkih gubitaka, u elektromehaničkom pretvaraču postoje i gubici u magnetnom kolu tj. gubici u gvožđu. Gubitke u gvožđu je teško analitički uzeti u obzir, pa se pri modelovanju obično zanemaruju, te naknadno uvaže, modifikacijom dobijenog modela. Ovi gubici nisu naznačeni kao poseban izlaz iz mašine na prikazu mašine kao crne kutije, slika 2.1.

2.2.5. Step en korisnog dejstva

Gubici u električnoj mašini (električni, mehanički i gubici u gvožđu) su izgubljeni deo snage u procesu elektromehaničke konverzije energije. Zato su izlazi u prikazu mašine kao crne kutije, slika 2.1, jednosmerni tj. orijentisani su iz mašine. Kako su gubici stalan pratilac elektromehaničke konverzije, to električne mašine uvek imaju izlaznu snagu manju od ulazne snage za iznos snage gubitaka. Tokom rada električne mašine, snaga gubitaka se javlja u svim podsistemima mašine: električnom (namotaji), magnetnom (magnetno kolo) i mehaničkom. Ukupni, trenutni, gubici u mašini, p_g , su zbir trenutnih mehaničkih gubitaka, g_m , trenutnih električnih (Džulovih) gubitaka, g_e , i trenutnih gubitaka u gvožđu, g_{Fe} :

$$p_g = g_m + g_e + g_{Fe}. \quad (2.21)$$

U izrazu za trenutnu snagu električnih gubitaka:

$$g_e = \sum_{k=1}^n R_k \cdot i_k^2, \quad (2.22)$$

figuriše trenutna struja koja protiče kroz namotaje, i_k .

Kada se određuje stepen korisnog dejstva koristi se srednja vrednost snage gubitaka:

$$P_g = \frac{1}{T} \int_0^T (g_m + g_e + g_{Fe}) dt = P_{gmeh} + P_J + P_{Fe}, \quad (2.23)$$

gde su: – P_{gmeh} usrednjena (stacionarna) vrednost snage mehaničkih gubitaka;

– P_{Fe} usrednjena (stacionarna) vrednost gubitaka u gvožđu (u magnetnom kolu);

- P_J usrednjena (stacionarna) vrednost Džulovih gubitaka;
- T perioda koja odgovara jednom obrtaju vratila u ustaljenom stanju.

Istoj toj periodi T odgovara i jedna perioda naizmjeničnih veličina (struja i napona) mašine. Sada u izrazu za srednju snagu električnih gubitaka – Džulovih gubitaka:

$$P_J = \sum_{k=1}^n R_k \cdot I_k^2, \quad (2.24)$$

figuriše efektivna vrednost naizmjenične struje, I_k , ako kroz svaki od n namotaja protiče naizmjenična struja. Kada kroz namotaje protiče jednosmerna struja, onda je I_k vrednost jednosmerne struje.

Stepen korisnog dejstva električne mašine se definiše za stacionarni režim rada (ustaljeno stanje, pa se mehanička snaga mora usrednjiti). Stepenn korisnog dejstva električne mašine određen je odnosom ustaljene vrednosti izlazne i ulazne snage:

$$\eta = \frac{P_{izlazna}}{P_{ulazna}}. \quad (2.25)$$

Imajući u vidu da se ulazna i izlazna snaga razlikuju za snagu gubitaka P_g , stepen korisnog dejstva se može odrediti i kao:

$$\eta = \frac{P_{izlazna}}{P_{izlazna} + P_g} = \frac{P_{ulazna} - P_g}{P_{ulazna}}. \quad (2.26)$$

Kako je električnu snagu jednostavnije meriti u odnosu na mehaničku snagu, to je smisleno stepen korisnog dejstva izraziti preko električne snage i snage gubitaka. Kod generatora izlazna snaga je električna snaga, pa je stepen korisnog dejstva generatora dat sledećim izrazom:

$$\eta = \frac{P_{izlazna}}{P_{izlazna} + P_g} = \frac{P_e}{P_e + P_g}. \quad (2.27)$$

Kod motora ulazna snaga je električna snaga, pa je stepen korisnog dejstva motora:

$$\eta = \frac{P_{ulazna} - P_g}{P_{ulazna}} = \frac{P_e - P_g}{P_e}. \quad (2.28)$$

Stepen korisnog dejstva može se odrediti direktno iz oglada u kome se mere ulazna i izlazna snaga ili indirektno putem određivanja gubitaka mašine. Stepenn korisnog dejstva električnih mašina kreće se od 0,75 do iznad 0,95. Granice ovog intervala treba prihvatiti orijentaciono. Mašine namenjene za veću snagu imaju stepen korisnog dejstva veći od mašina manje snage.

Snaga gubitaka ili kratko gubici nastaju takođe u procesu konverzije, ali ne u željenom procesu elektromehaničke konverzije. Električni i gubicu u magnetnom kolu se oslobađaju u procesu elektro–toplotne konverzije. Mehanički gubici se javljaju u procesu mehaničko–toplotne konverzije. Energija gubitaka je toplotna energija, to je toplota oslobođena u mašini. Kao posledica oslobođene snage gubitaka dolazi do zagrevanje električne mašne. Budući da mašina nije homogeno telo, pojedine vrste gubitaka razvijaju se u različitim delovima mašine:

- mehanički gubici zagrevaju ležajeve i rashladno sredstvo između statora i rotora;
- Džulovi gubici zagrevaju namotaje i preko njih magnetno kolo;
- gubici u gvožđu zagrevaju magnetno kolo, namotaj koji se nalazi u njemu, i kućište.

Dakle, pojedine vrste gubitaka različito utiču na zagrevanje električne mašine, zato što gubici nisu homogeno raspoređeni u mašini.

2.3. ENERGETSKI BILANS

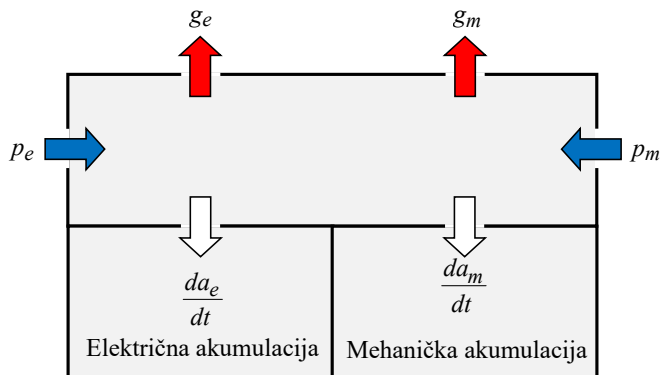
Iz dosadašnjeg izlaganja je ukazano da električna mašina ima dva prolaza (mehanički i električni) i dva jednosmerna izlaza (mehanički i električni) za gubitke. U mašini postoje i akumulacije energije (mehanička i električna). U svetlu ovoga, prema zakonu o održanju energije, celokupna energija koja u određenom vremenskom intervalu uđe u mašinu, mora biti jednaka zbiru svih energija gubitaka i priraštaja energije akumulisane u mašini. Ako se posmatra ovaj bilans u toku veoma kratkog vremenskog intervala dt , toliko kratkog da se sve snage (mehanička i električna) kao i snage gubitaka (mehanička i električna) mogu za taj interval smatrati konstantnim, tada se može zapisati energetski bilans iskazan preko energija:

$$p_m dt + p_e dt = g_m dt + g_e dt + da_m + da_e. \quad (2.29)$$

Sa a_m i a_e su označene akumulisane mehanička i električna energija, a da_m i da_e su odgovarajući priraštaji akumulisanih energija tokom vremenskog intervala dt . Energetski bilans se može iskazati i preko snaga:

$$p_m + p_e = g_m + g_e + da_m/dt + da_e/dt. \quad (2.30)$$

Energetski bilans električne mašine iskazan jednačinom (2.30) je ilustrovan na slici 2.6.



Slika 2.6. Energetski bilans električne mašine.

Smerovi snaga na prolazima na slici 2.6. kao i znaci u jednačini energetskog bilansa (2.29) i (2.30) su u skladu sa konvencijom da je snaga pozitivna kada ulazi u električnu mašinu. U motorskom režimu rada električna energija se pretvara u mehaničku, pa je električna snaga pozitivna, dok je mehanička snaga negativna. U generatorskom režimu rada mehanička energija se pretvara u električnu, pa je električna snaga negativna, dok je mehanička snaga pozitivna. Negativan predznak snage (mehaničke, električne) na prolazu ukazuje na suprotan smer snage od onog koji je usvojen konvencijom. Snage gubitaka su uvek pozitivne, dok priraštaji akumulacija (električne a_e , mehaničke a_m) mogu biti pozitivni i negativni.

2.3.1. Mehanička akumulacija

Mehanička akumulacija električne mašine je kinetička energija svih masa koje se obrću. Kinetička energija rotirajućih masa je određena sledećom jednačinom:

$$a_m = \frac{1}{2} J_m \cdot \omega_m^2, \quad (2.31)$$

gde je J_m momenat inercije svih rotirajućih masa. Električna mašina je preko vratila mehanički povezana sa radnom ili pogonskom mašinom, slika 2.2, i slika 2.3, koje imaju svoj momenat inercije. U jednačini (2.31) je potrebno, pored momenta inercije električne mašine, uzeti u obzir i momenat inercije radne, odnosno pogonske mašine.

Priraštaj mehaničke akumulacije pri maloj promeni brzine, je određen sledećom jednačinom:

$$da_m = J_m \cdot \omega_m \cdot d\omega_m, \quad (2.32)$$

i on postoji samo kada postoji promena brzine obrtanja. U nastavku ovog udžbenika smatra se da se momenat inercije ne menja, tj. da ostaje konstantan.

2.3.2. Električna akumulacija

Električna akumulacija je energija akumulisana u sprežnom polju sistema strujnih kola (namotaja). Sprežno polje elektromehaničkog pretvarača je magnetno polje, pa je električna akumulacija zapravo energija magnetnog polja:

$$a_e = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n i_k \cdot \psi_k, \quad (2.33)$$

ili u matricnoj formi:

$$a_e = \frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot \underline{\psi}. \quad (2.34)$$

U magnetno linearnoj sredini (nema zasićenja feromagnetika i gubitaka u gvožđu), energija magnetnog polja je:

$$a_e = \frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot \underline{L} \cdot \underline{i}. \quad (2.35)$$

Priraštaj električne akumulacije se javlja usled promene struje ili usled promene induktivnosti:

$$da_e = \frac{1}{2} d\underline{i}^T \cdot \underline{L} \cdot \underline{i} + \frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot d\underline{L} \cdot \underline{i} + \frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot \underline{L} \cdot d\underline{i}. \quad (2.36)$$

Svaki od sabiraka u priraštaju električne akumulacije (2.36) je realan broj, pa se može lako pokazati da je:

$$\left(d\underline{i}^T \cdot \underline{L} \cdot \underline{i} \right)^T = \underline{i}^T \cdot \underline{L} \cdot d\underline{i}. \quad (2.37)$$

Uvažavajući jednačinu (2.37), za priraštaj električne akumulacije se dobija sledeća jednačina:

$$da_e = \frac{1}{2} \underline{i}^T d\underline{L} \underline{i} + \underline{i}^T \underline{L} d\underline{i}. \quad (2.38)$$

2.3.3. Snaga konverzije

Kada se u jednačinu energetskog bilansa:

$$p_m + p_e = g_m + g_e + da_m/dt + da_e/dt, \quad (2.39)$$

zamene izrazi za pojedine snage, kao i za priraštaje akumulacije:

$$\begin{aligned} p_m &= \omega_m \cdot m_m, & g_m &= K_m \cdot \omega_m^2, & a_m &= \frac{1}{2} J_m \cdot \omega_m^2, \\ p_e &= \underline{i}^T \cdot \underline{u}, & g_e &= \underline{i}^T \cdot \underline{R} \cdot \underline{i}, & a_e &= \frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot \underline{\psi}, \end{aligned}$$

i kada se pregrupišu sabirci tako da sve električne veličine budu sa jedne strane jednakosti, a sve mehaničke veličine sa druge strane jednakosti:

$$\underline{i}^T \cdot \underline{u} - \underline{i}^T \cdot \underline{R} \cdot \underline{i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot \underline{\psi} \right) = -\omega_m \cdot m_m + K_m \cdot \omega_m^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_m \cdot \omega_m^2 \right), \quad (2.40)$$

dobija se snaga konverzije iskazana preko električnih:

$$p_c = \underline{i}^T \cdot \underline{u} - \underline{i}^T \cdot \underline{R} \cdot \underline{i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot \underline{\psi} \right), \quad (2.41)$$

odnosno mehaničkih veličina:

$$p_c = -\omega_m \cdot m_m + K_m \cdot \omega_m^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_m \cdot \omega_m^2 \right). \quad (2.42)$$

Snaga konverzije predstavlja snagu elektromehaničkog pretvaranja energije, to je snaga koja menja oblik, prelazi iz električne energije u mehaničku ili obrnuto. Snaga konverzije se dobija ako se od dovedene električne snage oduzmu električni gubici i snaga električne akumulacije, kao što je navedeno u izrazu (2.41). Na osnovu ovoga, može se zaključiti da je u motorskom režimu rada $p_c > 0$, dok je u generatorskom režimu rada $p_c < 0$.

Predznak minus za mehaničku snagu u izrazu za snagu konverzije, (2.42), ukazuje da se mehanička snaga odvodi iz mašine. Snaga konverzije je zbir odvedene mehaničke snage, mehaničkih gubitaka i snage mehaničke akumulacije.

Uvrštavajući jednačinu naponske ravnoteže:

$$\underline{u} = \underline{R} \cdot \underline{i} + \frac{d\underline{\psi}}{dt}, \quad (2.43)$$

u izraz za snagu konverzije

$$p_c = \underline{i}^T \cdot \underline{u} - \underline{i}^T \cdot \underline{R} \cdot \underline{i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot \underline{\psi} \right) = \underline{i}^T \cdot \frac{d\underline{\psi}}{dt} - \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot \underline{\psi} \right), \quad (2.44)$$

dobija se bitan izraz za snagu konverzije iskazanu preko struja i flukseva:

$$p_c = \frac{1}{2} \left(\underline{i}^T \cdot \frac{d\underline{\psi}}{dt} - \frac{d\underline{i}^T}{dt} \cdot \underline{\psi} \right). \quad (2.45)$$

Kada se uvaži da između fluksa i struje vlada dobro znana relacija $\underline{\psi} = \underline{L} \cdot \underline{i}$, tada se lako pokazuje da je snaga konverzije određena strujom i induktivnošću mašine:

$$p_c = \frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot \frac{d\underline{L}}{dt} \cdot \underline{i}, \quad (2.46)$$

$$p_c = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n i_k \cdot \frac{dL_{kj}}{dt} \cdot i_j. \quad (2.47)$$

Da bi se proces elektromehaničke konverzije odvijao tj. da bi snaga konverzije postojala, $p_c \neq 0$, potrebno je da postoje struje u namotajima i da je bar jedna induktivnost u elektromehaničkom pretvaraču promenljiva u vremenu. Induktivnosti mašine zavise od vremena posredno, preko koordinate položaja rotora,

$$\vartheta_m = \int \omega_m dt, \quad (2.48)$$

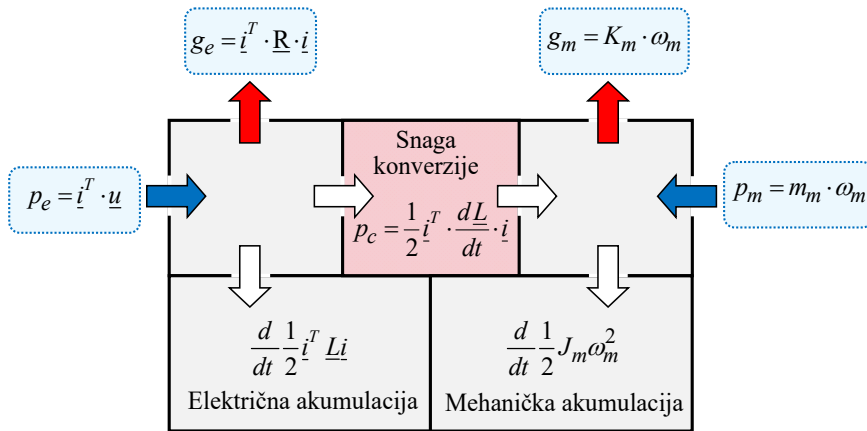
tako da je:

$$\frac{d\underline{L}}{dt} = \frac{d\underline{L}}{d\vartheta_m} \cdot \frac{d\vartheta_m}{dt} = \frac{d\underline{L}}{d\vartheta_m} \cdot \omega_m. \quad (2.49)$$

Zahtev da je bar jedna induktivnost promenljiva sa vremenom je lako dostižan. Mašina ima namotaje na statoru i/ili rotoru, tako da je međusobna induktivnost između nepokretnih namotaja na statoru i namotaja na rotoru sigurno promenljiva sa koordinatom rotora, ϑ_m . Nakon punog okretaja rotora koordinata rotora se periodično ponavlja.

Sasvim je drugi zaključak kod statičkih električnih mašina – transformatora. Namotaji su međusobno nepokretni, pa su sve induktivnosti namotaja transformatora konstantne u vremenu.

Energetski bilans električne mašine, dopunjen snagom elektromehaničke konverzije, može se šematski prikazati, slika 2.7.



Slika 2.7. Energetski bilans električne mašine dat preko snaga.

Na šematskom prikazu energetskog bilansa električne mašine, slika 2.7. postoje prolazi električne i mehaničke energije, izlazi za električne i mehaničke gubitke, dva odeljka za akumulisanje električne i mehaničke energije. Na slici 2.7. postoji još i prolazni centralni odeljak za snagu elektromehaničke konverzije p_c u kojem se vrši izmena dvaju vrsta energije.

2.3.4. Momenat konverzije

Kada se u izrazu za snagu konverzije, (2.46), promena induktivnosti sa vremenom izrazi preko promene induktivnosti sa koordinatom rotora, (2.49), dobija se:

$$p_c = \frac{1}{2} \dot{i}^T \cdot \frac{dL}{dt} \cdot i = \left(\frac{1}{2} \dot{i}^T \cdot \frac{dL}{d\vartheta_m} \cdot i \right) \omega_m, \quad (2.50)$$

snaga konverzije kao proizvod brzine obrtanja i momenta – momenta konverzije:

$$p_c = m_c \cdot \omega_m. \quad (2.51)$$

Sada je očigledno iz (2.50) i (2.51) da je momenat konverzije:

$$m_c = \frac{1}{2} \dot{i}^T \cdot \frac{dL}{d\vartheta_m} \cdot i. \quad (2.52)$$

Iz izraza (2.51) kojim je data veza između snage i momenta konverzije, može se izvesti sledeći zaključak. Da bi postojala snaga konverzije, p_c , potrebno je da postoji kretanje, odnosno da je $\omega_m \neq 0$. Ukoliko nema kretanja nema ni konverzije energije. Iz izraza za momenat konverzije (2.52) se vidi da kretanje nije nužan uslov da bi postojao momenat konverzije, m_c . Dakle momenat konverzije može postojati i kada je snaga konverzije jednaka nuli. Primer za ovo je slučaj kada je rotor električne mašine mehanički ukočen – stoji, $\omega_m = 0$, a postoji osetljivost bar jedne induktivnosti mašine na pomak rotora ($dL/d\vartheta_m \neq 0$) uz prisustvo struja u namotajima. Pored termina momenat konverzije u literaturi se ravnopravno koriste termini *elektromagnetni momenat*, ili kraće *električni momenat*, a za oznaku se koristi m_e .

2.3.5. Njutnova jednačina rotacionog kretanja

Snaga konverzije može da se prikaže i preko bilansa mehaničkih snaga:

$$p_c = -\omega_m \cdot m_m + K_m \cdot \omega_m^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_m \cdot \omega_m^2 \right). \quad (2.53)$$

Kada se u (2.53) snaga konverzije izrazi preko momenta konverzije i brzine obrtanja, dobija se:

$$m_c \cdot \omega_m = -\omega_m \cdot m_m + K_m \cdot \omega_m^2 + J_m \cdot \omega_m \frac{d\omega_m}{dt}. \quad (2.54)$$

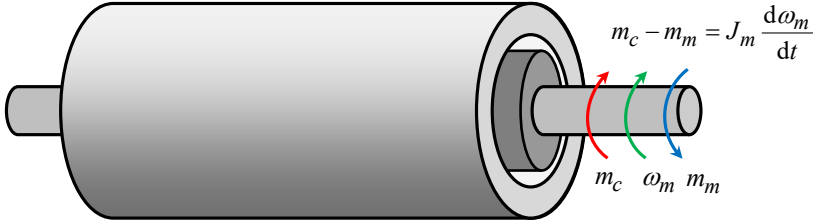
Ako se izraz (2.54) podeli sa brzinom obrtanja rotora ω_m , dobija se:

$$m_c + m_m = J_m \frac{d\omega_m}{dt} + K_m \omega_m, \quad (2.55)$$

jednačina elektromehaničke ravnoteže koja opisuje kretanje jednog tela sa inercijom i trenjem pod uticajem dva momenta: momenta konverzije m_c i mehaničkog momenta m_m . Momenti m_c i m_m su pozitivni kada teže da ubrzaju rotor u pozitivnom smeru. Iz (2.55) je očigledno da oba momenta m_c i m_m u ustaljenom stanju ne mogu imati isti znak, jer bi to dovelo do stalnog ubrzanog kretanja. Ranije je takođe pokazano da su ova dva momenta međusobno suprotstavljena. U motorskom je režimu rada $m_c > 0$, a $m_m < 0$, dok su u generatorskom režimu rada momenta promenili znakove, pa je $m_c < 0$, a $m_m > 0$.

Jednačina elektromehaničke ravnoteže (2.55) se može jednostavno prilagoditi za motorski ili generatorski referentni smer za snagu. U motorskom režimu rada električna snaga ulazi u mašinu, a mehanička snaga izlazi iz mašine. Usvaja se da su ovi smerovi snage pozitivni

u motorskom referentnom smeru za snagu, koji je adekvatan pri izučavanju motorskog režima rada. Dovoljno je u (2.55) formalno smeniti m_m sa $-m_m$ za motorski referentni smer za snagu. Na slici 2.8. prikazan je međusoban odnos momenata i brzine obrtanja u motorskom režimu rada. Mehanički gubici su zanemareni. Momenat konverzije podržava kretanje, dok se mehanički momenat suprotstavlja kretanju.



Slika 2.8. Ilustracija elektromehaničke ravnoteže momenata u motorskom režimu rada.

Za referentne smerove momenata i brzine prikazane na slici 2.8. elektromehanička ravnoteža je data sledećom jednačinom:

$$m_c - m_m = J_m \frac{d\omega_m}{dt}. \quad (2.56)$$

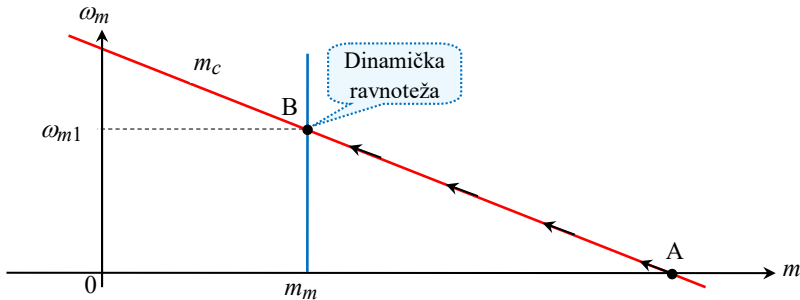
Sada se može dati kratka analiza:

– Kada je momenat konverzije veći od mehaničkog momenta, $m_c > m_m$, tada je $d\omega_m/dt > 0$ i kretanje je ubrzano. Ovo ne može biti trajan režim rada. Rotor će ubrzavati sve dok se ne izjednači mehanički momenat sa momentom konverzije.

– Kada je momenat konverzije jednak mehaničkom momentu, $m_c = m_m$, tada je $d\omega_m/dt = 0$. Rotor se obrće sa konstantnom brzinom obrtanja. Ovo je stanje dinamičke ravnoteže i to je trajan režim rada.

– Kada je momenat konverzije manji od mehaničkog momenta, $m_c < m_m$, tada je $d\omega_m/dt < 0$ i kretanje je usporeno. Ovo ne može biti trajan režim rada. Rotor će usporavati sve dok se ne zaustavi.

Na slici 2.9. su prikazani mehanički momenat, m_m , koji je nezavisan od brzine obrtanja i momenat konverzije, m_c , koji se menjaju linearno sa brzinom. Nakon pokretanja motora pod dejstvom momenta konverzije rotor će ubrzavati do dostizanja stacionarne brzine ω_{m1} , odnosno postizanja dinamičke ravnoteže. Dinamička ravnoteža je postignuta kada su se izjednačili mehanički momenat i momenat konverzije, $m_c = m_m$.



Slika 2.9. Mehaničke karakteristike motora i radne mašine.

Na slici 2.9. strelicama je naznačeno kretanje radne tačke od trenutka mirovanja, tačka A, do radne tačke B u kojoj je postignuta dinamička ravnoteža.

2.3.6. Opšti matematički model rotacionog elektromehaničkog pretvarača

Opšti matematički model elektromehaničkog pretvarača sa rotacionim kretanjem čine jednačine:

– naponske ravnoteže:

$$\underline{u} = \underline{R} \cdot \underline{i} + \frac{d\underline{\psi}}{dt}, \quad (2.57)$$

– fluksnih obuhvata:

$$\underline{\psi} = \underline{L} \cdot \underline{i}, \quad (2.58)$$

– momenta konverzije:

$$m_c = \frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot \frac{d\underline{L}}{d\vartheta_m} \cdot \underline{i}, \quad (2.59)$$

– elektromehaničke ravnoteže, Njutnova jednačina:

$$m_c + m_m = J_m \frac{d\omega_m}{dt} + K_m \omega_m, \quad (2.60)$$

– veze položaja rotora i brzine:

$$\omega_m = \frac{d\vartheta_m}{dt}. \quad (2.61)$$

U ovom matematičkom modelu, (2.57) – (2.61), fizičke veličine – varijable su naponi, struje, fluksevi, momenti, brzina i položaj rotora, dok su otpornosti, induktivnosti, momenat inercije i koeficijent trenja parametri. Ovaj matematički model se može rešavati za različite izbore ulaznih i izlaznih veličina. Ako su dati naponi i mehanički momenat, tada se računaju fluksevi, struje, momenat konverzije i brzina. Svaki namotaj mašine doprinosi sa jednom jednačinom naponske ravnoteže u matematičkom modelu. Ako na statoru ima p , a na rotoru q namotaja, tada jednačina naponske ravnoteže ima $p + q$. Matrica induktivnosti kao i matrica otpornosti su kvadratne dimenzije $(p + q) \times (p + q)$.

2.3.7. Opšti matematički model elektromehaničkog pretvarača sa linearnim kretanjem

Matematički model rotacionog elektromehaničkog pretvarača se može lako prilagoditi za pretvarač sa linearnim kretanjem i jednim stepenom slobode. Mašine sa linearnim kretanjem spadaju u mašine specijalne konstrukcije i ređe se sreću u upotrebi. Obično se koriste za pogone nekih linearnih ventila, linearnih pozicionera, za pogon vozova zasnovanih na magnetnoj levitaciji. Model elektromehaničkog pretvarača sa linearnim kretanjem se može jednostavno dobiti polazeći od modela pretvarača sa rotacionim kretanjem, primenom analogija između veličina rotacionog i translacionog kretanja. Potrebno je zameniti veličine rotacionog kretanja, veličinama translacionog kretanja:

$$\vartheta_m \rightarrow x \qquad \omega_m \rightarrow v \qquad J_m \rightarrow \mathcal{M} \qquad m \rightarrow f$$

gde je x – koordinata translacionog kretanja, $\mathcal{M}$ – masa, f – sila, v – linearna brzina kretanja.

Opšti matematički model elektromehaničkog pretvarača sa linearnim kretanjem čine jednačine:

– naponske ravnoteže:

$$\underline{u} = \underline{R} \cdot \underline{i} + \frac{d\underline{\psi}}{dt}, \quad (2.62)$$

– fluksnih obuhvata:

$$\underline{\psi} = \underline{L} \cdot \underline{i}, \quad (2.63)$$

– sila konverzije:

$$f_c = \frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot \frac{d\underline{L}}{dx} \cdot \underline{i}, \quad (2.64)$$

– elektromehaničke ravnoteže, Njutnova jednačina:

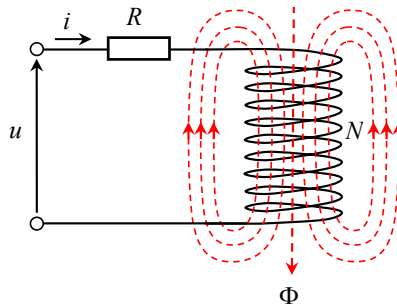
$$f_c + f_m = \mathcal{M} \frac{dv}{dt} + K_m \cdot v, \quad (2.65)$$

– veze položaja pokretnog dela i njegove brzine:

$$v = \frac{dx}{dt}. \quad (2.66)$$

2.3.8. Energetski bilans sistema bez kretanja

Sada će biti razmotren energetski bilans elektromehaničkog pretvarača bez kretanja. Biće uspostavljena veza između energije izvora i energije polja. Pažljiv čitalac odmah može da primeti da kako nema kretanja neće ni biti elektromehaničke konverzije. Snaga konverzije različita je od nule samo kada postoji kretanje. Tako da je i ova odrednica elektromehanički pretvarač donekle preambiciozna za jedan ovakav sistem bez kretanja. Svejedno, na tom sistemu će biti primenjeni dosadašnji zaključci o energetskom bilansu koji će nas dovesti do očekivanih i već poznatih relacija. Na slici 2.10. je prikazan jedan od takvih sistema – namotaj (kalem) sa jezgrom od neferomagnetika, kod koga je kalem nepokretan. Kalem poseduje omsku otpornost koja je na slici 2.10. prikazana kao otpornik R . Kalem je priključen na izvor napona u , i kroz njega teče struja i . Struja kroz namotaj sa N navojaka uspostavlja fluks Φ , odnosno fluksni obuhvat, ψ .



Slika 2.10. Namotaj sa jezgrom od neferomagnetika. Linije fluksa.

Ako se namotaj ne kreće, $\omega_m = 0$, tada se ne vrši mehanički rad, pa se iz jednačine energetskog bilansa:

$$\underline{i}^T \cdot \underline{u} - \underline{i}^T \cdot \underline{R} \cdot \underline{i} - \frac{da_e}{dt} = -\omega_m \cdot m_m + K_m \cdot \omega_m^2 + \frac{da_m}{dt}, \quad (2.67)$$

$$\underline{i}^T \cdot \underline{u} - \underline{i}^T \cdot \underline{R} \cdot \underline{i} - \frac{da_e}{dt} = 0, \quad (2.68)$$

dobija priraštaj električne akumulacije:

$$\left(\underline{i}^T \cdot \underline{u} - \underline{i}^T \cdot \underline{R} \cdot \underline{i} \right) dt = da_e. \quad (2.69)$$

Priraštaj električne energije, dW_{el} definisan je kao priraštaj električne energije izvora umanjen za električne gubitke:

$$dW_{el} = \left(\underline{i}^+ \cdot \underline{u} - \underline{i}^+ \cdot \underline{R} \cdot \underline{i} \right) dt = \underline{i}^+ \cdot \frac{d\psi}{dt} dt = da_e. \quad (2.70)$$

Očigledno je iz (2.69) i (2.70) da je priraštaj električne energije jednak priraštaju električne akumulacije tj. energije akumulisane u sprežnom (magnetnom) polju:

$$dW_{el} = \underline{i}^T \cdot d\psi = da_e = dW_p. \quad (2.71)$$

U literaturi se energija spreznog polja označava sa W_p . Iz (2.71) se zaključuje da se promena električne energije preslikava u promenu energije spreznog polja. Promene fluksa $d\psi$ (magnetne energije), prema izrazu (2.71), ostvaruje se na račun električne energije, dW_{el} .

2.3.9. Energetski bilans elektromehaničkog pretvarača sa stalnom brzinom

Neka se sada razmatra elektromehanički pretvarač kod koga je brzina obrtanja stalna, $\omega_m = \text{const}$, a mehanički gubici se mogu zanemariti, $K_m = 0$. Kada se ove polazne pretpostavke uvaže u jednačini energetskog bilansa:

$$\underline{i}^T \cdot \underline{u} - \underline{i}^T \cdot \underline{R} \cdot \underline{i} - \frac{da_e}{dt} = -\omega_m \cdot m_m + K_m \cdot \omega_m^2 + \frac{da_m}{dt}, \quad (2.72)$$

$$\left(\underline{i}^T \cdot \underline{u} - \underline{i}^T \cdot \underline{R} \cdot \underline{i} \right) dt - da_e = -\omega_m \cdot m_m \cdot dt, \quad (2.73)$$

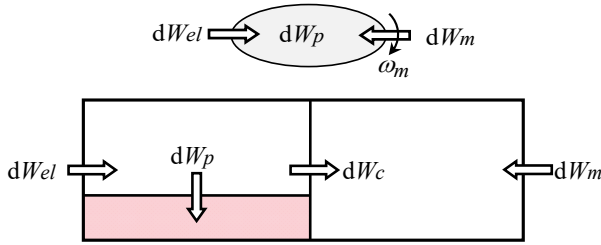
dobija se jednačina energetskog bilansa elektromehaničkog pretvarača sa stalnom brzinom kretanja:

$$dW_{el} - da_e = -dW_m, \quad (2.74)$$

gde je priraštaj mehaničke energije $dW_m = \omega_m \cdot m_m \cdot dt$. Mehanička energija predstavlja obavljeni rad. Priraštaj električne akumulacije predstavlja priraštaj energije u sprežnom (magnetnom) polju $da_e = dW_p$. Sada se može zapisati izraz koji predstavlja energetski bilans elektromehaničkog pretvarača kada je brzina obrtanja rotora stalna i kada su zanemareni mehanički gubici:

$$dW_p = dW_{el} + dW_m. \quad (2.75)$$

Na slici 2.11. je prikazana ilustracija za energetski bilans elektromehaničkog pretvarača sa stalnom brzinom obrtanja rotora. Prikazano je da se energija spreznog polja može uvećati na račun priraštaja električne i mehaničke energije.



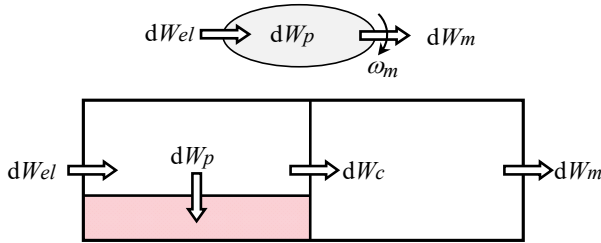
Slika 2.11. Ilustracija za energetske bilans elektromehaničkog pretvarača sa stalnom brzinom.

Na slici 2.11. priraštaji električne i mehaničke energije dW_{el} i dW_m su pozitivni ako ulaze u mašinu. Za ovakve referentne smerove snage kroz mašinu, u motornom režimu rada $dW_{el} > 0$ i $dW_m < 0$.

Referentni smer za mehaničku snagu se može prilagoditi tako da je mehanička snaga pozitivna kada izlazi iz mašine, tada jednačina energetskog bilansa ima oblik:

$$dW_{el} = dW_p + dW_m. \quad (2.76)$$

Priraštaj električne energije se troši na povećanje energije spreznog polja i za vršenje mehaničkog rada. Uz redefiniciju smera mehaničke snage, šematski prikaz energetskog bilansa za motorni režim rada prikazan je na slici 2.12.



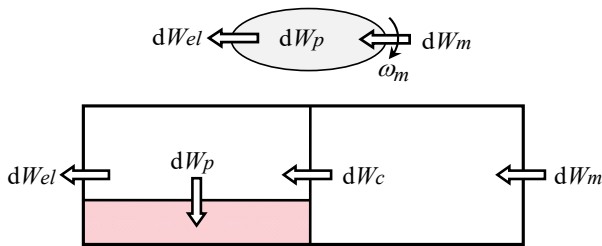
Slika 2.12. Ilustracija za energetske bilans – motorni referentni smer.

U generatorskom režimu rada električna snaga izlazi iz mašine. Referentni smer za električnu snagu se može prilagoditi tako da je električna snaga pozitivna kada izlazi iz mašine, tada jednačina energetskog bilansa ima oblik:

$$dW_m = dW_p + dW_{el}. \quad (2.77)$$

Priraštaj mehaničke energije se troši na povećanje energije spreznog polja i povećanje električne energije koja se predaje potrošaču. Uz redefiniciju smera električne snage, šematski prikaz energetskog bilansa za generatorski režim rada prikazan je na slici 2.13.

Jednačine energetskog bilansa (2.75), (2.76) i (2.77) su u potpunosti u skladu sa saznanjima da se elektromehanička konverzija realizuje uz posredovanje magnetnog polja. Električna energija se predaje magnetnom polju, a iz njega se uzima mehanička energija. Ovo je u motornom režimu rada. U generatorskom režimu rada mehanička energija se predaje spreznog polju, a iz njega se uzima električna energija.



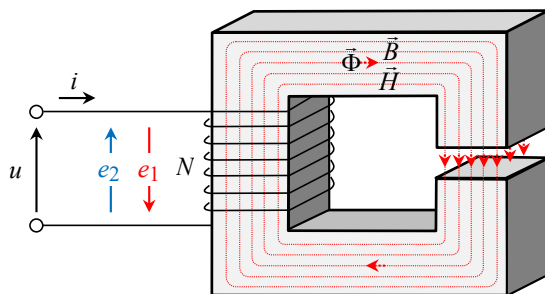
Slika 2.13. Ilustracija za energetski bilans – generatorski referentni smer.

2.4. JEDNOPOBUDNI SISTEMI

Prema broju magnetno spregnutih namotaja – strujnih kola, govori se o jednopobudnim, dvopobudnim (višepobudnim) sistemima, odnosno elektromehaničkim pretvaračima. Ova podela pretvarača je prema broju magnetopobudnih sila. Na osnovu izvedenog opšteg matematičkog modela za sistem sa ukupno n namotaja elektromehaničkog pretvarača može se sprovesti analiza jednopobudnih i višepobudnih sistema – elektromehaničkih pretvarača sa jednim ili više namotaja. Posmatraće se najjednostavniji mogući sistem koji se sastoji od feromagnetnog nepokretnog i pokretnog dela i koji sadrži samo jedan namotaj.

2.4.1. Jednopobudni sistem bez kretanja

Kao prvi korak, razmotriće se sistem sa jednom magnetopobudnom silom, odnosno sa jednim pobudnim namotajem, ali bez pokretnog dela. Namotaj se sastoji od N navojaka i nalazi se na feromagnetnom jezgri sa vazдушnim zazorom, slika 2.14. Namotaj je priključen na izvor napona u , a omska otpornost namotaja iznosi R . Struktura sa namotajem i magnetnim kolom prikazana na slici 2.14. sa ili bez vazdušnog zazora se naziva prigušnica.



Slika 2.14. Jednopobudni sistem. Prigušnica sa vazдушnim zazorom. Elektromotorna sila i kontraelektromotorna sila u namotaju prigušnice.

Struja u namotaju uspostavlja magnetno polje H u magnetnom kolu. Uspostavljeno magnetno polje H je merodavno za magnetnu indukciju B , a ona za magnetni fluks Φ . Ako je struja i naizmenična, tada namotaj prožima vremenski promenljiv fluks. U namotaju se, prema Faradejevom zakonu elektromagnetne indukcije, indukuje elektromotorna sila. Postoje dve mogućnosti u pogledu referentnog smera indukovane elektromotorne sile. Referentni smer

elektromotorne sile se može orijentisati nasuprot referentnom smeru nametnutog napona i ona je označen sa e_1 na slici 2.14. Druga mogućnost u pogledu izbora referentnog smera je orijentacija elektromotorne sile u istom smeru sa nametnutim naponom i on je označen sa e_2 , na slici 2.14. Ovako orijentisana elektromotorna sila se naziva kontraelektromotorna sila. Kontraelektromotorna sila održava ravnotežu nametnutom naponu.

Za namotaj jednopobudnog sistema sa slike 2.14. jednačina naponske ravnoteže je data sledećim izrazima:

$$u = R \cdot i - e_1, \quad e_1 = -\frac{d\psi}{dt}, \quad (2.78)$$

$$u = R \cdot i + e_2, \quad e_2 = \frac{d\psi}{dt}. \quad (2.79)$$

Kako god orijentisali elektromotornu silu, kao e_1 ili e_2 , nakon što se uvrsti elektromotorna sila, jednačina naponske ravnoteže ima isti oblik:

$$u = R \cdot i + \frac{d\psi}{dt}. \quad (2.80)$$

U nastavku ove knjige za elektromotornu silu biće usvojen smer označen sa e_1 na slici 2.14.

U jednačini naponske ravnoteže, namotaja sa N navojaka, figuriše ukupan fluks:

$$\psi = N \cdot \Phi. \quad (2.81)$$

Fluks u magnetnom kolu je određena magnetopobudnom silom, $\mathcal{F}$, i reluktansom magnetnog kola, $\mathcal{R}_m$:

$$\Phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_m} = \frac{Ni}{\mathcal{R}_m}. \quad (2.82)$$

Jednačina (2.82) predstavlja Omov zakon za magnetno kolo.

U delu 2.3.8, o energetskom bilansu je pokazano da je za sistem bez kretanja, kao što je ovaj na slici 2.14, priraštaj električne energije jednak priraštaju energije spreznog polja:

$$dW_{el} = \underline{i}^T \cdot d\underline{\psi} = dW_p. \quad (2.83)$$

Kako se radi o jednopobudnom sistemu, to vektori struje i fluksa u jednačini (2.83) imaju samo po jedan element. Priraštaj električne energije, odnosno energije spreznog polja jednopobudnog sistema:

$$dW_{el} = dW_p = i \cdot d\psi = N \cdot i \cdot d\Phi. \quad (2.84)$$

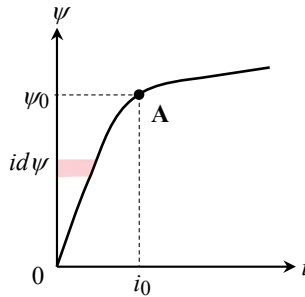
Izvor električne energije mora obezbediti električnu energiju da bi se uspostavio i održao fluks u magnetnom kolu. Magnetno polje apsorbuje dovedenu električnu energiju.

Električna i magnetna kola nisu baš u svemu analogna. Evo primera gde te analogije nema. Da bi u električnom kolu tekla struja, izvor mora da obezbeđuje električnu energiju kako bi se ta struja održala. Struji iz električnog kola, analogna veličina je fluks u magnetnom kolu. U magnetnom kolu da bi se uspostavio i održao željeni fluks ψ , izvor električne energije treba da jednokratno obezbedi potrebnu energiju. Jednačina (2.84) omogućuje da se odredi energija koja je uskladištena u magnetnom polju, odnosno da se odredi električna energija koja je potrebna da se uspostavi željeni fluks ψ . Kada su gubici u magnetnom kolu zanemareni, energija koju akumulira magnetno polje vraća se izvoru kada se fluks smanji na nulu.

Energija magnetnog polja raspodeljena je u prostoru koje polje zauzima. Polazeći od jednačine (2.84) može se doći do energije magnetnog polja, sa željenim fluksom ψ_0 :

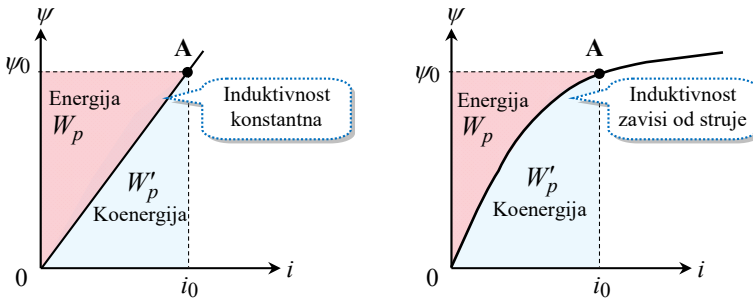
$$W_p = \int_0^{\psi_0} i d\psi. \quad (2.85)$$

Zavisnost između fluksnog obuhvata ψ i struje i je data krivom magnećenja. Na slici 2.15. je prikazana kriva magnećenja tj. zavisnost $\psi(i)$ kao i priraštaj energije magnetnog polja $i d\psi$.



Slika 2.15. Karakteristika magnećenja. Priraštaj energije magnetnog polja.

Energija polja ili promena energije polja pri promeni fluksa može se sagledati na krivoj magnećenja posmatranog magnetnog kola. Na osnovu (2.85) energija polja W_p je srazmerna površini iznad krive magnećenja, kao što je prikazano na slici 2.16.



Slika 2.16. Kriva magnećenja. Grafička interpretacija energije polja i koenergije.

Ukoliko se zanemare gubici u gvožđu i pretpostavi linearna karakteristika magnećenja, za energiju spreznog polja se dobija poznati izraz:

$$W_p = \int_0^{\psi_0} i d\psi = \frac{1}{2} L \cdot i_0^2 = \frac{1}{2} \psi_0 \cdot i_0. \quad (2.86)$$

Ako se energija spreznog polja računa pomoću izraza (2.86) nezavisna promenljiva je fluks. Primerenije je posmatrati da je struja nezavisna promenljiva, tada je energija uskladištena u magnetnom polju koje u namotaju stvara fluksni obuhvat ψ_0 :

$$W_p = \int_0^{\psi_0} i d\psi = i_0 \cdot \psi_0 - \int_0^{i_0} \psi di = i_0 \cdot \psi_0 - W'_p. \quad (2.87)$$

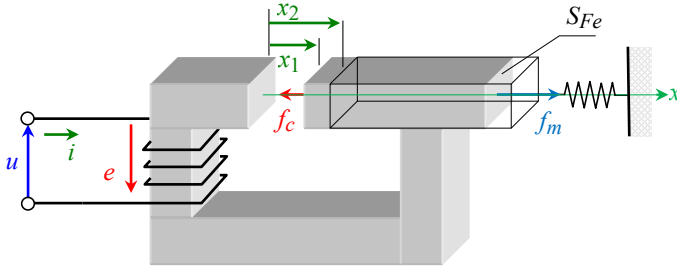
Pogodno je uvesti novu varijablu koenergiju W'_p :

$$W'_p = \int_0^i \psi di. \quad (2.88)$$

Koenergija magnetnog polja je isključivo formalna veličina koja nema fizičko značenje, ali je pogodna da se izrazi elektromagnetna sila. Površina ispod krive magnećenja definiše koenergiju magnetnog polja W'_p . Očigledno je da, u slučaju linearnog magnetnog kola, kada je $\psi(i)$ prava, energija polja W_p , je jednaka koenergiji W'_p .

2.4.2. Jednopoludni sistem sa linearnim kretanjem

Neka se posmatra jednopoludni sistem kod koga pokretni deo pretvarača ima jedan stepen slobode. Pokretni deo može da se translatorno kreće. Ovo je elementarni elektromehanički pretvarač u kome je sprega između električnog i mehaničkog podsistema ostvarena pomoću magnetnog polja. Ovaj elektromehanički pretvarač je prikazan na slici 2.17.



Slika 2.17. Izgled jednopoludnog, elektromehaničkog pretvarača sa translatornim kretanjem.

Elektromehanički pretvarač se sastoji od namotaja i feromagnetnog kola. Deo feromagnetnog kola se može translatorno kretati sa jednim stepenom slobode. Koordinata (položaj) pokretnog dela, na slici 2.17. je označen sa x . U feromagnetnom kolu postoji vazdušni zazor između nepokretnog i pokretnog dela. Kada postoji struja u namotaju, magnetno polje deluje na pokretni deo privlačnom (mehaničkom) silom. Pošto je ova sila posledica elektromagnetnog delovanja, naziva se elektromagnetna sila ili sila konverzije. Ova sila nastoji da smanji vazdušni zazor, odnosno mehaničku koordinatu, x . Sa f_c je označena sila konverzije, a f_m je spoljna mehanička sila koja deluje na pokretni deo. Pretpostavlja se da je sila pozitivna kada deluje u smislu povećanja mehaničke koordinate, x . Za mehaničku silu f_m se može smatrati, na primer, da potiče od opruge.

Do izraza za silu konverzije koja deluje na pokretni deo može se doći polazeći od opšte jednačine za silu konverzije elektromehaničkog pretvarača sa linearnim kretanjem. Sila konverzije za jednopoludni sistem je:

$$f_c = \frac{1}{2} i^T \cdot \frac{dL}{dx} \cdot i = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} i^2. \quad (2.89)$$

Iz ove jednačine ne može se odmah zaključiti o smeru sile konverzije. Ovo će biti razrađeno u nastavku koji sledi. Induktivnost kalema određena brojem navojaka kalema, N , i magnetnom otpornošću, reluktansom $\mathcal{R}_m$, magnetnog kola kroz koji se zatvara magnetni fluks:

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_m} = N^2 \mathcal{P}_m. \quad (2.90)$$

Kako je magnetna permeabilnost gvožđa magnetnog kola, višestruko veća od magnetne permeabilnosti vazduha, $\mu_{Fe} \gg \mu_0$, to je magnetna otpornost gvožđa značajno manja od magnetne otpornosti vazdušnog zazor, $\mathcal{R}_{Fe} \ll \mathcal{R}_0$, pa je, $\mathcal{R}_m \approx \mathcal{R}_0$. Induktivnost kalema na magnetnom kolu sa vazdušnim zazorom, slika 2.17.:

$$L = N^2 \mu_0 \frac{S_{Fe}}{x}. \quad (2.91)$$

Na induktivnost kalema koji se nalazi na magnetnom kolu sa vazdušnim zazorom jako utiče širina vazdušnog zazor, x . Sa porastom širine vazdušnog zazor opada induktivnost kalema.

Sada se može izvesti zaključak da sa porastom mehaničke koordinate x reluktansa raste, a induktivnost opada:

$$x_1 < x_2, \quad \mathcal{R}_{m1} < \mathcal{R}_{m2}, \quad \mathcal{P}_{m1} > \mathcal{P}_{m2}, \quad L_1 > L_2,$$

kao i da je sa porastom mehaničke koordinate x , promena induktivnosti negativna:

$$\frac{dL}{dx} = \frac{L_2 - L_1}{x_2 - x_1} < 0, \quad (2.92)$$

odnosno da se induktivnost kalema smanjuje kada raste veličina vazdušnog zazor. Kada je ovo pokazno, lako se može izvesti zaključak da je sila konverzije negativna:

$$f_c = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} i^2 < 0, \quad (2.93)$$

odnosno, da ona deluje nasuprot porastu mehaničke koordinate. Sila konverzije nastoji da smanji vazdušni zazor. Negativan predznak sile konverzije iz jednačine (2.93) već je naznačen na slici 2.17. orijentacijom sile f_c nasuprot x osi.

2.4.3. Jednopolubudni sistem sa rotacionim kretanjem

U delu 2.3.4. o momentu konverzije elektromehaničkog pretvarača sa rotacionim kretanjem, pokazno je da bi momenat konverzije:

$$m_c = \frac{1}{2} i^T \cdot \frac{dL}{d\mathcal{G}_m} \cdot i, \quad (2.94)$$

postojao potrebno je da postoji struja u namotajima i da se bar jedna od induktivnosti namotaja menja sa promenom položaja rotora, $\mathcal{G}_m$. Kada se u jednačini (2.94) uvaži da je elektromehanički pretvarač jednopobudni (sa jednom strujom i) i sa rotacionim kretanjem, momenat konverzije je određen sledećim izrazom:

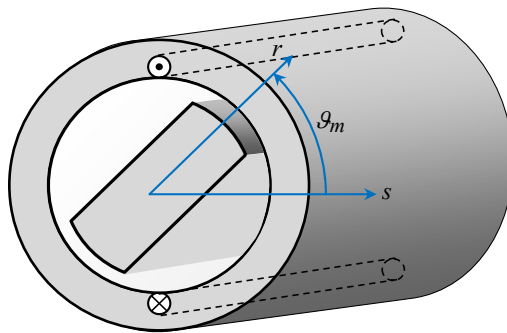
$$m_c = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\mathcal{G}_m} \cdot i^2. \quad (2.95)$$

Da bi induktivnost namotaja zavisila od položaja rotora u skladu sa izrazom (2.90) potrebno je da se induktivnost, odnosno reluktansa magnetnog kola menja sa položajem rotora.

Ovo isključuje mogućnost da vazdušni zazor između statora i rotora bude konstantne dužine. Drugim rečima, oblici rotora i statora moraju biti takvi da obezbede da se dužina vazdušnog zazora menja sa promenom položaja rotora.

Magnetno kolo rotacionih pretvarača generalno ima strukturu koja omogućuje promenljivu induktivnost namotaja sa položajem rotora tj. $L = f(\vartheta_m)$. U nastavku je data jedna takva karakteristična struktura. Feromagnetno kolo statora ima oblik šupljeg cilindra u kome su po obodu postavljeni provodnici namotaja, kao što je prikazano na slici 2.18. Prikazana su dva provodnika sa strujom postavljena na stator. Da bi induktivnost namotaja zavisila od položaja rotora tj. $L = f(\vartheta_m)$, rotor ne može biti cilindričan – mora biti sa istaknutim polovima. Na slici 2.18. je prikazan oblik rotora sa kojim je obezbeđeno da se induktivnost namotaja menja sa položajem rotora, ϑ_m .

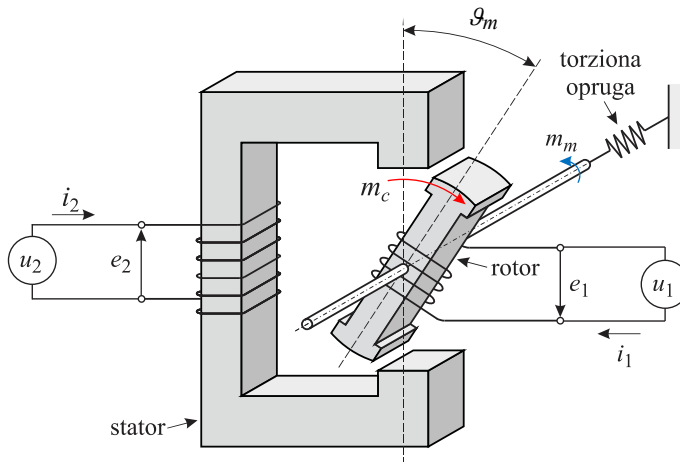
Osa simetrije rotora je označena sa r . Sa s je označena magnetna osa namotaja statora. Magnetna osa namotaja prolazi kroz centar mašine, upravna je na ravan koja je oslonjena na namotaj, a smer joj određen pravilom desne šake s obzirom na usvojeni smer struje u namotaju. Ugao ϑ_m , se meri između magnetne ose namotaja statora s i ose rotora r , a orijentisan je u pozitivnom matematičkom smeru (na levo).



Slika 2.18. Izgled jednopobudnog, elektromehaničkog pretvarača sa rotacionim kretanjem i istaknutim polovima na rotoru.

2.5. DVOPOBUDNI (VIŠEPOBUDNI) SISTEMI

Pod višepobudnim sistemom se podrazumeva elektromehanički pretvarač koji se sastoji od dva ili više međusobno magnetno spregnuta namotaja. Neka se posmatra opšti dvopobudni sistem sa rotacionim kretanjem kao na slici 2.19. Ovaj elektromehanički pretvarač se sastoji od nepokretnog dela – statora, i pokretnog dela – rotora. Na feromagnetnom kolu statora se nalazi namotaj, kao i na feromagnetnom kolu rotora. Rotor se može kretati sa jednim stepenom slobode, i njegov položaj u odnosu na osu rotora je određen mehaničkom koordinatom ϑ_m . Rotor je mehanički povezan sa torzionom oprugom od koje potiče mehanički momenat m_m . Referentni smerovi za struje u namotajima su izabrani tako da se za ugao $\vartheta_m = 0$ magnetna polja statora i rotora poklapaju.



Slika 2.19. Dvopobudni sistem. Na statoru i rotoru se nalazi po jedan namotaj.

Način dovođenja električne energije na rotor u ovom trenutku nije od interesa za razmatranja koja slede. Mehanička koordinata rotora ϑ_m je ugao koji jednoznačno definiše položaj rotora u odnosu na stator. To je ugao između ose statora i ose rotora:

$$\vartheta_m = \int_0^t \omega_m dt. \quad (2.96)$$

Ako je brzina obrtanja rotora ω_m konstantna, tada je:

$$\vartheta_m = \omega_m t - \delta; \quad \delta = \vartheta_m(t=0) = \vartheta_{m0}, \quad (2.97)$$

a δ je ugao između ose rotora i statora u početnom trenutku.

Opšti matematički model elektromehaničkog rotacionog pretvarača, sa konstantnom brzinom obrtanja, dat je sledećim jednačinama:

- naponske ravnoteže namotaja:

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + \frac{d\psi_1}{dt}, \quad (2.98)$$

$$u_2 = R_2 \cdot i_2 + \frac{d\psi_2}{dt}, \quad (2.99)$$

- za fluksne obuhvate namotaja:

$$\psi_1 = L_{11} \cdot i_1 + L_{12} \cdot i_2, \quad (2.100)$$

$$\psi_2 = L_{21} \cdot i_1 + L_{22} \cdot i_2, \quad (2.101)$$

- elektromehaničke ravnoteže (Njutnova jednačina):

$$m_c - m_m = 0,$$

- momenta konverzije:

$$m_c = \frac{1}{2} i_1^+ \cdot \frac{dL}{d\vartheta_m} \cdot i_2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_1 & i_2 \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{d\vartheta_m} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}, \quad (2.102)$$

$$m_c = \underbrace{\frac{1}{2} i_1^2 \cdot \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \cdot \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m}}_{\text{Reluktantna komponenta}} + \underbrace{i_1 \cdot i_2 \cdot \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}}_{\text{Osnovna komponenta}}. \quad (2.103)$$

U izrazu za momenat konverzije (2.103) treći sabirak predstavlja takozvanu osnovnu komponentu momenta. Osnovna komponenta momenta potiče od uzajamnog delovanja namotaja na nepokretnom i pokretnom delu pretvarača kada kroz njih teče struja. Međusobna induktivnost između ova dva namotaja, L_{12} , uvek je funkcija položaja rotora, zato što se međusobni položaj namotaja statora i rotora menja kako se rotor obrće. Sa obrtanjem rotora menja se magnetna spregnutost ova dva namotaja. Osnovna komponenta momenta postoji samo kada kroz oba namotaja protiču struje.

Prva dva sabirka u izrazu za momenat konverzije (2.103) predstavljaju takozvanu reluktantnu komponentu momenta. Reluktantna komponenta momenta postoji kod onih pretvarača čija sopstvena induktivnost namotaja, L_{11} , L_{22} , zavisi od položaja rotora. Sopstvena induktivnost zavisi od položaja rotora ukoliko namotaj „vidi“ promenljivu magnetnu otpornost – reluktansu pri obrtanju rotora. Otud naziv reluktantna komponenta momenta. Kada namotaj „vidi“ konstantnu magnetnu otpornost nezavisno od položaja rotora, ϑ_m , tada sopstvena induktivnost namotaja ne zavisi od položaja rotora, pa taj namotaj ne doprinosi reluktantnoj komponenti momenta.

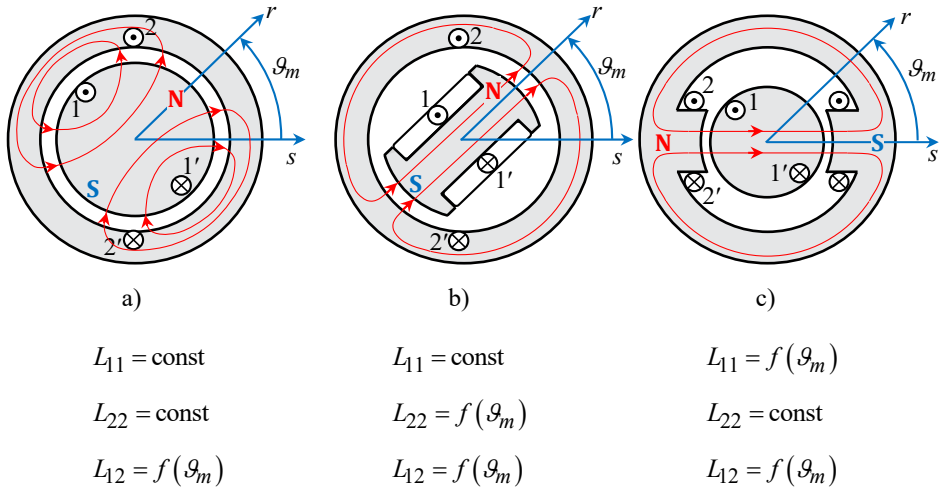
2.5.1. Karakteristične geometrije rotacionih elektromehaničkih pretvarača

Geometrijski oblici magnetnih kola konvencionalnih električnih mašina se razlikuju od geometrijskih oblika magnetnih kola koja su prikazana u prethodnim delovima ove knjige. Magnetna kola uobičajenih električnih mašina daju manje rasipne flukseve i omogućuju obrtno kretanje elektromehaničkog pretvarača. Takođe, magnetna kola električnih mašina omogućuju formiranje prostoperiodičnog oblika magnetne indukcije u vazдушnom zazoru. Ovakva raspodela indukcije je neophodna kod mašina naizmenične struje. Kod ovih mašina promenljivost induktivnosti sa položajem rotora je prostoperiodična.

U pogledu geometrije magnetnog kola rotacionih elektromehaničkih pretvarača u primeni su magnetna kola sa:

- cilindričnim satorom i rotorom;
- cilindričnim satorom i rotorom sa istaknutim polovima;
- cilindričnim rotorom i satorom sa istaknutim polovima.

Prikaz ovih karakterističnih geometrija rotacionih elektromehaničkih pretvarača dat je na slici 2.20. Na slici je pored geometrije magnetnog kola naznačena i zavisnost induktivnosti u odnosu na položaj rotora, ϑ_m . Naznačene su i linije zajedničkog fluksa koje ulančavaju namotaje statora i rotora. Ukoliko postoji samo jedan namotaj, on je ulančan samo svojim fluksom.



Slika 2.20. Prikaz karakterističnih geometrija rotacionih elektromehaničkih pretvarača.

Kod pretvarača prikazanog na slici 2.20. a) vazdušni zazor između statora i rotora ima veličinu koja je konstantna i koja ne zavisi od položaja rotora. Na slici 2.20. b) rotor nije cilindričan već ima karakterističan oblik istaknutih magnetnih polova. Očigledno je, da kada je rotor sa istaknutim polovima, da se veličina vazdušnog zazora menja sa položajem rotora. Na slici 2.20. c) istaknuti polovi se nalaze na statoru, a rotor je cilindričnog oblika. Namotaj na statoru podeljen je na dve dela koji su vezani na red, tako da im se fluksevi sabiraju. Vazdušni zazor ispod magnetnih polova je konstantan.

U nastavku ovog dela date su osnovne relacije za induktivnosti navedenih rotacionih elektromehaničkih pretvarača.

2.5.1.1. Induktivnosti cilindričnih mašina

Posmatra se pretvarač sa slike 2.20 a) koji ima cilindričan rotor i stator. Induktivnosti ovih namotaja kao funkcija položaja rotora, ϑ_m , mogu se lako odrediti polazeći od preseka magnetnog kola sa slike 2.20 a). Pretvarač ima dve sopstvene L_{11} i L_{22} i dve međusobne induktivnosti, L_{12} i L_{21} koje su jednake, $L_{12} = L_{21}$.

Prvo se treba prisetiti da induktivnost namotaja zavisi od broja navojaka, N i magnetne reluktanse, $\mathcal{R}_m$. Kod rotacionih električnih mašina s obzirom na način izvođenja namotaja:

$$L \sim \frac{N^2}{\mathcal{R}_m}. \quad (2.104)$$

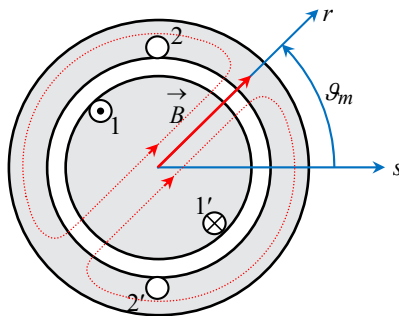
Sopstvena induktivnost namotaja se definiše tako što se zanemari postojanje onog drugog namotaja. Zatim se posmatra kako se menja magnetna otpornost, $\mathcal{R}_m$, koju „vidi“ taj namotaj pri obrtanju rotora. Nakon ovog podsećanja, sopstvena induktivnost rotorskog namotaja L_{11} se određuje tako što se zanemari postojanje statorskog namotaja i posmatra se kako se menja magnetna otpornost koju „vidi“ rotorski namotaj tokom obrtanja rotora. Kako stator ima cilindričnu strukturu, to se magnetna otpornost koju „vidi“ rotorski namotaj ne menja tokom obrtanja rotora. Sad se može zaključiti da je sopstvena induktivnost rotorskog namotaja konstantna i nezavisna od položaja rotora, $L_{11} = \text{const}$.

Sličnim postupkom se može odrediti i sopstvena induktivnost statorskog namotaja, L_{22} . Zanimari se postojanje rotorskog namotaja. Kako rotor ima cilindričnu strukturu, to se magnetna otpornost koju „vidi“ statorski namotaj ne menja tokom obrtanja rotora. Sad se može zaključiti da je sopstvena induktivnost statorskog namotaja konstantna i nezavisna od položaja rotora, $L_{22} = \text{const}$.

Sada će biti određena induktivnost između rotorskog i statorskog namotaja. Međusobne induktivnosti namotaja na statoru i rotoru su međusobno jednake tj. $L_{12} = L_{21}$. Kako se rotor sa svojim namotajem obrće, to se međusoban položaj ova dva namotaja menja i periodično ponavlja, odakle zaključujemo da je $L_{12} = f(\vartheta_m)$. Neka postoji struja i_1 u rotorskom namotaju, a posmatra se fluks kroz statorski namotaj 2 – 2'. Kroz statorski namotaj ne teče struja, $i_2 = 0$. Pod ovim okolnostima fluks kroz statorski namotaj, ψ_2 , postoji samo zbog struje u rotorskom namotaju, i_1 :

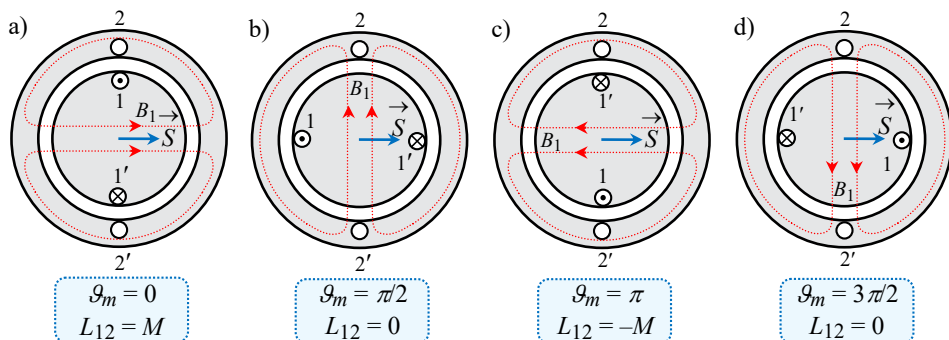
$$\psi_2 = L_{12}i_1 + L_{22}i_2 = L_{12}i_1. \quad (2.105)$$

Struja u rotorskom namotaju stvara radialno magnetno polje indukcije B i ono je predstavljeno sa vektorom magnetne indukcije duže magnetne ose rotora, kao što je prikazano na slici 2.21.



Slika 2.21. Ilustracija magnetne indukcije usled struje u rotorskom namotaju.

Do funkcije koja opisuje promenu međusobne induktivnosti sa položajem rotora, ϑ_m , može se doći. Međusobna induktivnost statorskog i rotorskog namotaja je maksimalna kada su osa statora s i osa rotora r poravnate, to se postiže za $\vartheta_m = 0$, slika 2.22 a. Tada fluks rotora u potpunosti prožima namotaj statora.



Slika 2.22. Ilustracija međusobne induktivnosti stator – rotor. Rotor se nalazi u četiri karakteristična položaja.

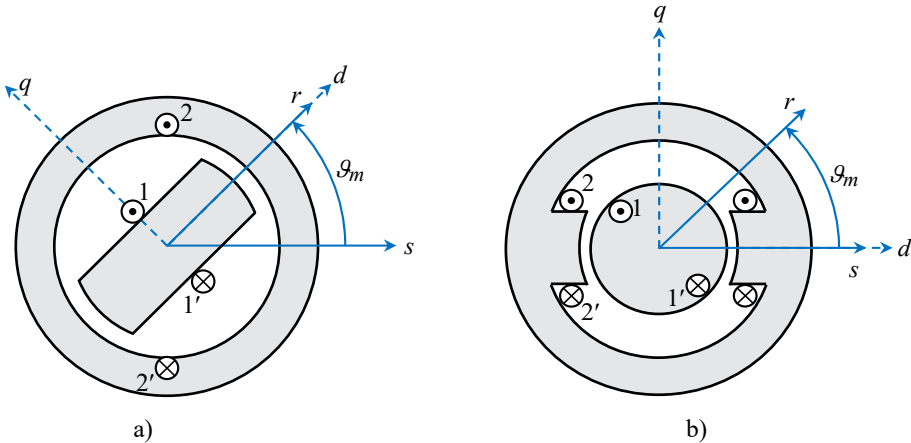
Međusobna induktivnost, L_{12} , imaće vrednost nula kada ose namotaja statora i rotora grade prav ugao, $\vartheta_m = \pi/2$ i $\vartheta_m = 3\pi/2$, slika 2.22 b) i d). Tada ne postoji magnetna sprega namotaja statora i rotora. Međusobna induktivnost, L_{12} , je minimalne i negativne vrednosti kada se ose namotaja statora i rotora poklapaju, ali su orijentisane u suprotnim smerovima, a to se postiže za $\vartheta_m = \pi$, slika 2.22 c). Na slici 2.22. je data ilustracija za međusobnu induktivnost u četiri karakteristična položaja rotora. Upravo je objašnjeno da međusobna induktivnost na početku i nakon pola kruga ima maksimalnu $L_{12} (\vartheta_m = 0) = M$, odnosno minimalnu vrednost $L_{12} (\vartheta_m = \pi) = -M$, a da za $\vartheta_m = \pi/2$ i $\vartheta_m = 3\pi/2$ ima vrednost nula. Pošto je međusobna induktivnost periodična, trigonometrijska funkcija položaja rotora, lako se izvodi zaključak da se ona menja po kosinusnom zakonu:

$$L_{12} = L_{21} = M \cos \vartheta_m, \quad (2.106)$$

sa promenom koordinate rotora, ϑ_m . Naravno, da se i ovim drugim putem dolazi do istog rezultata. Detaljan postupak proračuna induktivnosti od dimenzija i geometrije sistema može se naći u literaturi.

2.5.1.2. Induktivnosti mašina sa istaknutim polovima

U ovom delu biće određene induktivnosti namotaja elektromehaničkog pretvarača koji ima istaknute polove. Istaknuti polovi se nalaze ili na statoru ili na rotoru. Onaj drugi deo pretvarača je cilindričan. Pretvarači koji imaju istaknute polove i na statoru i na rotoru, spadaju u mašine specijalne konstrukcije i neće se razmatrati u ovoj knjizi. Mogući pretvarači sa istaknutim polovima su prikazani na slici 2.23.



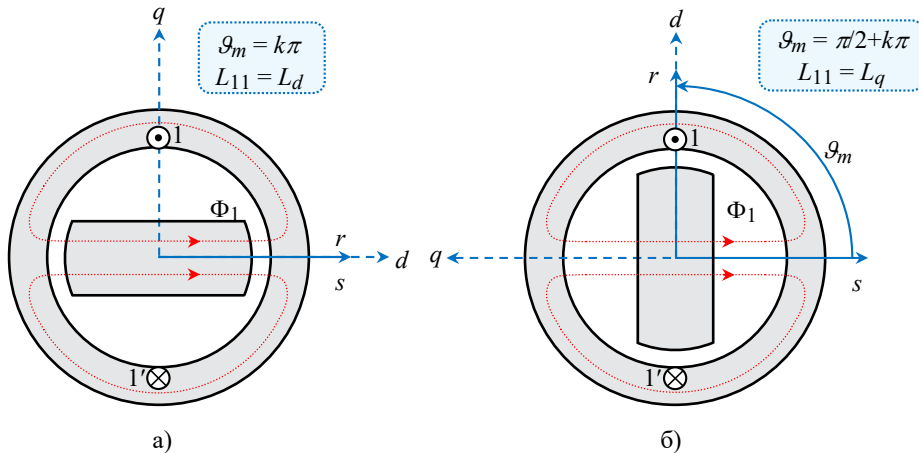
Slika 2.23. Pretvarači sa istaknutim polovima: a) istaknuti polovi na rotoru b) istaknuti polovi na statoru.

U razmatranjima u prethodnom delu je pokazano da namotaj koji „vidi“ stalnu magnetnu otpornost nezavisno od položaja rotora ima konstantnu induktivnost. To je slučaj sa namotajima koji se nalaze na delu mašine sa istaknutim polovima. Kod pretvarača prikazanog na slici 2.23 a. rotorski namotaj se nalazi postavljen oko istaknutih polova i on ima konstantnu induktivnost, $L_{11} = \text{const}$. Za pretvarač prikazan na slici 2.23 b) statorski namotaj se nalazi oko istaknutih polova i on ima konstantnu induktivnost, $L_{22} = \text{const}$.

Sada će biti određene sopstvene induktivnosti namotaja koji „vidi“ promenljivu magnetnu otpornost prilikom obrtanja rotora. To su namotaji koji se nalaze na cilindričnom

delu mašine. Na pretvaraču prikazanom na slici 2.23 a) statorski namotaj ima induktivnost promenljivu sa položajem rotora, $L_{22} = f(\vartheta_m)$, a za pretvarač prikazan na slici 2.23 b) rotorski namotaj ima $L_{11} = f(\vartheta_m)$.

Kod mašina sa istaknutim polovima, pri definisanju sopstvene induktivnosti kao promenljive od položaja rotora, postavlja se $d-q$ koordinatni sistem vezan za istaknute polove, kao što je prikazano na slici 2.23. U pravcu istaknutog pola nalazi se podužna osa (d – *direct axis*), a upravno na nju je postavljena poprečna osa (q – *quadrature axis*). Zbog simetrije rotora, magnetna otpornost koju „vidi“ namotaj na cilindričnom delu mašine se periodično ponavlja nakon pola obrtaja rotora tj. svakih π rad. Zato je sopstvena induktivnost prostoperiodična funkcija položaja rotora sa dvostrukom vrednošću ugaone koordinate ϑ_m . Sopstvena induktivnost će biti maksimalna kada se rotor postavi u pravac fluksa namotaja, slika 2.24 a. Tada je magnetna otpornost fluksu najmanja. Najveća vrednost induktivnosti se označava sa L_d i ona se postiže pri koordinati rotora $\vartheta_m = 0$, tada su ose statora i rotora poklopljene. Sopstvena induktivnost namotaja biće najmanja kada se rotor postavi upravno na pravac prostiranja fluksa, slika 2.24 b. Tada je magnetna otpornost fluksu najveća. Najmanja vrednost sopstvene induktivnosti se označava sa L_q i ona se postiže pri koordinati rotora $\vartheta_m = \pi/2$. Na slici 2.24. je data ilustracija za sopstvenu induktivnost u dva karakteristična položaja rotora.



Slika 2.24. Ilustracija sopstvene induktivnosti namotaja. Rotor se nalazi u dva karakteristična položaja.

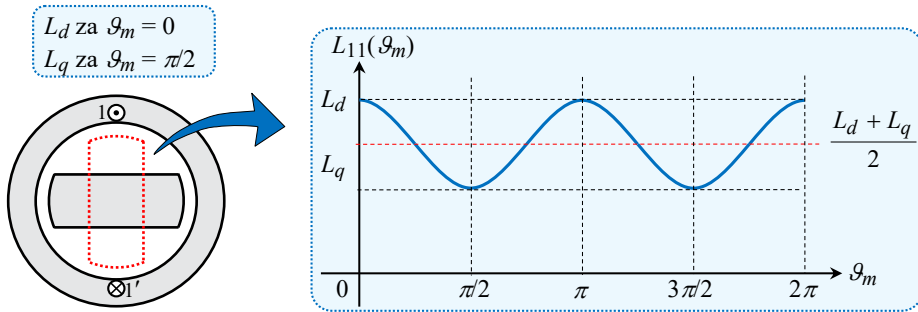
Sopstvena induktivnost je periodična, trigonometrijska funkcija položaja rotora, funkcija koja ima srednju vrednost, A i amplitudu, B . Na osnovu svega rečenog i ilustracija sa slike 2.22. o sopstvenoj induktivnosti za karakteristične položaje rotora, zaključuje se da se sopstvena induktivnost menja prema sledećem izrazu:

$$L_{11} = A + B \cos 2\vartheta_m. \quad (2.107)$$

Sopstvena induktivnost osciluje oko svoje srednje vrednosti. Uobičajeno se srednja vrednost i amplituda sopstvene induktivnosti izražavaju preko maksimalne i minimalne vrednosti, L_d i L_q .

$$L_{11} = \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2\vartheta_m. \quad (2.108)$$

Zavisnost sopstvene induktivnosti od položaja rotora elektromehaničkog pretvarača sa istaknutim polovima prikazana je na slici 2.25.



Slika 2.25. Zavisnost sopstvene induktivnosti od položaja rotora elektromehaničkog pretvarača sa istaknutim polovima.

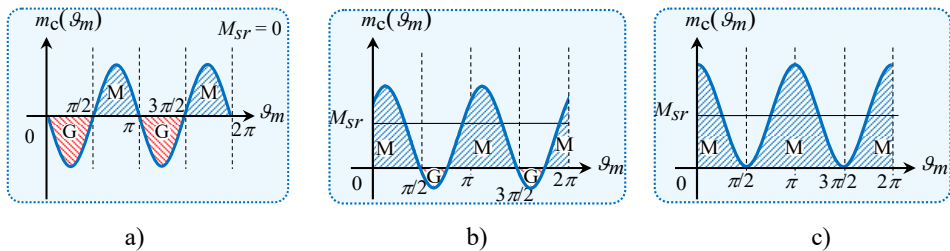
Zavisnost sopstvene induktivnosti od položaja rotora koja je data izrazom (2.108), odnosi se na oba tipa elektromehanička pretvarača prikazana na slici 2.23.

2.6. USLOVI ZA RAZVIJANJE SREDNJEG MOMENTA KONVERZIJE

U opštem slučaju momenat konverzije je funkcija vremena tj. položaja rotora, θ_m :

$$m_c = \frac{1}{2} i^T \cdot \frac{dL}{d\theta_m} \cdot i = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n i_k(t) \cdot \frac{dL_{kj}}{d\theta_m} \cdot i_j(t). \quad (2.109)$$

Dok je momenat konverzije pozitivan, mašina funkcioniše kao motor uzimajući električnu energiju od izvora. Kada momenat konverzije postane negativan, mašina postaje generator i vraća električnu energiju izvoru. Ova promena smera konverzije može se dogoditi i nekoliko puta tokom jednog celog obrtaja rotora, odnosno periode $T = 2\pi/\omega_m$ tokom koje rotor napravi pun krug. Ovo je ilustrovano na slici 2.26 pod a) i b), gde se jasno vidi da tokom punog obrtaja rotora ova mašina dva puta odlazi u generatorski režim rada.



Slika 2.26. Vremenske zavisnosti momenta konverzije.

Da bi mašina vršila koristan (mehanički) rad potrebno je da srednja vrednost momenta konverzije bude različita od nule:

$$M_c = M_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T m_c dt. \quad (2.110)$$

Analogno se može definisati i srednja vrednost snaga konverzije:

$$P_c = P_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T p_c dt. \quad (2.111)$$

Naime, tek ako je srednja vrednost momenta konverzije mašina različita od nule, ostvaruje se kontinualni proces elektromehaničke konverzije. U protivnom tj. za $M_{sr} = 0$ u jednom delu periode se vrši pretvaranje energije u jednom smeru (npr. iz mehaničke u električnu), a u drugom delu periode u suprotnom smeru, slika 2.26. a.

Na slici 2.26. a. je očigledno da je srednja vrednost momenta konverzije jednaka nula. Tokom dela periode električna energija se pretvara u mehaničku, a u drugom delu periode konverzija je u suprotnom smeru. Površine označene sa M i G su iste, zato što su iznosi energije konverzije u oba smera isti. Radna mašina koju bi pokretala ovakva električna mašina ne bi obavila nikakav rad.

I na slici 2.26. b, mašina tokom jednog punog obrtaja rotora odlazi u generatorski režim rada, ali je očigledno da je energija konverzije tokom generatorskog režima rada osetno manja od energije konverzije tokom motorskog režima rada. Srednja vrednost momenta konverzije je pozitivna, radna mašina koju bi pokretao ovaj motor bi obavljala koristan mehanički rad.

Na slici 2.26. c. je prikazan momenat konverzije mašina koja ne odlazi u generatorski režim rada. Srednja vrednost momenta konverzije je pozitivna, ali je momenat konverzije promenljiv u vremenu, pulsira oko srednje vrednosti, M_{sr} . Uz ovako promenljiv momenat konverzije u vremenu, iz Njutnove jednačine kretanja je očigledno da se radi o kretanju sa promenljivim ubrzanjem. Dakle, ovo je izrazito nekomforno kretanje. Pulsacije momenta konverzije oko srednje vrednosti su nepoželjne sa stanovišta kvaliteta elektromehaničke konverzije (preslikavaju se u pulsacije električne snage, a na mehaničkom prolazu stvaraju mehaničke vibracije).

Upravo je objašnjeno da je sa stanovišta kvaliteta konverzije potrebno da je $M_{sr} \neq 0$. Drugi zahtev u pogledu kvaliteta konverzije je da pretvarač razvija momenat konverzije koji se ne menja u vremenu:

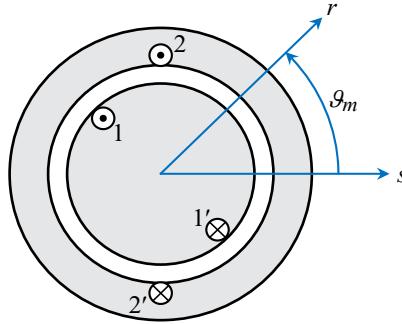
$$m_c \neq f(t). \quad (2.112)$$

Kvalitetni elektromehanički pretvarači obezbeđuju da momenat konverzije nema pulsacije oko srednje vrednosti i pri tome je srednja vrednost različita od nule. Ovo se ostvaruje odgovarajućom konstrukcijom magnetnog kola i namotaja mašine, te odgovarajućim talasnim oblikom struje u namotajima. U delovima koji slede, utvrdiće se pod kojim uslovima se postiže srednja vrednost momenta konverzije različita od nule za mašine sa cilindričnim magnetnim kolom i za mašine sa istaknutim polovima.

2.6.1. Uslovi za razvijanje srednjeg momenta konverzije cilindričnih mašina

U ovom delu razmotriće se uslovi za razvijanje srednjeg momenta konverzije u dvopobudnom sistemu – elektromehaničkom pretvaraču sa dva namotaja. Ovo se svodi na određivanje veze između brzine obrtanja ω_m i kružne učestanosti rotorskih ω_1 i statorskih ω_2 struja. Potrebno je naći vezu između učestanosti struja i brzine obrtanja, koja omogućava da elektromehanički pretvarač razvija srednji momenat konverzije različit od nule na datoj brzini obrtanja.

Neka se posmatra dvopobudni sistem koji ima cilindrično magnetno kolo, kao na slici 2.27. Na rotoru i statoru se nalazi po jedan namotaj. Namotaji su predstavljani sa po jednim navojkom, 1 – 1' na rotoru i 2 – 2' na statoru. Osa statora s se nalazi u pravcu magnetne ose namotaja statora (pravac fluksa statora), a osa rotora r u pravcu magnetne ose namotaja rotora (pravac fluksa rotora). Ugao koji osa rotora zaklapa u odnosu na osu statora je ϑ_m i on predstavlja trenutni položaj (koordinatu) rotora u odnosu na stator.



Slika 2.27. Elektromehanički pretvarač sa dva namotaja. Stator i rotor su cilindrični.

Ugao između ose rotora i statora ϑ_m se dobija integraljenjem brzine obrtanja rotora ω_m :

$$\vartheta_m = \int \omega_m dt = \omega_m t - \delta, \quad (2.113)$$

gde je δ integraciona konstanta, odnosno to je početni ugao.

Momenat konverzije ovog dvopobudnog sistema sa rotacionim kretanjem je:

$$m_c = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}. \quad (2.114)$$

Geometrija magnetnog kola za pretvarač sa slike 2.27. je takva da oba namotaja vide konstantan magnetni otpor nezavisno od trenutnog položaja rotora. Posledica toga je da su sopstvene induktivnosti oba namotaja nezavisne od trenutnog položaja rotora L_{11} , $L_{22} \neq f(\vartheta_m)$. Na osnovu iznetog, trenutna vrednost momenta konverzije, ovog dvopobudnog sistema ima samo osnovnu komponentu momenta:

$$m_c = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}. \quad (2.115)$$

Iz jednačine (2.115) je očigledno da kod cilindričnih mašina mora postojati struja u oba namotaja da bi postojao srednji momenat konverzije različit od nule.

Međusobna induktivnost rotorskog i statorskog namotaja je prostoperiodična funkcija po koordinati rotora, ϑ_m , sa maksimalnom vrednošću M :

$$L_{12} = M \cos \vartheta_m = M \cos(\omega_m t - \delta). \quad (2.116)$$

Međusobna induktivnost L_{12} , ima maksimalnu vrednost, M , kada se magnetne ose namotaja statora i rotora poklapaju. Uvrštavanjem izraza za induktivnost (2.116) u (2.115) dobija se izraz za momenat konverzije dvopobudnog elektromehaničkog pretvarača sa cilindričnim statorom i rotorom:

$$m_c = -i_1 i_2 M \sin \vartheta_m. \quad (2.117)$$

Da bi se dalje istražile mogućnosti za razvoj srednjeg momenta konverzije različitog od nule, potrebno je usvojiti odgovarajuće talasne oblike struja u namotajima rotora i statora.

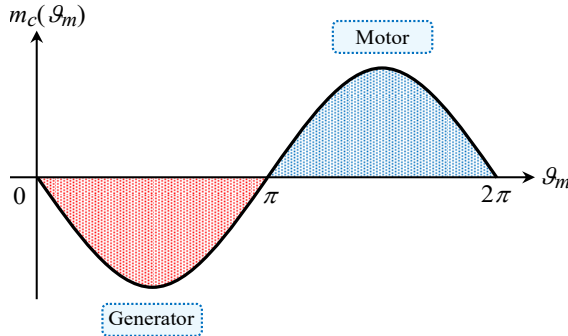
2.6.1.1. Uslovi za razvijanje srednjeg momenta konverzije cilindričnih mašina napajanih jednosmernim strujama

Za početak neka su obe struje u namotajima dvopobudnog sistema jednosmerne, $i_1 = I_1$ i $i_2 = I_2$. Tada je momenat konverzije:

$$m_c = -I_1 I_2 M \sin \vartheta_m, \quad (2.118)$$

prostoperiodično zavisen od položaja rotora ϑ_m . Zavisnost momenta konverzije od položaja rotora prikazana je na slici 2.28. Srednja vrednost momenta konverzije tokom jednog obrtaja rotora je jednaka nuli, $M_{sr} = 0$. Sa slike 2.28. se vidi da u prvoj polovini obrtaja rotora mašina radi kao generator i tada predaje električnu energiju izvoru. Tokom druge polovine obrtaja mašina radi kao motor i ranije predatu električnu energiju uzima iz izvora i konvertuje je nazad u mehaničku energiju.

Na osnovu upravo iznetog razmatranja može se zaključiti da dvopobudni sistem sa cilindričnim feromagnetnim kolom i jednosmernim strujama u namotajima ne može da obavlja kontinualnu elektromehaničku konverziju, jer je srednja vrednost momenta konverzije tokom jednog obrtaja rotora jednaka nuli.



Slika 2.28. Zavisnost momenta konverzije od položaja pri napajanju statora i rotora jednosmernim strujama.

2.6.1.2. Uslovi za razvijanje srednjeg momenta konverzije cilindričnih mašina napajanih naizmeničnim strujama

Sada će se razmotriti uslovi za razvoj srednjeg momenta konverzije kada su struje i_1 i i_2 u rotorskom i statorskom namotaju naizmenične, imaju učestanosti f_1 i f_2 , odnosno kružne učestanosti ω_1 i ω_2 ,

$$i_1 = I_{1m} \cdot \cos(\omega_1 t), \quad (2.119)$$

$$i_2 = I_{2m} \cdot \cos(\omega_2 t - \varphi). \quad (2.120)$$

Struje su međusobno fazno pomerene za ugao φ .

Ovim izborom struja obuhvaćena je i situacija kada je jedna od struja jednosmerna. Ovo se uvažava tako što se u (2.119) ili (2.120) uvrsti da je odgovarajuća učestanost jednaka nuli. Zamenom izraza za struje (2.119), (2.120) i induktivnost (2.116) u izraz za momenat konverzije dobija se trenutna vrednost momenta konverzije:

$$m_c = -I_{1m} I_{2m} M \cdot \cos(\omega_1 t) \cdot \cos(\omega_2 t - \varphi) \cdot \sin(\omega_m t - \delta), \quad (2.121)$$

$$m_c = -\frac{I_{1m} \cdot I_{2m} \cdot M}{4} \left\{ \begin{array}{l} \sin[\omega_m t - \delta + (\omega_1 + \omega_2)t - \varphi] + \\ + \sin[\omega_m t - \delta - (\omega_1 - \omega_2)t - \varphi] + \\ + \sin[\omega_m t - \delta + (\omega_1 - \omega_2)t + \varphi] + \\ + \sin[\omega_m t - \delta - (\omega_1 + \omega_2)t + \varphi] \end{array} \right\}. \quad (2.122)$$

U izrazu za trenutnu vrednost momenta konverzije postoje četiri sinusno promenljiva sabirka, čiji argumenti zavise od vremena. Da bi postojala srednja vrednost momenta konverzije različita od nule potrebno je da u argumentu bar jednog sabirka (2.122) ne figuriše vreme. To se može postići kada brzina obrtanja, ω_m , i kružne učestanosti struja ω_1 i ω_2 , zadovoljavaju jedan od četiri sledeća izraza:

– Prvi izraz $\omega_m = -(\omega_1 + \omega_2);$

– Drugi izraz $\omega_m = \omega_1 - \omega_2;$

– Treći izraz $\omega_m = -(\omega_1 - \omega_2);$

– Četvrti izraz $\omega_m = \omega_1 + \omega_2.$

Ova četiri izraza se kompaktno zapisuju u vidu jednačine slaganja brzina:

$$\omega_m = \pm(\omega_1 \pm \omega_2). \quad (2.123)$$

Srednja vrednost momenta konverzije različita od nule postoji ako je zadovoljena jednačina slaganja brzina. Iz jednačine slaganja brzina (2.123) proizilaze moguće varijante rotacionih elektromehaničkih pretvarača koje su navedene u tabeli 2.1.

Tabela 2.1. Pregled mogućih vrsta rotacionih mašina.

Vrsta mašine	Odnos brzina	Vrsta struje	Tip mašine
Sinhrona mašina	$\omega_1 = 0,$ $\omega_m = \pm \omega_2$	Jednosmerna struja na rotoru, naizmjenična struja na statoru.	Sinhrona mašina, motor ili generator.
	$\omega_m = \pm \omega_1,$ $\omega_2 = 0$	Jednosmerna struja na statoru, naizmjenična struja na rotoru.	Sinhrona mašina inverzne konstrukcije, motor ili generator.
Asinhrona mašina	$\omega_m = \pm(\omega_2 - \omega_1)$	Naizmjenične struje na statoru i rotoru, $\omega_2 > \omega_1$.	Asinhroni motor.
	$\omega_m = \pm(\omega_2 + \omega_1)$	Naizmjenične struje na statoru i rotoru, $\omega_2 > \omega_1$.	Asinhroni generator.
Mašina za jednosmernu struju	$\omega_2 = 0,$ $\omega_m = \pm \omega_1$	Jednosmerna struja na statoru, naizmjenična struja na rotoru dobijena pomoću komutatora.	Mašina jednosmerne struje, motor ili generator.

Jednačina slaganja brzina (2.123) daje vezu između kružnih učestanosti struja i brzine obrtanja da bi postojala srednja vrednost momenta konverzije različita od nule. Međutim, iako je srednji momenat konverzije različit od nule, trenutni momenat konverzije je funkcija vremena. Dakle, ako je zadovoljen jedan od uslova datih jednačinom slaganja brzina, postignuto je:

$$M_{sr} \neq 0 \qquad m_c \neq M_{sr} \qquad m_c = f(t),$$

odnosno momenat konverzije pulsira oko srednje vrednosti. Za ilustraciju ovoga, neka kroz rotorski namotaj teče jednosmerna struja $\omega_1 = 0$ i neka je kružna učestanost statorskih struja jednaka brzini obrtanja, $\omega_2 = \omega_m$, tada momenta konverzije:

$$m_c = \frac{I_{1m} \cdot I_{2m} \cdot M}{2} [\sin(\delta - \varphi) - \sin(2\omega_m t - \delta - \varphi)] = M_{sr} + m_{pul}, \quad (2.124)$$

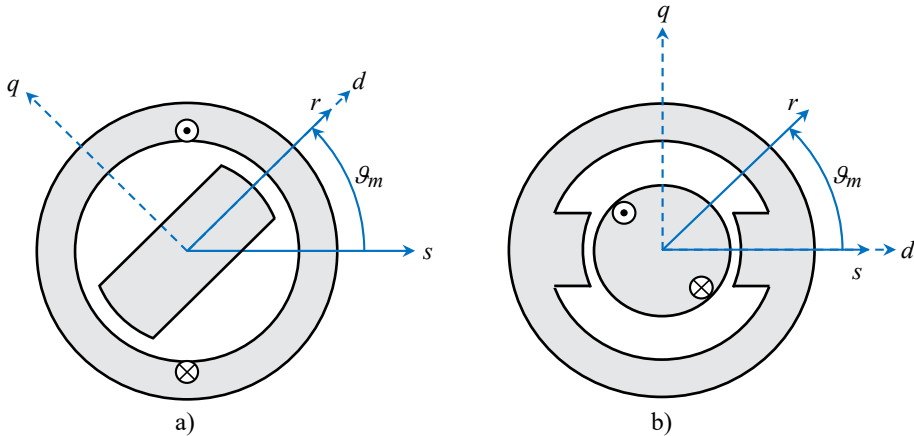
ima pored srednje vrednosti M_{sr} , i harmoničnu komponentu dvostruke učestanosti, m_{pul} . Momenat konverzije pulsira na dvostrukoj učestanosti oko srednje vrednosti momenta konverzije.

Krajnji cilj je realizacija takvog elektromehaničkog pretvarača kod kojeg će trenutna i srednja vrednost momenta konverzije biti jednake, odnosno momenat konverzije će biti konstantan u vremenu:

$$M_{sr} \neq 0 \qquad m_c = M_{sr} \qquad m_c \neq f(t).$$

2.6.2. Uslovi za razvijanje srednjeg momenta konverzije mašina sa istaknutim polovima

U ovom delu biće određeni uslovi pod kojima se razvija srednji momenat konverzije različit od nule kod mašine sa istaknutim polovima. Mašina sa istaknutim polovima ima reluktantnu komponentu momenta, pa je dovoljan samo jedan namotaj kako bi pretvarač razvijao momenat konverzije. Na slici 2.29. prikazani su pretvarači sa istaknutim polovima i sa samo jednim namotajem koji se nalazi na cilindričnom delu mašine.



Slika 2.29. Pretvarači sa istaknutim polovima: a) istaknuti polovi na rotoru b) istaknuti polovi na statoru.

Trenutna vrednost momenta konverzije za pretvarač sa istaknutim polovima za obe varijante sa slike 2.27. je:

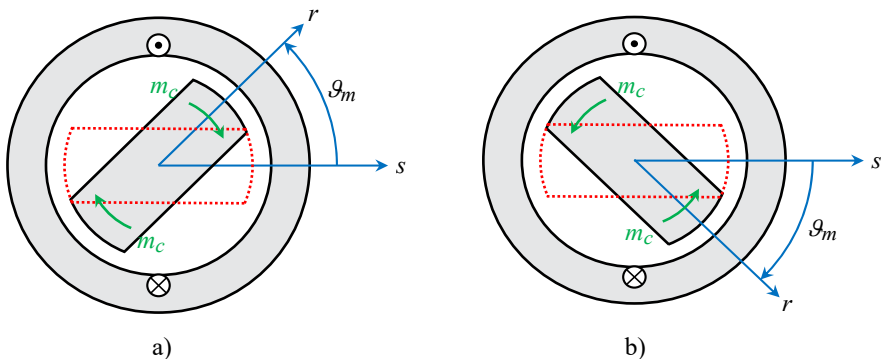
$$m_c = \frac{1}{2} i_2^2 \cdot \frac{dL_{22}}{d\theta_m}, \quad (2.125)$$

$$m_c = -\frac{L_d - L_q}{2} i_2^2 \sin(2\theta_m) = -\frac{L_d - L_q}{2} i_2^2 \sin[2(\omega_m t - \delta)]. \quad (2.126)$$

Iz (2.126) je očigledno da zbog kvadrata, znak struje ne utiče na smer momenta konverzije i da je smer momenta konverzije određen znakom sinusa. Kada ugao θ_m raste od 0 do $\pi/2$ sinus je pozitivan, a momenat konverzije je negativan. Momenat konverzije deluje nasuprot povećanju mehaničke koordinate θ_m , slika 2.30. Kad se koordinata rotora θ_m menja od 0 do $-\pi/2$ sinus je negativan, a momenat konverzije je pozitivan i nastoji da smanji ugao θ_m , slika 2.30. Iz ovoga, sledi da je momenat konverzije uvek usmeren tako da teži da postavi rotor u položaj $\theta_m = 0$, a to je položaj maksimalne sopstvene induktivnosti, odnosno položaj minimalne magnetne otpornosti.

Sad će biti određeni uslovi pod kojima momenat konverzije dat sa (2.126) može dati srednji momenat konverzije različit od nule. Neka kroz namotaj teče jednosmerna struja I_2 tada je trenutna vrednost momenta konverzije:

$$m_c = -\frac{L_d - L_q}{2} I_2^2 \sin(2\theta_m). \quad (2.127)$$



Slika 2.30. Pretvarači sa istaknutim polovima. Momenat konverzije nastoji da postavi rotor u pravac minimalne magnetne otpornosti.

Na osnovu (2.127) je očigledno, da je za jednosmernu struju u namotaju, momenat konverzije prostoperiodična funkcija po položaju rotora, ϑ_m , a da je srednja vrednost momenta konverzije jednaka nuli. Dakle, uz jednosmernu struju u namotaju ovakav pretvarač ima srednji momenat konverzije jednak nuli i on nije u prilici da obavi koristan rad.

Ako se pretpostavi da kroz namotaj teče prostoperiodična struja:

$$i_2 = I_{2m} \cdot \cos(\omega_2 t), \quad (2.128)$$

tada je trenutna vrednost momenta konverzije:

$$m_c = -\frac{L_d - L_q}{2} I_{2m}^2 \cdot \cos^2(\omega_2 t) \cdot \sin[2(\omega_m t - \delta)]. \quad (2.129)$$

Da bi se što jednostavnije diskutovali uslovi za razvoj srednjeg momenta konverzije, potrebno je proizvode trigonometrijskih funkcija u izrazu za momenat konverzije (2.129), primenom trigonometrijskih identiteta prevesti u zbir trigonometrijskih funkcija:

$$m_c = -\frac{L_d - L_q}{4} I_{2m}^2 \left\{ \sin[2(\omega_m t - \delta)] + \frac{1}{2} \sin[2(\omega_m t - \delta + \omega_2 t)] + \frac{1}{2} \sin[2(\omega_m t - \delta - \omega_2 t)] \right\}. \quad (2.130)$$

Momenat konverzije je zbir tri sinusne funkcije, čiji argumenti zavise od vremena. Srednja vrednost takvog momenta konverzije je jednaka nuli. Da bi momenat konverzije imao srednju vrednost različitu od nule potrebno je da neki od argumenata tih sinusnih funkcija, (2.130), ne zavisi od vremena. Potrebno je da bude zadovoljen uslov da je $\omega_m = \pm \omega_2$, tj. da se rotor obrće brzinom, ω_m , koja je jednaka kružnoj učestanosti struje, ω_2 . Kada je to postignuto kažemo da se rotor obrće sinhronom brzinom. Kod mašina sa istaknutim polovima sinhronizam ugaone brzine obrtanja i ugaone učestanosti struje u namotaju je uslov za dobijanje srednjeg momenta konverzije različitog od nule.

Neka je učestanost statorskih struja jednaka sa brzinom obrtanja, $\omega_2 = \omega_m$, tada momenat konverzije:

$$m_c = -\frac{L_d - L_q}{4} I_{2m}^2 \left\{ \sin[2(\omega_m t - \delta)] + \frac{1}{2} \sin[2(2\omega_m t - \delta)] - \frac{1}{2} \sin(2\delta) \right\}, \quad (2.131)$$

ima srednju vrednost različitu od nule:

$$M_{sr}(\delta) = \frac{1}{8} I_{2m}^2 \cdot (L_d - L_q) \cdot \sin(2\delta). \quad (2.132)$$

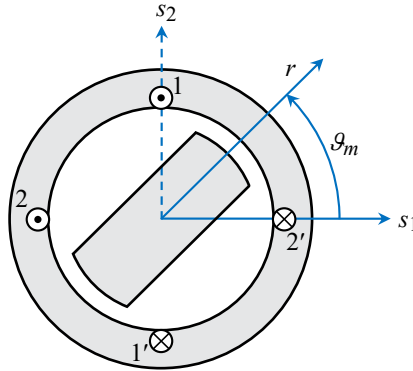
Zavisnost $M_{sr}(\delta)$ data izrazom (2.132) se zove ugaona karakteristika. Ugao δ se još naziva i ugao obrtnog momenta (ugao opterećenja) sinhrona mašine, a ima i fizičko značenje, o kojem će biti detaljno reči kod sinhronih mašina.

Pored srednje vrednosti momenta konverzije u (2.131) postoje još i dva harmonična člana – harmonika sa učestanošću $2\omega_m$ i $4\omega_m$. Može se primetiti da iako je sa uslovom $\omega_m = \pm\omega_2$ obezbeđeno da je srednji momenat konverzije različit od nule, postoje pulsacije momenta konverzije u vremenu tj. $m_c(t)$. Ovo je nepoželjno za kvalitetan elektromehanički pretvarač, za koga je krajnji cilj da je trenutni momenat konverzije jednak njegovoj srednjoj vrednosti, $m_c(t) = M_{sr}$.

2.7. VRSTE ROTACIONIH ELEKTRIČNIH MAŠINA

2.7.1. Sinhrona reluktantna mašina

Sinhrona reluktantna mašina ima cilindrično magnetno kolo statora, dok je rotor sa istaknutim polovima. Zbog takvog magnetnog kola rotora sledi pridev reluktantna u naslovu ovog dela. Na statoru se nalaze dva namotaja označena sa 1 – 1' i 2 – 2'. Naznačene su i ose ovih namotaja s_1 i s_2 . Namotaji su međusobno postavljeni pod pravim uglom – prostorno su pomereni za $\pi/2$. Na rotoru nema namotaja. Na slici 2.31. prikazana je sinhrona reluktantna mašina.



Slika 2.31. Prikaz sinhrona reluktantne mašine – dvopobudni sistem.

Na osnovu opšteg matematičkog modela elektromehaničkog pretvarača, može se zapisati matematički model sinhrona reluktantne mašine:

– Jednačine naponske ravnoteže namotaja:

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + \frac{d\psi_1}{dt}, \quad (2.133)$$

$$u_2 = R_2 \cdot i_2 + \frac{d\psi_2}{dt}, \quad (2.134)$$

– Jednačine za flukseve namotaja:

$$\psi_1 = L_{11} \cdot i_1 + L_{12} \cdot i_2, \quad (2.135)$$

$$\psi_2 = L_{21} \cdot i_1 + L_{22} \cdot i_2, \quad (2.136)$$

– Jednačina za momenat konverzije:

$$m_c = \frac{1}{2} i^+ \cdot \frac{dL}{d\vartheta_m} \cdot i = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_1 & i_2 \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{d\vartheta_m} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}, \quad (2.137)$$

$$m_c = \underbrace{\frac{1}{2} i_1^2 \cdot \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \cdot \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m}}_{\text{Reluktantna komponenta}} + \underbrace{i_1 \cdot i_2 \cdot \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}}_{\text{Osnovna komponenta}}. \quad (2.138)$$

Momenat konverzije (2.138) sinhronne reluktantne mašine ima obe komponente: reluktantnu koja potiče od oblika rotora i osnovnu komponentu koja postoji usled struje u statorskim namotajima.

Sada će se razmotriti uslovi pod kojima postoji srednji momenat konverzije različit od nule. Na putu ka tom cilju potrebno je usvojiti talasne oblike struja u namotajima i definisati sve induktivnosti. Neka kroz namotaje protiču prostoperiodične struje, kružne učestanosti ω . Struje su međusobno fazno pomerene za $\pi/2$:

$$i_1 = I_m \cdot \cos(\omega t), \quad (2.139)$$

$$i_2 = I_m \cdot \sin(\omega t). \quad (2.140)$$

Treba primetiti da su struje fazno pomerene za $\pi/2$, isto kao što su namotaji međusobno prostorno pomereni za $\pi/2$.

U delu 2.5.1.2 je određena sopstvena induktivnost namotaja ako je rotor sa istaknutim polovima:

$$L_{11} = \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2\vartheta_m. \quad (2.141)$$

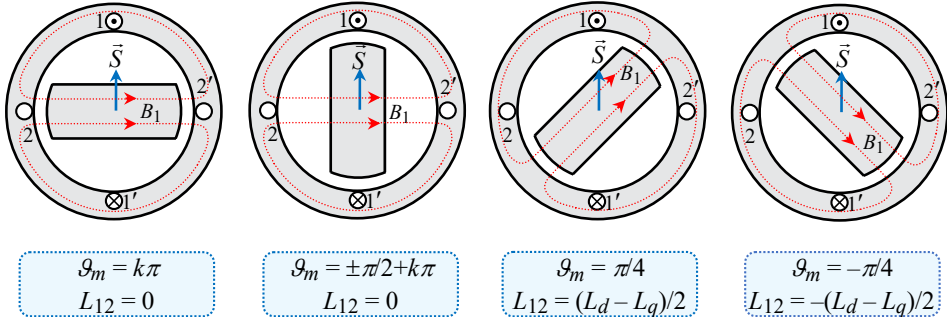
Sopstvena induktivnost drugog namotaja se može lako odrediti. Treba primetiti da je u argumentu kosinusa funkcije sopstvene induktivnosti ugao između ose tog namotaja i ose rotora. Uvažavajući ovo sopstvena induktivnost drugog namotaja je data sledećim izrazom:

$$L_{22} = \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2\left(\frac{\pi}{2} - \vartheta_m\right) = \frac{L_d + L_q}{2} - \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2(\vartheta_m), \quad (2.142)$$

dakle $L_{22} = L_{11}(\vartheta_m - \pi/2)$.

Međusobna induktivnost namotaja na statoru $L_{12} = L_{21}$ nije do sada određena. Kako se sa obrtanjem rotora periodično menja magnetna otpornost koju vide namotaji, tako se menja i međusobna induktivnost. S obzirom na oblik rotora, nakon njegovog obrtaja od pola kruga, presek magnetnog kola se ponavlja. Zbog toga, perioda međusobne induktivnosti, L_{12} , s obzirom na koordinatu rotora, ϑ_m iznosi π . Pri određivanju funkcije međusobne induktivnosti namotaja, $L_{12} = f(\vartheta_m)$, pretpostavi se da postoji struja samo u jednom namotaju. Neka struja postoji u namotaju sa indeksom 1 i posmatra se fluks koji potiče od te struje kroz onaj drugi namotaj. Za karakteristične položaje rotora, na slici 2.32, ilustrovan je fluks kroz namotaj 2 usled struje u namotaju 1. Kada ugao položaja rotora ϑ_m ima vrednost nula, π ili $\pm\pi/2$, tada

fluks kroz namotaj 2 ima vrednost nula zato što su vektori indukcije, B_1 , i vektor površine, S , pod uglom od $\pi/2$. Zbog ovoga je međusobna induktivnost jednaka nuli za navedene vrednosti ugla, ϑ_m položaja rotora. Kada je položaj rotora $\vartheta_m = 0$ i $\vartheta_m = \pi/2$, fluks kroz drugi namotaj je jednak nuli, a time i međusobna induktivnost, $L_{12} = 0$. Pri zakretanju rotora od $\vartheta_m = 0$ do $\vartheta_m = \pi/2$ fluks mora proći i kroz svoju maksimalnu vrednost. Za položaj rotora $\vartheta_m = \pm\pi/4$, fluks kroz namotaj 2 ima maksimalnu vrednost, pa je tada i međusobna induktivnost maksimalna. Za magnetno kolo sinhronne reluktantne mašine, nakon obrta rotora od pola kruga, presek magnetnog kola se ponavlja, odnosno perioda je π . Na osnovu ovog opisa može se zaključiti da se međusobna induktivnost menja kao funkcija $\sin(2\vartheta_m)$. U literaturi se mogu naći detalji za određivanje amplitude međusobne induktivnosti.



Slika 2.32. Ilustracija međusobne induktivnosti statoskih namotaja sinhronne reluktantne mašine. Rotor se nalazi u četiri karakteristična položaja.

Međusobna induktivnost namotaja sinhronne reluktantne mašine je:

$$L_{12} = L_{21} = \frac{L_d - L_q}{2} \sin 2\vartheta_m. \quad (2.143)$$

Kada se u jednačinu za momenat konverzije (2.138) sinhronne reluktantne mašina uvrste struje i induktivnosti, dobija se trenutna vrednost momenta konverzije:

$$m_c = \frac{L_d - L_q}{2} I_m^2 \left[-\cos^2(\omega t) \cdot \sin(2\vartheta_m) + \sin^2(\omega t) \cdot \sin(2\vartheta_m) + 2 \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(2\vartheta_m) \right], \quad (2.144)$$

čiji su sabirci proizvodi trigonometrijskih funkcija. Da bi se diskutovalo pod kojim uslovima postoji srednji momenat konverzije različit od nule, potrebno je proizvode trigonometrijskih funkcija prevesti u zbir trigonometrijskih funkcija primenom odgovarajućih identiteta:

$$m_c = \frac{L_d - L_q}{2} I_m^2 \left[-\frac{1 + \cos(2\omega t)}{2} \cdot \sin(2\vartheta_m) + \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} \cdot \sin(2\vartheta_m) + \sin(2\omega t) \cdot \cos(2\vartheta_m) \right],$$

$$m_c = \frac{L_d - L_q}{2} I_m^2 [\sin(2\omega t) \cdot \cos(2\vartheta_m) - \cos(2\omega t) \cdot \sin(2\vartheta_m)], \quad (2.145)$$

$$m_c = \frac{L_d - L_q}{2} I_m^2 \sin(2(\omega t - \vartheta_m)). \quad (2.146)$$

Kada se rotor obrće brzinom ω_m , ugao koji predstavlja položaj rotora se dobija integracijom brzine u vremenu:

$$g_m = \int_0^t \omega_m dt = \omega_m t - \delta, \quad (2.147)$$

gde je δ ugao između ose rotora i statora u početnom trenutku. Kada se ovo uvaži u izrazu za momenat konverzije (2.146), dobija se jednačina momenta konverzije:

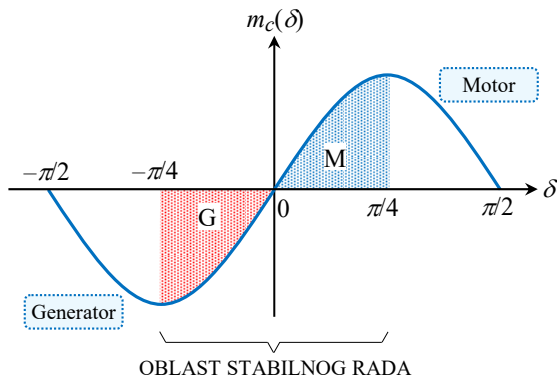
$$m_c = \frac{L_d - L_q}{2} I_m^2 \sin(2(\omega t - \omega_m t + \delta)). \quad (2.148)$$

Kako argument sinusne funkcije, u jednačini za momenat konverzije, (2.148), zavisi od vremena, to je srednja vrednost momenta konverzije jednaka nuli. Iz izraza (2.148) se lako može izvesti zaključak da kada je brzina obrtanja jednaka kružnoj učestanosti struja, $\omega_m = \omega$, tj. kada se rotor obrće u sinhronizmu, tada postoji srednji momenat konverzije M_{sr} :

$$M_{sr} = m_c(\delta) = \frac{L_d - L_q}{2} I_m^2 \sin 2\delta. \quad (2.149)$$

Gore uvedenim uslovom da je rotor u sinhronizmu tj. $\omega_m = \omega$, postignuto je da momenat konverzije ima srednju vrednost i da trenutna vrednost momenta konverzije nije funkcija vremena, što predstavlja bitan kvalitet elektromehaničke konverzije. Ovaj pomak u kvalitetu konverzije postignut je dodavanjem drugog namotaja na statoru. Prema izrazu (2.149), momenat konverzije nastaje usled različitih magnetnih otpornosti (reluktansi) rotora duž dva karakteristična pravca po d - i q - osi, pa otud naziv reluktantna. Kako srednji momenat konverzije postoji kada je rotor u sinhronizmu, $\omega_m = \omega$, otud naziv sinhrona.

Izrazom (2.149) je pokazano da je momenat konverzije konstantan u vremenu, ali da je funkcija ugla δ – ugla opterećenja. Ugao δ je uveden kao početna vrednost mehaničke koordinate, međutim on ima i svoje fizičko značenje kod sinhronih mašina. Ugao δ određuje sa kolikim momentom konverzije radi mašina. U literaturi se ovaj ugao naziva: ugao opterećenja, ugao momenta, ugao snage. Data zavisnost $m_c(\delta)$ poznata je i kao ugaona karakteristika. Na slici 2.33. prikazana je ugaona karakteristika sinhrona reluktantne mašine.



Slika 2.33. Ugaona karakteristika sinhrona reluktantne mašine.

Za uglove opterećenja $0 < \delta < \pi/2$ momenat konverzije je pozitivan i sinhrona reluktantna mašina funkcioniše kao motor. Za uglove $-\pi/2 < \delta < 0$ momenat konverzije je negativan i sinhrona reluktantna mašina funkcioniše kao generator.

Momenat konverzije zavisi od ugla opterećenja, δ , i sa njime se menja po sinusnom zakonu (2.149). Proces elektromehaničke konverzije je stabilan kada je povećanje ugla opterećenja praćeno povećanjem momenta konverzije. Stabilan i kontinualan proces elektromehaničke konverzije realizuje se na delu ugaone karakteristike gde je nagib karakteristike pozitivan:

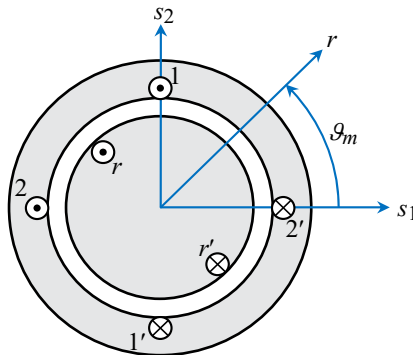
$$\frac{dm_c}{d\delta} > 0. \quad (2.150)$$

Uslov stabilnog rada je zadovoljen za uglove opterećenja koji su u unutar intervala $-\pi/4 < \delta < \pi/4$. Ovo je oblast stabilnog rada i ona obuhvata i generatorski i motorski režim rada.

U motorskom režimu rada ($0 < \delta < \pi/4$), svako povećanje mehaničkog momenta, m_m (momenta radne mašine) dovodi do kratkotrajnog usporenja rotora, a to je praćeno povećanjem ugla opterećenja δ . Povećanje ugla opterećenja na stabilnom delu ugaone karakteristike je praćeno povećanjem momenta koji konvertuje sinhrona mašina, m_c . Momenat konverzije se povećava sve dok se ne uspostavi novo, stabilno, stacionarno stanje sa većim vrednostima ugla opterećenja i momenta konverzije, tj. dok se moment konverzije njegova srednja vrednost ne izjednači sa mehaničkim momentom, $M_{sr} = m_m$. Ukoliko se posmatra granična radna tačka u kojoj je ugao opterećenja tačno $\delta = \pi/4$ i pretpostavi da se momenat radne mašine poveća, tada će ponovo doći do povećanja ugla opterećenja. Međutim, sada će povećanje ugla δ biti praćeno smanjenjem momenta konverzije i neće moći da se uspostavi novo stacionarno stanje u kome će se izjednačiti momenat koji mašina konvertuje sa momentom opterećenja. Naime, došlo je do toga da mehanički momenat raste, a da momenat koji mašina konvertuje opada. To znači, da ukoliko se pređe opseg stabilnog rada, mašina ispada iz sinhronizma, tj. $\omega_m \neq \omega$, prestaje biti zadovoljen uslov pod kojim mašina razvija srednji momenat konverzije različit od nule.

2.7.2. Sinhrona mašina sa pobudom

Sinhrona mašina sa pobudom ima cilindrično magnetno kolo. Na satoru se nalaze dva namotaja označena sa 1 – 1' i 2 – 2'. Naznačene su i ose ovih namotaja s_1 i s_2 . Namotaji su međusobno postavljeni pod pravim uglom – prostorno su pomereni za $\pi/2$. Na rotoru postoji namotaj i njegova se osa poklapa sa osom rotora, ovaj namotaj se zove i pobudni namotaj. Na slici 2.34. prikazana je sinhrona mašina sa pobudom – višepobudni sistem.



Slika 2.34. Prikaz sinhronne mašine sa pobudom – višepobudni sistem.

Na osnovu opšteg matematičkog modela elektromehaničkog pretvarača, može se zapisati matematički model sinhrona mašine sa pobudom:

– Jednačine naponske ravnoteže namotaja:

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + \frac{d\psi_1}{dt}, \quad (2.151)$$

$$u_2 = R_2 \cdot i_2 + \frac{d\psi_2}{dt}, \quad (2.152)$$

$$u_r = R_r \cdot i_r + \frac{d\psi_r}{dt}, \quad (2.153)$$

– Jednačine za fluxseve namotaja:

$$\psi_1 = L_{11} \cdot i_1 + L_{12} \cdot i_2 + L_{1r} i_r, \quad (2.154)$$

$$\psi_2 = L_{21} \cdot i_1 + L_{22} \cdot i_2 + L_{2r} i_r, \quad (2.155)$$

$$\psi_r = L_{1r} \cdot i_1 + L_{2r} \cdot i_2 + L_{rr} i_r, \quad (2.156)$$

– Jednačina za momenat konverzije:

$$m_c = \frac{1}{2} \vec{i}^+ \cdot \frac{d\vec{L}}{d\vartheta_m} \cdot \vec{i} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_r \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{d\vartheta_m} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{1r} \\ L_{21} & L_{22} & L_{2r} \\ L_{1r} & L_{2r} & L_{rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_r \end{bmatrix}. \quad (2.157)$$

Da bi dalje nastavili i došli do trenutne vrednosti momenta konverzije, moraju se odrediti sve induktivnosti u matrici induktivnosti.

Kako su i stator i rotor cilindrični, vazdušni zazor je konstantan i nezavisan od položaja rotora. Zato svaki namotaj „vidi“ isti presek magnetnog kola nezavisno od položaja rotora, pa su sve sopstvene induktivnosti namotaja konstantne, $L_{11} = L_{22} = \text{const}$, $L_{rr} = \text{const}$.

Namotaji koji su međusobno prostorno pomereni za $\pi/2$, a nalaze se u cilindričnom magnetnom kolu, imaju vrednost međusobne induktivnosti jednaku nuli, $L_{12} = L_{21} = 0$.

Međusobna induktivnost rotorskog i statorskih namotaja, L_{1r} i L_{2r} je prostoperiodična funkcija po uglu ϑ_m . Ove međusobne induktivnosti imaju maksimalnu vrednost kada se osa namotaja na rotoru poklopi sa osom namotaja na statoru, a vrednost im je jednaka nuli ako su ose namotaja pod uglom $\pi/2$. Nakon ovog podsećanja međusobna induktivnost L_{1r} se menja po kosinusnom zakonu:

$$L_{1r} = M \cdot \cos \vartheta_m. \quad (2.158)$$

Prostorni pomak od $\pi/2$ između namotaja se preslikava u međusobnu induktivnost:

$$L_{2r} = M \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \vartheta_m\right) = M \cdot \sin \vartheta_m. \quad (2.159)$$

Sada su poznate sve induktivnosti koje će se koristiti u ovoj knjizi. Zbog obrtanja rotora postoji periodično ponavljanje magnetnog kola, pa se induktivnosti harmonično menjaju, kao sinusne ili kosinusne funkcije koordinate rotora, $\sin(\vartheta_m)$ ili $\cos(\vartheta_m)$. Perioda harmonične funkcije induktivnosti je određena periodom sa kojim se ponavlja presek magnetnog kola, pa je funkcija induktivnosti $\cos(\vartheta_m)$ ili $\cos(2\vartheta_m)$.

Neka kroz namotaje na statoru ponovo teku prostoperiodične struje, kružne učestanosti ω . Struje statora su međusobno fazno pomerene za $\pi/2$:

$$i_1 = I_m \cdot \cos(\omega t), \quad (2.160)$$

$$i_2 = I_m \cdot \sin(\omega t), \quad (2.161)$$

za isti ugao kao što su namotaji statora međusobno prostorno pomereni za $\pi/2$. Kroz rotorski namotaj neka teče jednosmerna struja jačine I_r .

Kada smo razlučili u matrici induktivnosti u (2.157) koje su induktivnosti konstantne i nezavisne od položaja rotora, $\mathcal{G}_m$, a koje se menjaju sa položajem rotora, kada su definisane vremenske zavisnosti struja u namotajima, momenat konverzije sinhronne mašine sa pobudom je:

$$m_c = M \cdot I_r \cdot I_m \cdot \sin(\omega t - \omega_m t + \delta), \quad (2.162)$$

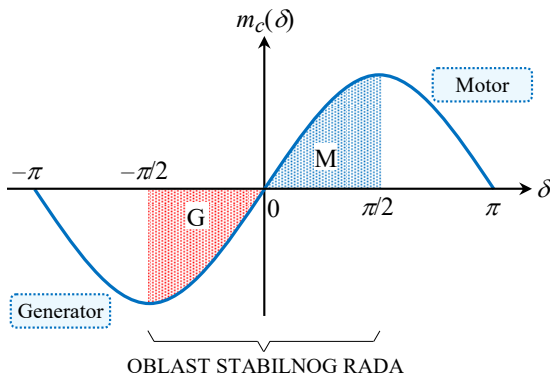
vremenski promenljiv. Postoji samo osnovna komponenta momenta. Da bi momenat konverzije imao srednju vrednost različitu od nule, potrebno je da brzina obrtanja bude jednaka kružnoj učestanosti statorskih struja, $\omega_m = \omega$, tj. da se rotor obrće u sinhronizmu. Tada postoji srednji momenat konverzije M_{sr} :

$$M_{sr} = m_c(\delta) = M \cdot I_r \cdot I_m \sin \delta. \quad (2.163)$$

Gore uvedenim uslovom da je rotor u sinhronizmu, $\omega_m = \omega$, tj. da kroz statorske namotaje teku prostoperiodične struje koje su fazno pomaknute za isti ugao kao što je prostorna pomerenost namotaja, ponovo je postignuto da momenat konverzije ima srednju vrednost različitu od nule i da nije funkcija vremena. Time što su:

- namotaji statora prostorno pomereni za $\pi/2$;
- struje statora fazno pomerene za taj isti ugao, $\pi/2$;
- a struja rotora jednosmerna,

i kod ove je mašine postignuto da momenat konverzije ne zavisi od vremena, a da je funkcija ugla δ – ugla opterećenja. Zavisnost $m_c(\delta)$, data izrazom (2.163), poznata je i kao ugaona karakteristika sinhronne mašine sa pobudom. Na slici 2.35. je prikazana ugaona karakteristika sinhronne mašine sa pobudom.



Slika 2.35. Ugaona karakteristika sinhronne mašine sa pobudom i cilindričnim rotorom.

Ugaone karakteristike $m_c(\delta)$, sinhrona mašina sa istaknutim polovima i sinhrona mašina sa pobudom su sinusne funkcije, ali sa različitim periodama. Ugaona karakteristika sinhrona reluktantne mašine ima periodu π , dok je perioda ugaone karakteristike sinhrona mašine sa pobudom i cilindričnim rotorom 2π .

Momenat konverzije zavisi od ugla opterećenja i sa njime se menja po sinusnom zakonu. Sinhrona mašina sa pobudom radi kao motor u prvom, a kao generator u trećem kvadrantu. Proces elektromehaničke konverzije je stabilan kada je povećanje ugla opterećenja praćeno povećanjem momenta koji mašina konvertuje. Stabilan i kontinualan proces elektromehaničke konverzije realizuje se na delu ugaone karakteristike gde je nagib karakteristike pozitivan:

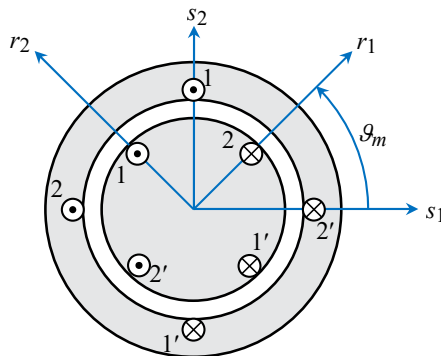
$$\frac{dm_c}{d\delta} > 0. \quad (2.164)$$

Uslov stabilnog rada je zadovoljen za uglove opterećenja koji su unutar intervala $-\pi/2 < \delta < \pi/2$. Ovo je oblast stabilnog rada i ona obuhvata i generatorski i motorski režim rada.

2.7.3. Asinhrona mašina

Elektromehanički rotacioni pretvarač koji se u ovom delu razmatra ima cilindričan rotor i stator. Na statoru i rotoru se nalaze po dva namotaja. Namotaji na statoru su međusobno prostorno pomereni za ugao $\pi/2$ tj. postavljeni su pod pravim uglom. Kroz te namotaje neka teku struje koje su fazno pomerene za taj isti ugao $\pi/2$, time su zadovoljeni uslovi da se obrazuje obrtno polje. Na rotoru se nalaze dva namotaja koja su međusobno prostorno pomerena za $\pi/2$, i kroz njih neka teku struje koje su, međusobno fazno pomerene za $\pi/2$. Time je postignuto i da struje na rotoru formiraju obrtno polje. Na slici 2.36. je prikazan pretvarač sa četiri namotaja, naznačene su ose ovih namotaja.

Ova mašina ima konstantan vazdušni zazor pa su sopstvene induktivnosti svih namotaja konstantne – ne zavise od položaja rotora, $L_{s1} = L_{s2} = \text{const}$, $L_{r1} = L_{r2} = \text{const}$. Ranije je bilo objašnjeno da je međusobna induktivnost namotaja koji su pod pravim uglom, i nalaze se u cilindričnom magnetnom kolu jednaka nuli, $L_{s1s2} = 0$, $L_{r1r2} = 0$.



Slika 2.36. Mašina sa četiri namotaja – asinhrona mašina.

Međusobne induktivnosti između namotaja na rotoru i namotaja na statoru su harmonične funkcije koordinate rotora, ϑ_m . One imaju maksimalnu vrednost kada se odgovarajuće ose namotaja poklope, a jednake su nuli kada se ose namotaja nađu pod pravim uglom. Nakon ovog podsećanja lako se može doći do svih međusobnih induktivnosti između namotaja statora i rotora:

$$L_{s1r1} = M \cdot \cos \vartheta_m, \quad (2.165)$$

$$L_{s2r1} = M \cdot \sin \vartheta_m, \quad (2.166)$$

$$L_{s1r2} = -M \cdot \sin \vartheta_m, \quad (2.167)$$

$$L_{s2r2} = M \cdot \cos \vartheta_m. \quad (2.168)$$

Do odgovarajućih harmoničnih funkcija u izrazima za međusobne induktivnosti (2.165) – (2.168) se može doći jednostavno projekcijom ose jednog namotaja na osu onog drugog namotaja. Predlaže se čitaocu da se i sam u to uveri.

Neka kroz rotorske i statorske namotaje teku prostoperiodične struje, kružne učestanosti ω_1 , odnosno ω_2 :

$$i_{r1} = I_{mr} \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi), \quad (2.169)$$

$$i_{r2} = I_{mr} \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi), \quad (2.170)$$

$$i_{s1} = I_{ms} \cdot \cos(\omega_2 t), \quad (2.171)$$

$$i_{s2} = I_{ms} \cdot \sin(\omega_2 t). \quad (2.172)$$

Kružna učestanost rotorske, ω_1 , i statorske, ω_2 , struje određuje brzinu obrtnog polja kojeg ove struje stvaraju. Ako se u jednačinu za momenat konverzije:

$$m_c = \frac{1}{2} i^+ \cdot \frac{dL}{d\vartheta_m} \cdot i^-, \quad (2.173)$$

uvrste sve struje i induktivnosti u matrici induktivnosti, tada se nakon sređivanja dobija trenutni momenat konverzije:

$$m_c = M \cdot I_{mr} \cdot I_{ms} \cdot \sin(\omega_2 t - \omega_1 t - \omega_m t + \delta - \varphi). \quad (2.174)$$

Trenutna vrednost momenta konverzije se menja kao sinusna funkcija od vremena. Argument sinusne funkcije zavisi od vremena, pa je njegova srednja vrednost jednaka nuli. Da bi momenat konverzije imao srednju vrednost različitu od nule, potrebno je da bude zadovoljena sledeća veza između brzine i kružnih učestanosti rotorskih i statorskih struja:

$$\omega_m = \omega_2 - \omega_1. \quad (2.175)$$

Ukoliko je uslov slaganja brzina (2.175) ispunjen, argument sinusne funkcije (2.174) ne zavisi od vremena, pa momenat konverzije ima srednju vrednost različitu od nule i nema pulsacije u vremenu:

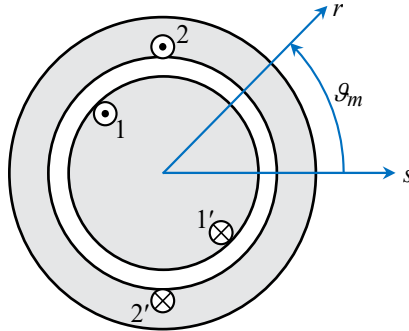
$$M_{sr} = m_c = M \cdot I_{mr} \cdot I_{ms} \cdot \sin(\delta - \varphi). \quad (2.176)$$

Ova mašina se zove asinhrona zato što se rotor obrće brzinom ω_m koja je različita od brzine obrtnog polja, a koje rotira brzinom ω_2 u odnosu na stator. Rotor se obrće asinhrono u odnosu na obrtno polje. Obrtno polje statora rotira brzinom ω_2 u odnosu na stator, a rotorsko

polje sa brzinom ω_1 u odnosu na rotor. S obzirom da se rotor sam obrće brzinom ω_m i nosi polje rotora, to je brzina polja rotora u odnosu na stator $\omega_1 + \omega_m = \omega_2$. Ovo je slaganje brzina dva obrtna polja. Obrtno polje statora i rotora u odnosu na stator se obrću istom brzinom ω_2 , tj. između obrtnih polja statora i rotora nema relativnog kretanja.

2.7.4. Mašina jednosmerne struje

Mašine jednosmerne struje imaju istaknute polove na statoru i cilindričan rotor, kao što je ranije prikazano na slici 2.20. c). Zbog jednostavnije analize, tokom koje će se sagledati uslovi za razvijanje srednjeg momenta konverzije, posmatra se elektromehanički pretvarač sa po jednim namotajem na cilindričnom statoru i rotoru, kao što je prikazano na slici 2.37.



Slika 2.37. Elektromehanički pretvarač sa dva namotaja – mašina jednosmerne struje.

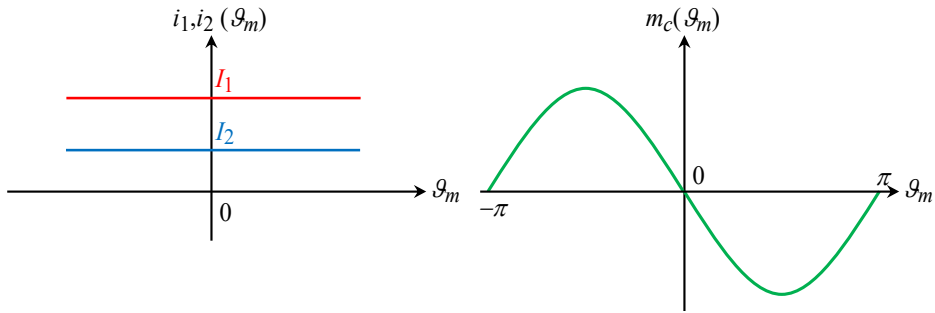
Kada elektromehanički pretvarač ima po jedan namotaj na statoru i rotoru, tada da bi se razvijao srednji momenat konverzije različit od nule, stator i rotor mogu biti cilindrični. Zato što su stator i rotor cilindrični, vazdušni zazor je konstantan nezavisno od položaja rotora, zbog čega je magnetna otpornost koju vide namotaji takođe konstantna. Ovo ima za posledicu da su sopstvene induktivnosti oba namotaja konstantne – ne zavise od položaja rotora, $L_{11} = \text{const}$, $L_{22} = \text{const}$. Međusobna induktivnost namotaja statora i rotora je funkcija položaja rotora:

$$L_{12} = M \cos g_m = M \cos(\omega_m t - \delta). \quad (2.177)$$

Momenat konverzije, s obzirom na cilindričnu strukturu statora i rotora ima samo osnovnu komponentu:

$$m_c = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{dg_m} = -M i_1 i_2 \sin g_m = -M i_1 i_2 \sin(\omega_m t - \delta), \quad (2.178)$$

U delu 2.6.1.1 je pokazano da ako su struje rotora i statora jednosmerne veličine, $i_1 = I_1$, $i_2 = I_2$, tada je srednja vrednost momenta konverzije jednaka nuli, tj. nema kontinualnog procesa elektromehaničke konverzije, kao što je prikazano na slici 2.38.



Slika 2.38. Jednosmerne struje u namotajima rotora i statora. Zavisnost momenta konverzije od položaja rotora.

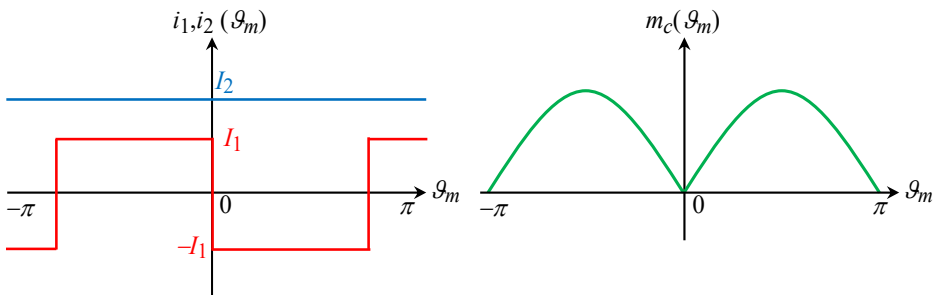
Srednja vrednost momenta konverzije različita od nule može se postići ako se nekoj od struja menja smer tokom obrtanja rotora. Neka kroz statorski namotaj teče jednosmerna struja, $i_2 = I_2$, a neka struja rotora menja svoj smer na polovini obrtaja:

$$i_1 = \begin{cases} I_1 & -\pi \leq \vartheta_m < 0 \\ -I_1 & 0 \leq \vartheta_m < \pi \end{cases}. \quad (2.179)$$

Kada se izraz (2.179) za struju rotora smeni u jednačinu za momenat konverzije (2.178), dobija se da momenat konverzije mašine jednosmerne struje zavisi od apsolutne vrednosti sinusa položaja rotora:

$$m_c = MI_1 I_2 |\sin \vartheta_m|. \quad (2.180)$$

Na 2.39. prikazane su struje statora i rotora i momenta konverzije u zavisnosti od položaja rotora.



Slika 2.39. Jednosmerna struja u namotaju statora i vremenski promenljiva struja u namotaju rotora. Zavisnost momenta konverzije od položaja rotora.

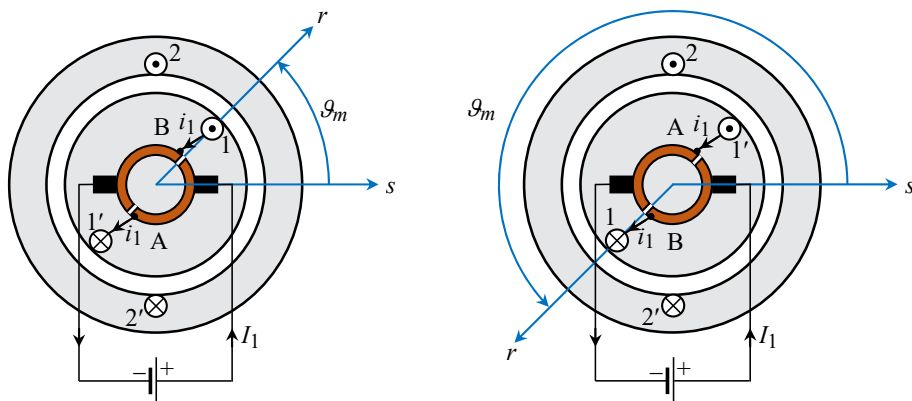
Iz jednačine za momenat konverzije (2.180) i sa slike 2.39. je očigledno da momenat konverzije ima srednju vrednost različitu od nule. Kod ovog elektromehaničkog pretvarača trenutna vrednost momenta konverzije je različita od srednje vrednosti, $m_c \neq M_{sr}$, odnosno momenat konverzije ima pulsacije oko srednje vrednosti.

Promena smeru struje u rotorskom namotaju sa položajem rotora postignuta je pomoću komutatora. Komutator se sastoji od provodnih lamela (segmenata) koje su međusobno izolovane. Na slici 2.40. je prikazan komutator sa samo dva lamele i one su označeni sa A i B. Lamele komutatora su spojene sa provodnicima rotora. Prikazane dve lamele komutatora se mogu dobiti tako što se metalni prsten podeli na dva jednaka segmenta između kojih postoji

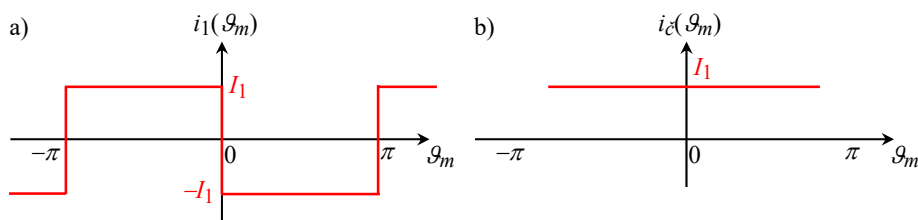
električna izolacija. Komutator je smešten na vratilo mašine jednosmerne struje i zajedno sa rotorom se obrće. Na komutator se oslanjaju četkice, one su nepokretne u odnosu na stator. Četkice i komutator omogućuju da se na pokretni namotaj dovede struja tj. da se namotaj rotora priključi na izvor jednosmernog napona. Pulsacije momenta konverzije se mogu smanjiti konstrukcijom namotaja rotora sa više navojaka i konstrukcijom komutatora sa više lamela.

Struja kroz namotaj rotora teče od lamele A ka B za uglove u intervalu $0 \leq \vartheta_m < \pi$, a nakon toga od lamele B ka A za uglove u intervalu $-\pi \leq \vartheta_m < 0$, kao što je prikazano na slici 2.40.

Komutator obezbeđuje da kroz namotaj rotora struja menja smer sa promenom položaja rotora, (2.179), kao što je prikazano na slici 2.41. a, pri tome je struja kroz četkice jednosmerna, slika 2.41. b. Struja u rotorskom namotaju je periodična sa srednjom vrednošću jednakom nuli, struja sinhrono sa obrtanjem rotora menja smer i ima pravougaoni oblik.



Slika 2.40. Princip rada komutatora za dva položaja rotora.



Slika 2.41. Oblik struje rotora: a) struja kroz namotaj rotora i b) struja kroz četkice.

U nastavku ovog dela biće obrađen specijalan slučaj napajanja ove mašine. Neka je namotaj rotora preko komutatora vezan na red sa namotajem statora, i neka su ovi namotaji priključeni na izvor naizmeničnog napona tj. neka kroz njih teče naizmenična struja:

$$i = I_m \cos(\omega t). \quad (2.181)$$

Zahvaljujući komutatoru, struja kroz namotaj rotora, ponovo menja smer sa promenom položaja rotora:

$$i_1 = \begin{cases} I_m \cos(\omega t) & -\pi \leq \vartheta_m < 0 \\ -I_m \cos(\omega t) & 0 \leq \vartheta_m < \pi \end{cases} \quad (2.182)$$

Momenat konverzije ovog elektromehaničkog pretvarača sa redno vezanim namotajima rotora i statora pri napajanju iz izvora naizmjeničnog napona:

$$m_c = MI_m^2 \cos^2(\omega t) |\sin \vartheta_m|, \quad (2.183)$$

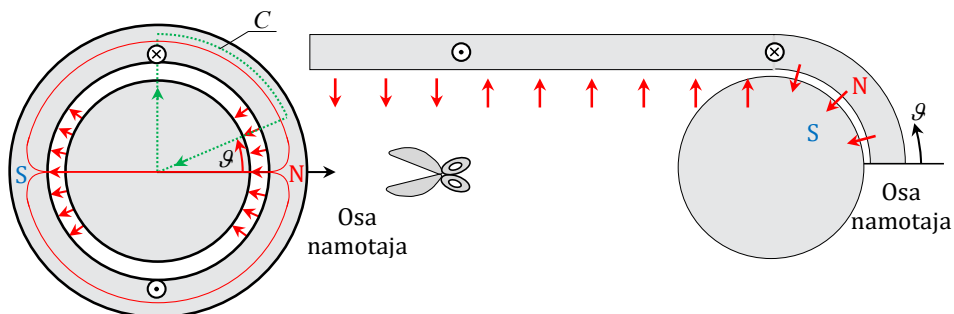
ima srednju vrednost različitu od nule, ali sa značajnim pulsacijama. Mašina sa redno vezanim namotajima rotora i statora preko komutatora razvija srednji momenat konverzije različit od nule kako pri napajanju iz izvora jednosmernog, tako i iz izvora naizmjeničnog napona. Zbog ove njene sposobnosti ove mašine se nazivaju univerzalnim motorima. Ovi motori imaju velike brzine obrtanja zbog čega su malih masa, što ima određuje primenu. Današnja primena univerzalnih motora je isključivo za pogon ručnih alata i sitnih kućnih aparata.

3. MAGNETOPOBUDNE SILE

Magnetni fluks je neophodan za generisanje momenta konverzije. Da bi se u magnetnom kolu pretvarača uspostavio magnetni fluks, potrebna je magnetopobudna sila. Magnetopobudna sila najčešće potiče od struje u namotajima, tako da je struja izvor magnetnog fluksa, ali izvor fluksa može da bude i permanentni magnet. U mašinama jednosmerne struje magnetopobudna sila i fluks su konstantne vrednosti, a menjaju samo svoj znak. U mašinama naizmjenične struje neophodno je da se magnetopobudna sila menja u vazдушnom zazoru – prostoru po sinusnom zakonu, kako bi elektromotorne sile i struje bile prostoperiodične. Ovakav idealan oblik harmonične prostorne raspodele magnetopobudne sile se u praksi ne može dobiti u potpunosti, te je cilj da prostorni oblik bude što približniji sinusnom obliku. Oblik magnetopobudne sile zavisi od oblika namotaja, dok prostorni oblik fluksa zavisi od oblika magnetopobudne sile i oblika magnetnog kola, tj. zazora.

3.1.1. Magnetopobudna sila koncentrisanog namotaja

U ilustracijama rotacionih elektromehaničkih pretvarača, do sada, svaki namotaj je smešten u jedan par žlebova feromagnetnog kola pretvarača. Ovako izveden namotaj naziva se koncentrisan namotaj. Struja u namotaju je izvor magnetopobudne sile, a ona magnetnog polja u mašini. Promena magnetne veličine (magnetopobudne sile, indukcije, fluksa) po obodu vazdušnog zazora se naziva prostorna raspodela, na primer: prostorna raspodela magnetopobudne sile, $\mathcal{H}(\mathcal{Q})$. Prostorna raspodela magnetne veličine po obodu vazdušnog zazora je zavisnost te magnetne veličine od koordinate uočene tačke u vazдушnom zazoru koja se izražava ugaonom koordinatom $\mathcal{Q}$, merenom od usvojene referentne tačke. Najjednostavnija realizacija namotaja je kada se svih N navojaka sa strujom i smesti u samo jedan par žlebova, kao što je prikazano na slici 3.1. Na slici je dat prikaz u poprečnom preseku i razvijenom prikazu cilindričnog magnetnog kola sa samo jednim koncentrisanim namotajem. Rastojanje između statora i rotora se naziva vazdušni zazor, veličina vazdušnog zazora se označava sa δ_0 . Vazdušni zazor kod električnih mašina je reda veličine milimetra. Linije polja koje potiču usled struje u namotaju su naznačene sa $\uparrow$. Treba se prisetiti da je vektor magnetne indukcija B normalan na površinu feromagnetika, a zahvaljujući malom zazoru, polje je radijalno. Severni magnetni pol je tamo gde linije polja izviru iz površine feromagnetika, a južni magnetni pol tamo gde linije polja uviru u feromagnetik.



Slika 3.1. Mašina sa koncentrisanim namotajem u cilindričnom magnetnom kolu u poprečnom preseku i razvijenom prikazu.

Prostorna raspodela jačine magnetnog polja $H(\mathcal{G})$, magnetopobudne sile $\mathcal{F}(\mathcal{G})$ ili magnetne indukcije $B(\mathcal{G})$ po obodu vazdušnog zazora, može se odrediti pomoću Amperovog zakona:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \mathcal{F}. \quad (3.1)$$

U električnim mašinama Amperov zakon se može napisati i u obliku:

$$\sum_C H_i l_i = \sum_C \mathcal{F}_i, \quad (3.2)$$

gde je H_i jačina magnetnog polja, a l_i odgovarajuća dužina na datoj konturi. Magnetno kolo je napravljeno od feromagnetnog materijala čija je permeabilnost mnogo veća od μ_0 , tako da je jačina magnetnog polja u gvožđu višestruko manja od jačine magnetnog polja u vazdušnom zazoru, $H_{Fe} \ll H$, pa se računa samo polje u vazdušnom zazoru, H . Amperov zakon se može primeniti za bilo koju zatvorenu konturu, ali se rešavanje jednačine Amperovog zakona značajno pojednostavljuje adekvatnim izborom same konture, C . Kontura treba da prolazi kroz vazdušni zazor na željenoj koordinati $\mathcal{G}$, a da se vraća kroz zazor na mestu gde nema linija magnetnog polja, tj. kroz simetralu između severnog i južnog pola. Tako se, u opštem slučaju dobija:

$$H(\mathcal{G}) \cdot \delta_0 = \mathcal{F}(\mathcal{G}). \quad (3.3)$$

Za koncentrisan namotaj sa slike 3.1. to je tačno po simetrali žlebova u koje je smešteno N navojaka, zbog čega kontura obuhvata $N/2$ navojaka. Primenom Amperovog zakona za konturu C naznačenu na slici 3.1. dobija se magnetopobudna sila po polu na datoj koordinati $\mathcal{G}$:

$$\mathcal{F}(\mathcal{G}) = \frac{Ni}{2}. \quad (3.4)$$

Prema jednačini (3.3) je očigledno da se magnetopobudna sila po polu troši da bi se savladao pad magnetnog napona na vazdušnom zazoru, $H\delta_0$. Jačina magnetnog polja u vazdušnom zazoru je:

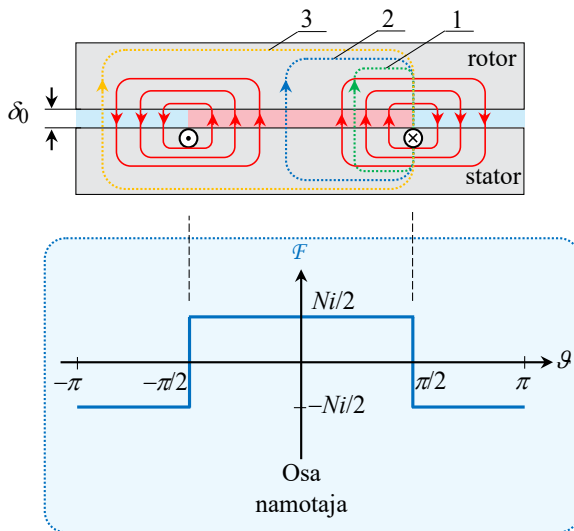
$$H(\mathcal{G}) = \frac{Ni}{2\delta_0} = \frac{\mathcal{F}(\mathcal{G})}{\delta_0}, \quad (3.5)$$

dok je magnetna indukcija duž konture:

$$B(\mathcal{G}) = \mu_0 H(\mathcal{G}) = \frac{\mu_0}{\delta_0} \frac{Ni}{2} = \frac{\mu_0}{\delta_0} \mathcal{F}(\mathcal{G}). \quad (3.6)$$

Iz izraza (3.3) – (3.6) je jasno da su sve tri magnetne veličine, $\mathcal{F}$, H , i B proporcionalne trenutnoj vrednosti struje, i . Uobičajeno se uzima da se smer struje poklapa sa smerom namotavanja, pa smer struje diktira smer magnetopobudne sile. Takođe je očigledno da ako je poznata prostorna raspodela magnetopobudne sile, $\mathcal{F}(\mathcal{G})$ u vazdušnom zazoru, tada je poznata i prostorna raspodela magnetnog polja, $H(\mathcal{G})$ i $B(\mathcal{G})$. U nastavku ovog dela posmatraće se prostorna raspodela magnetopobudne sile $\mathcal{F}(\mathcal{G})$, gde je $\mathcal{G}$ ugaona koordinata uočene tačke u vazdušnom zazoru.

Na slici 3.2. prikazan je koncentrisan namotaj u razvijenom prikazu, naznačene su linije polja koje potiču od struje u tom namotaju. Prikazane su i tri konture, označene sa 1, 2 i 3. Između statora i rotora se nalazi vazdušni zazor, veličine δ_0 . Na slici 3.2. u vazdušnom zazoru plavom bojom je predodčen deo vazdušnog zazora gde linije polja izviru iz magnetnog kola statora, a crvenom deo obima gde linije polja uviru u stator.



Slika 3.2. Raspodela magnetopobudne sile mašina sa koncentrisanim namotajem.

Za koncentrisan namotaj na slici 3.2. je očigledno, ako konturu izaberemo na način kao što je ranije objašnjeno, da će svaka tako postavljena kontura obuhvatiti istu magnetopobudnu silu po polu, $\pm Ni/2$. Predznak plus ili minus kod magnetopobudne sile zavisi od koordinate, θ , tačke u vazdušnom zazoru. Konture označene sa 1 i 2 na slici 3.2. obuhvataju magnetopobudnu silu od $\mathcal{F} = Ni/2$. Sada se može zaključiti da magnetopobudna sila iznosi $\mathcal{F} = Ni/2$ u svim tačkama sa koordinatom u intervalu $-\pi/2 < \theta < \pi/2$. Kontura 3 na slici 3.2. obuhvata magnetopobudnu silu od:

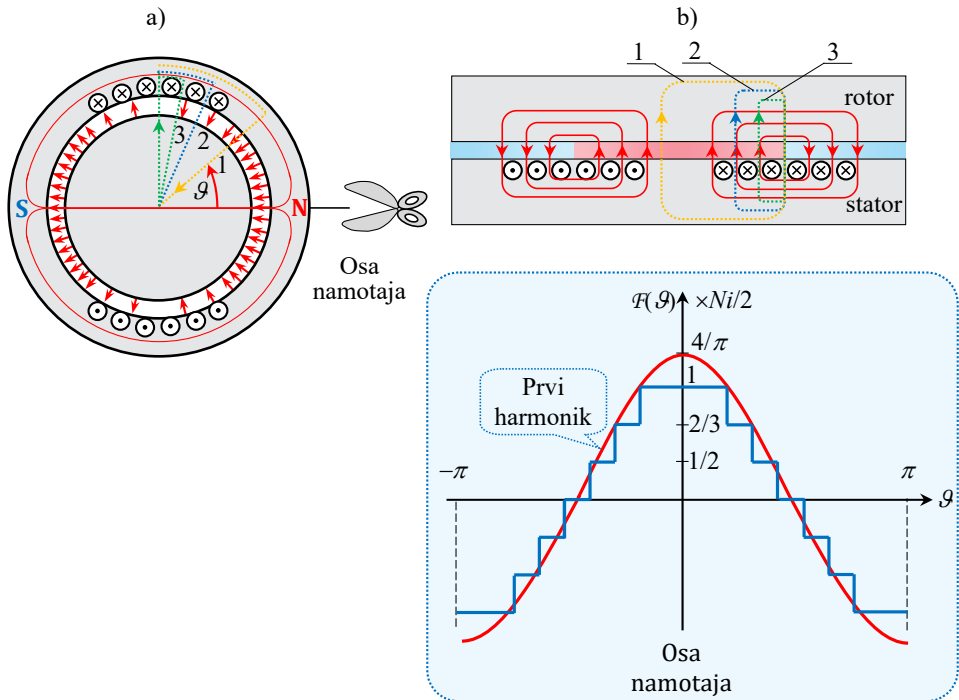
$$\mathcal{F} = \frac{Ni}{2} - Ni = -\frac{Ni}{2}, \quad (3.7)$$

pa se može zaključiti da je u svim tačkama sa koordinatom u intervalu $-\pi < \theta < -\pi/2$ i u intervalu $\pi/2 < \theta < \pi$ magnetopobudna sila po polu ista i da iznosi $\mathcal{F} = -Ni/2$. Za namotaj koji je koncentrisan, prostorna raspodela magnetopobudne sile u vazdušnom zazoru je pravougaona, kao što je prikazano na slici 3.2. Kako je magnetno polje u električnoj mašini, heteropolarno (smeruju se severni i južni polovi po obodu mašine) to magnetopobudna sila na dijametralno naspramnim tačkama u vazdušnom zazoru ima suprotan znak.

S obzirom na to da je jačina magnetnog polja količnik magnetopobudne sile i širine vazdušnog zazora, $H = \mathcal{F}/\delta_0$, a da je $B = \mu_0 H$, zaključuje se da na ordinati na slici 3.2. može biti bilo koja od ove tri veličine, $\mathcal{F}$, H , B , odnosno da prostorna raspodela veličina H i B prate prostornu raspodelu magnetopobudne sile $\mathcal{F}$, jer je zazor konstantne širine, δ_0 . Prostorna raspodela je pravougaonog oblika, koga prati osnovni prostorni harmonik, a osim njega, ima i veliki sadržaj neželjenih viših harmonika.

3.1.2. Magnetopobudna sila raspodeljenog namotaja

Za mašine naizmenične struje pravougaona raspodela magnetopobudne sile, pa time i magnetne indukcije, u vazдушnom zazoru nije prihvatljiva. Takva raspodela magnetne indukcije daje indukovanu elektromotornu silu čija je vremenska zavisnost pravougaona, umesto željene prostoperiodične vremenske zavisnosti. U praktičnim realizacijama namotaj se raspoređuje u veći broj žlebova po obimu magnetnog kola pretvarača. Na slici 3.3. prikazana je mašina sa cilindričnim statorom i rotorom. Namotaj od N navojaka je raspoređen u šest pari žlebova magnetnog kola statora. Više navojaka je smešteno u jedan par žlebova.



Slika 3.3. Mašina sa raspodeljenim namotajem u cilindričnom magnetnom kolu:

a) konfiguracija magnetnog kola i b) raspodela magnetopobudne sile.

Na slici 3.3. prikazan je poprečni presek i razvijeni prikaz ove mašine. Usled proticanja struje kroz raspodeljeni namotaj uspostavlja se magnetno polje, koje je prikazano sa linijama polja. Deo površi feromagnetika statora gde linije polja izviru predstavlja severni pol, **N**, a deo gde linije polja uviru predstavlja južni pol, **S**.

Da bi se odredila raspodela magnetopobudne sile po obodu vazдушnog zazora, $\mathcal{F}(\vartheta)$, a time i raspodela jačine magnetnog polja $H(\vartheta)$, treba napisati jednačine Amperovog zakona za odgovarajuće konture. Na slici 3.3. uočene su i naznačene tri konture, kontura 1, 2 i 3. Svaka od uočenih kontura prolazi kroz vazдушni zazor u tački sa koordinatom ϑ , a zatvara se kroz vazдушni zazor gde polje ima vrednost nula. Ampernavojci obuhvaćeni ovim konturama predstavljaju magnetopobudnu silu po polu ili njen deo. Prvom konturom je obuhvaćena celokupna magnetopobudna sila po polu tj. $Ni/2$ ampernavojaka. Kontura 2 obuhvata $2/3$ od magnetopobudne sile po polu tj. $2/3 \cdot Ni/2$ ampernavojaka, dok kontura 3 obuhvata $1/3$ od

magnetopobudne sile po polu tj. $1/3 \cdot Ni/2$. Broj provodnika obuhvaćenih konturom 1, 2 ili 3 se menja skokovito. Tu promenu u broju obuhvaćenih provodnika prati i raspodela magnetopobudne sile. S obzirom na način kako je izveden namotaj, izbor od samo tri konture omogućio je da se dođe do prostorne raspodele magnetopobudne sile, $\mathcal{H}(\mathcal{Q})$, prikazane na slici 3.3. b. Raspodela magnetopobudne sile po obodu vazdušnog zazoru za raspodeljen namotaj ima „stepeničast“ oblik i počinje da više „liči“ na harmoničnu (sinusnu ili kosinusnu) prostornu raspodelu u odnosu na koncentrisani namotaj. U literaturi se ovakva raspodela naziva – kvaziharmonična. Promenom intenziteta plave i crvene boje u vazdušnom zazoru naznačena je promena vrednosti magnetopobudne sile, odnosno magnetnog polja.

Kako je raspodela magnetopobudne sile, $\mathcal{H}(\mathcal{Q})$, periodična funkcija po ugaonoj koordinati $\mathcal{Q}$, to se kvaziharmonična raspodela $\mathcal{H}(\mathcal{Q})$, sa slika 3.3. može razviti u Furijeov red tj. predstaviti sa beskonačnom sumom harmoničnih funkcija:

$$\mathcal{F}(\mathcal{Q}) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Ni}{2} \cdot k_p \left[\cos \mathcal{Q} - \frac{1}{3} \cos 3\mathcal{Q} + \frac{1}{5} \cos 5\mathcal{Q} - \frac{1}{7} \cos 7\mathcal{Q} \dots \right], \quad (3.8)$$

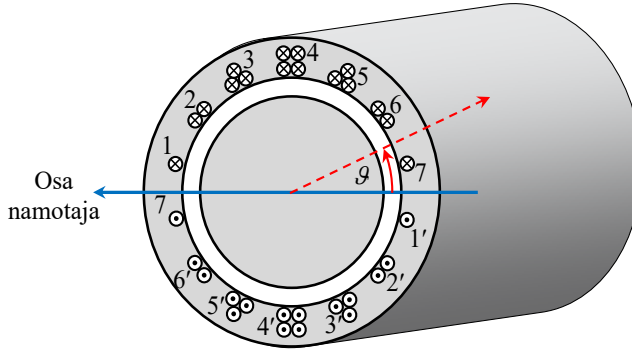
gde je k_p sačinilac kojim se uvažava raspodeljenost namotaja. Za gradivo koje je obuhvaćeno u ovoj knjizi nije bitno poznavanje od čega on zavisi i kolika mu je vrednost, pa neka je $k_p \approx 1$. Harmonične funkcije se jednostavno nazivaju harmonici, a u njihovom argumentu figuriše prostorna koordinata $\mathcal{Q}$. U ovoj knjizi, razmatraće se samo prvi harmonik od kvaziharmonične raspodele:

$$\mathcal{F}_1(\mathcal{Q}) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Ni}{2} \cdot k_p \cos \mathcal{Q} = \mathcal{F}_{1m} \cos \mathcal{Q}, \quad (3.9)$$

koji je prikazan na slici 3.3. Nadalje, smatra se da raspodeljeni namotaj daje harmoničnu (kosinusnu) raspodelu magnetopobudne sile po obodu vazdušnog zazoru.

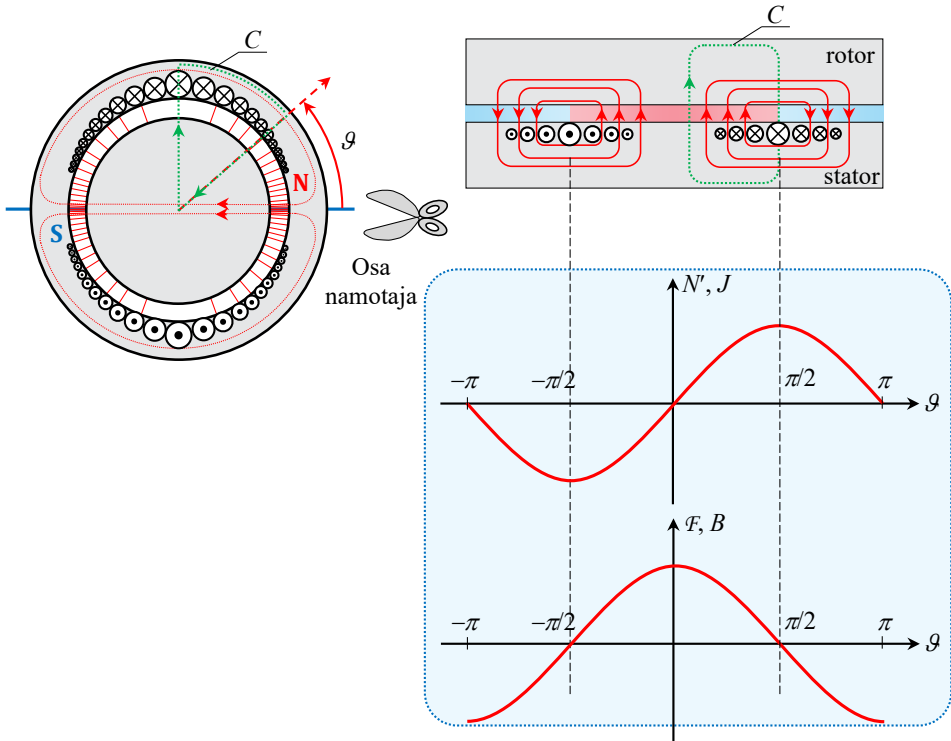
3.1.3. Magnetopobudna sila sinusno raspodeljenog namotaja

Kod rotacionih električnih mašina naizmenične struje potrebno je ostvariti harmoničnu prostornu raspodelu magnetopobudne sile i magnetnog polja u vazdušnom zazoru. Treba obezbediti da se magnetopobudna sila menja po kosinusnom (ili sinusnom) zakonu sa ugaonom koordinatom $\mathcal{Q}$, u vazdušnom zazoru. To se, kod magnetnog kola sa zazorom konstantne dužine, može postići samo ako se gustina struje menja kao sinusna (ili kosinusna) funkcija po ugaonoj koordinati $\mathcal{Q}$. Ovo zahteva upotrebu sinusno raspodeljenog namotaja. Da bi se realizovao ovakav namotaj potrebno je da se broj provodnika (navojaka) u žlebovima povećava idući od ose namotaja i da dostiže maksimalan broj provodnika (navojaka) pod 90° u odnosu na osu namotaja, slika 3.4. Za realizaciju sinusno raspodeljenog namotaja potrebno je imati veliki broj veoma uskih žljebova u magnetnom kolu i mogućnost da se u žljebove postavlja potreban broj provodnika prema sinusnoj funkciji po ugaonoj koordinati $\mathcal{Q}$. Na slici 3.4. je na primer sa 1–1' označen jedan navojak gde struja ulazi u provodnik označen sa 1, dok iz mašine izlazi iz provodnika 1'. Navojak 1–1' je vezan sa sledećim navojkom 2–2', a on sa narednim i tako redom sa svim navojcima prikazanim na slici 3.4. Treba imati na umu da su svi provodnici vezani na red i da kroz njih teče ista struja. Za realizaciju ovakvog namotaja u žljebove se smešta različit broj navojaka, dakle žljebovi moraju biti različite dubine. Grafički ovakav namotaj se može prikazati kao na slici 3.5. gde su takođe, prikazane i linije magnetnog polja, ali samo u vazdušnom zazoru. Linije polja su najgušće u pravcu ose namotaja, ukazujući da je tu magnetna indukcija najveća, a udaljavajući se od ose, linije polja se prореđuju jer se polje smanjuje.



Slika 3.4. Sinusno raspodeljen namotaj.

Na slici 3.5. provodnici sa strujom su predstavljeni pomoću krugova različitog prečnika. Većim krugovima je predstavljena veća podužna gustina provodnika, tj. veći broj provodnika na jedinici dužine unutrašnjeg obima magnetnog kola statora.



Slika 3.5. Mašina sa sinusno raspodeljenim namotajem u cilindričnom magnetnom kolu.

Raspodela podužne gustine provodnika, gustine struje, magnetopobudne sile i indukcije.

Podužna gustina provodnika se obeležava sa N' i za raspodeljen namotaj na slici 3.5. gustina provodnika se menja sa ugaonom koordinatom prema sledećem izrazu:

$$N'(\vartheta) = N'_{\max} \sin \vartheta. \quad (3.10)$$

Maksimalna vrednost podužne gustine provodnika N'_{max} se dostiže za prostornu koordinatu $\vartheta = \pi/2$. Za namotaj čija se podužna gustina provodnika menja prema izrazu (3.10) se kaže da je sinusno raspodeljen. Za uglove u intervalu $0 < \vartheta < \pi$ podužna gustina provodnika je pozitivna. U intervalu uglova $\pi < \vartheta < 2\pi$ vrednost podužne gustine provodnika je negativna što ukazuje da su provodnici postavljeni u suprotnom smeru u odnosu na provodnike u intervalu $0 < \vartheta < \pi$.

Ukupan broj provodnika N koji je smešten na polovini obima statora, $0 < \vartheta < \pi$, se dobija integracijom podužne gustine provodnika $N'(\vartheta)$:

$$N = \int_0^{\pi} N'_{max} \sin \vartheta d\vartheta = 2N'_{max}, \quad (3.11)$$

odnosno dobija se da je $N'_{max} = N/2$. Iz izraza (3.11) se može zaključiti da je kod sinusno raspodeljenog namotaja potrebno na koordinati $\vartheta = \pi/2$ smestiti polovinu od broja provodnika koji se nalaze na poluobimu statora, $0 < \vartheta < \pi$, tj. N komada. S obzirom na to da provodnici sa jednog poluobima statora, $0 < \vartheta < \pi$, sa provodnicima na drugom poluobima statora, $\pi < \vartheta < 2\pi$, formiraju navojke, sada je očigledno da je broj navojaka sinusno raspodeljenog namotaja jednak broju provodnika tj. N . Dakle N je broj navojaka, ali i broj provodnika na poluobimu sinusno raspodeljenog namotaja. Uvažavajući sve ovo, podužna gustina provodnika sinusno raspodeljenog namotaja je:

$$N'(\vartheta) = \frac{N}{2} \sin \vartheta. \quad (3.12)$$

Kada se kroz sinusno raspodeljen namotaj, sa podužnom gustinom provodnika, $N'(\vartheta)$, koja se menja prema izrazu (3.12), propusti struja $i(t)$ uspostaviće se strujni plašt (strujni oblog) čija je podužna gustina struje:

$$J(\vartheta) = N'(\vartheta) \cdot i = \frac{Ni}{2} \sin \vartheta. \quad (3.13)$$

Prema Amperovom zakonu do magnetopobudne sile se dolazi integracijom gustine struje obuhvaćene uočenom konturom. Ako se kontura C postavi na način kao što je ranije objašnjeno tj. da kontura prolazi kroz vazdušni zazor u tački sa koordinatom ϑ , a da se zatvara tamo gde je jačina polja jednaka nuli, jednostavno se dolazi do magnetopobudne sile po polu:

$$F(\vartheta) = \int_C J(\vartheta) d\vartheta = \frac{Ni}{2} \int_{\vartheta}^{\pi/2} \sin d\vartheta = \frac{Ni}{2} \cos \vartheta. \quad (3.14)$$

Kontura C je prikazana na slici 3.5.

Prostorna raspodela jačine magnetnog polja u vazdušnom zazoru i magnetna indukcija su:

$$H(\vartheta) = \frac{F(\vartheta)}{\delta_0} = \frac{Ni}{2\delta_0} \cos \vartheta, \quad (3.15)$$

$$B(\vartheta) = \mu_0 H(\vartheta) = \mu_0 \frac{Ni}{2\delta_0} \sin \vartheta = B_m \cos \vartheta. \quad (3.16)$$

Magnetna indukcija koja potiče od struje u sinusno raspodeljenom namotaju menja se po obimu mašine po kosinusnom zakonu sa koordinatom ϑ . Dobijena harmonična raspodela indukcije u vazdušnom zazoru je nepokretna nezavisno od toga da li je struja jednosmerna ili je naizmenična.

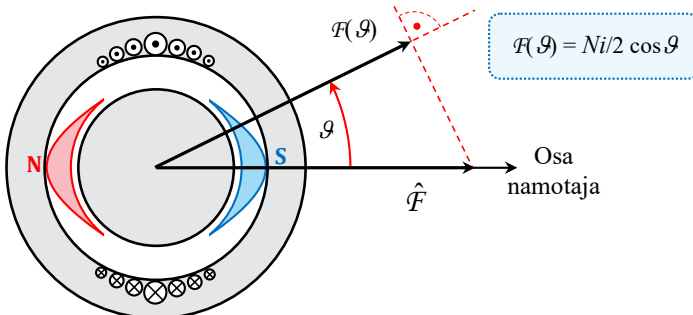
Prema izrazu (3.14) i slici 3.5. magnetopobudna sila, $\mathcal{F}(\mathcal{Q})$, se menja kao kosinusna funkcija po obodu vazdušnog zazora. Amplituda magnetopobudne sile je locirana na magnetnoj osi namotaja, slika 3.5. Vrednost amplitude magnetopobudne sile je određena trenutnom vrednošću struje i ona iznosi $Ni/2$. Treba primetiti da nezavisno od smera struje i u faznom namotaju, raspodela magnetopobudne sile, $\mathcal{F}(\mathcal{Q})$, svoju amplitudu ima uvek lociranu na magnetnoj osi namotaja. Na ovaj zaključak ne utiče smer struje, već je on posledica geometrije namotaja.

U linearnim električnim kolima, u stacionarnom stanju fizičke veličine: napon, struja, su prostoperiodične veličine vremena. Za izučavanje vremenski prostoperiodičnih veličina na raspolaganju je dobro poznat formalizam fazora. U ovom delu je uveden nov pojam prostorna raspodela magnetnih veličina, što predstavlja promenu tih veličina sa ugaonom koordinatom po obodu vazdušnog zazora. Sa stanovišta funkcionisanja mašina naizmenične struje poželjno je da je raspodela takođe prostoperiodična veličina po prostornoj ugaonoj koordinati, $\mathcal{Q}$. Ako je izvedbom namotaja postignuta prostoperiodična raspodela magnetnih veličina (magnetopobudna sila $\mathcal{F}(\mathcal{Q})$, jačina magnetnog polja $H(\mathcal{Q})$, magnetna indukcija $B(\mathcal{Q})$, fluks $\Phi(\mathcal{Q})$) po obodu vazdušnog zazora, tada se magnetne veličine mogu predstaviti prostornim vektorom. Dužina prostornog vektora odgovara amplitudi harmonične funkcije raspodele magnetne veličine. Vrh prostornog vektora magnetne veličine ukazuje gde se nalazi najveća vrednost raspodele magnetne veličine. Poput fazora i prostorni vektor predstavlja kompleksan broj. Oznaka za prostorni vektor je ista kao i za fazor, $\hat{\cdot}$. Nakon ovog objašnjenja, prostorni vektor magnetopobudne sile po polu:

$$\hat{\mathcal{F}} = \frac{Ni}{2}, \quad (3.17)$$

se nalazi na osi namotaja i on ima amplitudu $Ni/2$.

Na slici 3.6. prikazan je sinusno raspodeljen namotaj, naznačena je osa namotaja na kojoj se nalazi prostorni vektor magnetopobudne sile, $\hat{\mathcal{F}}$, pravac koji prolazi kroz proizvoljnu tačku na obodu vazdušnog zazora sa koordinatom $\mathcal{Q}$. Magnetopobudna sila $\mathcal{F}(\mathcal{Q})$ u tački sa datom koordinatom $\mathcal{Q}$, jednostavno se dobija projekcijom prostornog vektora $\hat{\mathcal{F}}$ na pravu koja sa osom namotaja zaklapa ugao $\mathcal{Q}$, $\mathcal{F}(\mathcal{Q}) = Ni/2 \cos \mathcal{Q}$. Harmonična raspodela magnetopobudne sile po obodu vazdušnog zazora je prikazana na slici 3.6.



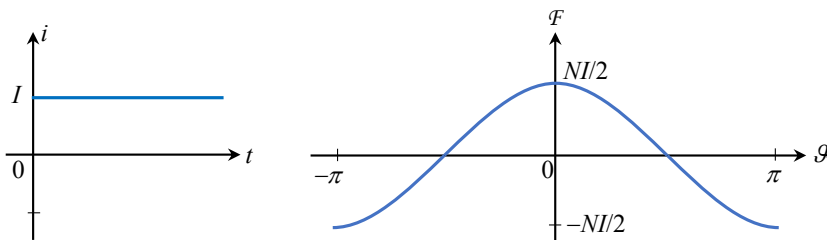
Slika 3.6. Sinusno raspodeljen namotaj i prostorni vektor magnetopobudne sile. Harmonična raspodela magnetopobudne sile po obodu vazdušnog zazora.

Na kraju ovog dela kao zaključak: harmonična raspodela magnetopobudne sile (3.14), po obodu vazdušnog zazora postignuta je sinusno raspodeljenim namotajem, (3.11). Zbog

konstantne širine zazora, kojoj odgovara konstantna reluktansa, to će i fluks i indukcija biti prostoperiodično raspoređeni po obimu vazdušnog zazora.

3.1.4. Pulsirajuće magnetno polje

U prethodnim poglavljima je objašnjeno da je raspodela magnetopobudne sile prostoperiodična veličina po ugaonoj koordinati ϑ i da se amplituda raspodele nalazi u osi namotaja. Ako kroz namotaj teče jednosmerna struja $i = I$, tada magnetopobudna sila ima u vremenu konstantnu amplitudu $NI/2$. Ovo magnetno polje se ne menja u vremenu i ne kreće po obodu vazdušnog zazora – ne kreće se u prostoru. Uz jednosmernu struju u sinusno raspodeljenom namotaju, raspodela magnetopobudne sile u vremenu i po obodu vazdušnog zazora je prikazana na slici 3.7.



Slika 3.7. Jednosmerna struja u namotaju. Raspodela magnetopobudne sile po obodu vazdušnog zazora.

Neka u nastavku kroz namotaj teče prostoperiodična struja:

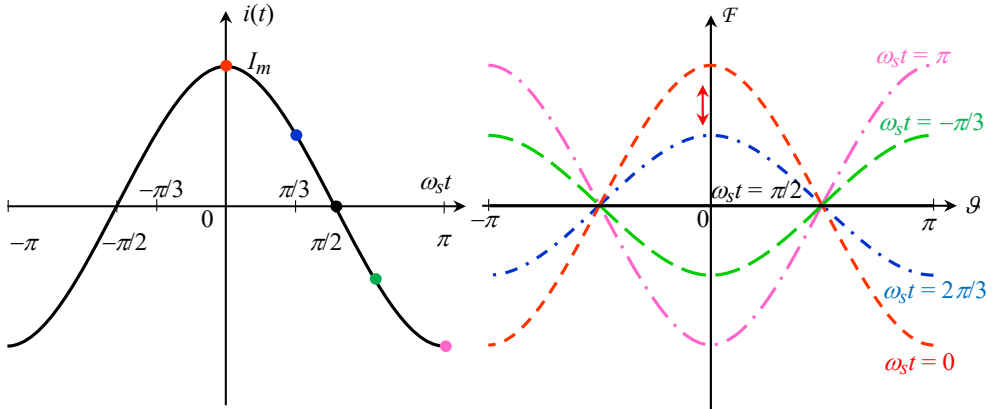
$$i = I_m \cdot \cos(\omega_s t), \quad (3.18)$$

gde je ω_s kružna učestanost statorskijh struja, a I_m maksimalna vrednost struje. Tada se vrednost magnetopobudne sile, na obodu vazdušnog zazora na ugaonoj koordinati ϑ , menja u vremenu sa promenom struje u namotaju, prema sledećem izrazu:

$$F(\vartheta, t) = \frac{NI_m}{2} \cos(\omega_s t) \cdot \cos \vartheta. \quad (3.19)$$

Sa naizmeničnom strujom u namotaju dobijena je prostorno nepokretna, ali vremenski promenljiva raspodela magnetopobudne sile po obodu vazdušnog zazora. Prostorna nepokretnost polja ogleda se u tome što se amplituda magnetopobudne sile nalazi uvek na osi namotaja. Na bilo kojoj koordinati ϑ ona će se takođe vremenski menjati, a imaće amplitudu $\cos \vartheta$ puta manju nego u osi namotaja. Dok se vremenska promenljivost ogleda u tome što se sa promenom struje u vremenu, menja i vrednost magnetopobudne sile u datoj tački u vazdušnom zazoru. Magnetopobudna sila u vremenu menja intenzitet, ali i smer usled promene smeru struje u namotaju. Ovo je pulsirajuća magnetopobudna sila, odnosno pulsirajuće magnetno polje. U slučaju koncentrisnog namotaja, ova pulsirajuća magnetopobudna sila će biti prostorno pravougaonog oblika, a u slučaju sinusno raspodeljenog namotaja, biće sinusnog prostornog oblika.

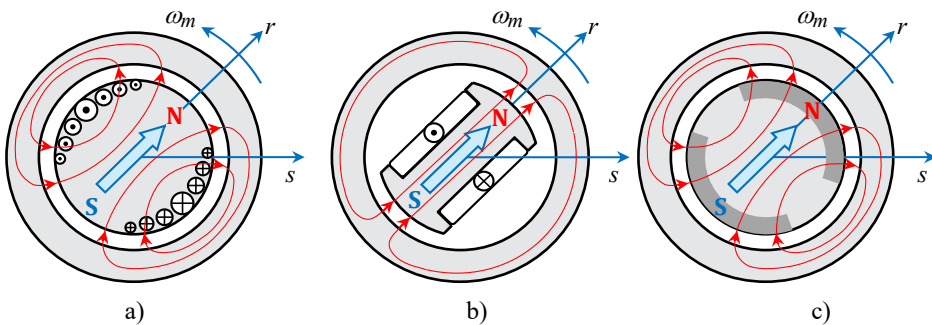
Na slici 3.8. prikazana je vremenska promena struje kroz namotaj $i(t)$. Na vremenskoj promeni struje naznačeno je pet karakterističnih trenutaka vremena ($\omega_s t = 0, \pi/3, \pi/2, 2\pi/3, \pi$) i vrednosti struje u tim trenucima vremena. Takođe, na slici 3.8. prikazano je kako se raspodela magnetopobudne sile menja u vremenu u slučaju sinusno raspodeljenog namotaja. Prikazana je raspodela magnetopobudne sile u izabranim trenucima naznačenim na vremenskoj promeni struje. Na ovaj način je prikazan pulsirajući karakter magnetopobudne sile.



Slika 3.8. Vremenska promena struje u namotaju. Raspodela magnetopobudne sile po obimu za naznačene trenutke vremena.

3.1.5. Obrtno magnetno polje

Obrtno magnetno polje se može dobiti mehaničkim obrtanjem rotora brzinom ω_m , ako se na rotoru nalazi pobudni namotaj sa jednosmernom strujom ili stalni magneti, kao što je prikazano na slici 3.9.



Slika 3.9. Obrtno magnetno polje: a) cilindričnog rotora sa raspodeljenim namotajem, b) rotora sa istaknutim polovima, c) rotora sa stalnim magnetima.

Kod sve tri mašine prikazane na slici 3.9. obrtno magnetno polje rotora nastaje mehaničkim obrtanjem rotora. Za mašine sa slike 3.9.a. i b. obrtno magnetno polje potiče od jednosmerne pobudne struje rotora koja stvara konstantnu magnetopobudnu silu pobude, a koja uspostavlja pobudni fluks. Za mašinu sa slike 3.9.c. obrtno magnetno polje potiče od stalnih magneta postavljenih na površinu rotora. U odnosu na stator, magnetopobudna sila i fluks rotora su obrtne usled mehaničkog obrtanja rotora.

U nastavku ovog dela biće objašnjeno formiranje obrtnog magnetnog polja koje je zasnovano na ideji Nikole Tesle. Pod obrtnim magnetnim poljem se podrazumeva polje koje

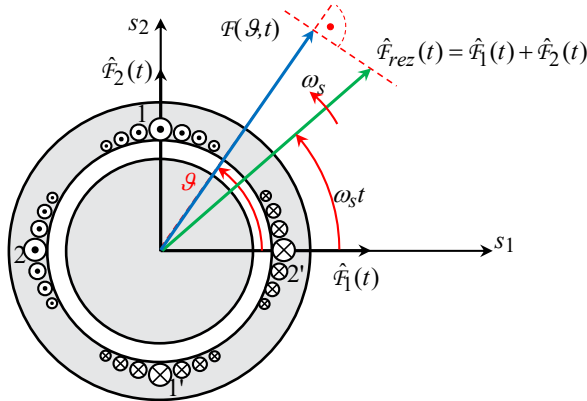
se obrće u odnosu na namotaj sa strujama koje ga stvaraju. Obrtno magnetno polje je ključno za rad rotacionih električnih mašina za naizmeničnu struju, tj. sinhronih i asinhronih mašina. Princip formiranja obrtnog polja biće prvo izložen za dvofazni sistem (dvofazni namotaj), a potom za trofazni sistem (trofazni namotaj). Rezultati se mogu uopštiti i primeniti za mašine sa proizvoljnim brojem namotaja – polifazni sistem.

Sada će biti objašnjen nastanak obrtnog magnetnog polja za dvofazni sistem. Ako se na stator iz prethodnog dela, pored postojećeg raspodeljenog namotaja, postavi još jedan namotaj koji je prostorno pomećen za $\pi/2$, tada pretvarač ima konfiguraciju kao što je prikazano na slici 3.10, ovo je dvofazni sistem. Ose namotaja su označene sa s_1 i s_2 , i one su takođe, pod pravim uglom. Namotaji imaju isti broj navojaka, N . Neka kroz namotaje statora protiču naizmenične struje, koje su fazno pomerene za $\pi/2$:

$$i_1 = I_m \cdot \cos(\omega_s t), \quad (3.20)$$

$$i_2 = I_m \cdot \sin(\omega_s t), \quad (3.21)$$

gde je ω_s kružna učestanost statorskih struja. Struje u namotajima imaju istu maksimalnu vrednost I_m . Treba primetiti da je fazni pomeraj struja isti kao i prostorni pomeraj namotaja.



Slika 3.10. Mašina sa dva namotaja na statoru i magnetopobudne sile.

U prethodnom delu je pokazano da naizmenična struja u raspodeljenom namotaju formira harmonično raspodeljenu pulsirajuću magnetopobudnu silu. U ovom pretvaraču sa dva namotaja kroz koje teku naizmenične struje postoje dve pulsirajuće magnetopobudne sile, odnosno dva pulsirajuća magnetna polja, koja se mogu predstaviti sa prostornim vektorima, koji su pozicionirani duž osa namotaja:

$$\hat{F}_1(t) = \frac{Ni_1}{2} e^{j0}, \quad (3.22)$$

$$\hat{F}_2(t) = \frac{Ni_2}{2} e^{j\pi/2}. \quad (3.23)$$

Ovi prostorni vektori su takođe prikazani na slici 3.10. U ovom trenutku se prisetimo da množenje sa $e^{j\gamma}$ predstavlja rotaciju za ugao $\gamma = \pi/2$ u pozitivnom smeru tj. nasuprot rotaciji kazaljke na satu. Rezultantna magnetopobudna sila u svakom trenutku vremena je prostorni zbir magnetopobudnih sila od pojedinačnih namotaja:

$$\hat{F}_{rez}(t) = \hat{F}_1(t) + \hat{F}_2(t). \quad (3.24)$$

Kada se u izraz (3.24) uvrste prostorni vektori magnetopobudnih sila i struje pojedinačnih namotaja dobija se:

$$\hat{F}_{rez}(t) = \frac{NI_m}{2} \left[\cos(\omega_s t) \cdot e^{j0} + \sin(\omega_s t) \cdot e^{j\pi/2} \right] = \frac{NI_m}{2} [\cos(\omega_s t) + j \sin(\omega_s t)], \quad (3.25)$$

$$\hat{F}_{rez}(t) = \frac{NI_m}{2} e^{j\omega_s t}, \quad (3.26)$$

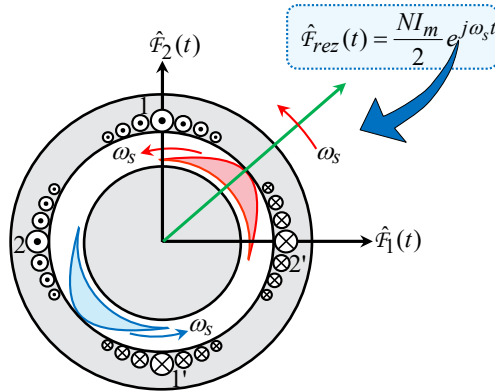
da resultantna magnetopobudna sila predstavlja obrtni prostorni vektor, čija je amplituda konstantna u vremenu i iznosi:

$$F_{rez} = \frac{NI_m}{2}. \quad (3.27)$$

Sa slike 3.10. se jednostavno može odrediti magnetopobudna sila u bilo kojoj tački sa koordinatom ϑ na obodu vazdušnog zazor. Potrebno je projektovati obrtni prostorni vektor $\hat{F}_{rez}$ na pravu koji prolazi kroz tu tačku i sa osom s_1 gradi ugao ϑ :

$$F(\vartheta, t) = F_{rez} \cdot \cos(\omega_s t - \vartheta). \quad (3.28)$$

Vrh prostornog vektora $\hat{F}_{rez}$ ukazuje gde se nalazi maksimalna magnetopobudna sila na obodu vazdušnog zazor. Eksponecijalni član $e^{j\omega_s t}$ ukazuje da se položaj maksimalne magnetopobudne sile tokom vremena kreće po obodu vazdušnog zazor brzinom ω_s , odnosno da se prostorni vektor obrće brzinom koja je jednaka kružnoj učestanosti statorskih struja, slika 3.11.



Slika 3.11. Obrtna magnetopobudna sila i obrtno magnetno polje u dvofaznom sistemu.

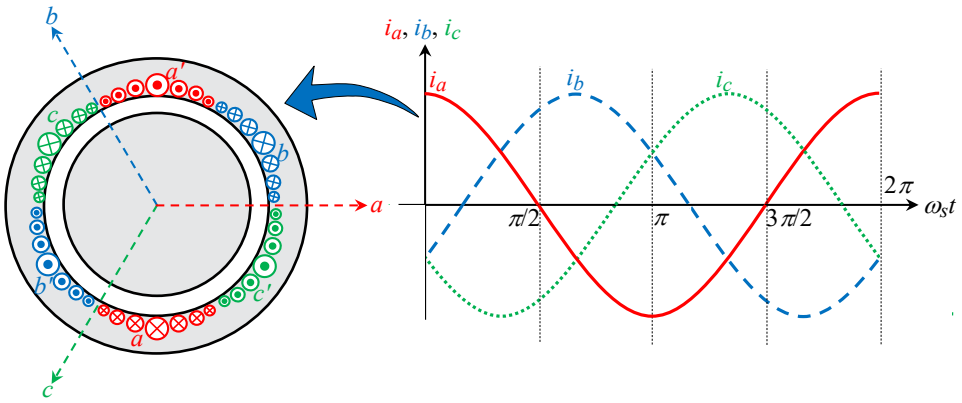
Upotrebom dva namotaja (dvofazni namotaj) koji su prostorno pod pravim uglom i kroz koje teku tekućerene struje, dobijena je obrtna magnetopobudna sila, odnosno obrtno magnetno polje poznato i kao Teslino obrtno polje. Magnetno polje koje se obrće u odnosu na namotaje čijom je magnetopobudnom silom stvoreno, zove se obrtno magnetno polje ili Teslino obrtno polje. Sistem od najmanje dva namotaja sa odgovarajućim prostornim pomerajem osa i faznim pomerajem struja je dovoljan da se dobije magnetno polje koje se kreće u odnosu na same namotaje. Obrtno polje se obrće brzinom koja je jednaka kružnoj učestanosti statorskih struja – struja od kojih potiče samo polje. Ova brzina se naziva sinhrona brzina. Sinhrona brzina je brzina kojom se obrće obrtno polje.

U nastavku ovog dela biće objašnjen nastanak obrtnog magnetnog polja za trofazni sistem. Na statoru postoje tri raspodeljena namotaja koji su prostorno pomereni za po $2\pi/3$. Na slici 3.12. prikazan je trofazni namotaj, a naznačene su i ose namotaja. Kroz namotaje teku trofazne struje tj. tri naizmenične struje istih amplituda I_m i kružne učestanosti ω_s , koje su fazno pomerene za po $2\pi/3$:

$$i_a = I_m \cdot \cos(\omega_s t), \quad (3.29)$$

$$i_b = I_m \cdot \cos\left(\omega_s t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad (3.30)$$

$$i_c = I_m \cdot \cos\left(\omega_s t - \frac{4\pi}{3}\right). \quad (3.31)$$



Slika 3.12. Trofazni namotaj na statoru. Trofazne struje.

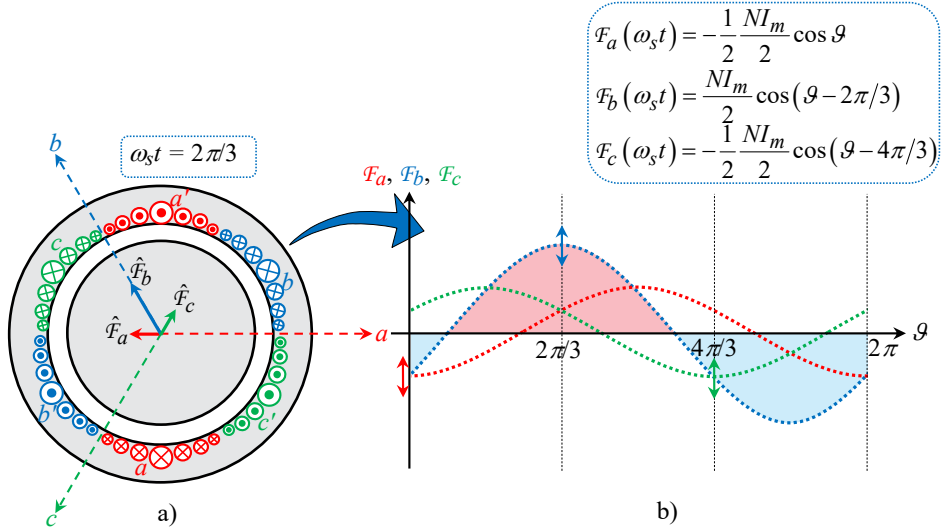
U ovoj mašini sa tri namotaja kroz koje teku date naizmenične struje postoje tri pulsirajuće magnetopobudne sile, odnosno tri pulsirajuća polja, koja se mogu predstaviti sa prostornim vektorima. Prostorni vektori magnetopobudnih sila:

$$\hat{F}_a(t) = \frac{Ni_a}{2} e^{j0}, \quad (3.32)$$

$$\hat{F}_b(t) = \frac{Ni_b}{2} e^{j2\pi/3}, \quad (3.33)$$

$$\hat{F}_c(t) = \frac{Ni_c}{2} e^{j4\pi/3}, \quad (3.34)$$

pozicionirani su duž osa namotaja kao što je prikazano na slici 3.13. i 3.14. Za trenutak vremena $\omega_s t = 2\pi/3$ na slici 3.13.a) prikazane su trenutne vrednosti prostornih vektora magnetopobudnih sila, a na slici 3.13.b) prostorna raspodela pulsirajuće magnetopobudne sile u tom istom trenutku vremena.



Slika 3.13. Pulsirajuće magnetopobudne sile u trenutku vremena $\omega_s t = 2\pi/3$

Rezultantna magnetopobudna sila u svakom trenutku vremena je zbir magnetopobudnih sila od pojedinačnih namotaja:

$$\hat{F}_{rez}(t) = \hat{F}_a(t) + \hat{F}_b(t) + \hat{F}_c(t). \quad (3.35)$$

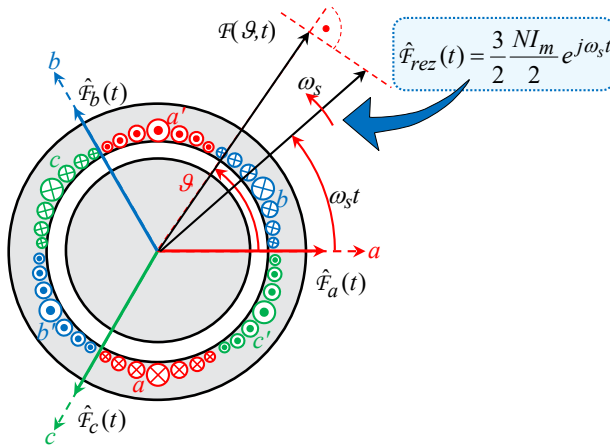
Kada se u izraz (3.35) uvrste prostorni vektori magnetopobudnih sila (3.32)–(3.34) i struje (3.29)–(3.31) pojedinačnih namotaja, dobija se da rezultantna magnetopobudna sila:

$$\begin{aligned} \hat{F}_{rez}(t) &= \frac{NI_m}{2} \left[\cos(\omega_s t) \cdot e^{j0} + \cos\left(\omega_s t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot e^{j2\pi/3} + \cos\left(\omega_s t - \frac{4\pi}{3}\right) \cdot e^{j4\pi/3} \right], \\ \hat{F}_{rez}(t) &= \frac{3}{2} \frac{NI_m}{2} e^{j\omega_s t}, \end{aligned} \quad (3.36)$$

predstavlja obrtni prostorni vektor, prikazan na slici 3.14, čija je amplituda konstantna u vremenu i iznosi:

$$F_{rez} = \frac{3}{2} \frac{NI_m}{2}, \quad (3.37)$$

a obrće se brzinom ω_s – sinhronom brzinom.



Slika 3.14. Magnetopobudne sile trofaznog namotaja na statoru. Obrtna magnetopobudna sila.

Sa slike 3.14, se jednostavno može odrediti magnetopobudna sila u bilo kojoj tački sa koordinatom ϑ na obodu vazdušnog zazora. Potrebno je projektovati obrtni prostorni vektor $\hat{F}_{rez}$ na pravac koji prolazi kroz tu tačku i sa magnetnom osom namotaja a gradi ugao ϑ :

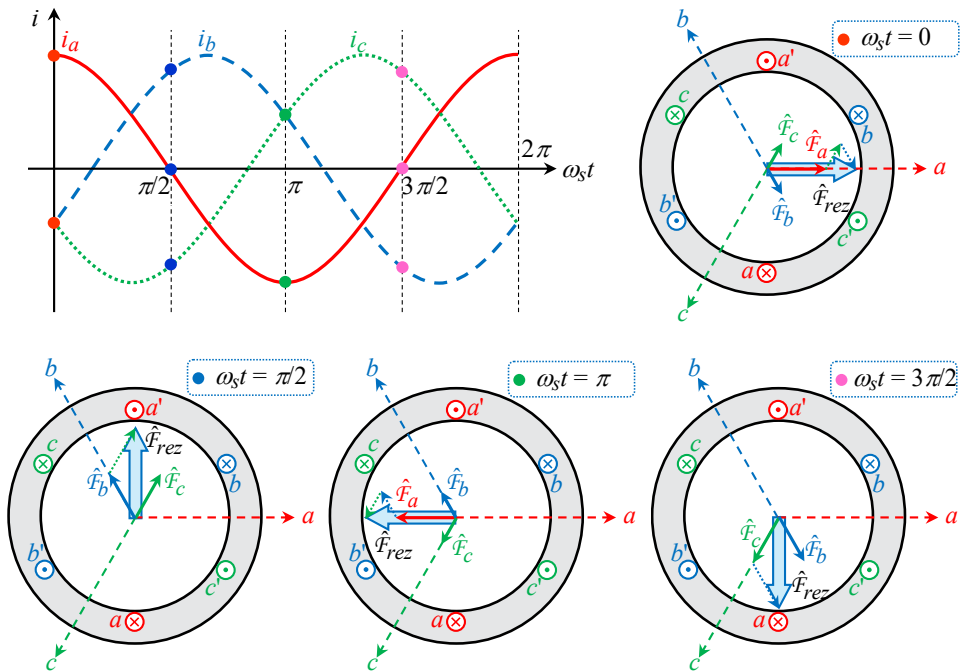
$$F(\vartheta, t) = F_{rez} \cdot \cos(\omega_s t - \vartheta). \quad (3.38)$$

Amplituda obrtna magnetopobudne sile, prema izrazu (3.37), $3/2$ puta je veća od amplitude pulsirajuće magnetopobudne sile. Na osnovu gradiva koje je izloženo za pulsirajuću magnetopobudnu silu, za obrtnu magnetopobudnu silu dvofaznog i trofaznog namotaja, može se izvući uopšteni zaključak da je u polifaznom sistemu sa q – faza amplituda rezultatne obrtna magnetopobudne sile $q/2$ puta veća od amplitude pulsirajuće magnetopobudne sile. Više faznih namotaja gradi q –fazni namotaj.

Tabela 3.1. Amplituda obrtna magnetopobudne sile u zavisnosti od broja namotaja.

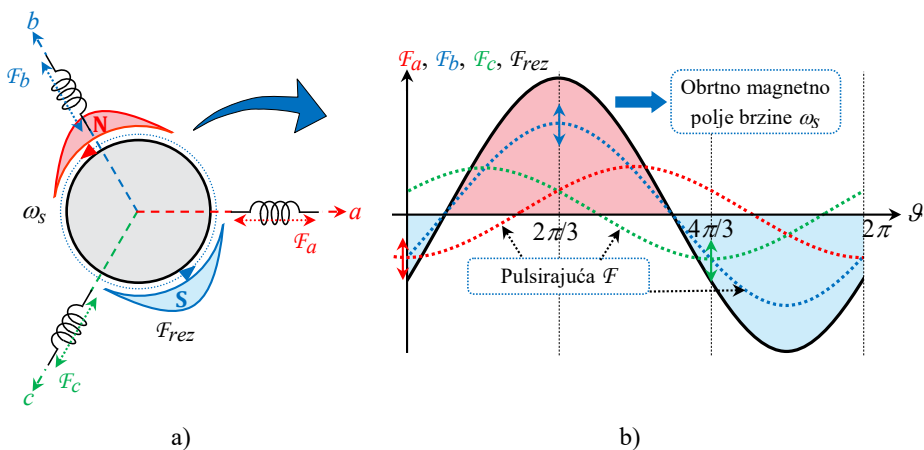
Broj namotaja (faza)	2	3	q
Amplituda obrtna magnetopobudne sile	$F_{rez} = \frac{NI_m}{2}$	$F_{rez} = \frac{3}{2} \frac{NI_m}{2}$	$F_{rez} = \frac{q}{2} \frac{NI_m}{2}$

Na slici 3.15. prikazan je položaj prostornog vektora magnetopobudne sile za nekoliko karakterističnih vremenskih trenutaka. U trenutku $\omega_s t = 0$ prostorni vektor magnetopobudne sile se nalazi u pravcu magnetne ose faze a . U trenutku $\omega_s t = \pi/2$ prostorni vektor magnetopobudne sile je rotirao za ugao $\pi/2$ u pozitivnom matematičkom smeru. U trenutku $\omega_s t = \pi$ prostorni vektor magnetopobudne sile je orijentisan nasuprot magnetnoj osi faze a . U sledećem prikazanom trenutku $\omega_s t = 3\pi/2$ prostorni vektor magnetopobudne sile je rotirao za ugao $3\pi/2$ u pozitivnom matematičkom smeru. Na osnovu položaja obrtnog vektora magnetopobudne sile u ova četiri trenutka je očigledno da prostorni vektor magnetopobudne sile rotira u pozitivnom matematičkom smeru za struje u namotajima koje se menjaju prema kosinusnom zakonu, izrazi (3.29)–(3.31).



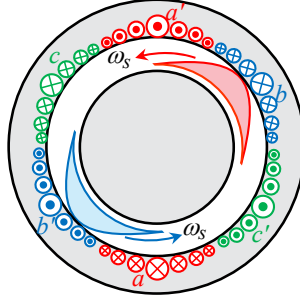
Slika 3.15. Prostorni vektor magnetopobudne sile u karakterističnim trenucima vremena.

Rezime. Kada kroz tri namotaja koja su međusobno pomerena za $2\pi/3$, slika 3.16.a, protiču naizmenične struje koje su fazno pomerene za isti ugao, $2\pi/3$, formiraju se tri pulsirajuće magnetopobudne sile. U razvijenom prikazu, one su na slici 3.16.b. prikazane kao tri sinusoida koje stoje, ne kreću se po obodu vazdušnog zazora, ali im se menja amplituda sa promenom struje u vremenu. Rezultantna magnetopobudna sila – obrtno polje je prikazana kao sinusoida koja se kreće po obodu vazdušnog zazora dok joj je amplituda konstantna u vremenu.



Slika 3.16. Mašina sa trofaznim namotajem na satoru. Obrtno magnetno polje.

Rezultanta od ove tri pulsirajuće magnetopobudne sile, $F_{rez} = F_a + F_b + F_c$, je obrtna magnetopobudna sila, koja je uzročnik obrtnog magnetnog polja, prikazanog na slici 3.16.b. i slici 3.17. Na slici 3.17. je prikazano obrtno magnetno polje koje potiče od trofaznih struja u trofaznom namotaju. Obrtno magnetno polje rotira sinhronom brzinom, ω_s .



Slika 3.17. Magnetopobudne sile trofaznog namotaja na statoru. Obrtna magnetopobudna sila.

Na ilustracijama koje su do sada prikazane obrtno polje rotira u pozitivnom matematičkom smeru tj. nasuprot smeru kazaljke na satu i kao što je prikazano na slici 3.18.a. Ovo je posledica faznog redosleda struja kroz namotaje. Promenom faznog redosleda struja u bilo koja dva namotaja (faze) trofaznog namotaja:

$$i_a = I_m \cdot \cos(\omega_s t), \quad (3.39)$$

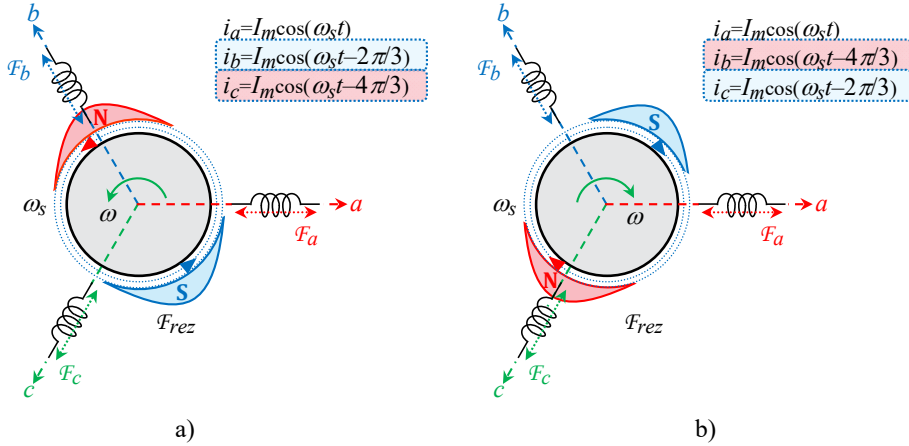
$$i_b = I_m \cdot \cos\left(\omega_s t - \frac{4\pi}{3}\right), \quad (3.40)$$

$$i_c = I_m \cdot \cos\left(\omega_s t - \frac{2\pi}{3}\right). \quad (3.41)$$

postiče se da rezultatna magnetopobudna sila:

$$\hat{F}_{rez-}(t) = \frac{3}{2} \frac{NI_m}{2} e^{-j\omega_s t}, \quad (3.42)$$

promeni smer obrtanja. Dakle, promena smera obrtanja obrtnog polja postiže se jednostavnom zamenom redosleda faza bilo koja dva namotaja, slika 3.18. Na slici 3.18. je naznačena i brzina obrtanja rotora, ω i njen smer prati smer obrtnog polja.



Slika 3.18. Zamenom redosleda faza struja menja se smer obrtnog polja. Obrtna polja prikazana u trenutku $\omega_s t = 2\pi/3$.

3.1.6. Razlaganje pulsacionog polja. Leblanova teorema

Kada kroz namotaj teče naizmenična struja:

$$i_1 = I_m \cdot \cos(\omega_s t), \quad (3.43)$$

uspostavlja se pulsirajuća magnetopobudna sila, odnosno pulsirajuće magnetno polje. Amplituda pulsirajuće magnetopobudne sile se nalazi u pravcu magnetne ose namotaja i njena vrednost se menja sa promenom struje u vremenu:

$$\mathcal{F}(t) = \frac{NI_m}{2} \cos(\omega_s t). \quad (3.44)$$

Neka je namotaj sinusno raspodeljen, tada je magnetopobudna sila u tački sa koordinatom $\mathcal{Q}$:

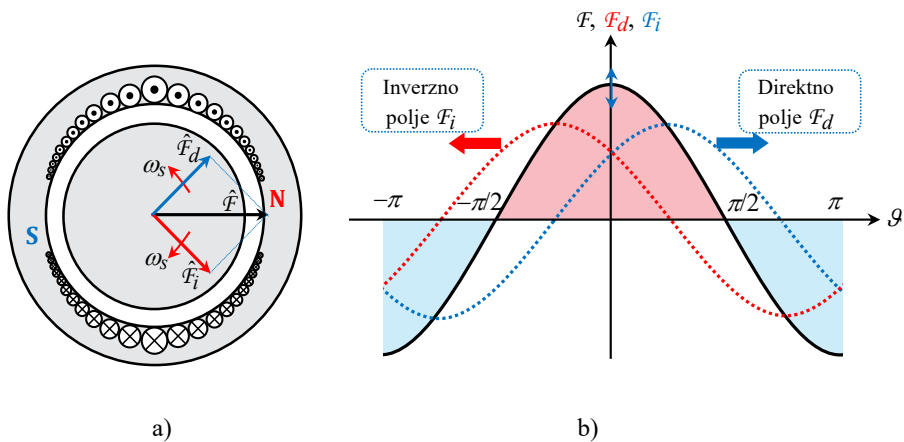
$$\mathcal{F}(\mathcal{Q}, t) = \frac{NI_m}{2} \cos(\omega_s t) \cdot \cos \mathcal{Q}. \quad (3.45)$$

Pulsirajuća magnetopobudna sila je nepokretna u prostoru, ali se njena amplituda menja sa promenom trenutne vrednosti struje – ona pulsira. Primenom trigonometrijskih identiteta izraz (3.45) se može predstaviti u sledećem obliku:

$$\mathcal{F}(\mathcal{Q}, t) = \frac{1}{2} \frac{NI_m}{2} \cos(\mathcal{Q} - \omega_s t) - \frac{1}{2} \frac{NI_m}{2} \cos(\mathcal{Q} + \omega_s t) = \mathcal{F}_d + \mathcal{F}_i. \quad (3.46)$$

Sabirci u (3.46) se mogu interpretirati kao dva obrtna polja direktno $\mathcal{F}_d$, i inverzno $\mathcal{F}_i$ polje. Direktno i inverzno polje rotiraju u suprotnim smerovima brzinom koja je jednaka kružnoj učestanosti struja, slika 3.19. Amplituda direktnog i inverznog polja je polovina amplitude pulsirajućeg polja. Dobijeni rezultat poznat je kao Leblanova teorema.

Pulsirajuće polje stoji u prostoru i amplituda mu se menja u vremenu i u svakom trenutku je jednako zbiru dva obrtna polja konstantne amplitude koja rotiraju u prostoru u suprotnim smerovima.



Slika 3.19. Jednofazni namotaj sa svojim poljem: a) konstrukcija namotaja b) razlaganje pulsirajućeg magnetnog polja na direktno i inverzno polje.

4. SINHRONE MAŠINE

Sinhronne mašine se dominantno koriste u proizvodnji električne energije u savremenim elektranama svih tipova (hidroelektrane, termoelektrane, nuklearne elektrane, vetroelektrane). Sinhronne mašine se prvenstveno upotrebljavaju kao generatori koji pretvaraju primarnu energiju (mehaničku) u električnu energiju. U motorskom režimu rada sinhronne mašine su se znatno ređe sretale, sve do današnjeg napretka tehnologije pretvarača energetske elektronike i stalnih magneta. Od svih rotacionih električnih mašina (sinhronne, asinhronne, mašine jednosmerne struje), sinhronne su najvećih snaga. Nominalna snaga najvećeg sinhronog generatora prelazi 2000 MVA, uz izuzetno veliki stepen korisnog dejstva od 99 %. Ovaj generator instaliran je u nuklearnoj elektrani. Naravno, i za snage od nekoliko kVA koriste se sinhroni generatori. Dakle sinhroni generatori pokrivaju „lepezu“ snaga od najmanjih do najvećih.

Sinhroni motori su se godinama koristili za snage preko 1 MW i za konstantnu brzinu obrtanja. Za snage ispod 1 MW su dominantno u upotrebi asinhroni motori. Najveći sinhroni motor je snage 80 MW. Međutim, razvoj tehnologije u izradi stalnih magneta i energetske elektronike omogućio je upotrebu sinhronih motora za snage od dela kW do snaga od nekoliko stotina kW. Upotreba pretvarača energetske elektronike omogućila je upotrebu sinhronih motora i u elektromotornim pogonima sa promenljivom brzinom obrtanja.

Razvoj tehnologije izrade stalnih magneta doveo je do razvoja novog tipa sinhronih mašina, sinhronne mašine sa stalnim magnetima. Ove sinhronne mašine imaju široku primenu kao generatori u distribuiranim izvorima energije (vetroelektrane, male hidroelektrane, biogasne elektrane i sl.) kao i motori u električnim i hibridnim vozilima.

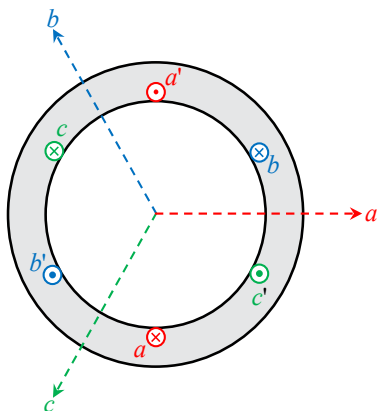
4.1. UVODNA RAZMATRANJA

4.1.1. Delovi sinhronih mašina

Svaka rotaciona električna mašina ima dva glavna dela: nepokretni deo – stator i pokretni deo rotor. Vazdušni zazor između statora i rotora omogućuje obrtanje rotora. Veličina vazdušnog zazora zavisi od vrste električnih mašina i nominalne snage mašine. Stator i rotor imaju magnetno kolo i namotaje.

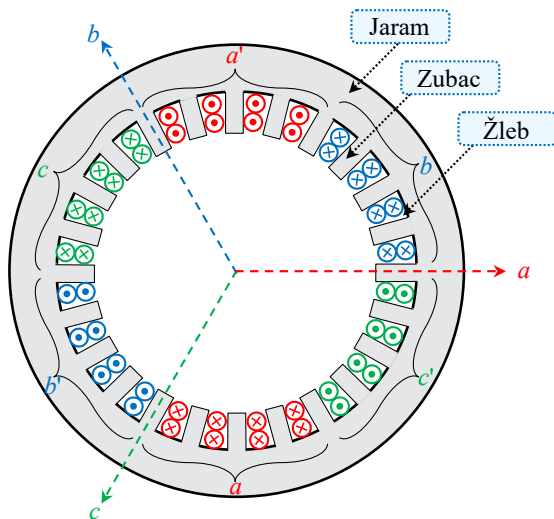
Na statoru sinhronne mašine se nalazi trofazni namotaj – tri fazna namotaja. Namotaj na statoru se uobičajeno zove armatura ili indukt. Fazni namotaji su međusobno prostorno pomereni za $2\pi/3$. Na slici 4.1. je prikazan stator sa tri namotaja $a - a'$, $b - b'$, $c - c'$. Naznačene su ose namotaja. Prostorni ugao između namotaja iznosi $2\pi/3$.

Namotaji statora su raspodeljeni, smešteni su u veći broj žlebova. Na slici 4.2. prikazan je trofazni namotaj na statoru koji je smešten u 24 žleba. Svakom faznom namotaju pripada 8 žlebova. U cilju bolje preglednosti, u literaturi, pri izučavanju mašina naizmenične struje trofazni namotaj se prikazuje kao na slici 4.1. iako je on u stvarnosti izveden kao raspodeljen, slika 4.2. Bez obzira na izvedbu namotaja, za opisivanje rada mašina naizmenične struje smatra se da je namotaj sinusno raspodeljen, a ako to nije slučaj, posmatra se osnovni harmonik MPS i indukcije.



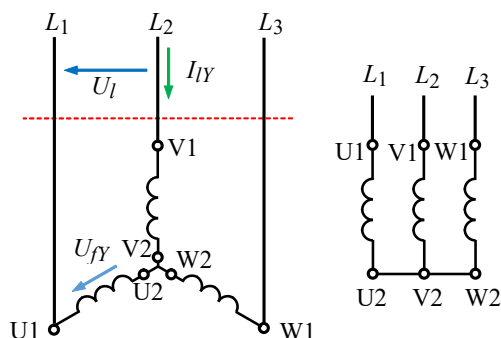
Slika 4.1. Prikaz trofaznog namotaja na statoru.

Magnetno kolo statora je cilindrično. U magnetnom kolu statora po unutrašnjem obimu se nalaze žlebovi i zupci, dok je po spoljašnjem obimu jaram. U žlebove se smestaju navojci namotaja. U jednom žlebu može da se nalazi više navojaka.



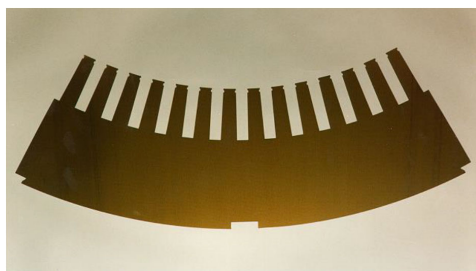
Slika 4.2. Prikaz trofaznog raspodeljenog namotaja na statoru. Na statoru se nalaze 24 žleba.

Namotaji statora sinhronih mašina se najčešće vezuju u zvezdu, kao što je prikazano na slici 4.3. Krajevi namotaja, odnosno stezaljke u priključnoj kutiji se označavaju slovima. Ako su izvedene samo stezaljke početaka faznih namotaja, onda se označavaju slovima U (faza A), V (faza B) i W (faza C). Ukoliko se označava početak i završetak svakog faznog namotaja oznake su U1, V1 i W1 za početke namotaja, a U2, V2 i W2 za završetke namotaja.



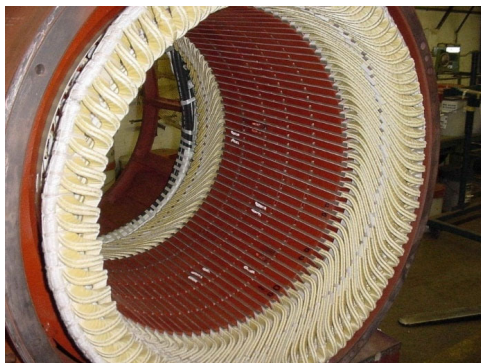
Slika 4.3. Šematski prikaz trofaznog namotaja spregnutog u zvezdu.

Kroz namotaje statora sinhronne mašine teku naizmenične struje, pa je magnetna indukcija u magnetnom kolu statora promenljiva u vremenu. Zbog naizmeničnih struja postoje gubici u gvožđu. Da bi se smanjili gubici usled vrtložnih struja, preduzimaju se mere za njihovo smanjenje. Magnetno kolo statora se izrađuje od limova. Na slici 4.4. je prikazan lim od feromagnetnog jezgra statora. Na ovoj slici prikazan je i paket limova koji čini magnetno kolo statora. Na slici 4.5. prikazan je trofazni namotaj umetnut u magnetno kolo statora.



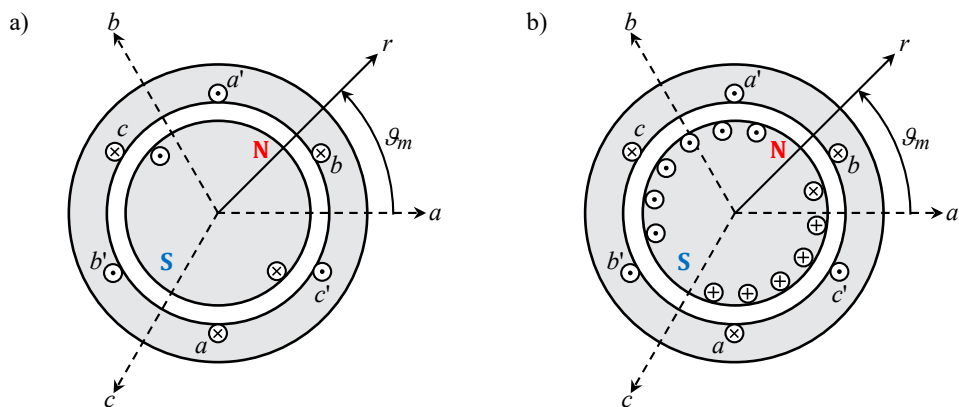
Slika 4.4. Magnetno kolo stator. Jasno se vide zupci, žlebovi i jaram. U žlebove će biti smešten trofazni namotaj.

Rotor sinhronih mašina se izvodi dvojako. Prema obliku rotor može biti cilindričan, slika 4.6. ili sa istaknutim polovima slika 4.9.



Slika 4.5. Trofazni namotaj umetnut u žlebove magnetnog kola. Namotaj je prikazan pre impregnacije.

Na rotoru se nalazi pobudni namotaj koji se naziva induktor i kroz njega teče jednosmerna pobudna struja. Uloga ovog namotaja je da formira osnovno magnetno polje u mašini – indukciju rotora B_r . Pobudna struja formira na rotoru magnetne polove – severni **N** i južni **S**. Ukupan broj polova mora biti paran broj i označava se sa $2p$, gde je p broj pari polova. U zavisnosti od konstrukcije, mašina može imati više magnetnih polova. Magnetni polovi se naizmenice ređaju po obimu rotora, pri čemu broj polova na statoru mora da bude jednak broju polova na rotoru. Kako kroz pobudni namotaj teče jednosmerna struja to je indukcija u magnetnom kolu rotora stalna u vremenu, pa ne postoje gubici u gvožđu rotora. Zbog toga se magnetno kolo rotora ne mora izrađivati od paketa limova.



Slika 4.6. Prikaz sinhronne mašine sa cilindričnim rotorom: a) pobudni namotaj koncentrisan b) pobudni namotaj raspodeljen.

Sinhronne mašine sa cilindričnim rotorom, slika 4.6, imaju vazdušni zazor konstantne širine. Pobudni namotaj ovih mašina se smešta u žlebove magnetnog kola rotora. Rotori ovih mašina se obrću brzinom od 3000 o/min ili 1500 o/min usled čega su rotor izloženi velikim centrifugalnim silama. Ovo je razlog zašto se magnetno kolo rotora metalurški izliva u jednom komadu, a onda se mašinski obrađuje u smislu izrade žlebova. Žlebovi na rotoru se nalaze na $2/3$ obima, slika 4.6. b. Pobudni namotaj sinhronih mašina sa cilindričnim rotorom se izrađuje kao raspodeljen. Njegova raspodela treba da bude sinusna, ali je u praksi obično trapeznog

oblika, sa dominantnim osnovnim harmonikom. Zbog preglednosti pobudni namotaj se najčešće na ilustracijama prikazuje da je koncentrisan namotaj kao na slici 4.6. a.

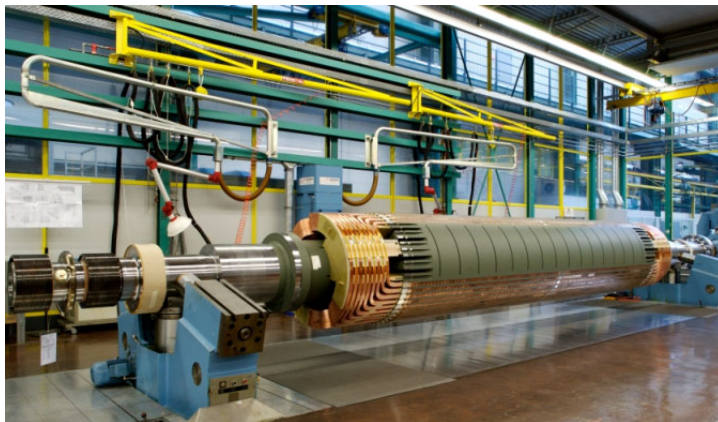
Razvijen je čitav niz različitih načina za dovođenje struje pobude u pobudni namotaj. Najčešće se struja pobude do pobudnog namotaja dovodi iz ispravljača preko kliznih kolutova i četkica.

Na slici 4.7. prikazan je cilindričan rotor sa 40 žlebova za smeštaj dvopolnog pobudnog namotaja.



Slika 4.7. Ožlebljen dvopolni cilindrični rotor sinhronne mašine.

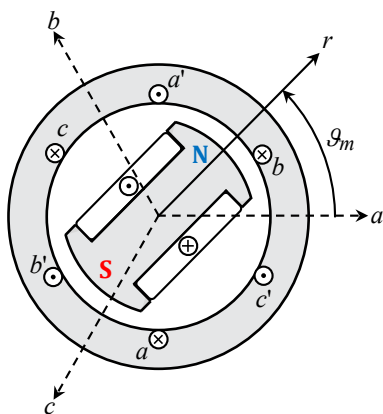
Na slici 4.8. prikazan je dvopolni cilindrični rotor sa ugrađenim pobudnim namotajem i postavljenim kliznim kolutovima.



Slika 4.8. Dvopolni cilindrični rotor sinhronne mašine sa pobudnim namotajem i kliznim kolutovima.

Druge izvedbe rotora sinhronne mašine je sa istaknutim polovima. Na slici 4.9. je prikazana sinhrona mašina sa istaknutim polovima. Oblik površine istaknutog pola je takav da treba da obezbedi harmoničnu raspodelu fluksa po obodu vazdušnog zazoru. Namotaj pobude se mota kao koncentrisan oko gvožđa istaknutog pola. Vazdušni zazor nije konstantne širine

po obimu, tj. veličina vazdušnog zazora se menja sa položajem rotora, $\mathcal{G}_m$. Zahvaljujući promenljivoj širini zazora, reluktansa zazora na putu konstantne magnetopobudne sile rotora je promenljiva, pa će i prostorna raspodela indukcije u zazoru biti promenljiva, odnosno kvazi sinusoidalna.



Slika 4.9. Prikaz sinhronne mašine sa istaknutim polovima na rotoru.

Na slici 4.10. prikazan je rotor sa istaknutim polovima. Polova ima ukupno 84, odnosno po 42 severna i južna magnetna pola. Magnetni polovi se naizmenice ređaju po obimu rotora. Suprotna magnetna polarnost se postiže različitim smerom obilaska struje oko pola.

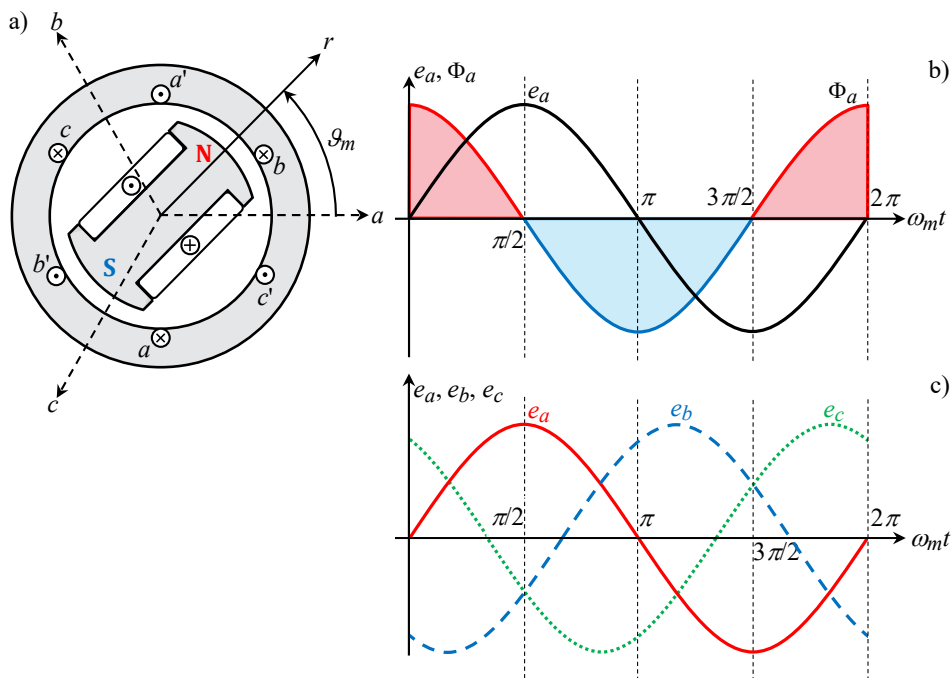


Slika 4.10. Završna montaža rotora sa istaknutim polovima u hidroelektrani Đerdap. Na rotoru se nalaze 84 polova.

Nezavisno od izvedbe rotora, pored pobudnog namotaja na rotoru postoji i takozvani prigušni ili amortizacioni namotaj. Njegova funkcija nije od značaja za analize koje će ovde biti sprovedene, zbog čega se izostavljaju u nastavku ove knjige.

4.1.2. Generisanje trofaznog sistema napona

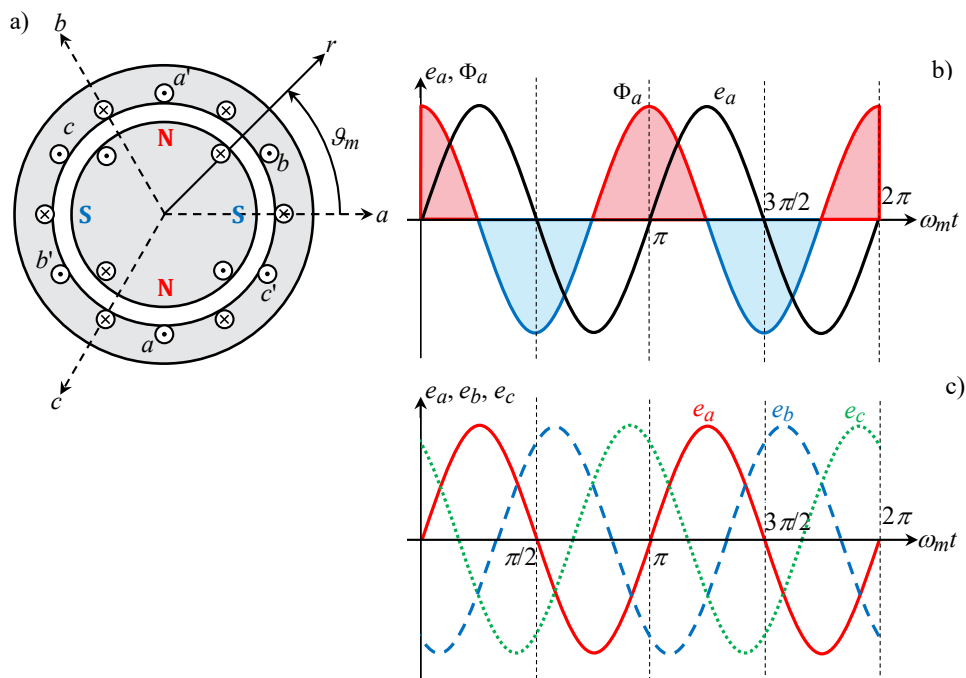
Jedan od načina za dobijanje trofaznog sistema napona je upotreba trofaznog sinhronog generatora prikazanog na slici 4.11.a. Na statoru se nalaze tri fazna namotaja – faze, koja su međusobno prostorno pomerena za $2\pi/3$. Na rotoru se nalazi pobudni namotaj sa jednosmernom strujom koja je izvor konstantnog fluksa. Namotaji statora su izvedeni kao raspodeljeni, ali su zbog preglednosti prikazani kao koncentrisani. Rotorski i statorski namotaji su izvedeni sa jednim parom polova, $p = 1$. Kao izvor konstantnog fluksa mogu biti i na rotoru postavljeni stalni magneti. Pogonska mašina (vodna turbina, parna turbina, elisa), dejstvom mehaničkog momenta, m_m , obrće rotor mehaničkom ugaonom brzinom ω_m . Mehaničkim obrtanjem rotora sa njegovim magnetnim poljem dobijeno je obrtno magnetno polje. To obrtno polje stvara kroz namotaje statora vremenski promenljiv fluks. Na slici 4.11.b. je prikazana vremenska promena fluksa kroz fazu a i u njoj indukovana elektromotorna sila. Usled vremenski promenljivog fluksa u namotajima statora se indukuje trofazan sistem elektromotornih sila kao što je prikazano na slici 4.11.c. Kada rotor ima jedan par magnetnih polova, $p = 1$, kao što je na ovom rotoru, u namotajima se indukuje napon čija je kružna učestanost jednaka brzini obrtanja, $\omega_s = \omega_m$. Fluks kroz fazu a kao i indukovane elektromotorne sile na slici 4.11.b. i c. prikazane su za jedan ceo obrtaj rotora.



Slika 4.11. Dvopolni $p = 1$ trofazni sinhroni generator:

- a) struktura mašine b) fluks i indukovana elektromotorna sila jedne faze
- c) indukovane trofazne elektromotorne sile u statorskom namotaju.

Ukoliko bi rotor imao četiri pola $2p = 4$, odnosno dva para polova $p = 2$, tada i stator mora imati isti broj polova, slika 4.12.a. Namotaji rotora i statora su raspoređeni, ali su na ovoj slici prikazani koncentrisani zbog preglednosti. Polovi se naizmenice ređaju po obimu rotora, odnosno statora. Za ovakav rotor, namotaj svake faze na statoru se tokom jednog obrtaja rotora po dva puta nađe ispod severnog i južnog pola obrtnog polja rotora. Zbog toga se tokom jednog obrtaja rotora u namotajima statora indukuju dve periode elektromotorne sile. Na slici 4.12.b. je prikazana vremenska promena fluksa kroz fazu a i u njoj indukovana elektromotorna sila. Usled vremenski promenljivog fluksa u statorskom namotaju se indukuje trofazan sistem elektromotornih sila, kao što je prikazano na slici 4.12.c.



Slika 4.12. Četvoropolni $p = 2$ trofazni sinhroni generator:

- a) struktura mašine b) fluks i indukovana elektromotorna sila jedne faze
c) indukovane trofazne elektromotorne sile u statorskom namotaju.

Na slici 4.12. je u cilju ilustracije usvojena cilindrična struktura rotora za razliku od prethodnog dvopolnog rotora sa istaknutim polovima, slika 4.11. U obe ilustracije rotor može biti cilindričan ili sa istaknutim polovima, a ako se posmatra osnovni harmonik, dobiće se isto.

4.1.3. Višepolnost

Na osnovu prethodnih primera prikazanih na slikama 4.11. i 4.12, očigledno je, da je za rotor sa dva para polova uz istu mehaničku brzinu obrtanja rotora, kružna učestanost indukovane elektromotorne sile ω_s duplo veća, nego kada je rotor sa jednim parom polova. Kada se rotor obrće mehaničkom ugaonom brzinom ω_m , tada se u statorskom namotaju indukuje napon čija je kružna učestanost p puta veća od mehaničke brzine obrtanja rotora:

$$\omega_s = p \cdot \omega_m. \quad (4.1)$$

Zaključak koji je iskazan ovom jednačinom (4.1) je od velikog značaja za izradu sinhronih mašina. Izradom mašina sa većim brojem pari polova na rotoru i statoru, može se dobiti željena učestanost ω_s indukovane elektromotorne sile u statorskom namotaju, a pri p puta manjoj brzini obrtanja rotora.

Kružna učestanost indukovane elektromotorne sile na statoru, ω_s , naziva se sinhrona brzina. Sinhrona brzina i učestanost indukovano napona u statorskom namotaju su povezane sledećom jednačinom:

$$\omega_s = 2\pi f_s. \quad (4.2)$$

Sinhrona brzina ω_s se naziva i električna ugaona brzina rotora sinhronne mašine. Sinhrona brzina ω_s je i brzina Teslinog obrtnog polja u odnosu na stator. Ako se posmatraju sinhronne mašine sa različitim brojem pari polova, p , tada za istu željenu učestanost indukovane elektromotorne sile, mehanička ugaona brzina rotora ω_m opada sa povećanjem broja pari polova, dok električna ugaona brzina $\omega_s = p \cdot \omega_m$ ostaje ista. Jedinica za električnu ugaonu brzinu ω_s je električni rad/s [el. rad/s], što je analogno sa jedinicom za mehaničku ugaonu brzinu ω_m , čija je jedinica [rad/s]. Uobičajeno se kod mašina sa više od jednog para polova sve brzine svedu na jedan par polova, pa se mašina analizira kao dvopolna.

U praksi se znatno češće koristi brzina izražena u o/min, umesto brzine date u rad/s. Prelazak između ove dve jedinice, rad/s $\rightarrow$ o/min, omogućuje dobro poznat izraz. Sinhrona brzina, odnosno, električna ugaona brzina rotora u el. o/min je:

$$n_{s\ el} = \frac{60}{2\pi} \omega_s = 60 f_s \quad [\text{el. o/min}]. \quad (4.3)$$

Globalno u elektroenergetici se najviše koriste električne mreže u kojima je učestanost 50 Hz ili 60 Hz. Da bi se dobila učestanost indukovano napona od 50 Hz potrebno je da se magnetno polje u odnosu na stator obrće brzinom od $n_{s\ el} = 60 \cdot 50 = 3000$ el. o/min. Za učestanost od 60 Hz potrebno je da se polje u odnosu na stator obrće sa 3600 el. o/min. Sada se može izvesti zaključak, da se obrtno magnetno polje u svim sinhronim generatorima, koji generišu napon učestanosti 50 Hz, obrće brzinom od 3000 o/min, bez obzira na njihov broj pari polova.

U odnosu na električnu sinhronu brzinu $n_{s\ el}$ znatno češće se koristi mehanička sinhrona brzina:

$$n_s = \frac{n_{s\ el}}{p} = \frac{60 f_s}{p} \quad [\text{o/min}]. \quad (4.4)$$

Ovo je mehanička brzina kojom se obrće rotor sinhronih mašina u odnosu na stator. U tabeli 4.1. su navedene sinhronne brzine n_s u zavisnosti od učestanosti f_s i broja pari polova p .

Tabela 4.1. Sinhronne brzine generatora u zavisnosti od broja pari polova.

Broj pari polova: p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_s = 50 \text{ Hz}; n_s [\text{o/min}]$	3000	1500	1000	750	600	500	429	375	333,3	300
$f_s = 60 \text{ Hz}; n_s [\text{o/min}]$	3600	1800	1200	900	720	600	514,3	450	400	360

Mašine sa cilindričnim rotorom se izrađuju kao dvopolne, $p = 1$ ili rede četvoropolne, $p = 2$. Rotor ovih mašina se obrće brzinom od 3000 o/min odnosno sa 1500 o/min za učestanost indukovano napona od 50 Hz. Pri ovim brzinama rotora, on je izložen velikom mehaničkom

naprezanju usled centrifugalnih sila. Da bi se postigle ove brzine rotora on se pogoni parnom turbinom. Generatori sa ovakvim rotorom nalaze se u termoelektranama i zbog toga se uobičajeno nazivaju turbogeneratori ili turbomašine. S obzirom na broj pari polova $p = 1$ ili $p = 2$ nije potreban veliki prečnik da bi se smestili polovi po obodu rotora. Rotori ovih generatora uobičajeno imaju osnu dužinu veću od njihovog prečnika. Rotor se zajedno sa turbinom uobičajeno nalazi u horizontalnom položaju.

Mašine sa istaknutim polovima se izrađuju sa $p > 1$, a najčešće sa $p \gg 1$. S obzirom na to da je potrebno smestiti veći broj polova po obodu rotora, odnosno statora, ove mašine moraju imati veliki prečnik. Kod njih je prečnik veći od osne dužine. Kako je broj polova $p \gg 1$ brzina obrtanja je manja nego kod turbogeneratora. S obzirom na manje brzine obrtanja rotora sa istaknutim polovima, može ih pokretati vodna turbina. Generatori sa ovakvim rotorima se nalaze u hidroelektranama i zbog toga se uobičajeno nazivaju hidrogeneratori ili hidromašine. Rotor se zajedno sa turbinom uobičajeno nalazi u vertikalnom položaju. Kao ilustracija broja polova, rotor u hidroelektrani Đerdap 1, najvećoj hidroelektrani u Srbiji, ima 84 pola, $2p = 84$, odnosno 42 para polova, $p = 42$. Sa ovim brojem polova brzina obrtanja rotora iznosi $n_s = 3000/42 = 71,4$ o/min.

Na osnovu izraza, (4.4), kojima je uspostavljena veza između električne sinhrone brzine, $n_{s\ el}$, i mehaničke sinhrone brzine, n_s , mogu se uspostaviti analogne relacije između mehaničke i električne brzine, odnosno uglova:

$$\omega_m = \frac{\omega_{el}}{p} = \frac{\omega_s}{p} \quad [\text{rad/s}], \quad (4.5)$$

$$\mathcal{G}_m = \frac{\mathcal{G}_{el}}{p} \quad [\text{rad}], \quad (4.6)$$

gde su: – ω_m mehanička ugaona brzina rotora;

– ω_{el} električna ugaona brzina rotora;

– ω_s električna sinhrona brzina rotora;

– $\mathcal{G}_m$ mehanički ugao položaja rotora;

– $\mathcal{G}_{el}$ električni ugao položaja rotora;

– p broj pari polova.

Kao ilustracija pojma električnog i mehaničkog ugla, sa slike 4.12. se vidi da dok rotor četvoropolne mašine napravi rotaciju od pola kruga, dakle zakrene se za mehanički ugao od $\mathcal{G}_m = \pi$, harmonične funkcije indukovanih elektromotornih sila se promene za celu periodu tj. argument im se promeni za električni ugao od $\mathcal{G}_{el} = 2\pi$. Kada je rotor dvopolni slika 4.11, tada su električni i mehanički uglovi isti. Mehanički uglovi se izražavaju u tzv. mehaničkim (geometrijskim) radijanima, a električni uglovi u električnim radijanima.

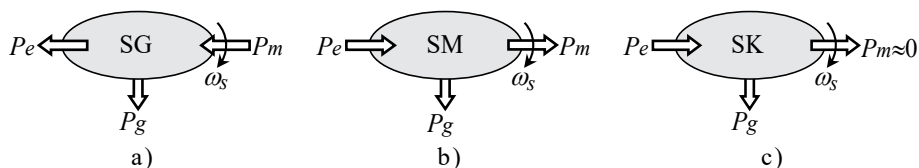
Za elektromehanički pretvarač sa p pari polova potrebno je korigovati izraz za momenat konverzije, koji u odnosu na pretvarač sa jednim parom polova postaje p puta veći:

$$m_c = p \frac{1}{2} \dot{i}^T \cdot \frac{dL}{d\mathcal{G}_m} \cdot \dot{i}. \quad (4.7)$$

4.1.4. Radni režimi sinhronne mašine

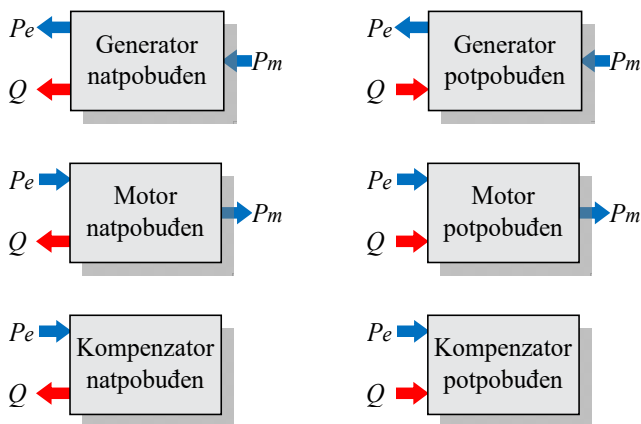
Sinhronne mašine su mašine naizmjenične struje. U naizmjeničnoj elektroenergetici definisane su aktivna, reaktivna i prividna snaga. Sinhronne mašine učestvuju kako u tokovima aktivne tako i u tokovima reaktivne snage.

Sinhronne mašine su električne mašine koje su u mogućnosti da pretvaraju mehaničku energiju u električnu i tada rade kao generatori. Sinhroni generatori predaju aktivnu snagu u mrežu. Sinhronne mašine su u mogućnosti i da pretvaraju električnu energiju u mehaničku i tada rade kao motori. Sinhroni motori povlače aktivnu energiju iz mreže. Prema smeru toka aktivne snage sinhronne mašine su u prilici da proizvode ili da troše aktivnu snagu, tj. tada rade kao generatori ili motori. Sinhronne mašine imaju još jedan radni režim. One mogu da rade i kao sinhroni kompenzatori. Sinhroni kompenzator je sinhroni motor, koji nije opterećen radnom mašinom, $P_m \approx 0$, njegova je glavna uloga proizvodnja ili apsorpcija reaktivne energije. Na slici 4.13. su prikazani mogući radni režimi sinhronne mašine sa stanovišta toka aktivne snage, gde je: SG – sinhroni generator, SM – sinhroni motor, SK – sinhroni kompenzator.



Slika 4.13. Mogući radni režimi sinhronne mašine sa stanovišta toka aktivne snage: a) generatorski, b) motorski, c) kompenzatorski režim rada.

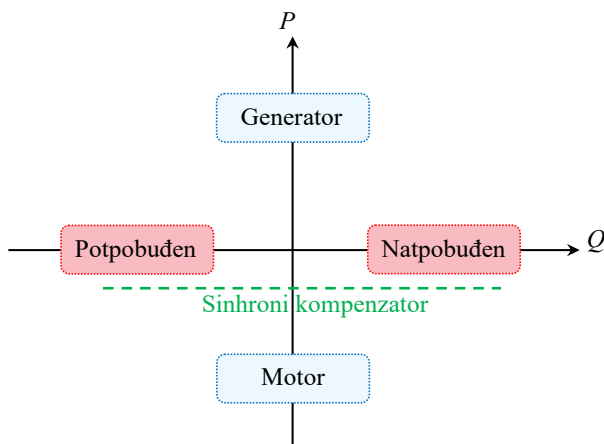
U pogledu smera toka reaktivne snage, sinhronne mašine mogu da proizvode reaktivnu energiju i da je apsorbuju. Kada sinhrona mašina proizvodi reaktivnu energiju, ona se nalazi u natpobuđenom režimu rada, dok ako je apsorbuje, tada je u potpobuđenom režimu rada.



Slika 4.14. Rekapitulacija mogućih radnih režima sinhronne mašine sa stanovišta tokova aktivne i reaktivne snage.

Natpobuđen i potpobuđen režim rada nezavisni su od toga da li se sinhrona mašina nalazi u motorskom ili generatorskom režimu rada. Sinhroni generator se može naći kako u natpobuđenom tako i u potpobuđenom režimu rada. Slično, sinhroni motor može biti kako u natpobuđenom tako i u potpobuđenom režimu rada. Sinhroni kompenzator može biti natpobuđen ili potpobuđen. Na slici 4.14. prikazana je rekapitulacija mogućih radnih režima sinhronne mašine sa stanovišta tokova aktivne i reaktivne snage.

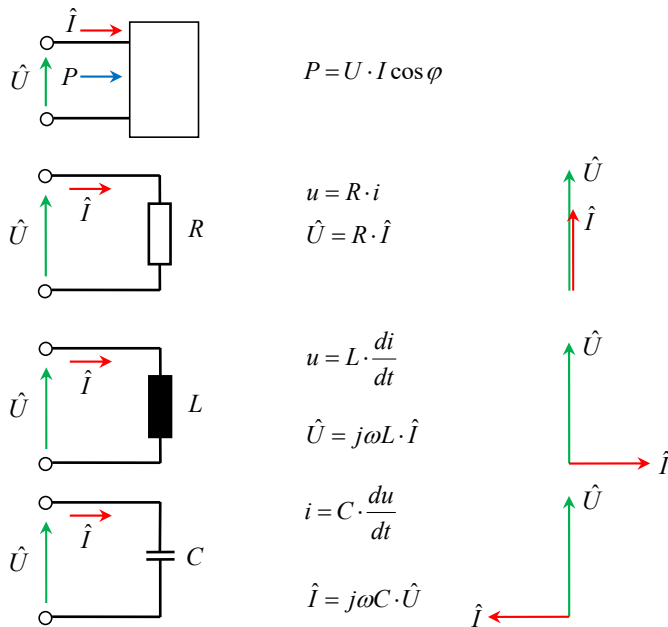
Rekapitulacija mogućih radnih režima sinhronne mašine u $Q - P$ ravni prikazana je na slici 4.15. Sinhroni kompenzator je motor u praznom hodu i on iz mreže uzima snagu potrebnu da pokrije svoje gubitke. U $Q - P$ ravni kompenzatorski režim rada se nalazi u trećem i četvrtom kvadrantu, na slici 4.15. predstavljen je isprekidanom linijom.



Slika 4.15. Radni režimi sinhronne mašine u $Q - P$ ravni.

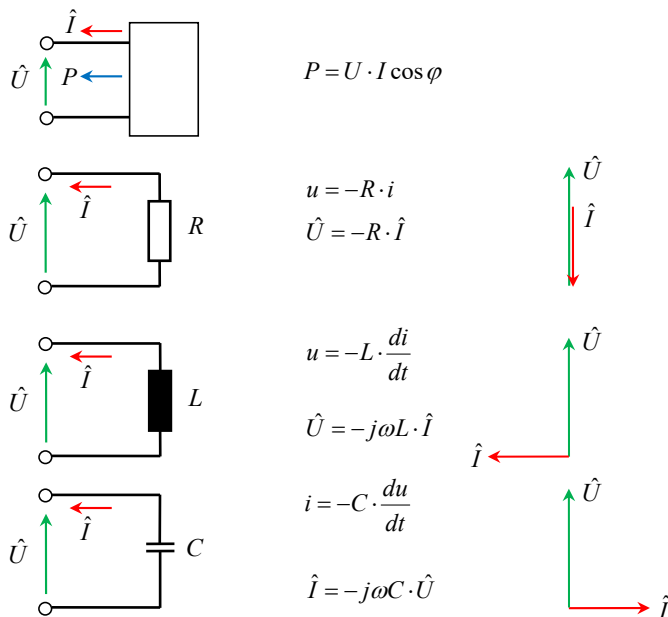
4.1.5. Referentni smerovi snage i struje

Za jednoznačan opis električnih kola moraju se usvojiti smerovi napona, struja i snaga. Izbor referentnih smerova može biti proizvoljan. U principu postoje dve mogućnosti kao što je prikazano na slikama 4.16. i 4.17. Referentni smerovi za napon, struju i snagu mogu biti usvojeni kao na slici 4.16. gde napon „tera“ struju u potrošač (R , L , C), snaga se apsorbira u potrošaču, pa je ovo primereno potrošačkom referentnom smeru, odnosno motorskom režimu rada sinhronne mašine.



Slika 4.16. Ilustracija potrošačkog referentnog smera.

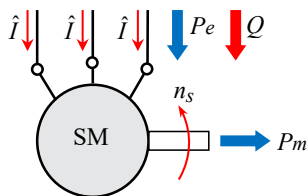
Izbor pozitivnog referentnog smera za snagu (energiju) stvar je konvencije – dogovora. Referentni smerovi za napon, struju i snagu mogu biti usvojeni kao na slici 4.17. gde napon „tera“ struju iz „izvora“, „izvor“ – generator injektuje snagu, ovo je primereno generatorskom referentnom smeru.



Slika 4.17. Ilustracija generatorskog referentnog smera.

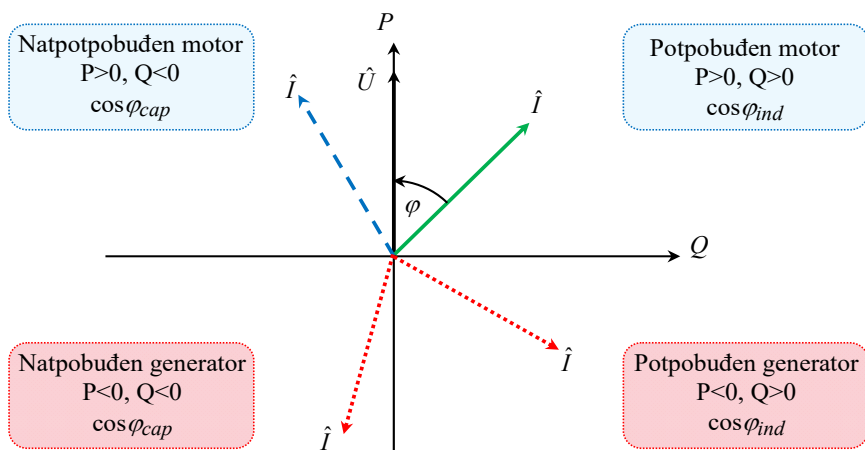
Uobičajeno se pri izučavanju sinhronih mašina za motorski režim rada usvaja motorski referentni smer struje i snage, a pri izučavanju sinhronih generatora usvaja se generatorski referentni smer. Time je postignuto da se uvek barata sa pozitivnim snagama kada one imaju smer saglasan sa referentnim smerom snage koji odgovara tom režimu rada. To je sa fizičkog stanovišta i najispravnije, negativna snaga nema fizičko objašnjenje, već može biti samo plod matematičkog modelovanja, odnosno posledica je uvođenja pozitivnih smerova toka snage.

Kada se usvoji motorski (potrošački) referentni smer za struje i snage, tada je pozitivan referentni smer za struju u mašinu, a aktivna i reaktivna snaga su pozitivne kada ulaze u mašinu. Mehanička snaga je pozitivna kada izlazi iz mašine. Na slici 4.18. su naznačeni pozitivni referentni smerovi za struje i snage primereno motorskom referentnom smeru.



Slika 4.18. Prikaz pozitivnih referentnih smerova struje i snage za motorski (potrošački) referentni smer.

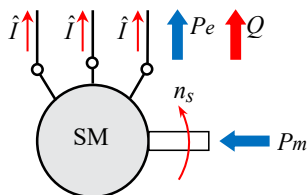
Na slici 4.19. u $Q - P$ ravni prikazani su radni režimi sinhrona mašine: motor – generator, potpobuđeno – natpobuđeno, usvojen je motorski referentni smer za snage i struju satora. U istoj ravni, $Q - P$, fazor napona je postavljen u pravac $P -$ ose. U odnosu na fazor napona prikazan je položaj fazora struje za natpobuđen i potpobuđen rad kako u motorskom tako i u generatorskom režimu rada. Sa slike 4.19. se vidi da je u motorskom režimu rada (prvi i drugi kvadrant) aktivna komponenta struje pozitivna. Naravno da je uz motorski referentni smer aktivna komponenta struje negativna ako mašina radi kao generator. Za podsećanje, aktivna komponenta struje je projekcija fazora struje na fazor napona.



Slika 4.19. Fazori napona i struje sinhrona mašine za motorski (potrošački) referentni smer.

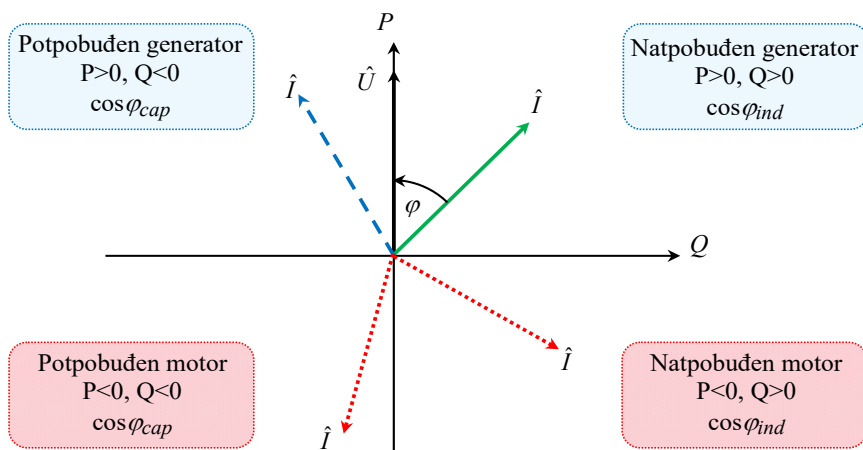
Kada se usvoji generatorski referentni smer za struje i snage, tada je pozitivan referentni smer za struju iz mašine, a aktivna i reaktivna snaga su pozitivne kada izlaze iz mašine.

Mehanička snaga je pozitivna kada ulazi u mašinu. Na slici 4.20 su naznačeni pozitivni referentni smerovi za struju i snage primereno generatorskom referentnom smeru.



Slika 4.20. Prikaz pozitivnih referentnih smerova struje i snage za generatorski referentni smer.

Na slici 4.21. u $Q - P$ ravni prikazani su radni režimi sinhrona mašine: motor – generator, potpobuđeno – natpobuđeno, usvojen je generatorski referentni smer za snage i struju satora. U istoj ravni, $Q - P$, fazor napona je postavljen u pravac $P -$ ose. U odnosu na fazor napona prikazan je položaj fazora struje za natpobuđen i potpobuđen rad kako u generatorskom, tako i u motorskom režimu rada. Sa slike se vidi da je u generatorskom režimu rada (prvi i drugi kvadrant) aktivna komponenta struje pozitivna. Naravno da je sada uz generatorski referentni smer aktivna komponenta struje negativna, ako mašina radi kao motor.



Slika 4.21. Fazori napona i struje sinhrona mašine za generatorski referentni smer.

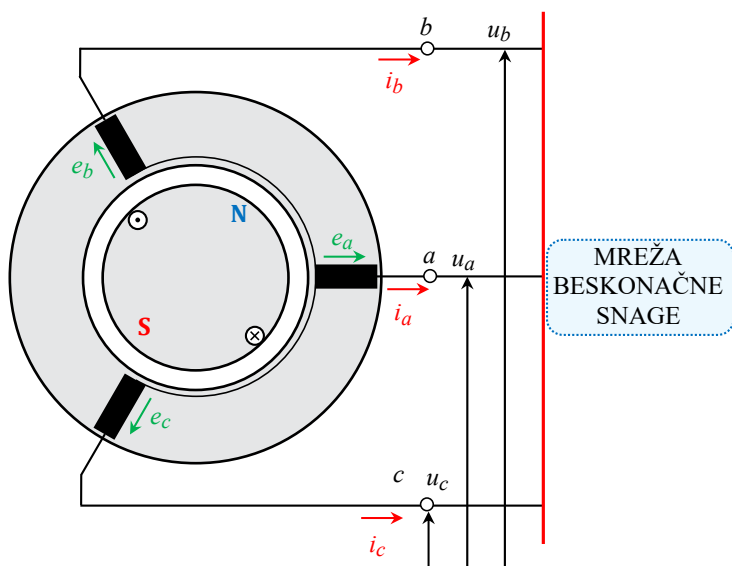
Kao što je ranije navedeno, u ovoj knjizi nadalje pri izučavanju sinhronih mašina u motorskom režimu rada koristiće se motorski referentni smer struje i snage, a pri izučavanju sinhronih generatora, generatorski referentni smer. Posledica ovoga biće da su fazori napona i struje uvek u prvom i drugom kvadrantu, kao što je prikazano na slikama 4.19. i 4.21.

4.1.6. Sinhrona mašina i mreža beskonačne snage

Sinhroni generatori su elementi elektroenergetskih mreža, pomoću kojih se realizuje proizvodnja aktivne i proizvodnja i apsorpcija reaktivne energije. Elektroenergetske mreže prevazilaze granice pojedinih država. Više desetina sinhronih generatora, paralelno, u okvirima ovih mreža napaja potrošače. Snage pojedinačnih generatora su višestruko manje od sumarne snage svih generatora u okvirima elektroenergetske mreže. Stoga, govorimo o radu sinhronog generatora u mreži beskonačne snage. Mreža beskonačne snage je ona mreža čiji su napon i

učestanost nepromenljivi (tj. konstantni) nezavisno od toga koja i po snazi kolika se mašina priključuje na mrežu. Ovo znači da će napon i učestanost sinhronog generatora biti konstantni i jednaki mrežnom naponu i učestanosti nezavisno od radnog režima sinhronog generatora, tj. sinhroni generator svojim radom ne može uticati na promenu napona i učestanosti u mreži.

Kao što je već navedeno, sinhroni generatori imaju trofazni namotaj na statoru i pobudni namotaj sa jednosmernom strujom na rotoru. Šematski prikaz sinhronne mašine sa cilindričnim rotorom koja je priključena na mrežu beskonačne snage, dat je na slici 4.22. S obzirom da se sinhrona mašina najčešće nalazi u generatorskom režimu rada, usvojen je generatorski referentni smer za struju i snagu. Sinhroni generator je putem vratila mehanički povezan sa pogonskom mašinom koja obrće rotor generatora sinhronom brzinom. Pogonska mašina obezbeđuje mehaničku snagu i isporučuje je preko vratila sinhronom generatoru. Sinhroni generator dovedenu mehaničku energiju konvertuje u električnu i injektuje je u mrežu beskonačne snage.



Slika 4.22. Sinhroni turbogenerator priključen na mrežu beskonačne snage.

U delu 1.2.9.2. ove knjige je pokazano da efektivna vrednost indukovane elektromotorne sile u namotaju mašine:

$$U = E = 4,44k_p \cdot f \cdot N \cdot S_{Fe} \cdot B_{rez}, \quad (4.8)$$

zavisi od učestanosti, broja navojaka, površine preseka gvožđa mašine kuda se zatvara fluks, kao i od indukcije u mašini. Kako je armaturni namotaj raspodeljen, to se u (4.8) pojavljuje sačinilac k_p . Za gradivo koje je obuhvaćeno nije bitno poznavanje od čega k_p zavisi i kolika mu je vrednost, pa neka je $k_p \approx 1$. Kada sinhrona mašina radi, priključena na mrežu beskonačne snage, tada mreža diktira da su napon i učestanost konstantni. Broj navojaka i površina preseka gvožđa su za konkretnu, izrađenu mašinu konstantni. Sada se može izvesti zaključak da je resultantna indukcija u mašini konstantna pri konstantnom naponu i učestanosti mreže. Takođe, i indukovana elektromotorna sila je konstantna. Ovaj zaključak je opšti, u smislu da svaka mašina naizmenične struje koja radi priključena na konstantan napon i pri tome je i učestanost konstantna, ima konstantnu magnetnu indukciju.

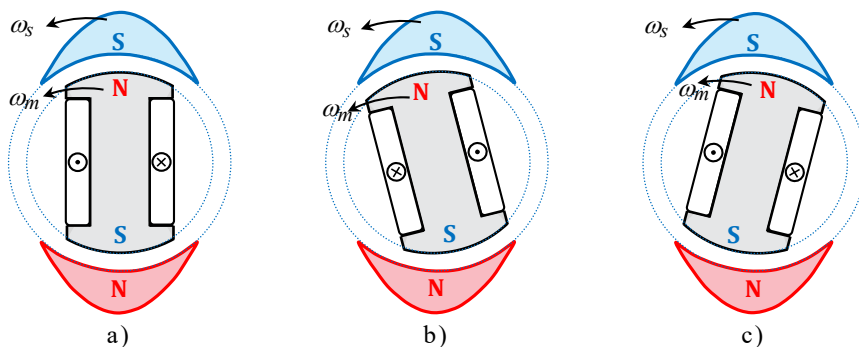
4.1.7. Princip rada

Princip rada sinhronne mašine prelama se kroz nekoliko segmenata: generisanje elektromotorne sile – napona, proizvodnju aktivne energije, proizvodnju i apsorpciju reaktivne energije. Uz to, kada se zbog proizvodnje/potrošnje aktivne i proizvodnje/apsorpcija reaktivne energije kroz statorski namotaj uspostave struje, nastaje Teslino obrtno polje na statoru, koje se naziva reakcija armature (indukta) i koje doprinosi rezultujućem obrtnom polju u mašini.

Jedan od aspekata rada sinhronih generatora je generisanje indukovane elektromotorne sile u statorskom namotaju – armaturi i ona je objašnjena u delu 4.1.2, o generisanju trofaznog sistema napona. U tom delu je objašnjeno generisanje indukovane elektromotorne sile sinhronog generatora bez opterećenja – u praznom hodu. U nastavku će biti objašnjen princip rada i pojedinice pojave opterećene sinhronne mašine.

Na statoru sinhronih mašina se nalazi raspodeljen trofazni namotaj – tri fazna namotaja prostorno pomešana za $2\pi/3$. Statorski namotaj se uobičajeno naziva armatura ili indukt. Kroz namotaje na statoru teku naizmenične struje koje su fazno pomešene za $2\pi/3$. Struje statora formiraju svoju obrtnu magnetopobudnu silu, odnosno Teslino obrtno polje koje se najčešće naziva reakcija armature. Ovo polje rotira sinhronom brzinom u odnosu na stator, ω_s , a koja je određena ugaonom učestanošću struja statora. Pobudni namotaj sa svojom strujom formira magnetopobudnu silu, odnosno magnetno polje koje je nepokretno u odnosu na rotor. Pogonska mašina obrće rotor sinhronog generatora brzinom, ω_m . Da bi sinhrona mašina razvijala srednji momenat konverzije različit od nule, brzina obrtanja ova dva polja mora biti ista tj. rotor mora biti u sinhronizmu sa obrtnim poljem statora, $\omega_m = \omega_s$. Između magnetopobudnih sila statora i rotora nema relativnog kretanja. To što nema relativnog kretanja obezbeđuje da je srednji momenat konverzije različit od nule i da je trenutna vrednost momenta konverzije jednaka srednjem momentu.

Između obrtnih polja statora i rotora postoji sila koja nastoji da poravna ova dva polja, tj. da poravna severni pol statora sa južnim polom rotora. Kada je sinhroni generator neopterećen, magnetni plovi statora i rotora se poklapaju. Kako raste opterećenje sinhronne mašine, obrtna polja statora i rotora se međusobno razmiču. Ako se na vratilo sinhronne mašine dovede mehanička snaga, tada sinhrona mašina radi u generatorskom režimu rada, obrtno polje rotora prednjači ispred Teslinog obrtnog polja statora. U motorskom režimu rada situacija je slična, ali sada Teslino obrtno magnetno polje prednjači obrtnom polju rotora. Na slici 4.23. prikazan je međusoban odnos između Teslinog obrtnog polja statora i obrtnog polja rotora sinhronne mašine: bez opterećenja tj. u praznom hodu, slika 4.23.a, i pri opterećenju u generatorskom slika 4.23.b, i motorskom režimu rada, slika 4.23.c.



Slika 4.23. Obrtna polja statora i rotora sinhronne mašine: a) prazan hod, b) generatorski c) motorski režim rada.

Raspodela magnetopobudnih sila po obodu vazdušnog zazora je harmonična, tako da se mogu predstaviti prostornim vektorima. Ovo omogućuje da se za magnetopobudne sile može koristiti poznati formalizam fazora. Rezultantna magnetopobudna sila je vektorski zbir magnetopobudnih sila rotora, $\mathcal{F}_r$, i statora – armature $\mathcal{F}_a$:

$$\hat{\mathcal{F}}_{rez} = \hat{\mathcal{F}}_r + \hat{\mathcal{F}}_a. \quad (4.9)$$

Prostorni vektor magnetopobudne sile armature kolinearne je sa fazorom struje armature, $\mathcal{F}_a \sim N_a I_a$, i on se naziva reakcija armature ili reakcija indukta.

S obzirom na međusobne veze koje postoje između magnetne indukcije, jačine magnetnog polja, fluksa i magnetopobudne sile, naredna razmatranja se mogu predstaviti korišćenjem bilo koje od ove četiri veličine. Kada se pretpostavi da je magnetno kolo mašine linerano, tada je rezultantna indukcija vektorski zbir indukcije rotora (indukcije usled struje rotora) i indukcije armature (indukcije usled armaturnih struja):

$$\hat{B}_{rez} = \hat{B}_r + \hat{B}_a. \quad (4.10)$$

gde je sa B_a označena indukcija armature, odnosno obrtnog magnetnog polja. Rezultantna indukcija je konstantna, kada je sinhrona mašina priključena na mrežu beskonačne snage, bez obzira na to što indukcija potekla od rotora, B_r , i indukcija potekla od armature, B_a , (kao rezultat njihovih magnetopobudnih sila) menjaju svoj položaj u zavisnosti od radnog režima.

Pogonska mašina obrće rotor sa pobudnim namotajem i pobudnom strujom I_f , usled toga u namotaju statora se indukuje elektromotorna sila, a kako je sinhrona mašina priključena na mrežu, kroz statorski namotaj teče struja. Indukovana elektromotorna sila u fazi a statorskog namotaja je određena Faradejevim zakonom elektromagnetne indukcije:

$$-e_a = \frac{d\psi_a}{dt}. \quad (4.11)$$

Kada se pretpostavi da je sinhroni generator u stacionarnom stanju, kao i da su napon i struja vremenski prostoperiodične veličine, moguće je umesto trenutnih vrednosti ovih veličina koristiti fazore (fazorske reprezentate, kompleksne predstavnike). Jednačina za indukovanu elektromotornu silu u vremenskom domenu (4.11) kada se prebaci u fazorski domen:

$$\hat{E} = -j\omega\hat{\psi}, \quad (4.12)$$

daje uvid u međusoban odnos fazora elektromotorne sile, E i prostornog vektora fluksa, ψ , odnosno indukcije. Kako se prostorni vektor fluksa, u (4.12), množi sa kompleksnim brojem $-j$, što predstavlja rotaciju u smeru kazaljke na satu za ugao $\pi/2$, zaključuje se da prostorni vektor fluksa prednjači u odnosu na fazor elektromotorne sile za ugao $\pi/2$. U jednačini (4.12) sa fazorima, izostavljen je indeks koji se odnosi na fazu a , zato što fazori reprezentuju trofaznu veličinu (sve tri faze veličine).

Kada se u jednačini naponske ravnoteže faze a namotaja statora sinhrona mašine:

$$u_a = R \cdot i_a + \frac{d\psi_a}{dt}, \quad (4.13)$$

zanemari omska otpornost namotaja statora, tada je napon mreže jednak sa indukovanom elektromotornom silom:

$$u_a \approx \frac{d\psi_a}{dt}. \quad (4.14)$$

4.2. AKTIVNA I REAKTIVNA SNAGA SINHRONE MAŠINE

Sinhroni generatori služe kako za proizvodnju aktivne energije, tako i za proizvodnju i apsorpciju reaktivne energije. Po ovome se one razlikuju od potrošača aktivne i reaktivne električne energije, energetskih vodova i kablova kojima se ona prenosi i od transformatora koji vrše prenos električne energije uz njenu unutrašnju transformaciju.

Sinhroni generatori mogu da proizvode aktivnu električnu energiju sa promenljivim faznim stavom između generisanog napona i struje tj. mogu da rade sa promenljivim faktorom snage, $\cos\varphi$, kako po iznosu, tako i po znaku. Drugim rečima, sinhroni generatori mogu da proizvode i apsorbuju reaktivnu energiju.

Sinhroni motori su potrošači aktivne električne energije, ali pri tome mogu da proizvode ili da apsorbuju reaktivnu energiju. Oni troše aktivnu energiju sa promenljivim faznim stavom između nametnutog napona i struje. Sinhroni motori, isto kao i sinhroni generatori, mogu da rade sa promenljivim faktorom snage, $\cos\varphi$, kako po iznosu tako i po znaku. Dakle, sinhroni motori mogu da proizvode i apsorbuju reaktivnu energiju.

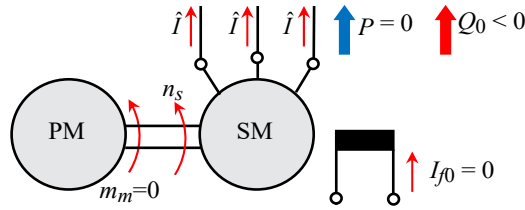
Sinhroni kompenzator je sinhrona mašina u motorskom režimu rada koja nije opterećena radnom mašinom. U ovom režimu rada, sinhrona mašina iz mreže uzima samo aktivnu snagu potrebnu da pokrije gubitke. Sinhroni kompenzator može da proizvodi ili apsorbuje reaktivnu energiju, međutim sinhroni kompenzatori najčešće proizvode reaktivnu energiju.

Kao zaključak iz upravo iznetih navoda, sinhrona mašina može da proizvodi ili apsorbuje reaktivnu energiju nezavisno od toga da li proizvodi ili troši aktivnu energiju.

4.2.1. Proizvodnja i apsorpcija reaktivne energije

U ovom delu biće razmotrena proizvodnja i apsorpcija reaktivne energije od strane sinhronih mašina. Proizvodnja i apsorpcija reaktivne energije sinhronih mašina sagledaće se kroz karakteristične situacije – radne režime u kojima se mašina može naći. U nastavku ovog dela smatraće se da sinhrona mašina radi priključena na mrežu beskonačne snage. Pogonska mašina mehaničkim putem obrće rotor sinhronom brzinom $\omega_m = \omega_s / p = 2\pi f_s / p$, gde su p broj pari polova, a ω_s i f_s ugaona učestanost i učestanost (frekvencija) napona mreže, respektivno. Pretpostavlja se da sinhrona mašina ne isporučuje aktivnu energiju u mrežu, odnosno da je neopterećena. Zanimaruje se snaga gubitaka u sinhronoj mašini. Iako se rotor obrće, kada se zanemare gubici u sinhronoj mašini, tada je potrebni mehanički momenat pogonske mašine, $m_m = 0$. U sinhronoj mašini se ne realizuje elektromehanička konverzija. Nadalje u ovoj knjizi razmatraće se samo sinhronih mašina sa cilindričnim rotorom – turbogeneratori.

Nulta situacija. Nepobudena sinhrona mašina. Kao polazna situacija u izučavanju toka reaktivne energije sinhronih mašina, posmatraće se slučaj u kome je pobudni namotaj otvoren, kroz njega ne teče struja $I_f = 0$, tj. sinhrona mašina je nepobudena. Ova situacija u praksi nije moguća, jer sinhrona mašina sa cilindričnim rotorom ne može raditi bez pobude. I pored toga ovde je ova situacija usvojena pre svega da bi se stekao što bolji uvid u tok reaktivne snage. Ova situacija je označena sa indeksom „0“. U ovom režimu mašina se u potpunosti magnetiše sa strane mreže. Na slici 4.24. je prikazana nepobudena sinhrona mašina. Uobičajeno se pobudni namotaj sinhronih mašina u električnim kolima prikazuje na način kao što je naznačeno na slici 4.24.



Slika 4.24. Prikaz nepobuđene sinhronne mašine.

Kada je pobudna struja jednaka nuli, tada se sinhrona mašina ponaša kao sistem od tri namotaja na feromagnetnom jezgri sa vazдушnim zazorom. Dakle, nepobuđena sinhrona mašina se može posmatrati kao tri magnetno spregnuta namotaja u cilindričnom magnetnom kolu sa vazдушnim zazorom. Nepobuđena sinhrona mašina se ponaša kao trofazna prigušnica. S obzirom na to da su svi gubici u mašini zanemareni i da se ne realizuje elektromehanička konverzija, to je aktivna komponenta struje nepobuđene sinhronne mašine jednaka nuli. Sada se može izvesti zaključak da između fazora napona i fazora struje postoji fazni pomak od $\pi/2$. Kako je usvojen generatorski referentni smer za struje i snage, fazor struje prednjači fazoru napona za $\pi/2$.

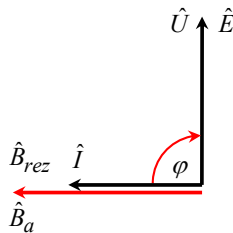
S obzirom na to da je struja pobude jednaka nuli, tada su magnetopobudna sila i odgovarajuća indukcija (rotora) jednaki nuli, tj.

$$\hat{B}_r = 0. \quad (4.15)$$

Zbog postojanja struja u trofaznom namotaju statora – armaturi, formira se magnetopobudna sila statora koja stvara obrtno magnetno polje. Prostorni vektor magnetopobudne sile, odnosno indukcije armature B_a je kolinearan sa fazorom struje armature. Rezultantna indukcija:

$$\hat{B}_{rez} = \hat{B}_r + \hat{B}_a = \hat{B}_a, \quad (4.16)$$

je jednaka indukciji armature, a njena vrednost je prema jednačini (4.8) određena naponom i učestanošću mreže. Dakle, zato što sinhrona mašina radi priključena na mrežu beskonačne snage, rezultantna indukcija će biti konstantna nezavisno od režima rada. Kao što je ranije objašnjeno prostorni vektor fluksa armature, odnosno indukcija armature B_a , prednjače indukovanj elektromotornoj sili E za ugao $\pi/2$. Na slici 4.25. prikazan je fazorski dijagram nepobuđene sinhronne mašine.



Slika 4.25. Fazorski dijagram nepobuđene sinhronne mašine.

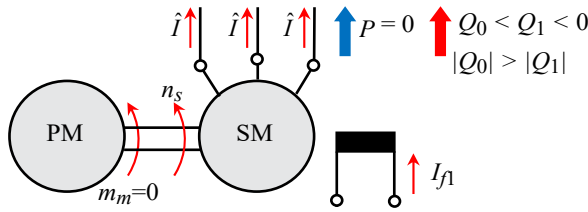
Na osnovu fazorskog dijagrama nepobuđene sinhronne mašine, pomoću kompleksne snage se jednostavno mogu odrediti aktivna i reaktivna snaga sinhronne mašine:

$$\hat{S} = 3\hat{U}\hat{I}^* = P + jQ_0, \quad (4.17)$$

$$\hat{S} = 3UI \cdot e^{-j(\pi/2)} = 0 - j3UI. \quad (4.18)$$

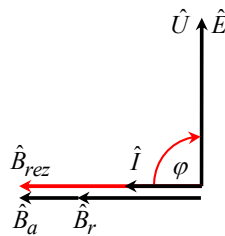
Aktivna snaga P je jednaka nuli zato što su zanemareni gubici i zato što se ne obavlja elektromehanička konverzija, jer je $m_m = 0$. Naravno, i aktivna komponenta struje statora je jednaka nuli. Reaktivna snaga $Q_0 = -3UI$ je negativna zato što mašina troši (preuzima iz mreže) reaktivnu energiju, a usvojen je generatorski referentni smer, kod koga je snaga pozitivna kada izlazi iz mašine.

Situacija 1. Potpobuđena sinhrona mašina. Neka sada kroz pobudni namotaj teče struja I_{f1} , koja stvara indukciju rotora B_{r1} . Sinhrona mašina je ovom strujom pobude postala magnetno pobuđena, ali tako da je $B_{r1} < B_{rez}$, pa otud odrednica potpobuđena. Deo magnetne indukcije se mora obezbediti i sa strane statora. Ova situacija je označena sa indeksom „1“. Na slici 4.26. je prikazana potpobuđena sinhrona mašina.



Slika 4.26. Prikaz potpobuđene sinhronne mašine.

Rezultantna indukcija se ne menja zato što je sinhrona mašina priključena na mrežu beskonačne snage, koja obezbeđuje da su napon i učestanost konstantni. Deo rezultante indukcije potiče od struje pobude, a deo od struje armature. Kako nema elektromehaničke konverzije aktivna komponenta struje armature je jednaka nuli, tako da fazor struje prednjači fazoru napona za $\pi/2$. U odnosu na nepobuđenu sinhronu mašinu, sada postoji indukcija rotora B_{r1} , a kako rezultantna indukcija $B_{rez} = B_r + B_a$ mora ostati konstantna, zaključuje se da je indukcija od struje armature B_a manja nego kod nepobuđene sinhronne mašine. Manjoj indukciji B_a odgovara manja vrednost struja armature u odnosu na nepobuđenu sinhronu mašinu. Na slici 4.27. prikazan je fazorski dijagram potpobuđene sinhronne mašine.



Slika 4.27. Fazorski dijagram potpobuđene sinhronne mašine.

Na osnovu fazorskog dijagrama potpobuđene sinhronne mašine, pomoću kompleksne snage se jednostavno mogu odrediti aktivna i reaktivna snaga:

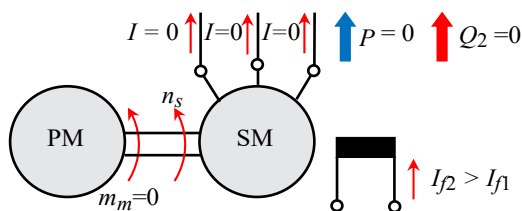
$$\hat{S} = 3\hat{U}\hat{I}^* = P + jQ_1, \quad (4.19)$$

$$\hat{S} = 3UI \cdot e^{-j\pi/2} = 0 - j3UI. \quad (4.20)$$

Aktivna snaga P je jednaka nuli zato što su zanemareni gubici i zato što se ne obavlja elektromehanička konverzija, jer je $m_m = 0$. Reaktivna snaga $Q_1 = -3UI$ je i dalje negativna

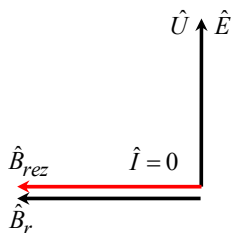
zato što je mašina troši (preuzima iz mreže), ali je njen iznos manji nego kod nepobuđene sinhronne mašine, $|Q_1| < |Q_0|$.

Situacija 2. Kompenzovana situacija. U ovoj situaciji kroz pobudni namotaj teče struja I_2 čija je vrednost veća nego kod potpobuđene mašine, $I_2 > I_1$, i ona stvara indukciju rotora B_{r2} . Ova vrednost pobudne struje odabrana je tako da obezbedi potrebnu magnetnu indukciju u mašini samo sa strane pobudnog namotaja, pa otud odrednica kompenzovana situacija. Pri ovoj struji pobude nije potrebna magnetna pobuda mašine sa strane armature, $B_{a2} = 0$. Ova situacija je označena sa indeksom „2“. Na slici 4.28. prikazana je sinhrona mašina u kompenzovanoj situaciji.



Slika 4.28. Prikaz sinhronne mašine u kompenzovanoj situaciji.

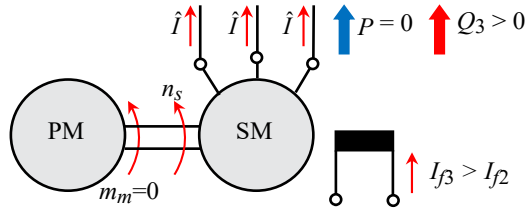
Kako nema elektromehaničke konverzije i pošto su gubici u mašini zanemareni, aktivna komponenta struje armature je jednaka nuli. Struja pobude je podešena tako da je $B_{r2} = B_{rez}$, zato je $B_{a2} = 0$, odnosno struja armature je jednaka nuli. Na slici 4.29. prikazan je fazorski dijagram sinhronne mašine u kompenzovanoj situaciji.



Slika 4.29. Fazorski dijagram sinhronne mašine u kompenzovanoj situaciji.

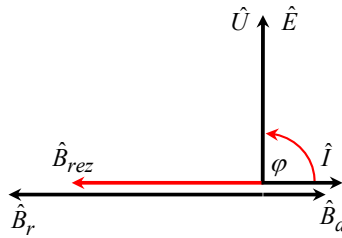
Na osnovu objašnjenja koja su data i fazorskog dijagrama jasno je da su aktivna i reaktivna snage ove mašine jednake nuli.

Situacija 3. Natpobuđena sinhrona mašina. Sada kroz pobudni namotaj mašine teče struja I_3 koja je veća nego kod sinhronne mašine u kompenzovanom režimu, $I_3 > I_2$. Ova struja pobude stvara indukciju rotora B_{r3} koja je sad veća od rezultatne indukcije, $B_{r3} > B_{rez}$, pa otud odrednica natpobuđena. Kako rezultatna indukcija ostaje nepromenjena, $B_{rez} = B_r + B_a$, mora se pojaviti indukcija B_a potrebne vrednosti i suprotnog smera od indukcije rotora, tako da rezultatna indukcija ostane nepromenjena. Da bi indukcija armature promenila smer, mora struja armature da promeni smer. Fazor struje armature kasni za fazorom napona za ugao $\pi/2$. Ova situacija je označena sa indeksom „3“. Na slici 4.30. je prikazana natpobuđena sinhrona mašina.



Slika 4.30. Prikaz natpobuđene sinhronne mašine.

Na slici 4.31. prikazan je fazorski dijagram natpobuđene sinhronne mašine.



Slika 4.31. Fazorski dijagram natpobuđene sinhronne mašine.

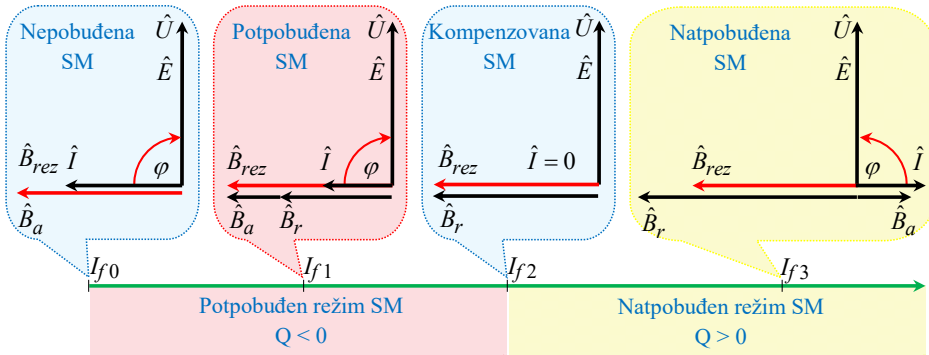
Na osnovu fazorskog dijagrama natpobuđene sinhronne mašine, pomoću kompleksne snage se jednostavno mogu odrediti aktivna i reaktivna snaga:

$$\hat{S} = 3\hat{U}\hat{I}^* = P + jQ_3, \quad (4.21)$$

$$\hat{S} = 3UI \cdot e^{-j(-\pi/2)} = 0 + j3UI. \quad (4.22)$$

Aktivna snaga P je jednaka nuli zato što su zanemareni gubici i zato što se ne obavlja elektromehanička konverzija, jer je $m_m = 0$. Reaktivna snaga $Q_3 = 3UI$ je pozitivna što znači da mašina injektuje reaktivnu energiju u mrežu.

U ovom delu obrađen je aspekt proizvodnje i apsorpcije reaktivne energije mašine koja ne odaje niti troši aktivnu snagu, $P = 0$. Kroz ovde objašnjene situacije u kojima se nalazi sinhrona mašina može se zaključiti da vrednost struje pobude određuje da li će sinhrona mašina proizvoditi ili apsorbovati reaktivnu energiju, slika 4.32.



Slika 4.32. Fazorski dijagrami sinhronne mašine za različite vrednosti struje pobude.

Odgovarajućom vrednošću struje pobude postiže se da sinhrona mašina ne razmenjuje reaktivnu energiju sa mrežom, pa je snaga $Q = 0$, to je struja koja odgovara kompenzovanom režimu sinhronne mašine. Ako je struja pobude manja od ove vrednosti, sinhrona mašina je potpobuđena i tada apsorbuje reaktivnu energiju, $Q < 0$. Kada je struja pobude veća od struje koja odgovara kompenzovanom režimu, sinhrona mašina proizvodi reaktivnu energiju, pa je reaktivna snaga $Q > 0$. Od vrednosti struje pobude zavisi vrednost reaktivne energije koju sinhrona mašina razmenjuje sa mrežom. Nepobuđena sinhrona mašina uzima reaktivnu energiju iz mreže, i nepobuđen režim se može posmatrati kao krajnji režim potpobuđene sinhronne mašine. Još jednom se ističe da se nepobuđen režim sinhronne mašine praktično ne može realizovati, jer tada ne postoji elektromagnetna sprega između statora i rotora kada je rotor cilindričnog oblika.

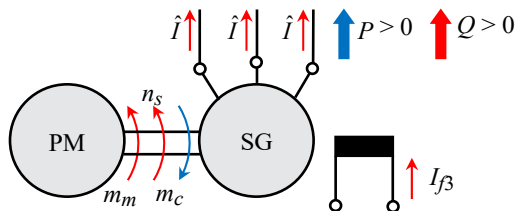
Sinhrona mašina je glavni izvor aktivne energije u elektroenergetskom sistemu (sinhroni generatori), a ređe i potrošač aktivne energije (sinhroni motori). U delu koji sledi obrađena je proizvodnja i potrošnja aktivne energije sinhronne mašine.

4.2.2. Proizvodnja i potrošnja aktivne energije

Ponovo se posmatra sinhrona mašina, prikazana na slici 4.22, uz usvojen generatorski referentni smer za struje i snage. Sinhrona mašina je priključena na mrežu beskonačne snage, pobudna struja je podešena na vrednost I_β tako da se generator nalazi u natpobuđenom režimu – odaje reaktivnu energiju u mrežu. Pogonska mašina obrće rotor sinhronom brzinom i na vratilu sinhronne mašine deluje mehaničkim momentom m_m .

Prvo će biti objašnjen generatorski režim rada sinhronne mašine tj. proizvodnja aktivne energije, a zatim će biti objašnjena potrošnja aktivne energije odnosno motorski režim rada sinhronne mašine.

Situacija 4. Proizvodnja aktivne energije. Neka pogonska mašina deluje mehaničkim momentom u istom smeru u kome se obrće rotor, tj. mehanički momenat podržava kretanje. Na slici 4.33. je prikazan natpobuđen sinhronog generatora.



Slika 4.33. Prikaz natpobuđenog sinhronog generatora.

Na vratilu natpobuđene sinhronne mašine postoji mehanički momenat, m_m , usled čega dolazi do elektromehaničke konverzije energije. Kako je mehanički momenat istog smera sa brzinom obrtanja, to znači da je mehanička snaga pozitivna, $p_m = m_m \cdot \omega_m$ i ona ulazi u sinhronu mašinu. U ustaljenom stanju kada se pojavio mehanički momenat, m_m , mora se pojaviti i momenat konverzije m_c , u istom iznosu, a u suprotnom smeru, da bi brzina obrtanja ostala konstantna i sinhrona. Da se nije uspostavila ravnoteža momenata, $m_m = m_c$, kretanje bi bilo ubrzano i mašina bi prestala da funkcioniše kao sinhrona. Dakle, usled dovedene mehaničke snage, p_m , pojavila se snaga konverzije p_c , a kako je zanemarena snaga gubitaka, mašina odaje aktivnu snagu koja je jednaka sa snagom konverzije. Usled postojanja aktivne snage pojavila

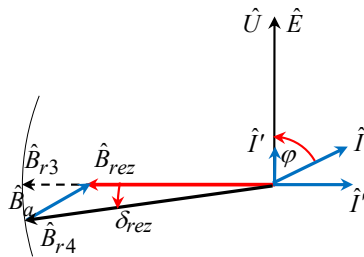
se aktivna komponenta struje, koja je na slici 4.34. označena sa $\hat{I}'$. Kako je struja pobude ista kao u prethodnoj situaciji, $I_{f4} = I_{f3}$, indukcija rotora je ostala nepromenjena u odnosu na prethodnu situaciju. Reaktivna komponenta struje statora na slici 4.34. je označena sa $\hat{I}''$. Fazor struja statora kasni za fazorom napona za ugao φ . Prostorni vektor indukcija armature je kolinearisan sa fazorom struje armature. Rezultantna indukcija ostaje nepromenjena zbog mreže beskonačne snage, a indukcija rotora ostaje nepromenjena u odnosu na prethodnu situaciju zbog nepromenjene vrednosti struje pobude. Na osnovu ovih konstatacija zaključuje se, da bi bila zadovoljena vektorska jednačina:

$$\hat{B}_{rez} = \hat{B}_{r4} + \hat{B}_a, \quad (4.23)$$

prostorni vektori indukcije rotora i rezultantne indukcije moraju biti međusobno pomereni za ugao, koji je na slici 4.34. označen sa δ_{rez} . Prostorni vektor indukcije rotora, B_r , prednjači u odnosu na prostorni vektor rezultantne indukcije, B_{rez} , za ugao δ_{rez} . Do razmicanja prostornog vektora indukcije rotora i rezultantne indukcije je došlo zbog pojave mehaničkog momenta na vratilu sinhronog mašine. Kako se sinhrona mašina nalazi u ustaljenom stanju, tada usled pojave mehaničkog momenta na vratilu natpobuđene sinhronog mašine dolazi do pojave momenta konverzije. Kao što je već ranije konstatovano, momenat konverzije trofazne sinhronog mašine:

$$m_m = m_c = \frac{3}{2} M \cdot I_{f4} \cdot I_m \sin \delta \approx \frac{3}{2} M \cdot I_{f4} \cdot I_m \sin \delta_{rez}, \quad (4.24)$$

mora biti jednak mehaničkom momentu u ustaljenom stanju. U prethodnoj jednačini M je međusobna induktivnost, I_{f4} je struja pobude, a I_m je maksimalna vrednost struje statora. U narednom delu biće pokazano da su uglovi δ i δ_{rez} približno jednaki. Zbog dovedenog mehaničkog momenta ugao δ_{rez} u izrazu (4.24) mora biti različit od nule. Vrednost ugla δ_{rez} zavisi od dovedene mehaničke snage. Mehanička snaga jednaka je snazi koja se konvertuje – isporučuje u mrežu tj. jednaka je snazi kojom je generator opterećen. Zato se ugao δ_{rez} zove ugao opterećenja. Zbog dovođenja mehaničke snage, indukcija rotora je isprednjačila u odnosu na rezultantnu indukciju za ugao δ_{rez} .



Slika 4.34. Fazorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora.

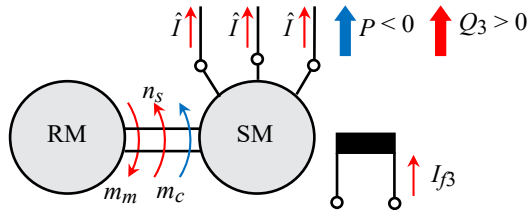
Na osnovu fazorskog dijagrama natpobuđenog sinhronog generatora, slika 4.34, pomoću kompleksne snage jednostavno se mogu odrediti aktivna i reaktivna snaga:

$$\hat{S} = 3\hat{U}\hat{I}^* = P + jQ, \quad (4.25)$$

$$\hat{S} = 3UI \cdot e^{-j(-\varphi)} = 3UI \cos \varphi + j3UI \sin \varphi. \quad (4.26)$$

Ugao φ je manji od $\pi/2$. S obzirom na vrednost ugla φ aktivna i reaktivna snaga su pozitivne. Kako je snaga gubitaka zanemarena, aktivna snaga P je jednaka dovedenoj mehaničkoj snazi, $P = m_m \omega_m$.

Situacija 5. Potrošnja aktivne energije. Kao poslednja situacija u radu sinhronne mašine posmatra se natpobuđena sinhrona mašina, ali ovaj put u motorskom režimu rada. Neka se sada umesto pogonske mašine na vratilu nalazi radna mašina koja deluje mehaničkim momentom u suprotnom smeru od onog u kome se obrće rotor, tj. mehanički momenat se suprotstavlja kretanju, kao što je naznačeno na slici 4.35. Na slici su naznačeni generatorski referentni smerovi za struje i snage.

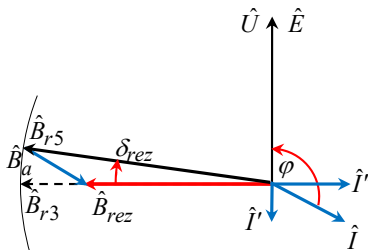


Slika 4.35. Prikaz natpobuđenog sinhronog motora.

Mehanički momenat je promenio smer u odnosu na prethodnu situaciju, zbog toga su promenile smer aktivna snaga i aktivna komponenta struje, koja je na slici 4.36. označena sa $\hat{I}'$. Kako struja pobude ima istu vrednost kao u trećoj situaciji, I_β , indukcija rotora je ostala nepromenjena u odnosu na prethodnu situaciju. Reaktivna komponenta struje statora na slici 4.36. označena je sa $\hat{I}''$. Fazorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora prikazan je na slici 4.36. Prostorni vektor indukcija armature je kolinearan sa fazorom struje. Rezultantna indukcija ostaje nepromenjena zbog mreže beskonačne snage, a indukcija rotora ostaje nepromenjena u odnosu na prethodnu situaciju zbog nepromenjene vrednosti struje pobude. Na osnovu ovih konstatacija zaključuje se, da bi bila zadovoljena vektorska jednačina:

$$\hat{B}_{rez} = \hat{B}_{r5} + \hat{B}_a, \quad (4.27)$$

prostorni vektori indukcije rotora i rezultantne indukcije moraju biti međusobno pomereni za ugao, koji je na slici 4.36. označen sa δ_{rez} . Prostorni vektor indukcije rotora kasni u odnosu na prostorni vektor rezultantne indukcije za ugao opterećenja, δ_{rez} . Do razmicanja prostornog vektora indukcije rotora i rezultantne indukcije je došlo zbog pojave mehaničkog momenta na vratilu sinhronne mašine. Kako je mehanički momenat promenio smer u odnosu na režim opisan u prethodnoj situaciji, to je sinhrona mašina prešla iz generatorskog u motorski režim rada, a ugao opterećenja δ_{rez} je promenio znak tj. $\delta_{rez} < 0$.



Slika 4.36. Fazorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora.

Na osnovu fazorskog dijagrama natpobuđenog sinhronog motora, pomoću kompleksne snage se jednostavno mogu odrediti aktivna i reaktivna snage:

$$\hat{S} = 3\hat{U}\hat{I}^* = P + jQ, \quad (4.28)$$

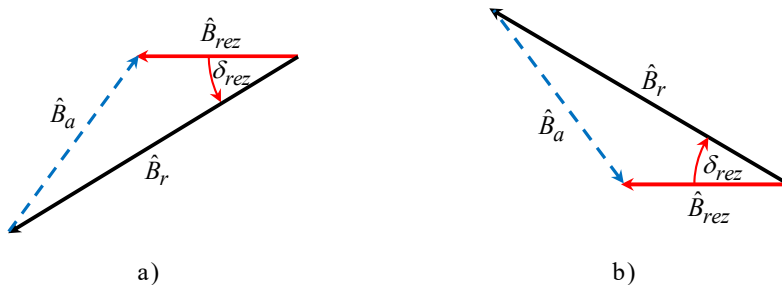
$$\hat{S} = 3UI \cdot e^{-j(-\varphi)} = 3UI \cos \varphi + j3UI \sin \varphi. \quad (4.29)$$

Ugao φ je veći od $\pi/2$. S obzirom na vrednost ugla φ , aktivna snaga je negativna, a reaktivna snaga je pozitivna. Sinhrona mašina radi kao natpobuđen motor. Kako je snaga gubitaka zanemarena, aktivna snaga P je jednaka mehaničkoj snazi, $P = m_m \cdot \omega_m$.

U ovom delu obrađen je aspekt proizvodnje i potrošnje aktivne energije. Kroz ovde objašnjene situacije u kojima se nalazi sinhrona mašina može se zaključiti da vrednost mehaničke snage na vratilu sinhronne mašine određuje vrednost aktivne snage. Delovanjem na turbinu generatora menja se aktivna energija koja se isporučuje u mrežu. Dok, delovanjem radne mašine sinhronog motora se menja aktivna energija koja se povlači iz mreže.

4.3. UGAO OPTEREĆENJA δ

Ranije je objašnjeno da struja u pobudnom namotaju stvara magnetno polje indukcije B_r , a da struje u statoskom namotaju formiraju obrtno polje reakcije armature, magnetne indukcije B_a . Magnetno polje namotaja pobude nepokretno je u odnosu na rotor, ali se obrće u odnosu na stator sinhronom brzinom. Obrtno magnetno polje statoskih struja se obrće sinhronom brzinom u odnosu na stator. Dakle, polje rotora, obrtno magnetno polje statoskih struja, kao i rezultantno polje se obrću sinhronom brzinom u odnosu na stator. Kada je mehanički momenat na vratilu sinhronne mašine $m_m = 0$, tada su prostorni vektori indukcije rotora B_r , indukcije armature B_a i rezultante indukcija B_{rez} kolinearni i deluju duž ose pobudnog namotaja (ose rotora). Ovi prostorni vektori u odnosu na stator se obrću sinhronom brzinom. Kada se na vratilo sinhronne mašine dovede mehanički momenat, doći će do razmicanja prostornih vektora indukcije rotora B_r i rezultantne indukcije B_{rez} za ugao opterećenja, δ_{rez} . Ako mehanički momenat deluje u smeru obrtanja rotora, prostorni vektor indukcije rotora B_r , prednjači prostornom vektoru rezultantne indukcije B_{rez} za ugao opterećenja, δ_{rez} . Kada mehanički momenat deluje u suprotnom smeru od obrtanja rotora, prostorni vektor indukcije rotora B_r , kasni prostornom vektoru rezultantne indukcije B_{rez} za ugao opterećenja, δ_{rez} . Na slici 4.37. prikazan je međusoban položaj prostornih vektora magnetne indukcije u generatorskom i motorskom režimu rada.



Slika 4.37. Međusoban položaj prostornih vektora magnetne indukcije u:
a) generatorskom, b) motorskom režimu rada.

Potrebno je još objasniti promenu ugla opterećenja pri promeni radnog režima mašine. Pokazano je da se ugao δ_{rez} javlja i u motornom i u generatorskom režimu, tj. uvek kada postoji mehanički momenat na vratilu sinhronne mašine, $m_m \neq 0$. Sa druge strane, više puta je potenciran uslov za rad sinhronih mašina da je brzina obrtanja rotora jednaka sinhronoj brzini, $p\omega_m = \omega_s$, kao i da se magnetna polja rotora i statora obrću sinhronom brzinom u odnosu na stator. I pored ovoga je pokazano da se prostorni vektori magnetne indukcije rotora B_r i rezultantne indukcije B_{rez} ne poklapaju, nego njihov pomeraj zavisi od radnog režima, tj. mehaničkog momenta odnosno aktivne snage. S obzirom na to da sinhrona mašina radi priključena na mrežu beskonačne snage, učestanost u statoru je konstantna i nepromenljiva. Ovo znači da je brzina obrtnog polja usled struja armature B_a nepromenljiva i uvek jednaka sinhronoj brzini, ω_s . Da bi nastao ugao opterećenja mora se pojaviti jedan kratak interval vremena tokom koga će brzina rotora biti različita od sinhronne. Kada se na vratilu pojavi mehanički momenat koji deluje u istom smeru kao što je smer brzine obrtanja rotora, tada će brzina rotora biti veća od sinhronne brzine tokom jednog kratkog intervala vremena. Ovo predstavlja jedan prelazni proces tokom koga se desilo opterećenje sinhronog generatora. Ako se na vratilu pojavi mehanički momenat koji deluje u suprotnom smeru od smeru brzine obrtanja rotora, tada će brzina rotora biti manja od sinhronne brzine tokom jednog kratkog intervala vremena. Ovo predstavlja jedan prelazni proces tokom koga se desilo opterećenje sinhronog motora. Tokom ovog kratkog intervala vremena kada je brzina obrtanja rotora sinhronne mašine bila različita od sinhronne brzine, došlo je do razmicanja prostornog vektora indukcije rotora u odnosu na rezultantnu indukciju za ugao:

$$\delta_{rez} = \int (p\omega_m - \omega_s) dt . \quad (4.30)$$

Nakon što sinhrona mašina uspostavi potreban iznos ugla opterećenja za novi stacionarni režim, ponovo će brzina obrtanja rotora sinhronne mašine biti jednaka sinhronoj brzini, $p\omega_m = \omega_s$. Sada je prostorni položaj rotora promenjen u odnosu na položaj rezultantnog obrtnog polja za ugao opterećenja. Uspostavljeni ugao opterećenja ima vrednost koja obezbeđuje da se uspostavi jednakost momenta koji mašina konvertuje sa mehaničkim momentom, $m_c(\delta_{rez}) = m_m$. Iznos uspostavljenog ugla opterećenja odgovara dovedenom mehaničkom momentu koji se konvertuje u aktivnu električnu snagu, a koji predstavlja opterećenje sinhronog generatora.

Oдавде je δ_{rez} ugao između magnetnih indukcija tj. magnetopobudnih sila, a ugao opterećenja δ je po pravilu, ugao između elektromotorne sile praznog hoda i napona. Ukoliko se zanemari rasipanje armaturnog namotaja, to je i ugao između indukcije rotora i rezultantne indukcije, tj. $\delta_{rez} = \delta$. Pored naziva ugao opterećenja u literaturi se koriste termini ugao snage, *power angle*, *torque angle*.

Nastanak i promena ugla opterećenja se posmatra kroz jedan kratak prelazni proces sinhronne mašine tokom koga je brzina obrtanja rotora različita od sinhronne. Odrednica prelazni proces ukazuje da se neke veličine menjaju u vremenu. Tokom opterećenja ili rasterećenja to su brzina obrtanja, ugao opterećenja i momenat konverzije .

4.4. FAZORSKI DIJAGRAMI SINHRONE MAŠINE

U analizi rada sinhronne mašine kao generatora ili motora koji se mogu naći u natpobuđenom ili potpobuđenom stanju, korišćena je fizička slika pojava u mašini, bazirana na magnetnoj indukciji, odnosno na fluksevima. Da bi se mogli proračunavati radni režimi i zaključivati o ponašanju sinhronne mašine, potreban je pogodan matematički aparat. U ovoj knjizi se isključivo razmatraju stacionarna stanja, uravnotežene sinhronne mašine u simetričnim radnim režimima. S obzirom na uravnoteženost sinhronne mašine i simetričnost radnih režima, sva razmatranja se mogu sprovesti po fazi, zbog čega će se konstruisati fazorski dijagram po fazi sinhronne mašine (sa faznim vrednostima svih veličina). U nastavku će biti izveden dijagram elektromotornih sila turbogeneratora, što je zapravo fazorski dijagram sinhronne mašine sa cilindričnim rotorom. Fazorski dijagrami daju jasnu sliku o faznom pomaku između različitih veličina sinhronne mašine.

Posmatra se natpobuđen sinhronni generator sa jednim parom polova, a za indukovanu elektromotornu silu usvaja se referentni smer primeren kontra elektromotornoj sili tj. $e_a = d\psi_a/dt$. Pogonska mašina obrće rotor sa pobudnim namotajem i pobudnom strujom I_f ; a kako je sinhronna mašina priključena na mrežu, kroz statorski namotaj teče struja. Ukoliko se u jednačini za fluksni obuhvat uvaži generatorski referentni smer za struju statora, dobija se indukovana elektromotorna sila u fazi a statorskog namotaja:

$$e_a = \frac{d\psi_a}{dt} = \frac{d}{dt}(-L_{aa}i_a - L_{ab}i_b - L_{ac}i_c + L_{af}I_f). \quad (4.31)$$

Vazdušni zazor turbogeneratora je konstantan, pa su sve induktivnosti namotaja statora (L_{aa} , L_{bb} , L_{cc} , L_{ab} , L_{ac} , L_{bc}) konstantne tj. ne zavise od položaja rotora, $\mathcal{G}_m$, sada je indukovana elektromotorna sila:

$$e_a = \frac{d\psi_a}{dt} = -\left(L_{aa} \frac{di_a}{dt} + L_{ab} \frac{di_b}{dt} + L_{ac} \frac{di_c}{dt}\right) + \omega_m I_f \frac{dL_{af}}{d\mathcal{G}_m}, \quad (4.32)$$

gde je ω_m električna brzina obrtanja rotora. Rotor sinhronne mašine je u sinhronizmu sa obrtnim poljem pa je $\omega_m = \omega_s$. Poslednji sabirak u izrazu (4.32) za elektromotornu silu, predstavlja elektromotornu silu rotacije i ona je posledica obrtanja rotora i struje pobude. Ovaj sabirak postoji i u slučaju kada kroz statorski namotaj ne teče struja. Režim rada sinhronog generatora bez struje u namotaju statora se naziva prazan hod. Zbog toga se poslednji sabirak u (4.32) naziva elektromotorna sila praznog hoda:

$$e_{a0} = \omega_s I_f \frac{dL_{af}}{d\mathcal{G}_m}, \quad (4.33)$$

gde je L_{af} međusobna induktivnost pobudnog namotaja i namotaja faze a :

$$L_{af} = M \cos \mathcal{G}_m. \quad (4.34)$$

Trenutna vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda natpobuđenog sinhronog generatora:

$$e_{a0} = -M \omega_s I_f \sin \mathcal{G}_m = M \omega_m I_f \cos \left(\mathcal{G}_m + \frac{\pi}{2} \right). \quad (4.35)$$

U jednačini (4.35) se pojavljuje ugao koordinata ϑ_m , koja predstavlja položaj rotora u odnosu na stator. Kada je sinhrona mašina priključena na mrežu češće se koristi ugao opterećenja δ umesto ugla ϑ_m . Između ovih uglova vlada zavisnost takva da je:

$$\vartheta_m + \frac{\pi}{2} = \omega_s t + \delta. \quad (4.36)$$

Kada se ovo uvaži, dobija se vremenska zavisnost indukovane elektromotorne sile praznog hoda:

$$e_{a0} = \sqrt{2} E_0 \cos(\omega_s t + \delta). \quad (4.37)$$

Efektivna vrednost elektromotorne sile praznog hoda:

$$E_0 = \frac{M \omega_s I_f}{\sqrt{2}} \quad (4.38)$$

određena je sa pobudnom strujom, I_f , brzinom obrtanja rotora ω_m i međusobnom induktivnošću pobudnog i statorskog namotaja, M . Elektromotorna sila praznog hoda proporcionalna je struji pobude. Pri izučavanju sinhronih mašina češće se koristi elektromotorna sila praznog hoda od struje pobude.

U izrazu za trenutnu vrednost indukovane elektromotorne sile (4.32) prva tri sabirka predstavljaju transformatorsku elektromotornu silu, ona je posledica postojanja struja u trofaznom statorskom namotaju. Pri tome ovaj deo elektromotorne sile obuhvata u suštini dve pojave:

1. Pri prolasku struje kroz fazni namotaj a deo sopstvenog fluksa ove faze se rasipa oko samog namotaja, tj. ne obuhvata se sa drugim namotajima. Rasipnom fluksu odgovara induktivnost rasipanja, L_γ , koja se sadrži u sopstvenoj induktivnosti L_{aa} . Na induktivnosti rasipanja se javlja pad napona pri proticanju struje kroz namotaj.
2. Pri prolasku struje kroz fazni namotaj a najveći deo sopstvenog fluksa ove faze se spreže sa ostalim namotajima. Ovom fluksu odgovara induktivnost L_{aa0} , koja se sadrži u sopstvenoj induktivnosti L_{aa} , dakle $L_{aa} = L_\gamma + L_{aa0}$. Kada se u izrazu za transformatorsku elektromotornu silu izdvoji deo koji je vezan za fluks rasipanja:

$$e_a = \frac{d\psi_a}{dt} = - \left[L_\gamma \frac{di_a}{dt} + L_{aa0} \frac{di_a}{dt} + L_{ab} \frac{di_b}{dt} + L_{ac} \frac{di_c}{dt} \right] + e_{a0}, \quad (4.39)$$

ostatak predstavlja elektromotornu silu koja postoji usled obrtnog magnetnog polja, odnosno usled indukcije armature B_a . Taj deo se uobičajeno naziva elektromotorna sila reakcije armature i može se predstaviti pomoću pada napona na odgovarajućoj reaktansi. Struja u armaturi doprinosi rezultantnoj indukciji kao svojevrstan vid reakcije (odgovora) na osnovnu magnetnu indukciju, a to je indukciju rotora, B_r .

U jednačini naponske ravnoteže faze a :

$$u_a = R \cdot i_a + \frac{d\psi_a}{dt}, \quad (4.40)$$

prvi sabirak predstavlja omski pad napona na otpornosti statorskog namotaja, a drugi elektromotornu silu. Kod sinhronih mašina omska otpornost namotaja je mala, tako da je omski pad napona puno manji od elektromotorne sile tj. opravdano je zanemariti omsku otpornost namotaja statora:

$$u_a \approx \frac{d\psi_a}{dt}. \quad (4.41)$$

Kako je $L_{ab} = L_{ac} = -1/2 L_{aa0}$ i kako kroz namotaje teku fazne struje takve da je $i_a + i_b + i_c = 0$, to je:

$$u_a = \frac{d\psi_a}{dt} = - \left[L_\gamma \frac{di_a}{dt} + L_{aa0} \frac{di_a}{dt} - \frac{1}{2} L_{aa0} \frac{di_b}{dt} - \frac{1}{2} L_{aa0} \frac{di_c}{dt} \right] + e_{a0}, \quad (4.42)$$

pofazna jednačina naponske ravnoteže sinhronog generatora:

$$u_a = - \left[L_\gamma \frac{di_a}{dt} + \frac{3}{2} L_{aa0} \frac{di_a}{dt} \right] + e_{a0}. \quad (4.43)$$

Neka se napon u_a menja kao kosinusna funkcija vremena, a struja i_a kasni za naponom za ugao φ tada je pofazna jednačina naponske ravnoteže u vremenskom domenu:

$$\begin{aligned} \sqrt{2} U_a \cos \omega_s t &= \\ &= - \left[L_\gamma \sqrt{2} I \frac{d}{dt} \cos(\omega_s t - \varphi) + \frac{3}{2} L_{aa0} \sqrt{2} I \frac{d}{dt} \cos(\omega_s t - \varphi) \right] + \sqrt{2} E_0 \cos(\omega_s t + \delta). \end{aligned} \quad (4.44)$$

Kako se razmatraju samo ustaljena stanja sinhrona mašine u simetričnom režimu, može se preći iz domena vremenskih veličina u domen kompleksnih i fazorskih veličina.

$$U_a = - \left[j\omega_s L_\gamma I e^{-j\varphi} + j\omega_s \frac{3}{2} L_{aa0} I e^{-j\varphi} \right] + E_0 e^{j\delta}, \quad (4.45)$$

$$U_a = - \left[jX_\gamma I e^{-j\varphi} + jX_a I e^{-j\varphi} \right] + E_0 e^{j\delta}. \quad (4.46)$$

Jednačina naponske ravnoteže sinhronog generatora u domenu fazorskih veličina glasi:

$$\hat{U} = \hat{E}_0 - jX_a \hat{I} - jX_\gamma \hat{I}, \quad (4.47)$$

gde su: $-\hat{U}$ fazor napona mreže;

$-\hat{I}$ fazor struje armature;

$-\hat{E}_0$ fazor elektromotorne sile praznog hoda;

$-X_\gamma$ reaktansa rasipanja armature;

$-X_a$ reaktansa reakcije armature.

Kako je fazor predstavnik trofazne veličine, to se nakon prelaska u domen faznih veličina može izostaviti indeks faznog namotaja (a, b, c). Svaki od sabiraka u jednačini naponske ravnoteže (4.47) predstavlja neku od komponenti indukovane elektromotorne sile. Elektromotorna sila praznog hoda E_0 je posledica proticanja struje pobude i obrtanja rotora. Sa padom napona na reaktansi reakcije armature $X_a I$ je predstavljena elektromotorna sila indukovana u armaturi (namotaju statora) usled indukcije armature B_a . Ovaj sabirak uvažava doprinos sve tri fazne struje indukovanoj elektromotornoj sili. Pad napona na reaktansi rasipanja $X_\gamma I$ uvažava doprinos rasipnog fluksa indukovanoj elektromotornoj sili.

Elektromotorna sila indukovana u namotajima statora usled rezultantne indukcije $B_{rez} = B_r + B_a$:

$$\hat{E} = \hat{E}_0 - jX_a \hat{I}, \quad (4.48)$$

u literaturi se naziva „zajedničkom“ elektromotornom silom. Reč zajednička treba da asocira da ona potiče od rezultantne indukcije u mašini. Sa upravo uvedenom elektromotornom silom jednačina naponske ravnoteže statorskog namotaja sinhronog generatora glasi:

$$\hat{U} = \hat{E} - jX_\gamma \hat{I} . \quad (4.49)$$

Zbir reaktanse reakcije armature i reaktanse rasipanja predstavlja sinhronu reaktansu:

$$X_s = X_a + X_\gamma . \quad (4.50)$$

Sinhrona reaktansa, X_s , je bitan parametar sinhronne mašine čija se brojna vrednost kreće od 1,5 do 2,2 r.j. U tehnici se dosta često koriste relativne jedinice kojima se odmah pokazuje odnos veličina. Pri analizi stacionarnih stanja kao bazne vrednosti kojima se normalizuju fizičke veličine, usvajaju se nazivni (nominalni) fazni napon i struja. Tada, nakon normalizacije, nazivna relativna vrednost iznosi jedan. Relativne vrednosti nazivnog napona i struje su $u_n = 1$ r.j., $i_n = 1$ r.j. Veličine izražene u relativnim jedinicama se obično označavaju malim slovima. Relativna sinhrona reaktansa je data sledećim izrazom:

$$x_s = \frac{X_s}{U_{nf} / I_{nf}} \text{ r.j.} \quad (4.51)$$

Kada je potrebno uvažiti omsku otpornost namotaja, tada jednačinu naponske ravnoteže (4.47) treba korigovati sa sabirkom koji predstavlja pad napona na otpornosti namotaja statora RI :

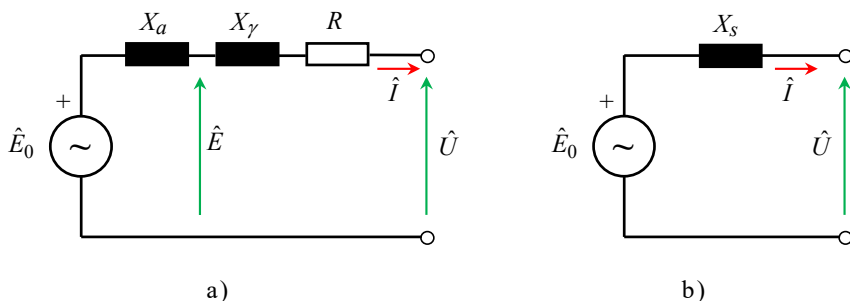
$$\hat{U} = \hat{E}_0 - jX_a \hat{I} - jX_\gamma \hat{I} - R\hat{I} . \quad (4.52)$$

Jednačine naponske ravnoteže (4.47) i (4.52) mogu poslužiti da se nacrtaju ekvivalentna šema sinhronog generatora.

Za proračun koji se odnosi na stacionarno stanje sinhronne mašine može da se koristi ekvivalentna šema sa slike 4.38. ili fazorskih dijagrami. Do fazorskih dijagrama se dolazi tako što se jednačina naponske ravnoteže (4.47) zapiše u sledećem obliku:

$$\hat{E}_0 = \hat{U} + R\hat{I} + jX_\gamma \hat{I} + jX_a \hat{I} , \quad (4.53)$$

a zatim se nacrtaju odgovarajući fazori.

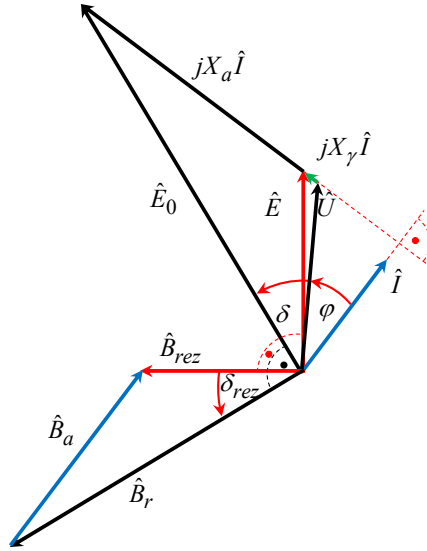


Slika 4.38. Ekvivalentna šema sinhronog generatora sa: a) uvaženom b) zanemarenom omskom otpornošću namotaja statora.

Da bi se nacrtao fazorski dijagram sinhronog generatora sa zanemarenom omskom otpornošću statora, potrebno je u jednačini naponske ravnoteže (4.53) izostaviti sabirak RI . Jednačina koja uvažava navedeno zanemarenje i pogodna je za crtanje fazorskog dijagrama:

$$\hat{E} = \hat{E}_0 - jX_a \hat{I} = \hat{U} + jX_\gamma \hat{I}. \quad (4.54)$$

Odgovarajući fazorski dijagram je prikazan na slici 4.39.



Slika 4.39. Fazorski dijagram sinhronog generatora u natpobuđenom režimu rada sa prikazanom elektromotornom silom.

Kada je generator u natpobuđenom režimu, on proizvodi reaktivnu energiju, $Q > 0$, koju mreža apsorbuje, mreža se ponaša kao prigušnica. Mreža predstavlja induktivno opterećenje sinhronom generatoru, pa je faktor snage induktivan. Prema objašnjenjima datim u delu 4.1.5, slika 4.21. u natpobuđenom režimu sinhronog generatora fazor struje kasni za fazorom napona za ugao φ . Fazorski dijagram sa slike 4.39. je konstruisan za $u = 1$ r.j., $i = 0,7$ r.j., $x_s = 2$ r.j., $x_\gamma = 0,1$ r.j., $x_a = 1,9$ r.j., $\cos\varphi = 0,8$. Sa ovim vrednostima su konstruisani svi fazorski dijagrami sinhronih mašina u natpobuđenom režimu u ovom delu knjige.

U delu 4.2. ove knjige, u kojem je bilo reči o aktivnoj i reaktivnoj snazi sinhronih mašina, nije uvažavan fluks rasipanja niti omska otpornost namotaja. Zbog toga su na fazorskim dijagramima fazori napona i elektromotorne sile bili kolinearni. Reaktansa rasipanja ima vrednost od približno 0,1 r.j. i ona je 10÷20 puta manja od sinhronih reaktansa, zbog čega se fazor elektromotorne sile, E , malo razlikuje od fazora napona, U , po modulu, a fazno su neznatno međusobno pomaknuti, slika 4.39. Na fazorskom dijagramu na slici 4.39. nacrtani su i odgovarajući prostorni vektori magnetne indukcije. Prostorni vektor magnetne indukcije rotora, u generatorskom režimu, prednjači za ugao δ_{rez} u odnosu na rezultantnu magnetnu indukciju. Treba se prisetiti da prostorni vektori indukcije prednjače odgovarajućim fazorima elektromotornih sila za ugao $\pi/2$. Prostorni vektor indukcije rotora B_r prednjači fazoru elektromotorne sile praznog hoda E_0 , a rezultantna indukcija, B_{rez} , elektromotornoj sili E . Elektromotorna sila praznog hoda je fazno pomerena u odnosu na fazor napona za ugao koji je

označen sa δ . Ugao opterećenja se definiše upravo kao ugao između fazora elektromotorne sile praznog hoda i napona. Ranije je uveden ugao između prostornih vektora indukcije rotora i rezultantne indukcije, δ_{rez} , i on je takođe nazivan ugao opterećenja. Ugao između prostornih vektora indukcije rotora i rezultantne indukcije je približno jednak uglu između fazora elektromotorne sile praznog hoda i napona napajanja, $\delta_{rez} \approx \delta$. Razlika između ovih uglova se pojavi kada se uveže efekti omske otpornosti i fluksa rasipanja statorskog namotaja.

Kod sinhronih generatora fazor elektromotorne sile praznog hoda prednjači u odnosu na fazor napona za ugao opterećenja, δ . Prostorni vektor indukcija rotora prednjači u odnosu na prostorni vektor rezultantne indukcije za ugao opterećenja, δ_{rez} . Kod natpobuđenog sinhronog generatora važi da je $E_0 > U$, osim u ekstremnim slučajevima, kod mašina malih snaga, koje imaju veliki pad napona na otpornosti statora i kada im je faktor snage blizak jedinici.

Nadalje na fazorskim dijagramima sinhronne mašine neće biti prikazivani prostorni vektori indukcije.

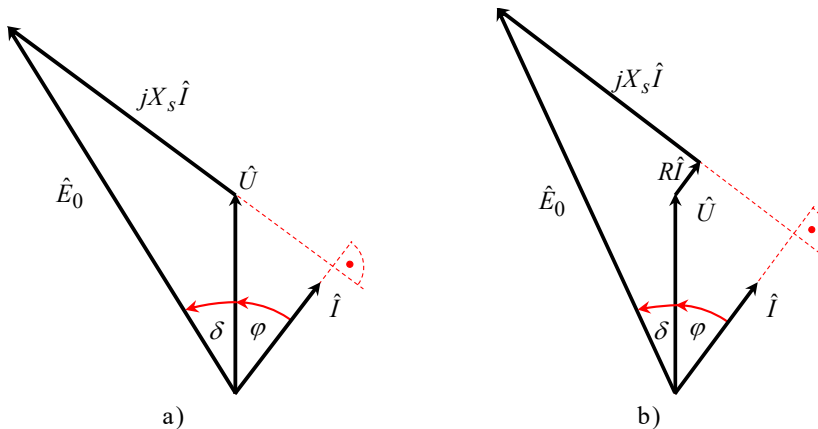
Ako se reaktanse rasipanja i reakcije armature saberu u sinhronu reaktansu, dobija se jednačina pogodna za crtanje ovakvog fazorskog dijagrama:

$$\hat{E}_0 = \hat{U} + jX_s \hat{I}. \quad (4.55)$$

U situacijama kada je potrebno uvažiti omsku otpornost statorskog namotaja, jednačina naponske ravnoteže glasi:

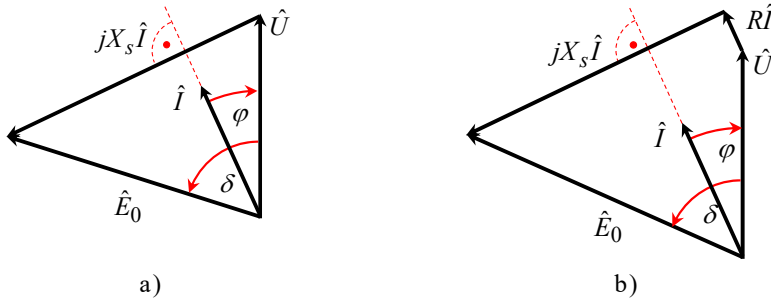
$$\hat{E}_0 = \hat{U} + R\hat{I} + jX_s \hat{I}. \quad (4.56)$$

Fazorski dijagrami sinhronog generatora sa zanemarenom i sa uvaženom omskom otpornošću namotaja statora u natpobuđenom režimu rada, prikazani su na slici 4.40. Uobičajena vrednost pada napona na omskoj otpornosti statorskog namotaja, RI_n , sinhronih mašina je reda veličine 0,001 r.j. što je hiljaditi deo nazivnog napona. Da bi se postigla vidljivost omskog pada napona, RI , na fazorskom dijagramu, slika 4.40. b), ovaj je pad napona nacrtan nesrazmerno u odnosu na fazor napona.



Slika 4.40. Fazorski dijagram sinhronog generatora u natpobuđenom režimu rada, $Q > 0$, $\cos \varphi_{ind}$, sa a) zanemarenom, b) uvaženom otpornošću namotaja statora.

Na slici 4.41. prikazani su fazorski dijagrami sinhronog generatora u potpobuđenom režimu rada sa zanemarenom, odnosno sa uvaženom omskom otpornošću namotaja statora.



Slika 4.41. Fazorski dijagram sinhronog generatora u potpobuđenom režimu rada, $Q < 0$, $\cos \varphi_{cap}$, sa a) zanemarenom, b) uvaženom otpornošću namotaja statora.

Kada je generator u potpobuđenom režimu, on troši reaktivnu energiju, $Q < 0$, koju mreža generiše, tada se mreža ponaša kao kondenzator. Mreža predstavlja kapacitivno opterećenje sinhronom generatoru, pa je faktor snage kapacitivan. U potpobuđenom režimu rada sinhronog generatora, fazor struje prednjači fazoru napona za ugao φ .

Sa fazorskih dijagrama natpobuđenog i potpobuđenog sinhronog generatora prikazanih na slici 4.40. i 4.41. može se izvesti zaključak da je ugao opterećenja, δ , osetno manji u natpobuđenom nego u potpobuđenom režimu rada.

U generatorskom režimu rada, nezavisno od toga da li je natpobuđen ili potpobuđen, fazor elektromotorne sile praznog hoda prednjači u odnosu na fazor napona za ugao opterećenja, δ , za isti ugao kao što indukcija rotora prednjači u odnosu na resultantnu indukciju. U natpobuđenom režimu rada uvek je $E_0 > U$. Obrnuto ne važi, tj. kada je $E_0 > U$, to ne znači da je generator natpobuđen. Primer koji ovo ilustruje je slučaj kada je $\cos \varphi = 1$, odnosno rad sinhronog generatora sa čisto aktivnom strujom armature. Ako je mašina u potpobuđenom režimu i uvažena je omska otpornost statorskog namotaja, tada je $E_0 < U$ za dovoljno velike vrednosti ugla φ .

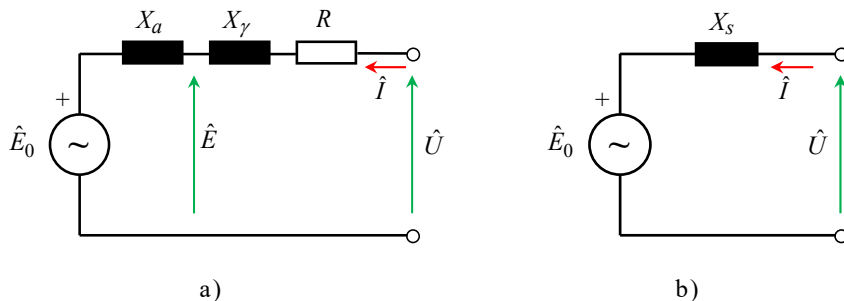
Sinhroni generatori najčešće rade u natpobuđenom režimu rada sa $\cos \varphi_{ind}$ tj. proizvode reaktivnu energiju. Znatno ređe sinhroni generatori rade u potpobuđenom režimu rada sa $\cos \varphi_{cap}$ tj. troše reaktivnu energiju. Odlazak u ovaj režim rada je obično noću kada se u elektroenergetskom sistemu pojavi višak reaktivne energije.

U nastavku ovog dela biće prikazani fazorski dijagrami sinhronog motora. Pri konstrukciji ovih fazorskih dijagrama usvojen je motorski referentni smer za struje i snage. Aktivna i reaktivna snage su pozitivne kada ulaze u mašinu. Pozitivan referentni smer za struju podrazumeva orijentaciju struje u mašinu. Uz motorski referentni smer za snage, faktor snage je induktivan kada fazor struje kasni za fazorom napona. Dok je, faktor snage kapacitivan kada fazor struje prednjači u odnosu na fazor napona. Jednačina naponske ravnoteže, uz motorski referentni smer za struju, glasi:

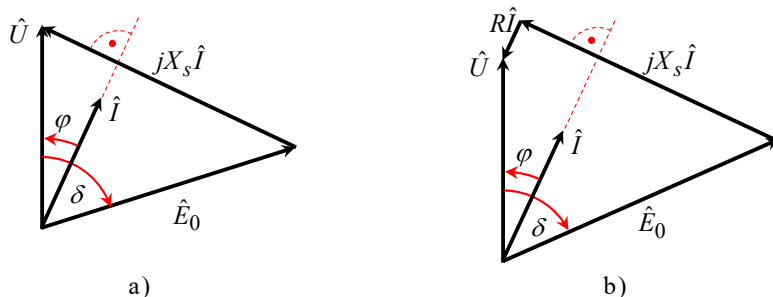
$$\hat{U} = \hat{E}_0 + jX_a \hat{I} + jX_\gamma \hat{I} + R\hat{I}. \quad (4.57)$$

Ova jednačina može poslužiti da se nacrti ekvivalentna šema, slika 4.42, i fazorski dijagram sinhronog motora.

Fazorski dijagrami sinhronog motora u potpobuđenom režimu sa zanemarenom i sa uvaženom otpornošću namotaja statora prikazani su na slici 4.43.



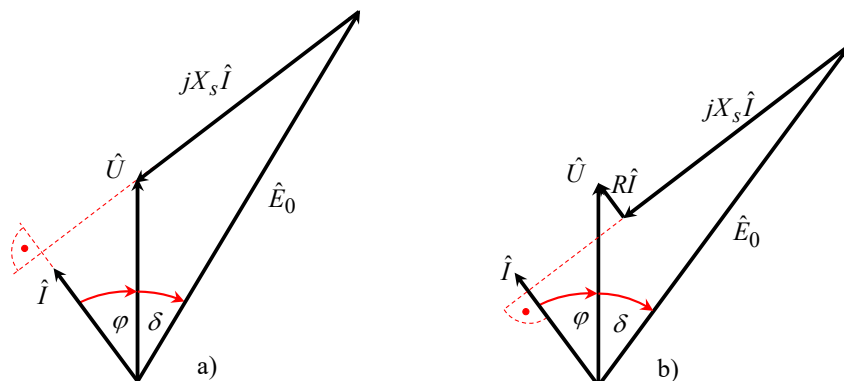
Slika 4.42. Ekvivalentna šema sinhronog motora sa: a) uvaženom b) zanemarenom omskom otpornošću namotaja statora.



Slika 4.43. Fazorski dijagram sinhronog motora u potpobuđenom režimu rada, $Q > 0$, $\cos\varphi_{ind}$, sa a) zanemarenom, b) uvaženom otpornošću namotaja statora.

Kada je motor u potpobuđenom režimu on troši reaktivnu energiju, $Q > 0$, motor se ponaša kao prigušnica, a faktor snage je induktivan. U potpobuđenom režimu rada sinhronog motora, fazor struje kasni za fazorom napona za ugao φ .

Fazorski dijagrami sinhronog motora u natpobuđenom režimu sa zanemarenom i sa uvaženom otpornošću namotaja statora prikazani su na slici 4.44.



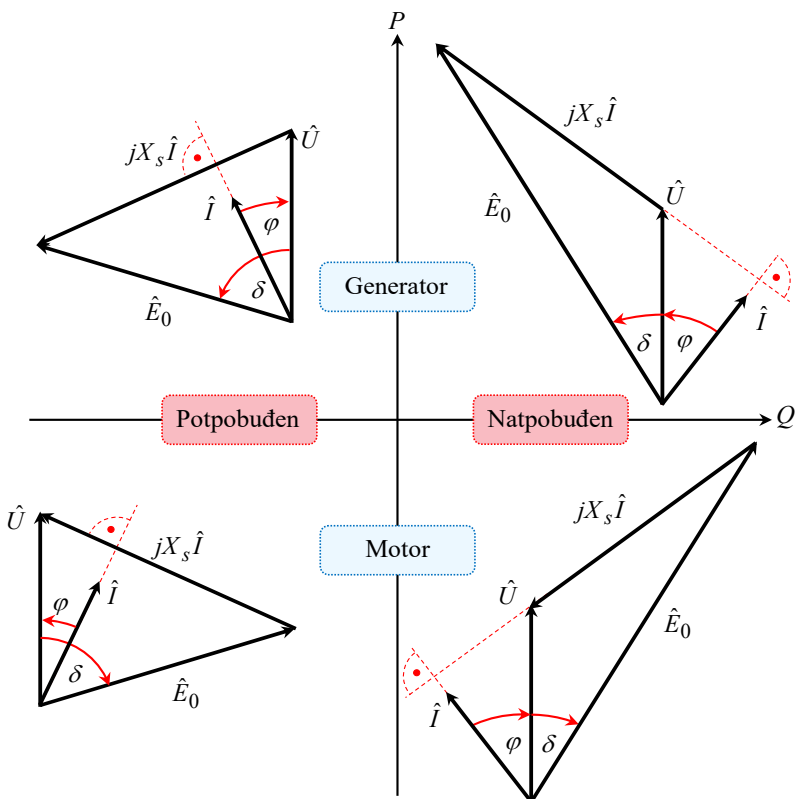
Slika 4.44. Fazorski dijagram sinhronog motora u natpobuđenom režimu rada, $Q < 0$, $\cos\varphi_{cap}$, sa a) zanemarenom, b) uvaženom otpornošću namotaja statora.

Kada je motor u natpobuđenom režimu, proizvodi reaktivnu energiju, $Q < 0$, i ponaša se kao kondenzator, pa je faktor snage kapacitivan. U natpobuđenom režimu rada sinhronog motora, fazor struje prednjači u odnosu na fazor napona za ugao φ .

U motorskom režimu rada, nezavisno od toga da li je natpobuđen ili potpobuđen, fazor elektromotorne sile praznog hoda kasni u odnosu na fazor napona za ugao opterećenja, δ , za približno isti ugao kao što indukcija rotora kasni u odnosu na rezultantnu indukciju.

Sinhroni motori najčešće rade u natpobuđenom režimu rada, sa $\cos\varphi_{cap}$, tj. proizvode reaktivnu energiju i sa njome napajaju okolne potrošače reaktivne energije. Ovo je svojevrstan oblik popravka faktora snage u delu mreže. Jako retko sinhroni motori rade u potpobuđenom režimu rada sa $\cos\varphi_{ind}$, tj. troše reaktivnu energiju.

Na slici 4.45. prikazani su mogući radni režimi sinhrona mašine u pogledu proizvodnje i potrošnje aktivne i reaktivne energije i odgovarajući fazorski dijagrami. Fazorski dijagrami za generator su nacrtani primereno generatorskom referentnom za snagu, dok su fazorski dijagrami za motor nacrtani primereno motorskom referentnom smeru za snagu. Na ovaj način je postignuto da je ugao opterećenja pozitivan i u motorskom i u generatorskom radnom režimu.



Slika 4.45. Fazorski dijagrami i radni režimi sinhrona mašine.

4.5. UGAONE KARAKTERISTIKE I OBLAST STABILNOG RADA

Aktivna i reaktivna snaga trofazne sinhronne mašine se može odrediti pomoću dobro poznatih jednačina:

$$P = 3UI \cos \varphi, \quad (4.58)$$

$$Q = 3UI \sin \varphi, \quad (4.59)$$

u kojima su napon i struja fazne vrednosti. Kada su poznate međufazne ili linijske vrednosti napona U_l i struje I_l , tada su aktivna i reaktivna snaga trofazne sinhronne mašine:

$$P = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi, \quad (4.60)$$

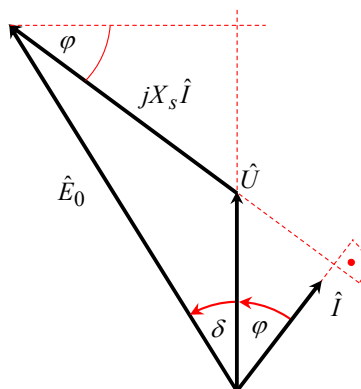
$$Q = \sqrt{3}U_l I_l \sin \varphi. \quad (4.61)$$

U jednačinama (4.58) – (4.61) ugao φ je ugao između faznih napona i faznih struja. Ranije je pokazano da se promenom struje pobude, odnosno elektromotorne sile praznog hoda, menja reaktivna snaga koju sinhrona mašina razmenjuje sa mrežom, kao i da se ugao opterećenja menja sa opterećenjem sinhronne mašine. Zato je za proučavanje sinhronih mašina od znatno veće važnosti zavisnost njene aktivne i reaktivne snage od elektromotorne sile praznog hoda i ugla opterećenja $P(\delta)$ i $Q(\delta)$. Do ovih zavisnosti se dolazi jednostavno tako što se u jednačinama za snagu (4.58) – (4.61) struja i faktor snage, odnosno $\sin \varphi$ izraze preko elektromotorne sile praznog hoda i ugla δ . Tako se dobijaju zavisnosti $P(\delta)$ i $Q(\delta)$, a koje su poznate kao ugaone karakteristike sinhronne mašine.

4.5.1. Ugaona karakteristika $P(\delta)$ i $m_c(\delta)$

Jedna od ugaonih karakteristika sinhronne mašine predstavlja zavisnost aktivne snage od ugla opterećenja, $P(\delta)$. Između snage i momenta postoji linearna veza, $P = m_c \cdot \omega_m$. Pošto je brzina obrtanja rotora sinhronne mašine, ω_m , poznata i jednaka sinhronoj brzini, tada kada se odredi zavisnost $P(\delta)$ određena je i zavisnost $m_c(\delta)$. Ugaona karakteristika $m_c(\delta)$ je preskalirana ugaona karakteristika $P(\delta)$. Potrebno je primetiti da je ω_m mehanička ugaona brzina rotora.

Da bi se došlo do ove zavisnosti, polazi se od fazorskog dijagrama natpobuđenog sinhronog generatora, priključenog na mrežu beskonačne snage. Otpornost statorskog namotaja se zanemaruje. Fazorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora prikazan je na slici 4.46.



Slika 4.46. Fazorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora.

Jednačina za aktivnu snagu trofaznog sinhronog generatora, glasi:

$$P = 3UI \cos \varphi. \quad (4.62)$$

Iz ove jednačine je potrebno eliminisati struju i faktor snage. Da bi se to postiglo, prema fazorskom dijagramu na slici 4.46. može se napisati sledeći izraz:

$$E_0 \sin \delta = X_s I \cos \varphi. \quad (4.63)$$

Sada se jednostavno dobija ugaona karakteristika, $P(\delta)$, zavisnost aktivne snage od ugla opterećenja:

$$P(\delta) = 3U \frac{E_0}{X_s} \sin \delta, \quad (4.64)$$

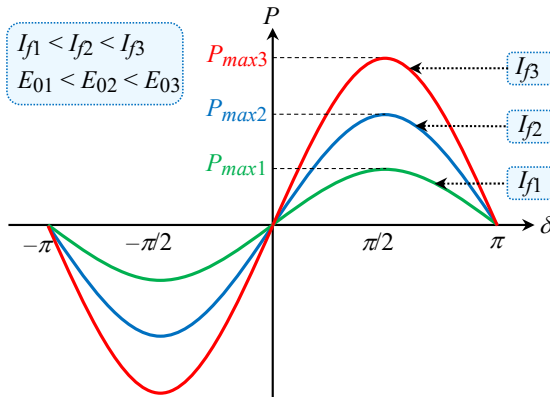
$$P(\delta) = P_{max} \sin \delta. \quad (4.65)$$

Ugaona karakteristika je dobijena polazeći od fazorskog dijagrama natpobuđenog generatora, ali ona važi i u potpobuđenom režimu kao i za motorski režim rada. Za uglove opterećenja $-\pi < \delta < 0$ sinhrona mašina se nalazi u motorskom režimu rada, dok je generatorski režim za uglove opterećenja $0 < \delta < \pi$.

Maksimalna snaga koju sinhrona mašina može isporučiti u mrežu:

$$P_{max} = 3U \frac{E_0}{X_s}, \quad (4.66)$$

određena je strujom pobude I_f , odnosno elektromotornom silom praznog hoda E_0 . Ova snaga raste sa povećavanjem struje pobude. Maksimalna snaga koju generator može isporučiti u mrežu postiže se pri uglu opterećenja od $\delta = \pm\pi/2$. Na slici 4.47. prikazana je familija ugaonih karakteristika za različite vrednosti struje pobude.



Slika 4.47. Familija ugaonih karakteristika sinhronne mašine za tri pobudne struje.

Polazeći od fazorskog dijagrama natpobuđenog generatora došlo se do zavisnosti aktivne snage od ugla opterećenja, $P(\delta)$, a zavisnost data jednačinom (4.64) opisuje promenu snage od ugla δ i kod sinhronih motora.

Ugaona karakteristika data jednačinom (4.64) izvedena je polazeći od fazorskog dijagrama natpobuđenog sinhronog generatora uz zanemarenu otpornost statorskog namotaja,

odnosno zanemarene gubitke u namotajima i u gvožđu. Zato su aktivna snaga, snaga obrtnog polja i snaga konverzije jednake:

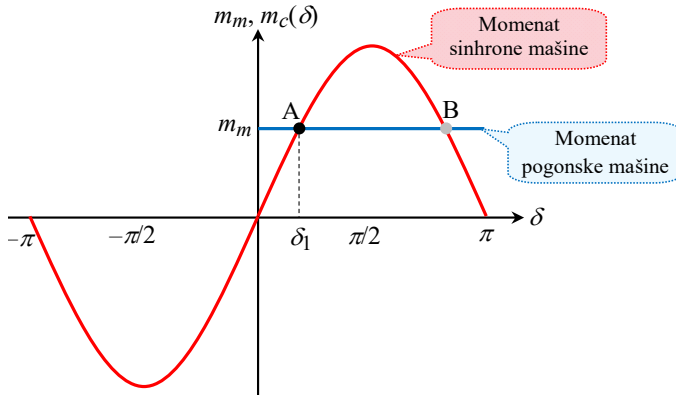
$$P_c(\delta) = P_{ob}(\delta) = P(\delta) = 3 \frac{UE_0}{X_s} \sin \delta. \quad (4.67)$$

Kada je poznata promena snaga konverzije od ugla opterećenja, $P_c(\delta)$, lako se dolazi do zavisnosti momenta konverzije od ugla opterećenja, $M_c(\delta)$:

$$m_c(\delta) = M_c(\delta) = \frac{P_c(\delta)}{\omega_s/p} = p \frac{3U}{2\pi f} \frac{E_0}{X_s} \cdot \sin \delta, \quad (4.68)$$

gde je p broj pari polova.

U stacionarnom stanju momenat konverzije se mora izjednačiti sa mehaničkim momentom, $m_c = m_m$, da bi brzina obrtanja ostala konstantna i jednaka sinhronoj brzini. Sada se može izvesti zaključak da je ugao δ određen mehaničkim momentom. Kada sinhrona mašina radi u motorskom režimu rada, mehanički momenat predstavlja opterećenje motoru, pa se zato ugao δ zove ugao opterećenja. Na slici 4.48. su prikazani ugaona karakteristika $m_c(\delta)$ sinhrona mašine i mehanički momenat pogonske mašine. U preseku ove dve karakteristike se nalazi stacionarna radna tačka, označena sa A, slika 4.48. Ova radna tačka se nalazi na stabilnom delu ugaone karakteristike, kao što je objašnjeno za elementarni pretvarač u delu 2.7.2. Vrednost ugla opterećenja δ_1 je definisana mehaničkom ravnotežom momenata, tj. jednakošću momenata $m_c = m_m$. Mehanički momenat pogonske mašine ne zavisi od ugla δ . Ugaona karakteristika sinhrona mašine i mehanička karakteristika pogonske mašine seku se u još jednoj tački, ali na nestabilnom delu ugaone karakteristike, koja je na slici 4.48. označena sa B.



Slika 4.48. Ugaona karakteristika sinhrona mašine i momenat pogonske mašine.

4.5.2. Oblast stabilnog rada

Stabilan kontinualan proces pretvaranja energije pomoću sinhrona mašine može se realizovati samo na delu ugaone karakteristike na kojem je izvod momenta konverzije po uglu opterećenja pozitivan:

$$\frac{dm_c(\delta)}{d\delta} > 0. \quad (4.69)$$

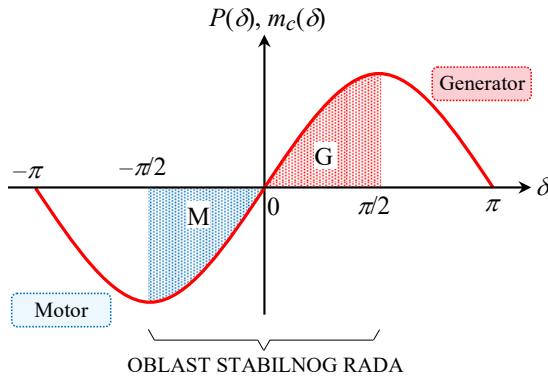
Ovaj izvod je pozitivan za uglove opterećenja $-\pi/2 < \delta < \pi/2$, što predstavlja oblast stabilnog rada sinhrona mašine. Ovaj interval uglova opterećenja obuhvata deo motorskog i deo

generatorskog režima rada. Uglovima opterećenja u intervalu $-\pi/2 < \delta < 0$ definisana je oblast stabilnog rada motora, dok je stabilan rad sinhronog generatora za uglove opterećenja u intervalu $0 < \delta < \pi/2$.

Po analogiji sa izvodom momenta konverzije po uglu opterećenja (4.69), oblast stabilnog rada se može definisati i preko karakteristike $P(\delta)$, tako da uslov za stabilan rad sinhronog mašine glasi:

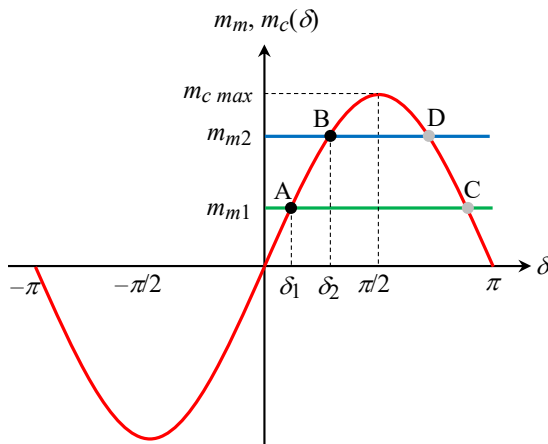
$$\frac{dP(\delta)}{d\delta} > 0. \quad (4.70)$$

Na slici 4.49. prikazana je oblast stabilnog rada sinhronog mašine sa cilindričnim rotorom.



Slika 4.49. Ugaona karakteristika i oblast stabilnog rada sinhronog mašine.

U generatorskom režimu rada za uglove opterećenja u intervalu $0 < \delta < \pi/2$ svako povećanje mehaničkog momenta na vratilu sinhronog mašine je praćeno kratkotrajnim ubrzanjem rotora, što dovodi do povećanja ugla δ . Kao posledica, povećava se momenat konverzije i uspostavlja se novo stabilno, stacionarno stanje sa većim vrednostima ugla opterećenja i momenta konverzije.



Slika 4.50. Ugaona karakteristika sinhronog mašine i momenat radne mašine.

Na slici 4.50. prikazana je ugaona karakteristika sinhronne mašine i mehanička karakteristika radne mašine za dve različite vrednosti mehaničkog momenta. U preseku mehaničke karakteristike pogonske mašine, m_m i ugaone karakteristike $m_c(\delta)$ se nalaze radne tačke, označene sa A, B, C i D. Stacionarne radne tačke A i B se nalaze na stabilnom delu karakteristike, dok se radne tačke C i D nalaze na nestabilnom delu ugaone karakteristike.

Na slici 4.50. data je ilustracija oblasti stabilnog rada sinhronog generatora. Sinhrona mašina radi sa mehaničkim momentom m_{m1} , tada je ugao opterećenja δ_1 . Ako se mehanički momenat poveća na vrednost m_{m2} , rotor sinhronog generatora će ubrzati i doći će do povećanja ugla opterećenja na vrednost δ_2 . Uglu opterećenja δ_2 odgovara momenat konverzije $m_c(\delta_2)$ koji je dovoljan da se uspostavi novo stabilno stacionarno stanje u kome je postignuta ravnoteža mehaničkog momenta i momenta konverzije, $m_{m2} = m_c(\delta_2)$.

Snaga sinhronne mašine na granici stabilnog rada $\delta = \pm\pi/2$ predstavlja teorijsku maksimalnu snagu P_{max} i u literaturi se ova snaga često naziva prevalnom snagom, a odgovarajući momenat prevalnim momentom, $m_{c\ max}$.

Ukoliko se posmatra granična radna tačka u kojoj je ugao opterećenja $\delta = \pi/2$, tada sinhrona mašina radi sa maksimalnim momentom koju može konvertovati, $m_{c\ max}$. Pretpostavimo da pri ovom opterećenju dolazi do povećanja mehaničkog momenta, tada rotor ubrza i poveća se ugao opterećenja. Sad će povećanje ugla δ biti praćeno sa smanjenjem momenta konverzije sinhronog generatora i neće moći da se uspostavi novo stacionarno radno stanje. Mehanički momenat je porastao, a momenat konverzije je opao, rotor ubrzava i mašina ispada iz sinhronizma, brzina obrtanja više nije jednaka sinhronoj brzini, $p\omega_m \neq \omega_s$. U praksi je ugao opterećenja znatno manji od $\pi/2$, jer moment koji mašina može da ostvari zavisi i od drugih ograničenja, prvenstveno od veličine dozvoljene struje kroz namotaj statora.

U objašnjenju stabilnog rada sinhronne mašine do sada je posmatran generatorski režim rada vrlo slično objašnjenje je u motornom režimu rada, s tim da će povećanje momenta biti praćeno sa usporavanjem rotora i odgovarajućom promenom ugla opterećenja.

Unutar oblasti stabilnog rada promena mehaničkog momenta, praćena je promenom ugla opterećenja i momenta konverzije, tako da se uspostavi novo stacionarno stanje sa ravnotežom momenata, $m_m = m_c$. Izvan oblasti stabilnog rada promena mehaničkog momenta, praćena je promenom ugla opterećenja i momenta konverzije, ali tako da se ne može uspostaviti novo stacionarno stanje sa ravnotežom momenata. Izvan oblasti stabilnog rada kada mehanički momenat raste, tada momenat konverzije opada, važi i obrnuto, mehanički momenat opada, a momenat konverzije raste.

4.5.3. Ugaona karakteristika $Q(\delta)$

Reaktivna snaga sinhronne mašine se takođe može izraziti u funkciji ugla opterećenja δ . Neka se ponovo pretpostavi da je sinhroni generator natpobuđen, sa fazorskim dijagramom prikazanim na slici 4.46. Reaktivna snaga trofaznog sinhronog generatora je data sledećim izrazom:

$$Q = 3UI \sin \varphi. \quad (4.71)$$

Prema fazorskom dijagramu se može zapisati sledeća pomoćna jednačina:

$$E_0 \cos \delta = U + X_s I \sin \varphi, \quad (4.72)$$

što omogućuje da se iz jednačine za reaktivnu snagu dođe do ugaone karakteristike $Q(\delta)$:

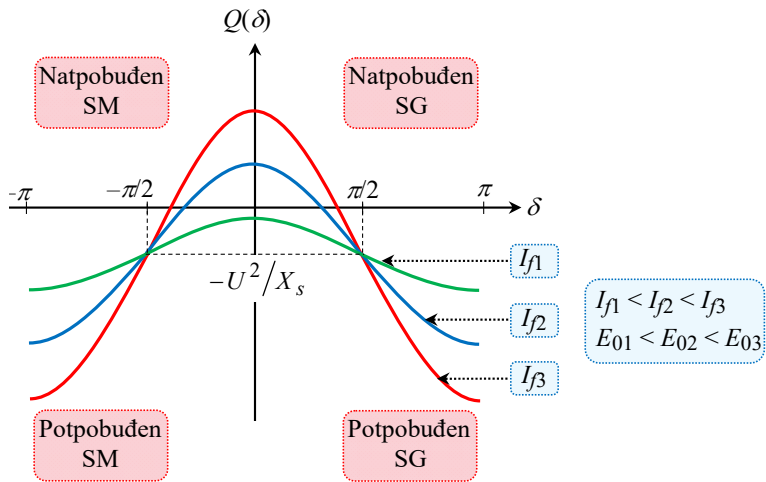
$$Q(\delta) = 3 \frac{U}{X_s} (E_0 \cos \delta - U). \quad (4.73)$$

Kada bi sinhrona mašina bila nepobuđena, $I_f = 0$ odnosno $E_0 = 0$, tada bi ona apsorbovala najveću vrednost reaktivne snage:

$$Q(\delta) = -3 \frac{U^2}{X_s}. \quad (4.74)$$

Iz jednačine (4.73) sledi da je reaktivna snaga pozitivna, $Q > 0$, kada je $E_0 \cos \delta > U$, tada se reaktivna snaga proizvodi. Reaktivna snaga je negativna, $Q < 0$, kada je $E_0 \cos \delta < U$, tada se reaktivna snaga troši. Ovi zaključci se odnose kako na sinhronne generatore, tako i na sinhronne motore.

Na slici 4.51. prikazana je familija ugaonih karakteristika za različite vrednosti struje pobude. Na ugaonoj karakteristici $Q(\delta)$ od interesa su tačke za ugao opterećenja u intervalu $-\pi/2 < \delta < \pi/2$.



Slika 4.51. Familija ugaonih karakteristika $Q(\delta)$ sinhronne mašine.

4.6. STRUKTURA GUBITAKA I BILANS SNAGE SINHRONE MAŠINE

U okviru ovog dela data je struktura gubitaka kod sinhronne mašine kao i energetske bilans iskazan preko ulazne, izlazne snage i snage gubitaka. Bilans snage se daje u vidu grafa na kome su prikazani tokovi snage od ulazne do izlazne snage, uključujući snagu konverzije i sve gubitke u mašini.

Kao što je ranije objašnjeno, gubici kod električnih mašina su trovrstni:

- električni gubici;
- gubici u magnetnom kolu mašine;
- mehanički gubici.

Električni gubici su gubici u namotajima. To su Džulovi gubici usled proticanja struje kroz namotaje. Kako se namotaji izrađuju od bakra, nazivaju se još i gubici u bakru, u literaturi je uobičajena oznaka za ove gubitke P_{Cu} . U električne gubitke sinhronne mašine spadaju gubici u sva tri fazna namotaja statora:

$$P_{Cus} = 3RI^2, \quad (4.75)$$

i gubici pobude. U jednačini (4.75) R predstavlja omsku otpornost faznih namotaja statora, dok je I efektivna vrednost fazne struje. Na omskoj otpornosti pobudnog namotaja, R_f se oslobađa snaga Džulovih gubitaka koja predstavlja gubitke pobude.

$$P_{Cuf} = R_f I_f^2 = U_f I_f = P_f \quad (4.76)$$

Gubici u magnetnom kolu postoje samo u onim delovima gvožđa koje je prožeto promenljivom indukcijom. Magnetno kolo rotora je prožeto indukcijom koja se ne menja tokom vremena, tako da ne postoje gubici u magnetnom kolu rotora. Magnetno kolo statora je prožeto magnetnim poljem koje rotira sinhronom brzinom, tako da u magnetnom kolu statora postoje gubici u gvožđu, g_{Fes} . U literaturi je uobičajena oznaka za ove gubitke P_{Fes} .

Mehanički gubici g_m su gubici usled trenja u ležajevima, trenja rotora o rashladni fluid i gubici usled ventilacije. Kao rashladni fluid sinhronih mašina koriste se vazduh ili vodonik. U literaturi se za ove gubitke koriste oznake P_{gmeh} ili P_{fv} , gde je indeks fv izveden od prvog slova u rečima *frikcija* i *ventilacija*.

U generatorskom režimu rada u mašinu, preko vratila ulazi mehanička snaga P_m , a preko pobudnog namotaja ulazi snaga pobude $P_f = U_f I_f$, koja se u celosti disipira na omskoj otpornosti pobudnog namotaja $P_{Cuf} = R_f I_f^2$. Na različite načine se obezbeđuje potrebna snaga za pobudni namotaj. Jedno od rešenja je da se koristiti druga mašina u generatorskom režimu rada (mašina jednosmerne struje ili sinhrona mašina sa odgovarajućim ispravljačem). Drugo rešenje je da se pobudna struja obezbeđuje pomoću transformatora i ispravljača, tzv. statička pobuda. Sistemi pobuđivanja sinhronne mašine izlaze iz okvira gradiva koje se obrađuje u ovoj knjizi. Uobičajeno se tokovi snaga kroz pobudni namotaj daju odvojeno.

U generatorskom režimu rada iz statora sinhronne mašine izlazi aktivna snaga P . U statoru postoje električni gubici u namotajima i gubici u gvožđu. Do snage konverzije se može doći tako što izlaznu električnu snagu treba sabrati sa gubicima u namotaju i gubicima u gvožđu statora:

$$P_c = P_{ob} = P + P_{Cus} + P_{Fes}. \quad (4.77)$$

Snaga konverzije i snaga obrtnog polja su jednake kod sinhronih mašina. Kada se snaga konverzije sabere sa mehaničkim gubicima, dolazi se do ulazne mehaničke snage.

$$P_m = P_c + P_{gmeh}. \quad (4.78)$$

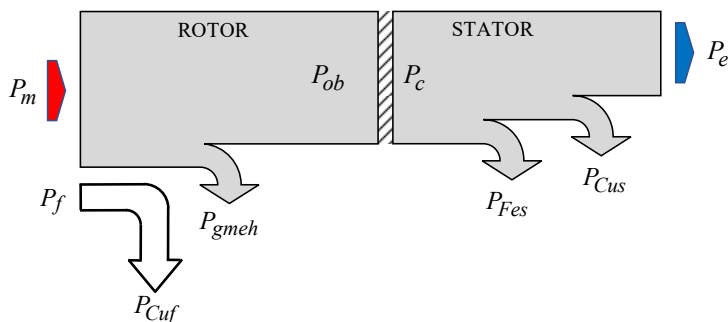
Jednačina energetskog bilansa sinhronog generatora iskazana preko snage:

$$P_m = P + P_g = 3UI \cos \varphi + P_{Cus} + P_{Fes} + P_{gmeh}. \quad (4.79)$$

Stepen korisnog dejstva je količnik izlazne i ulazne snage, u generatorskom režimu rada to je količnik aktivne i mehaničke snage:

$$\eta = \frac{P}{P_m} = \frac{P}{P + P_g}. \quad (4.80)$$

Bilans snage u generatorskom režimu rada prikazan je u vidu grafa na slici 4.52.



Slika 4.52. Bilans snage sinhronog generatora.

Primer: Za sinhronu mašinu su poznati podaci sa natpisne pločice $S_n = 16$ MVA, $U_n = 6300$ V, $I_n = 1468$ A, $\cos \varphi_n = 0,8$, $n_n = 3000$ o/min, $U_{fn} = 115$ V, $I_{fn} = 470$ A. Namotaj statora je vezan u spregu Y. Otpornost jedne faze statorskog namotaja iznosi $6,45$ m Ω . Gubici u gvožđu i mehanički gubici iznose $P_{gmeh} + P_{Fe} = 255$ kW. Da li je sinhrona mašina motor ili generator? Potrebno je izračunati stepen korisnog dejstva pri nazivnom opterećenju.

Na natpisnoj pločici električnih mašina dat je podatak o nazivnoj snazi, a to uvek predstavlja izlaznu snagu, za ovu mašinu to je $S_n = 16$ MVA. Sa ovom snagom mašina može da radi trajno, a da to ne utiče na skraćanje njenog radnog veka. Na osnovu nazivne prividne snage i nazivnog faktora snage može se odrediti nazivna aktivna snaga ove mašine i ona iznosi:

$$P_n = S_n \cos \varphi_n = 16 \cdot 0,8 = 12,8 \text{ MW}, \quad (4.81)$$

uz podsećanje da je to izlazna snaga.

Na osnovu podataka sa natpisne pločice se uvek može odrediti električna snaga, koja za ovu mašinu iznosi:

$$P = \sqrt{3} U_n I_n \cos \varphi_n = \sqrt{3} \cdot 6300 \cdot 1468 \cdot 0,8 = 12,8 \text{ MW}. \quad (4.82)$$

Kako je aktivna snaga jednaka nazivnoj snazi, $P = P_n$, zaključuje se da je ovo sinhroni generator zato što je kod njega električna snaga izlazna snaga.

Da bi se izračunala vrednost stepena korisnog dejstva, potrebno je odrediti koliko iznose gubici sinhronog generatora.

Električni gubici u namotajima statora iznose:

$$P_{Cus} = 3 R I_n^2 = 3 \cdot 0,0065 \cdot 1468^2 = 42 \text{ kW}. \quad (4.83)$$

Električni gubici u pobudnom namotaju iznose:

$$P_{Cuf} = U_{fn} I_{fn} = 115 \cdot 470 = 54 \text{ kW}. \quad (4.84)$$

Stepen korisnog dejstva, pri nazivnom opterećenju, u generatorskom režimu rada je količnik aktivne i mehaničke snage:

$$\eta = \frac{P_n}{P_m} = \frac{P_n}{P_n + P_g} = \frac{P_n}{P_n + P_{Cus} + P_{Fe} + P_{gmeh} + P_{Cuf}}, \quad (4.85)$$

$$\eta = \frac{12800}{12800 + 42 + 255 + 54} = 97,3\%.$$

U motorskom režimu rada u sinhronu mašinu ulazi električna snaga. Do snage konverzije, odnosno snage obrtnog polja se može doći polazeći od ulazne električne snage P koju treba umanjiti za gubitke na statoru, a to su gubici u namotajima statora i gubici u gvožđu statora:

$$P_c = P_{ob} = P - P_{Cus} - P_{Fes}. \quad (4.86)$$

Kada se od snage konverzije oduzmu mehanički gubici, dolazi se do izlazne mehaničke snage:

$$P_m = P_c - P_{gmeh}. \quad (4.87)$$

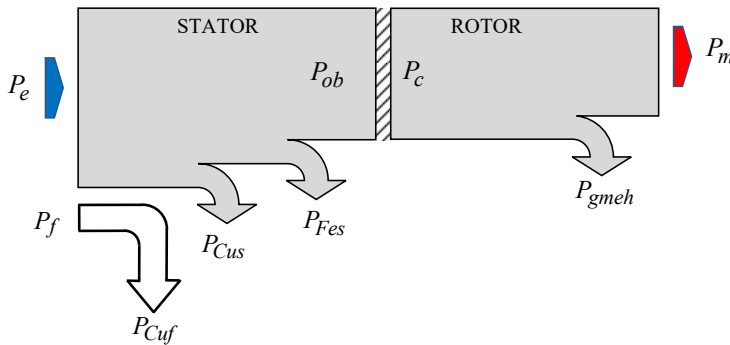
Jednačina energetskog bilansa sinhronog motora iskazana preko snage:

$$P_m = P - P_g = 3UI \cos \varphi - P_{Cus} - P_{Fes} - P_{gmeh}. \quad (4.88)$$

Stepen korisnog dejstva je količnik izlazne i ulazne snage, u motorskom režimu rada to je količnik mehaničke i aktivne snage:

$$\eta = \frac{P_m}{P} = \frac{P - P_g}{P}. \quad (4.89)$$

Bilans snage u motorskom režimu rada prikazan je u vidu grafa na slici 4.53.



Slika 4.53. Bilans snage sinhronog motora.

Primer: Za sinhronu mašinu su poznati podaci sa natpisne pločice $P_n = 1,175$ MW, $U_n = 6000$ V, $I_n = 132,8$ A, $\cos \varphi_n = 0,9$, $n_n = 375$ o/min, $U_{fn} = 115$ V, $I_{fn} = 35$ A. Namotaj statora je vezan u spregu Y. Otpornost jedne faze statorskog namotaja iznosi $238,5$ m Ω . Gubici u gvožđu i mehanički gubici iznose $P_{gmeh} + P_{Fe} = 30$ kW. Da li je sinhrona mašina motor ili generator? Potrebno je izračunati stepen korisnog dejstva pri nominalnom opterećenju?

Na osnovu podataka sa natpisne pločice se uvek može odrediti električna snaga, koja za ovu mašinu iznosi:

$$P = \sqrt{3} U_n I_n \cos \varphi_n = \sqrt{3} \cdot 6000 \cdot 132,8 \cdot 0,9 = 1,242 \text{ MW}. \quad (4.90)$$

Kako je aktivna snaga veća od nazivne snage, a ona je izlazna snaga, $P > P_n$, zaključuje se da je ovo sinhroni motor zato što je kod njega električna snaga veća od mehaničke snage.

Da bi se izračunala vrednost stepena korisnog dejstva, potrebno je odrediti koliko iznose gubici sinhronog generatora.

Električni gubici u namotajima statora iznose:

$$P_{Cus} = 3RI_n^2 = 3 \cdot 0,2385 \cdot 132,8^2 = 12,618 \text{ kW} . \quad (4.91)$$

Električni gubici u pobudnom namotaju iznose:

$$P_{Cuf} = U_{fn} I_{fn} = 115 \cdot 35 = 4 \text{ kW} . \quad (4.92)$$

Stepen korisnog dejstva, pri nazivnom opterećenju, u motorskom režimu rada je količnik mehaničke i aktivne snage:

$$\eta = \frac{P_n}{P} = \frac{P_n}{P_n + P_g} = \frac{P_n}{P_n + P_{Cus} + P_{Fe} + P_{gmech} + P_{Cuf}} , \quad (4.93)$$

$$\eta = \frac{1175}{1175 + 12,618 + 30 + 4} = 96,2\% .$$

5. ASINHRONE MAŠINE

Obrtanje rotora mašina naizmenične struje je posledica pojave uzajamne interakcije – sile, između dva magnetna polja, a koja se obrću istom brzinom. Asinhroni motor je pronalazak Nikola Tesle iz 1888. g. Sinhrona i asinhrona mašine imaju isti stator koji omogućuje formiranje obrtnog magnetnog polja, a što je objašnjeno u 3.1.5. Međutim, asinhrona i sinhrona mašina imaju različite izvedbe rotora s obzirom na različite načine generisanja magnetnog polja na rotoru. Videli smo da je kod sinhronih mašina magnetno polje rotora dobijeno pomoću jednosmerne struje koja teče kroz pobudni namotaj, a ono je obrtno zbog mehaničkog obrtanja rotora sinhronom brzinom, istom kao i polja statora. S druge strane kod asinhronih mašina magnetno polje rotora se dobija pomoću naizmenične struje. Naizmenične struje u rotorskom namotaju asinhrona mašine dobijaju se elektromagnetnim putem.

Dok je sinhrona mašina dvostrano napajana (napajan je kako namotaj na statoru, tako i namotaj na rotoru), asinhrona mašina je uobičajeno jednostrano napajana, napaja se samo namotaj na statoru i nema potrebe za napajanjem namotaja na rotoru. Ovo obezbeđuje da je asinhroni motor, robustan, pouzdan i bez potrebe za održavanjem. Asinhroni motor ima relativno veliki stepen korisnog dejstva i malu cenu. Prema načinu izrade rotora asinhronog motora razlikuju se dve vrste asinhronih mašina: kavezne i kliznokolutne asinhrona mašine.

Za razliku od sinhronih mašina koje se najčešće sreću u generatorskom režimu rada, asinhrona mašine gotovo uvek se nalaze u motorskom režimu. Asinhroni motori imaju sledeće prednosti: jednostavne su konstrukcije, pouzdani su, robusni su, ne zahtevaju održavanje, mogu raditi sa velikim brzinama obrtanja rotora, mogu raditi direktno priključeni na mrežu. Asinhroni motori se najčešće koriste kao motori opšte namene u najrazličitijim aplikacijama, zbog niske cene i robusne konstrukcije. Vrlo često se asinhroni motor napaja direktno iz mreže i tada radi praktično sa konstantnom brzinom obrtanja. Međutim, u novije vreme razvoj pretvarača energetske elektronike omogućio je upotrebu asinhronih motora u aplikacijama u kojima je potrebna promenljiva brzina obrtanja.

5.1. UVODNA RAZMATRANJA

U delu 2.7.3. razmatrana je mašina sa četiri namotaja sa cilindričnim magnetnim kolom statora i rotora sa po dva namotaja na statoru i rotoru. Pokazano je da se u takvom elektromehaničkom pretvaraču može ostvariti elektromehanička konverzija ako učestanosti struja namotaja statora ω_s , rotora ω_r , i brzina obrtanja rotora ω , zadovoljavaju sledeću jednačinu, tzv. jednačinu slaganja brzina:

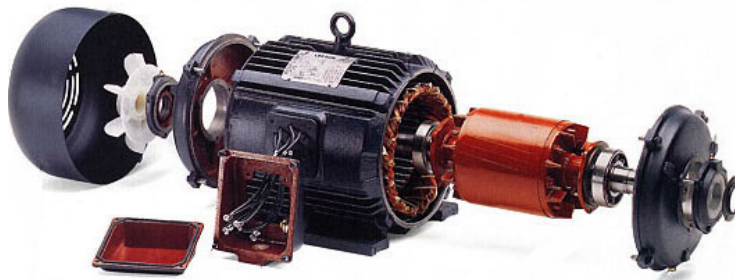
$$\omega_s - \omega_r = \omega. \quad (5.1)$$

Kada je zadovoljena jednačina (5.1), tada je postignuto da je srednji momenat konverzije različit od nule. Ovakav pretvarač nazvan je asinhrona mašina, zato što se rotor obrće brzinom ω , a obrtno polje koga stvaraju struje statora se obrće sinhronom brzinom ω_s . Rotor se obrće asinhrono u odnosu na obrtno polje. Struje rotora obrazuju svoje obrtno polje koje se u odnosu na rotor obrće brzinom ω_r u odnosu na rotor, a u odnosu na stator obrtno polje rotora se obrće brzinom $\omega_r + \omega$, a to je upravo sinhrona brzina ω_s . Dakle i polje statora i polje rotora se obrću sinhronom brzinom ω_s u odnosu na stator.

Prma broju faznih namotaja na statoru asinhroni motori se dele na monofazne, trofazne i višefazne asinhronne motore. Monofazni asinhroni motori na statoru imaju jedan glavni namotaj, pa otud takav naziv. Ovi motori se pre svega koriste u domaćinstvu i namenjeni su za snage ispod 1 kW. U poslednje vreme razvoj energetske elektronike i upravljanja omogućio je primenu asinhronih motora sa više od tri fazna namotaja na pozicijama gde se zahteva da pogonski motor nastavi da funkcioniše i nakon ispada usled kvara na jednom faznom namotaju. U ovoj knjizi predmet izučavanja su isključivo trofazni asinhroni motori, ali se rezultati i zaključci mogu jednostavno proširiti i na asinhronne motore sa više od tri faze.

5.1.1. Delovi asinhronih mašina

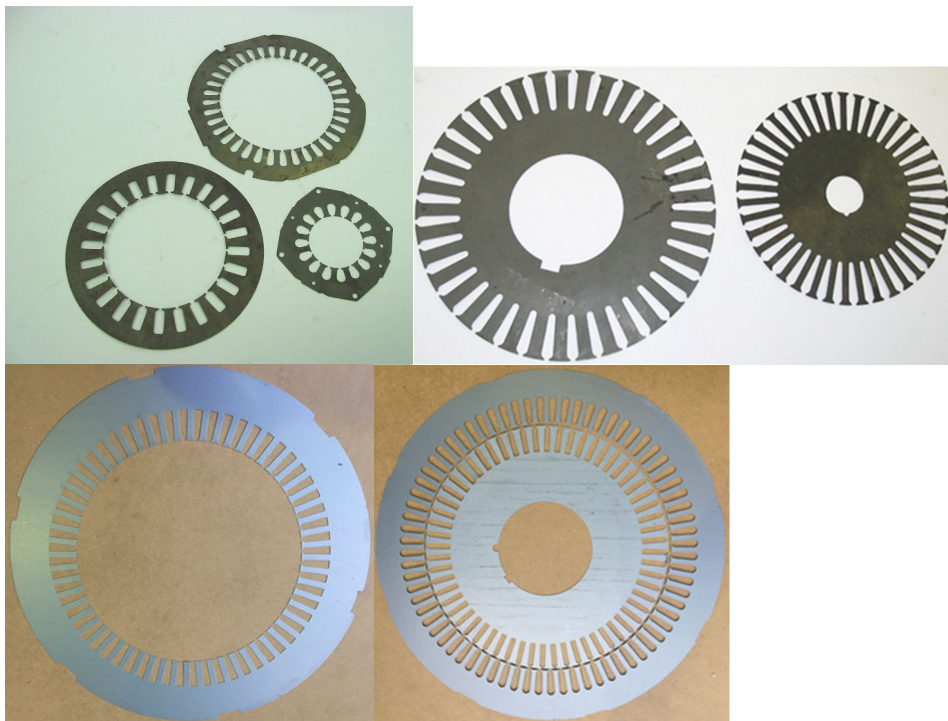
Asinhrona mašina ima dva glavna dela: nepokretni deo – stator i pokretni deo – rotor. Vazdušni zazor između statora i rotora je reda veličine jednog milimetra i manji je nego kod sinhronih mašina. Veličina vazdušnog zazora određena je mašinskom tolerancijom pri izradi statora i rotora. Stator i rotor imaju magnetno kolo i namotaje. Struktura tipičnog asinhronog motora prikazana je na slici 5.1.



Slika 5.1. Izgled i delovi asinhronog motora.

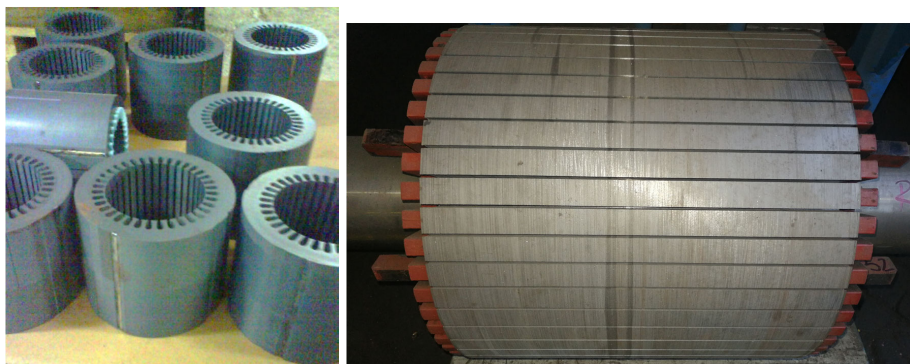
Statori sinhronne i asinhronne mašine su principijelno identični. Na statoru asinhronne mašine se nalazi trofazni namotaj – tri fazna namotaja. Fazni namotaji su međusobno prostorno pomereni za $2\pi/3$. Ovakva izvedba namotaja zajedno sa odgovarajućim strujama omogućuje formiranje obrtnog magnetnog polja. Namotaji statora su raspodeljeni, smešteni su u veći broj žlebova cilindričnog magnetnog kola.

Magnetno kolo statora i rotora se pravi od feromagnetnog materijala u obliku limova. Na slici 5.2. je prikazano više limova statora i rotora.



Slika 5.2. Feromagnetni limovi stora i rotora

Limovi statora imaju po unutrašnjem obimu zupce i žlebove, dok su kod limova rotora zupci i žlebovi po spoljašnjem obimu. Slaganjem limova formira se lim paket statora i rotora potrebne osne dužine. Na slici 5.3. je prikazano feromagnetno jezgro statora i rotora.

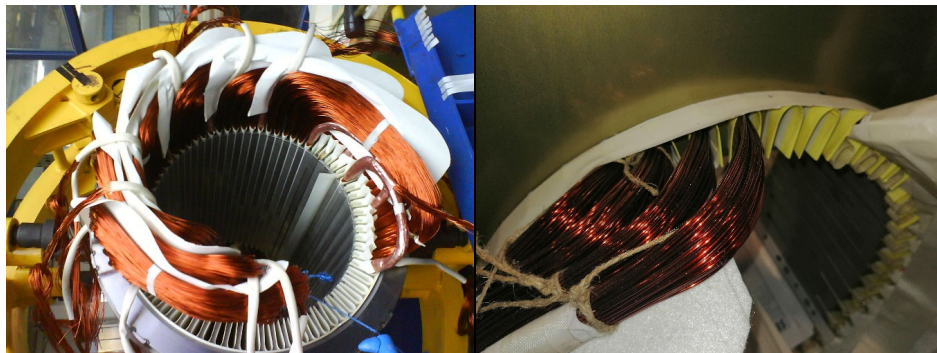


Slika 5.3. Feromagnetno jezgro statora i rotora.

Magnetno kolo onih delova mašina gde postoji vremenski promenljiv fluks se izrađuje uvek od limova. Ovo je potrebno da bi se smanjili gubici usled vrtložnih struja. Naime, snaga gubitaka usled vrtložnih struja smanjuje se deljenjem feromagnetnog jezgra magnetnog kola na limove. Limovi su međusobno izolovani tankim slojem oksida da bi se sprečilo zatvaranje strujnog kola vrtložnih struja preko više limova, čime bi se anuliralo lameliranje.

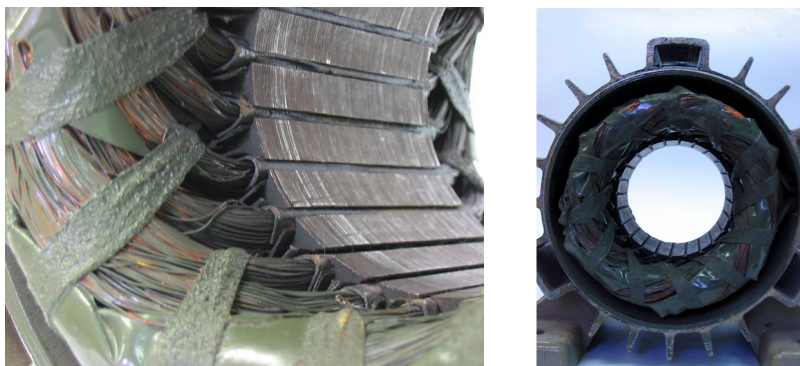
Kod asinhronog motora samo se namotaj statora napaja mrežnim naizmeničnim naponom dok se struja u rotorskom namotaju dobija zahvaljujući elektromagnetnoj indukciji, pa je struja rotora naizmenična. Zbog naizmenične struje rotora magnetno kolo rotora se takođe pravi od paketa limova, za razliku od rotora sinhronne mašine koji se može izraditi od masivnog komada feromagnetika.

U žlebove se pre umetanja namotaja postavlja žlebna izolacija, kao što je prikazano na slici 5.4. Na ovoj slici je takođe prikazano ulaganje statorskog namotaja u žlebove.



Slika 5.4. Postavljanje žlebne izolacije i ulaganje statorskog namotaja.

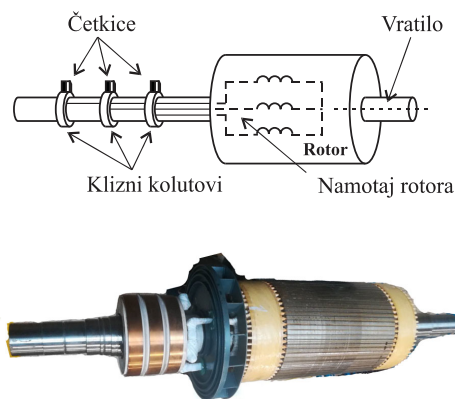
Na slici 5.5. prikazan je statorski namotaj postavljen u žlebove feromagnetnog kola statora.



Slika 5.5. U žlebove magnetnog kola statora postavljen je statorski namotaj. Formiran je namotaj sa glavom namotaja.

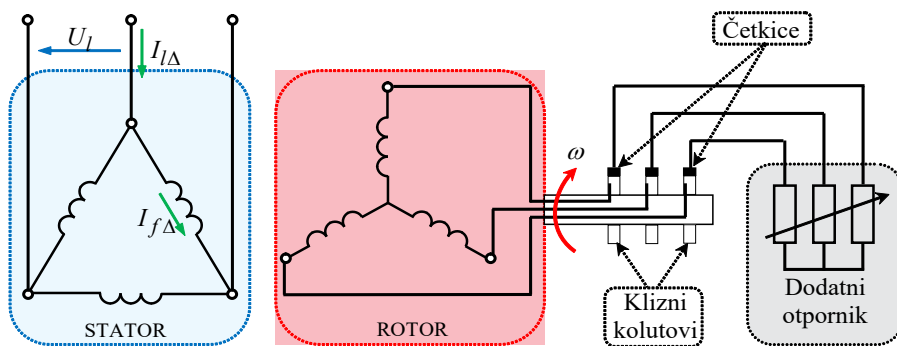
Žlebovi u koje se smeštaju namotaji statora mogu biti tzv. poluzatvoreni (slika 5.5.) ili otvoreni. Poluzatvoreni su uobičajeni za snage motora do 200 kW, a iznad 200 kW se koriste otvoreni.

U žlebove feromagnetnog kola na rotoru se postavlja rotorski namotaj. Postoje dve izvedbe rotorskog namotaja asinhronog motora, zbog čega se i razlikuju dve vrste asinhronih mašina. U žlebove na rotoru se postavlja motani trofazni namotaj, slično namotaju na statoru. Takva asinhrona mašina se naziva asinhrona mašina sa motanim namotajem ili klizno kolutna asinhrona mašina. Drugi naziv potiče od toga što se početak svakog faznog namotaja rotora izvodi na klizni kolut (prsten), dok se svršeci namotaja vezuju u zvezdište i ne izvode se van rotora, (slika 5.6).



Slika 5.6. Rotor klizno kolutne asinhronne mašine.

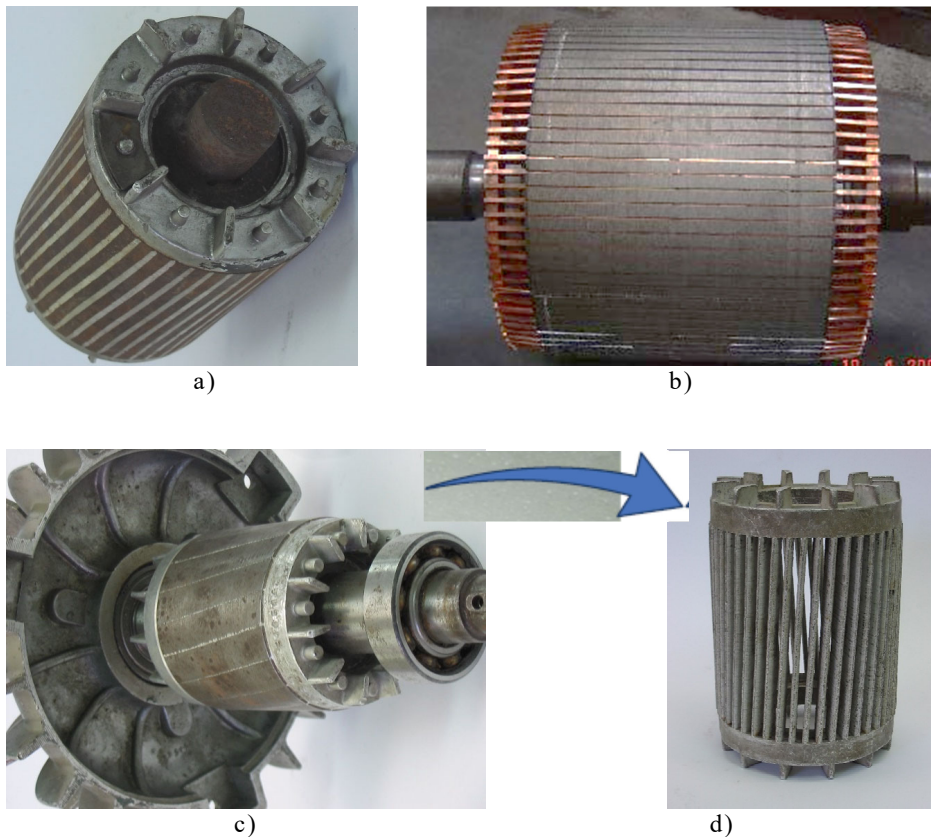
Klizni kolutovi omogućuju električni pristup namotaju rotora koji se obrće zajedno sa rotorom. Na tri klizna koluta (za svaku fazu po jedan) klize četkice koje su fiksirane za stator čiji su električni krajevi izvedeni na stator. Na ovaj način je moguć električni pristup rotorskom namotaju, najčešće se preko četkica i kliznih kolutova uključuje dodatni otpornik, slika 5.7. Klizni prstenovi se mogu kratko spojiti, čime trofazni rotorski namotaj postaje kratko spojen namotaj. Pri kratkom spajanju namotaja četkice se podižu sa kliznih kolutova, a pomoću kratkospojnog prstena se namotaj rotora kratko spaja. Namotaj na rotoru mora imati isti broj polova kao namotaj na statoru.



Slika 5.7. Klizno kolutna asinhrona mašina sa statorom spregnutim u trougao, rotorom spregnutim u zvezdu i sa dodatnim otpornikom u kolu rotora.

Druga podvrsta asinhronih mašina su kavezni asinhroni motori. Kavezni namotaj može biti izrađen od aluminijuma ili od bakra. Tečan aluminijum se uliva u žlebove rotora i njegovim hlađenjem se dobijaju štapni provodnici koji su na obe strane kratko spojeni kratkospojnim prstenom. Rotorski kavez od aluminijuma se koristi za motore manje snage. Za motore veće snage u žlebove rotora se ulažu bakarni štapovi koji se ponovo na oba kraja kratko spajaju kratkospojnim prstenom. Namotaj podseća na kavez pa otud naziv kavezni rotor i kavezna asinhrona mašina, u literaturi na engleskom jeziku *squirrel cage rotor*. Na slici 5.8. prikazani su kavezni rotor izrađeni od aluminijum i od bakra. Na slici pod a) prikazan je rotor koji je mašinski obrađen tako da se jasno vide zupci i aluminijumski štapni provodnik. Na slici b) se

vidi bakarni kavezni namotaj. Na slici c) prikazan je kavezni rotor sa aluminijumskim kavezom. Na slici d) je prikazan samo kavez od kaveznog rotora asinhronog motora.



Slika 5.8. Kavezni namotaj i rotor kavezne asinhronne mašine.

Kavezni namotaj na rotoru je kratko spojen i nema električnog pristupa ovom namotaju. Kavezni rotorski namotaj predstavlja u suštini n – fazni namotaj, gde je n broj štapnih provodnika na rotoru. Međutim, može se pokazati da se n – fazni namotaj može ekvivalentirati odgovarajućim trofaznim namotajem zbog čega se pri izučavanju asinhronih mašina smatra da je i na rotoru namotaj trofazni kao što je na statoru.

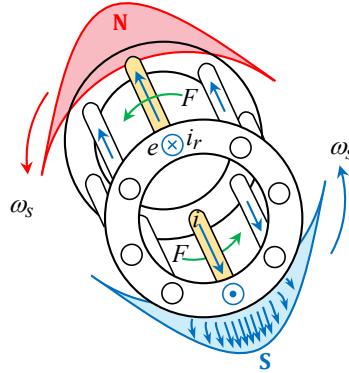
Kavezni asinhroni motori su jeftiniji i imaju veći stepen korisnog dejstva u odnosu na kliznokolutne mašine iste nazivne snage. Zbog jednostavne i robusne konstrukcije kavezni asinhroni motori predstavljaju oko 95 % od svih asinhronih motora. Kliznokolutni motori se koriste u onim primenama u kojima mrežno napajani kavezni asinhroni motor ne može obezbediti potreban momenat pri pokretanju.

Mehaničku zaštitu mašini obezbeđuje kućište koje može biti zavarena čelična konstrukcija ili odlivak od gvožđa.

Na početku ovog dela je navedeno da kroz rotorski namotaj teku struje učestanosti ω_r , a zatim je navedeno da je rotorski namotaj kratko spojen. Postavlja se pitanje kako nastaju naizmenične struje u rotorskom namotaju, kada namotaj nije priključen na električni izvor?

5.1.2. Princip razvijanja momenta

Posmatra se asinhrona mašina sa trofaznim namotajem na statoru i ekvivalentnim trofaznim kratko spojenim namotajem na rotoru. Statorski namotaj se napaja sa trofaznim naizmeničnim naponom ugaone učestanosti ω_s . Kroz namotaj statora protiče naizmenična, trofazna struja koje stvara obrtno magnetno polje statora. Obrtno magnetno polje rotira u prostoru sinhronom brzinom ω_s u odnosu na stator. Obrtno polje se zatvara kroz magnetno kolo statora i rotora, preseca provodnike statora i rotora i u njima indukuje odgovarajuće elektromotorne sile. Na slici 5.9. je prikazano obrtno magnetno polje koje rotira sinhronom brzinom, ω_s , i pri tome preseca štapne provodnike rotora.



Slika 5.9. Rotorski kavez u obrtnom magnetnom polju. Pojava sile na provodnik sa strujom u obrtnom magnetnom polju.

Prema Faradejevom zakonu elektromagnetne indukcije, indukovana elektromotorna sila u rotorskom provodniku se može odrediti pomoću jednačine:

$$e = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l}, \quad (5.2)$$

gde su: $-\vec{v}$ brzina provodnika u odnosu na obrtno magnetno polje;

$-\vec{B}$ vektor magnetna indukcija;

$-\vec{l}$ vektor dužine štapnog provodnika rotora.

Zahvaljujući radialnom smeru polja, te tangencijalnom smeru brzine, umesto vektorske jednačine (5.2), može se posmatrati odgovarajuća skalarna, $e = Blv$. Smer indukovane elektromotorne sile je naznačen na slici 5.9. Kako je električno kolo rotora zatvoreno, usled indukovane elektromotorne sile, e , kroz provodnike rotora će proteći struja i_r . Pošto se provodnik sa strujom, i_r , nalazi u magnetnom polju indukcije B , na njega će delovati elektromagnetna sila F :

$$\vec{F} = i_r (\vec{l} \times \vec{B}). \quad (5.3)$$

Ova sila se pojavljuje na svim provodnicima rotora, a i ona se može računati u skalarnom obliku. Ako se na rotoru uoče naspramni provodnici sa svojim elektromagnetnim silama, može se definisati spreg sila. Momenat sprega sila (obrti momenat) od naspramno postavljenog para provodnika (navojka) je:

$$M_{spreg} = 2rBli_r, \quad (5.4)$$

gde je r poluprečnik rotora. Zbir svih proizvoda pojedinačnih sila i poluprečnika rotora predstavlja obrtni momenat elektromagnetnih sila motora. Pod dejstvom obrtnog momenta rotor će početi da se obrće u smeru obrtanja obrtnog magnetnog polja. Rotor će ubrzavati sve dok se momenat koji razvija asinhroni motor ne izjednači sa mehaničkim momentom radne mašine. Kada se ovi momenti izjednače, nastupa stanje dinamičke ravnoteže u kome se rotor asinhronog motora obrće stalnom brzinom, ω .

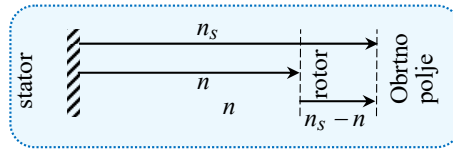
Rotor asinhronog motora nikada ne može postići sinhronu brzinu, odnosno brzinu obrtnog magnetnog polja, ω_s . Kada bi rotor dostigao sinhronu brzinu, tada ne bi bilo relativnog kretanja između namotaja rotora i obrtnog polja. Usled ovoga ne bi obrtno polje presećalo provodnike rotora i ne bi bilo indukovane elektromotorne sile u rotorskom namotaju. Sa izostankom elektromotorne sile ne bi bilo struje u rotorskom namotaju, a zbog toga ni sile, ni obrtnog momenta. Pod dejstvom mehaničkog momenta, ili samih gubitaka trenja i ventilacije, rotor bi ponovo počeo da zaostaje za obrtnim poljem, zbog čega bi obrtno polje ponovo presećalo provodnike rotora. Pojavila bi se elektromotorna sila u rotorskom namotaju, protekla bi ponovo struja rotora i shodno tome nastao bi ponovo obrtni momenat dovoljan da se postigne dinamička ravnoteža u kojoj su se izjednačili obrtni momenat i momenat opterećenja. Prema tome, rotor asinhronog motora ne može da se obrće brzinom obrtnog polja, odnosno sinhronom brzinom, ω_s . Kada rotor asinhronog motora nije opterećen radnom mašinom, $m_m = 0$, tada rotor pri obrtanju treba da savlada samo mehaničke gubitke, a to su gubici usled trenja u ležajevima i trenja rotora o vazduh, kao i gubitke usled ventilacije. Momenat trenja i ventilacije je vrlo mali, što omogućuje da se tada rotor obrće sa brzinom koja je vrlo bliska sinhronoj brzini. Ovaj režim rada u kome nema opterećenja radnom mašinom se naziva prazan hod.

Kada bi mehanički momenat bio u smeru obrtnog magnetnog polja, tada bi pod dejstvom ovog momenta rotor dostigao brzinu koja je veća od sinhronne brzine, a asinhrona mašina bi prešla u generatorski režim rada. Naravno, i pri ovoj brzine se ponovo postiže stanje dinamičke ravnoteže, tj. jednakost obrtnog momenta koji asinhrona mašina razvija i mehaničkog momenta.

Iz navedenog se vidi da, kada je asinhrona mašina u motorskom režimu rada, rotor se obrće brzinom manjom od sinhronne brzine, dok kada je u generatorskom režimu rada, brzina obrtanja rotora je veća od sinhronne. Da bi se generisao obrtni momenat u asinhronoj mašini, mora postojati relativno kretanje obrtnog polja i rotora. Dakle, obrtno polje i rotor se ne obrću istom brzinom, nisu u sinhronizmu. Obrću se različitim brzinama, neistovremeno tj. asinhrono, zbog čega se ove mašine nazivaju *asinhronne mašine*.

Struje u rotoru asinhronne mašine, izazvane su elektromagnetnom indukcijom i stvaraju svoje obrtno magnetno polje. Obrtno magnetno polje statorskih struja zajedno sa obrtnim magnetnim poljem rotorskih struja čine ukupno obrtno polje u asinhronoj mašini.

Gore pomenuta asinhronost postoji u mehaničkom smislu između rotora i obrtnog polja i manifestuje se odgovarajućom brzinom obrtanja rotora. Međutim, uvid u magnetna polja u mašini ne ukazuje na bilo kakav asinhronizam. Struje statora obrazuju obrtno polje čija je brzina n_s u odnosu na stator. Struje rotora obrazuju svoje obrtno magnetno polje, koje se obrće malom brzinom u odnosu na sam rotor. Ova je brzina jednaka razlici brzine obrtanja magnetnog polja statora i brzine obrtanja rotora, $n_s - n$. To sporo rotirajuće magnetno polje od rotorskih struja nošeno je na rotoru brzinom obrtanja rotora, n . Brzina obrtnog polja rotora u odnosu na stator dobija se „sлагanjem“ brzine rotora i brzine polja rotora u odnosu na rotor, $n + n_s - n$, tako da je njegova brzina u odnosu na stator jednaka brzini obrtanja magnetnog polja statora, n_s . Na slici 5.10. ilustrovano je sлагanje brzina obrtnih polja kod asinhronne mašine.



Slika 5.10. Slaganje brzina obrtnih polja statora i rotora asinhronog motora.

Sama magnetna polja statora i rotora obrću se istom brzinom, tj. sinhrono u elektromagnetnom smislu. Ova manifestacija elektromagnetnog sinhronizma (istovremenosti) je unutrašnja, bez spoljašnje manifestacije i postoji u svakom momentu bilo kojeg režima rada asinhronne mašine.

Prenos energije sa statora na rotor asinhronog motora vrši se isključivo elektromagnetnom indukcijom, te se u engleskom jeziku ova vrsta električnih mašina naziva *induction motor*. Struja u rotorskom namotaju se uspostavlja na istom principu elektromagnetne indukcije kao što se uspostavlja struja u sekundaru transformatora. Može se reći da rotorski namotaj asinhronne mašine funkcioniše kao kratko spojeni sekundar transformatora, a da je asinhrona mašina transformator sa sekundarom koji se obrće.

5.1.3. Klizanje

Razlika između brzine obrtnog polja – sinhronne brzine, ω_s , i brzine obrtanja rotora, ω , se naziva apsolutno klizanje (eng. *slip*):

$$\omega_{kl} = \omega_s - \omega = \omega_r, \quad (5.5)$$

i jednaka je kružnoj učestanosti rotorskih struja, ω_r , odnosno brzini rotorskog obrtnog polja u odnosu na rotor. Umesto apsolutnog klizanja najčešće se klizanje izražava u procentima ili u relativnim jedinicama, u odnosu na brzinu obrtnog polja, a polje se obrće sinhronom brzinom:

$$s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} \cdot 100 [\%], \quad s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} [\text{r.j.}]. \quad (5.6)$$

Klizanje se najčešće izračunava pomoću brzina datih u o/min:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \cdot 100 [\%], \quad s = \frac{n_s - n}{n_s} [\text{r.j.}], \quad (5.7)$$

$$n_s = \frac{60 \cdot f_s}{p}, \quad (5.8)$$

gde su: – n_s mehanička sinhrona brzina;

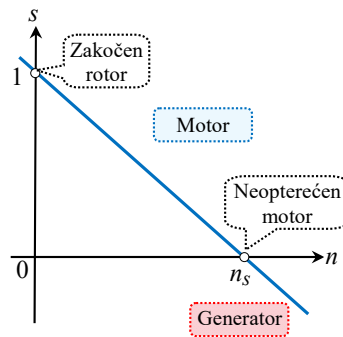
– n mehanička brzina obrtanja rotora;

– f_s učestanost statorskih struja;

– p broj pari polova.

Klizanje pri nazivnom momentu opterećenja se naziva nazivno klizanje i ono iznosi od 5 % do 0,6 % za motore nazivnih snaga koje se nalaze u intervalu od 1 kW do 1000 kW. U upravo navedenim intervalima, motoru manje nazivne snage odgovara veće nazivno klizanje. Ako se posmatraju asinhroni motori različitih nazivnih snaga, sa porastom nazivne snaga motora nazivno klizanje opada.

Klizanje zavisi od brzine obrtanja, iz (5.7) se vidi da klizanje asinhronog motora opada kako brzina raste. Promena klizanja sa brzinom je prikazana na slici 5.11. Kada rotor stoji, brzina rotora je jednaka nuli $n = 0$, a klizanje je $s = 1$. Ovo klizanje motor ima svaki put kada se pokreće priključenjem na napon napajanja. Kada je brzina obrtanja rotora manja od sinhronne brzine, klizanje je pozitivno, $s > 0$, tada asinhrona mašina funkcioniše kao motor. Kada bi se rotor obrtao sinhronom brzinom, $n = n_s$, tada bi klizanje bilo jednako nuli, $s = 0$. Pomoću pogonske mašine, odnosno odgovarajućim mehaničkim momentom se može postići da je brzina obrtanja rotora veća od sinhronne, $n > n_s$, klizanje je negativno, $s < 0$, tada asinhrona mašina funkcioniše kao generator. Ako se rotor mehanički obrće u suprotnom smeru od obrtnog polja, tada će klizanje biti veće od jedan, $n < 0$, $s > 1$, ovaj režim rada se naziva asinhrona kočnica ili protivstrujno kočenje. Detaljnije izučavanje ovog režima izlazi iz okvira materije koja se obrađuje u ovoj knjizi.



Slika 5.11. Promena klizanja sa promenom brzine obrtanja asinhronog motora.

Brzina obrtanja rotora kada je dato klizanje može se odrediti sledećom jednačinom:

$$n = (1 - s) n_s. \quad (5.9)$$

Razmotrimo ovde još vezu učestanosti statora i rotora sa novouvedenim pojmom klizanja. Iz (5.6) brzina obrtanja je data sa:

$$\omega = \omega_s - s\omega_s, \quad (5.10)$$

a sa druge strane brzina obrtanja rotora, ω , i kružna učestanost statora, ω_s , i rotora, ω_r , moraju zadovoljavati jednačinu:

$$\omega = \omega_s - \omega_r, \quad (5.11)$$

da bi asinhrona mašina razvijala srednji momenat konverzije različit od nule. Iz (5.10) i (5.11) se može zaključiti da između klizanja i učestanosti statorskih i rotorskih struja postoji sledeća zavisnost:

$$\omega_r = s\omega_s, \quad f_r = sf_s. \quad (5.12)$$

Učestanost rotorskih veličina je direktno srazmerna sa klizanjem, s , a pošto klizanje zavisi od brzine, zaključuje se da se f_r menja sa brzinom. U trenutku pokretanja je $s = 1$, a učestanost struja rotora je $f_r = f_s$. Kako brzina obrtanja bude rasla, klizanje će opadati, kao i učestanost rotorskih struja. Motor napajan iz mreže čija je učestanost 50 Hz, pri nazivnom klizanju od $s_n = 5\%$ ima učestanost rotorskih struja od $f_r = 2,5$ Hz, dok motor čije nazivno klizanje iznosi $s_n = 0,6\%$, tada ima učestanost rotorskih struja od samo $f_r = 0,3$ Hz. S obzirom na vrednosti

učestanosti rotorskih veličina može se zaključiti da će gubici u feromagnetnom kolu rotora, P_{Fer} , u nazivnom radnom režimu (pri nazivnoj brzini obrtanja rotora) biti vrlo mali, jer zavise od učestanosti.

Normalno područje rada asinhronog motora u stacionarnom stanju je u opsegu brzina koje su veće od nazivne brzine, a manje su od sinhronne brzine. U stacionarnom stanju klizanje treba da je u intervalu, $0 \leq s \leq s_n$.

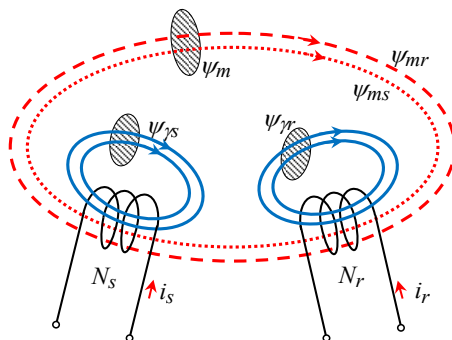
Ako pogonska mašina počne da dovodi mehaničku snagu na vratilo asinhronne mašine, tada će pod dejstvom ove snage rotor ubrzati i njegova brzina će postati veća od sinhronne brzine, a klizanje će postati negativno. Na taj način asinhrona mašina prelazi u generatorski režim rada i tada proizvodi aktivnu električnu energiju. Da bi asinhrona mašina prešla u generatorski režim rada potrebna je adekvatna pogonska mašina (mašina koja za to ima „potencijal“), kao na primer: dizalica, lift, električni voz ili električni automobil na nizbrdici. Ove navedene pogonske mašine su u mogućnosti da na račun potencijalne energije dovedu asinhronu mašinu u generatorski režim rada. S druge strane, radne mašine kao na primer pumpe i ventilatori ne mogu ubrzati rotor asinhronne mašine iznad sinhronne brzine.

5.1.4. Asinhrona mašina i reaktivna snaga

Za magnećenje magnetnog kola i vazdušnog zazora između statora i rotora neophodna je reaktivna energija. Impedansa namotaja po svojoj prirodi je omsko induktivnog karaktera. Struja koju napon mreže „tera“ kroz namotaj u motorskom režimu rada je uvek induktivna. Na rotoru asinhronne mašine ne postoji namotaj sa jednosmernom strujom kojim bi se obezbedila „pobuda“, odnosno namagnetisalo magnetno kolo. Zbog toga je asinhrona mašina u svim radnim režimima, kako motorskom, tako i generatorskom, potrošač reaktivne energije. Nezavisno od smera toka aktivne snage, smer toka reaktivne snage je uvek u mašinu. Ovo je jedan od razloga zašto se asinhrona mašina koristi pretežno kao motor. U okviru EES vrlo su retke primene asinhronne mašine kao generatora. U generatorskom režimu rada asinhrona mašina se koristi u okviru autonomnih EES, i tada se reaktivna energija obezbeđuje uobičajeno iz baterije kondenzatora. U velikim industrijskim potrošačima sa puno asinhronih mašina velikih snaga, koje rade kao motori, često se instalise statički kompenzator reaktivne energije. Najčešće su to baterije kondenzatora. Tada se reaktivna energija ne mora povlačiti iz mreže (s obzirom da se reaktivna energija uzeta iz mreže plaća).

5.2. ZAJEDNIČKI FLUKS I FLUKS RASIPANJA

Struje u statorskom i rotorskom namotaju asinhronne mašine stvaraju statorsko i rotorsko obrtno magnetno polje. Ovim obrtnim poljima odgovaraju statorski i rotorski fluks. Manji deo statorskog i rotorskog fluksa se zatvara samo oko statorskog, odnosno rotorskog namotaja, to su rasipni fluksevi. Najveći deo statorskog i rotorskog fluksa prožima i stator i rotor, to je zajednički fluks koji se još naziva i fluks magnećenja, ψ_m . Na slici 5.12. je data ilustracija flukseva koji potiču usled struja u statoru i rotoru asinhronne mašine. Stator i rotor asinhronne mašine predstavljaju dva magnetno spregnuta kola sa jednim zajedničkim i dva rasipna fluksa.



Slika 5.12. Fluksevi namotaja statora i rotora [4].

Fluks rasipanja proporcionalan je jačini struje u tom namotaju. Koeficijent proporcionalnosti je induktivnost rasipanja ili rasipna induktivnost. Rasipni fluksevi su opisani induktivnostima (reaktansama) rasipanja. Fluks rasipanja statora i rotora se može predstaviti kao proizvod induktivnosti rasipanja i odgovarajuće struje:

$$\psi_{\gamma s} = L_{\gamma s} i_s, \quad \psi_{\gamma r} = L_{\gamma r} i_r. \quad (5.13)$$

Zajednički fluks ψ_m ima komponentu koja potiče od struje statora, ψ_{ms} , i komponentu koja potiče od struje rotora, ψ_{mr} :

$$\psi_m = \psi_{ms} + \psi_{mr}, \quad (5.14)$$

$$\psi_m = L_m \cdot i_m. \quad (5.15)$$

U skladu sa ranije stečenim znanjima, jednačina (5.14) ukazuje da ukupno (rezultantno) obrtno polje, a time i zajednički fluks ψ_m u vazдушnom zazoru nastaju usled struja u namotajima statora i rotora. Struja magnećenja, i_m , je ekvivalentna struja kojom se opisuje nastanak fluksa magnećenja (zajedničkog fluksa) u mašini. Induktivnost magnećenja, L_m , je induktivnost koja povezuje zajednički fluks, ψ_m , u mašini i struju magnećenja, i_m . Struja magnećenja kroz induktivnost magnećenja stvara isti fluks kao struje kroz statorski i rotorski namotaj.

Ukupan statorski fluks je zbir zajedničkog fluksa i fluksa rasipanja statora, dok je ukupan rotorski fluks zbir zajedničkog fluksa i rasipnog fluksa rotora. Ukupni fluks statora i rotora:

$$\psi_s = \psi_m + \psi_{\gamma s}, \quad \psi_r = \psi_m + \psi_{\gamma r}. \quad (5.16)$$

Sopstvene induktivnosti statora i rotora se mogu predstaviti kao zbir induktivnosti magnećenja i induktivnosti rasipanja:

$$L_s = L_m + L_{\gamma s}, \quad L_r = L_m + L_{\gamma r}. \quad (5.17)$$

Induktivnost magnećenja L_m odgovara maksimalnoj vrednosti međusobne induktivnosti između statorskih i rotorskih namotaja M , deo 2.7.3. ove knjige. Kada se ose namotaja statora i rotora poklapaju, tada je induktivnost između namotaja najveća i iznosi M . Kod trofazne asinhronne mašine ukupnom obrtnom polju doprinose i drugi namotaji, pa je $L_m = 3/2M$. Sa koeficijentom $3/2$ je uspostavljena veza između pofaznog parametra L_m i međusobne induktivnosti dva fazna namotaja. Sa $3/2$ uzeto je u obzir i magnećenje asinhronne mašine putem sve tri faze, odnosno doprinos struja trofaznog namotaja zajedničkom fluksu.

5.3. EKVIVALENTNA ŠEMA ASINHRONE MAŠINE

U okviru ove knjige predmet izučavanja je uravnotežena trofazna asinhrona mašina koja se nalazi u stacionarnom stanju. Asinhrona mašina se napaja simetričnim, trofaznim naponom, te se za matematički opis naizmeničnih veličina mogu koristiti kompleksni predstavnici – fazori. Takođe, s obzirom na uravnoteženost asinhrone mašine i simetrični naizmenični sistem napajanja, može se izvršiti rasprezanje trofaznog sistema i koristiti pofazna predstava. Za dobijanje analitičkih izraza i ekvivalentnog kola asinhrone mašine poslužićemo se istim postupkom kao i kod sinhronih mašina u delu 4.3.

Polazimo od toga da se statorski trofazni namotaj napaja iz mreže koja obezbeđuje simetrične trofazne napone i neka rotor miruje. Tada je brzina obrtanja rotora $n = 0$, a klizanje $s = 1$. Ovaj polazni opis odgovara pokretanju asinhronog motora, odnosno njegovom priključenju na napon ili stanju u kome je rotor mehanički ukočen. Stanje u kome je rotor mehanički ukočen se naziva kratak spoj. Učestanost napona i struja statora je f_s . Dok rotor miruje u njemu će se kako je to objašnjeno u delu 5.1.2, indukovati elektromotorna sila, usled koje će proteći struja kroz namotaj rotora. Pošto rotor miruje, učestanost struje u rotorskom kolu je $f_r = sf_s = f_s$. Indukovana elektromotorna sila u jednom faznom namotaju rotora, označena je sa E_{kr} , gde indeksi k upućuju da je rotor u mehaničkom kratkom spoju, tj. da je nepokretan.

Proticanju struje kroz namotaj rotora, pod dejstvom E_{kr} , suprotstavlja se njegova omska otpornost, R_r , kao i reaktansa rasipanja rotora, X_{rk} , koja opisuje rasipni fluks. Jednačina naponske ravnoteže kola rotora:

$$0 = R_r \hat{I}_{rk} + j2\pi f_s \cdot L_{\gamma r} \cdot \hat{I}_{rk} + \hat{E}_{kr} . \quad (5.18)$$

Efektivna vrednost struje u rotorskom namotaju je:

$$I_{rk} = \frac{E_{kr}}{\sqrt{R_r^2 + X_{rk}^2}} . \quad (5.19)$$

Reaktansa rasipanja rotora kada rotor miruje, data je sledećom jednačinom:

$$X_{\gamma rk} = 2\pi f_r L_{\gamma r} = 2\pi f_s L_{\gamma r} . \quad (5.20)$$

Neka se sada rotor počne obrtati, $n > 0$, a $s < 1$. Prema Faradejevom zakonu elektromagnetne indukcije, indukovana elektromotorna silu u provodniku srazmerna je relativnoj brzini kretanja provodnika u odnosu na magnetnu indukciju. Kada se rotor obrće brzinom ω , a obrtno polje brzinom ω_s , tada je relativna brzina obrtnog polja u odnosu na rotor, razlika njihovih brzina:

$$\omega_s - \omega = \omega_r = s\omega_s . \quad (5.21)$$

Ovo znači da je indukovana elektromotorna sila rotora, pri klizanju s srazmerna učestanosti veličina u rotoru, zbog čega je elektromotorna sila indukovana u rotorskom namotaju:

$$E_r = sE_{kr} . \quad (5.22)$$

Sa promenom brzine obrtanja rotora, odnosno klizanja, menja se i učestanost rotorskih veličina, a zbog toga i reaktansa rasipanja rotora:

$$X_{\gamma r} = sX_{\gamma rk} . \quad (5.23)$$

Za razliku od reaktanse, induktivnost rasipanja rotora ne zavisi od brzine obrtanja rotora.

Jednačine naponske ravnoteže rotorskog namotaja pri klizanju s :

$$0 = R_r \hat{I}_r + js \cdot X_{\gamma rk} \cdot \hat{I}_r + s \hat{E}_{kr}, \quad (5.24)$$

$$-\hat{E}_{kr} = \frac{R_r}{s} \hat{I}_r + jX_{\gamma rk} \hat{I}_r. \quad (5.25)$$

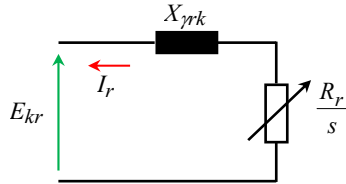
Efektivna vrednost struja u rotorskom namotaju pri klizanju s , odnosno kada se rotor obrće:

$$I_r = \frac{E_r}{\sqrt{R_r^2 + X_{\gamma r}^2}} = \frac{s \cdot E_{kr}}{\sqrt{R_r^2 + s^2 \cdot X_{\gamma rk}^2}}, \quad (5.26)$$

$$I_r = \frac{E_{kr}}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_{\gamma rk}^2}}, \quad (5.27)$$

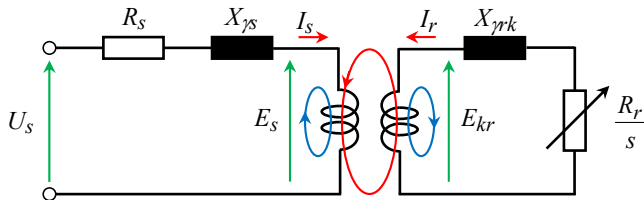
određena je sa indukovanom elektromotornom silom, E_{kr} , omskom otpornošću rotorskog namotaja, R_r , i reaktansom rasipanja $X_{\gamma rk}$. U okviru ove knjige smatraće se da je otpornost rotorskog namotaja nezavisna od brzine obrtanja, odnosno od učestanosti, f_r .

Na osnovu jednačine (5.25) može se nacrtati pofazna ekvivalentna šema rotorskog namotaja, i ona je prikazana na slici 5.13.



Slika 5.13. Pofazna ekvivalentna šema rotorskog namotaja.

U jednačini (5.27) se pojavljuje količnik otpornosti rotorskog namotaja i klizanja, R_r/s , koji se može interpretirati kao promenljivi otpornik, slika 5.13, čija otpornost zavisi od klizanja. Na slici 5.13. prikazana je ekvivalentna šema rotora, slično se može doći do ekvivalentnog kola statora. Na slici 5.14. su prikazani statorski i rotorski namotaji prožeti sa odgovarajućim fluksevima.



Slika 5.14. Pofazni prikaz statora i rotora asinhronog motora sa magnetno spregnutim kalemovima.

Obrtno polje u asinhronoj mašini preseca namotaje statora, isto kao što preseca namotaje rotora, i u namotaju statora indukuje kontra elektromotornu silu E_s , koja drži

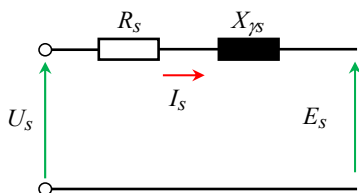
ravnotežu naponu na koji je priključena asinhrona mašina. Struja statorskog namotaja određena je:

- naponom napajanja statora;
- omskom otpornošću statorskog namotaja;
- reaktansom rasipanja statorskog namotaja;
- indukovanom kontra elektromotornom silom.

Na osnovu ovih razmatranja može se napisati jednačina naponske ravnoteže za jednu fazu namotaja na statoru:

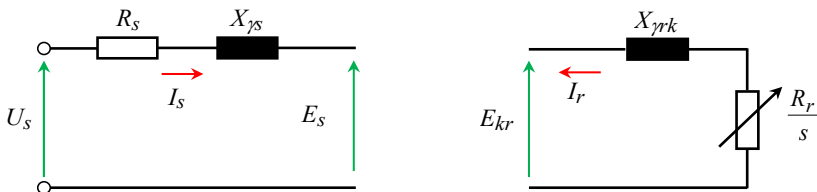
$$\hat{U}_s = R_s \cdot \hat{I}_s + jX_{\gamma s} \cdot \hat{I}_s + \hat{E}_s. \quad (5.28)$$

Na osnovu jednačine (5.28) može se nacrtati pofazna ekvivalentna šema statorskog namotaja, i ona je prikazana na slici 5.15.



Slika 5.15. Pofazna ekvivalentna šema statorskog namotaja.

Do sada je uspostavljena ekvivalentna šema rotora, slika 5.13, i statora, slika 5.15, asinhronne mašine. Strujna kola statora i rotora su galvanski odvojena, kao što je prikazano na slici 5.16, ali su magnetno spregnuta. Učestanosti fizičkih veličina u strujnim kolima statora i rotora su različita.



Slika 5.16. Ekvivalentna šema statora i rotora asinhronne mašine.

Indukovana elektromotorna sila E_{kr} , predstavlja indukovani napon kada je rotor ukočen $n = 0$, odnosno $s = 1$. Kada je rotor ukočen, nema elektromehaničke konverzije energije. Asinhrona mašina se ponaša kao transformator sa kratko spojenim sekundarom. Po analogiji sa transformatorom, definisan je prenosni odnos ili odnos transformacije, m , kao količnik indukovanih elektromotornih sila statora i rotora u mehaničkom krakom spoju:

$$m = \frac{E_s}{E_{kr}}, \quad (5.29)$$

pomoću koga se realizuje svođenje rotorskog ekvivalentnog kola na statorsku stranu, na isti način kao što se kod transformatora realizuje svođenje sekundara na primar. Indukovana elektromotorna sila E_{kr} svedena na statorsku stranu E'_{kr} se može odrediti pomoću jednačine (5.29), što predstavlja definiciju prenosnog odnosa kod asinhronog motora:

$$E'_{kr} = m \cdot E_{kr} = E_s. \quad (5.30)$$

Prenosni odnos za struje rotora i statora se može jednostavno dobiti polazeći od jednačine za snagu u rotorskom kolu izraženu preko svedenih i nesvedenih rotorskih veličina:

$$E'_{kr} I'_r = E_{kr} I_r. \quad (5.31)$$

Proizvod elektromotorne sile i struje rotora u (5.31) predstavlja prividnu snagu u kolu rotora. Prividna snaga mora ostati nepromenjena pre i nakon svođenja kola rotora na statorsku stranu. Struja rotora svedena na statorsku stranu je data jednačinom:

$$I'_r = \frac{I_r}{m}. \quad (5.32)$$

Kada se jednačina naponske ravnoteže rotora (5.25) pomnoži sa prenosnim odnosom m ,

$$-\hat{E}_{kr} = \frac{R_r}{s} \hat{I}_r + jX_{\gamma rk} \hat{I}_r \bigg/ \times m, \quad (5.33)$$

$$-m\hat{E}_{kr} = \frac{mR_r}{s} \hat{I}_r + jmX_{\gamma rk} \hat{I}_r, \quad (5.34)$$

$$-m\hat{E}_{kr} = \frac{m^2 R_r}{s} \cdot \frac{\hat{I}_r}{m} + jm^2 X_{\gamma rk} \frac{\hat{I}_r}{m}, \quad (5.35)$$

dobija se jednačina naponske ravnoteže kola rotora svedena na stranu statora:

$$-\hat{E}_s = \left(\frac{R'_r}{s} + jX'_{\gamma rk} \right) \cdot \hat{I}'_r, \quad (5.36)$$

gde su: $R'_r = m^2 R_r$ svedena otpornost rotorskog namotaja na stranu statora,

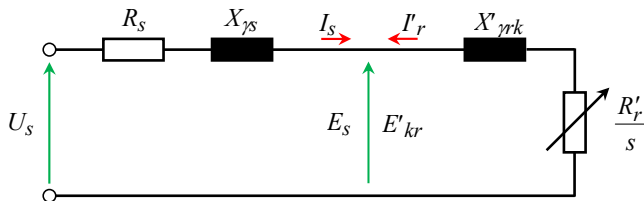
$X'_{\gamma rk} = m^2 X_{\gamma rk}$ svedena reaktansa rasipanja rotora kratkog spoja na stranu statora.

Odnos transformacije m zavisi prevashodno od izvedbe trofaznih namotaja statora i rotora, i on se kod kliznokolutnih mašina može eksperimentalno odrediti. Međutim, parametri rotorskog kola kavezni mašina obično se eksperimentalno određuju već svedeni na statorsku stranu, tako da izostaje potreba za poznavanjem tačne vrednosti odnosa transformacije, m .

Na osnovu jednačina naponske ravnoteže statora (5.28) i jednačine naponske ravnoteže rotora svedene na stator (5.36), može se zapisati jednačina naponske ravnoteže:

$$\hat{U}_s = (R_s + jX_{\gamma s}) \hat{I}_s + \hat{E}_s = (R_s + jX_{\gamma s}) \hat{I}_s - \left(\frac{R'_r}{s} + jX'_{\gamma rk} \right) \hat{I}'_r, \quad (5.37)$$

koja može poslužiti za formiranje ekvivalentne šeme asinhrone mašine, slika 5.17.



Slika 5.17. Ekvivalentna šema asinhrone mašine sa rotorom svedenim na stator.

Indukovana elektromotorna sila statora, E_s , može se izraziti preko impedanse magnećenja i struje magnećenja:

$$\hat{E}_s = \hat{Z}_m \hat{I}_m. \quad (5.38)$$

Zbir struje statora I_s i svedene struje rotora I'_r predstavlja struju magnećenja:

$$\hat{I}_m = \hat{I}_s + \hat{I}'_r. \quad (5.39)$$

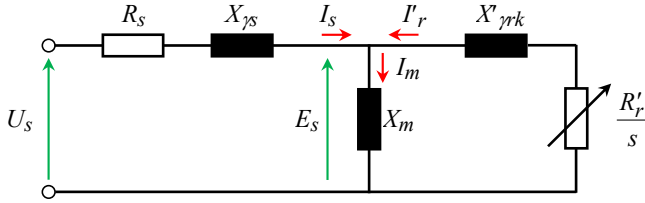
Kada se pretpostavi da je magnetno kolo idealno, odnosno da nema gubitaka u feromagnetiku, tada se indukovana elektromotorna sila može predstaviti preko struje magnećenja i reaktanse magnećenja:

$$\hat{E}_s = \hat{Z}_m \hat{I}_m = jX_m \hat{I}_m, \quad (5.40)$$

$$X_m = \omega_s L_m, \quad (5.41)$$

gde su X_m i L_m reaktansa i induktivnost magnećenja trofazne asinhronne mašine. Reaktansa magnećenja i struja magnećenja opisuju reaktivnu energiju potrebnu za magnećenje magnetnog kola.

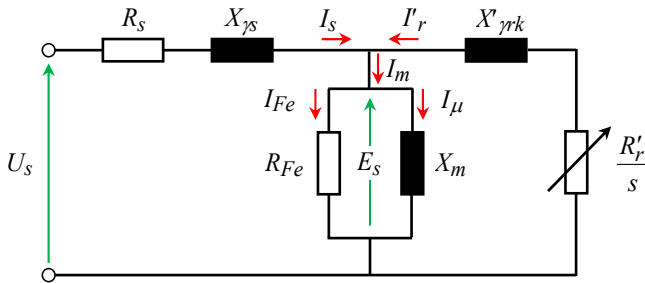
Ekvivalentna šema asinhronne mašine, kada se uzme u obzir reaktansa magnećenja, prikazana je na slici 5.18.



Slika 5.18. Ekvivalentna šema asinhronne mašine sa reaktansom magnećenja.

Grana na ekvivalentnoj šemi u kojoj se nalazi reaktansa magnećenja X_m , naziva se grana magnećenja i modeluje reaktivnu snagu koju troši asinhronna mašina.

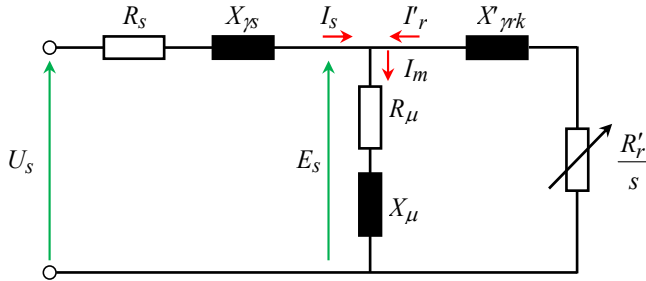
U magnetnom kolu asinhronne mašine postoje gubici u gvožđu koji se ne mogu jednostavno opisati. Oni se ekvivalentiraju omskom otpornošću u grani magnećenja, R_{Fe} . Najčešće se ta omska otpornost u ekvivalentnom kolu postavlja paralelno sa reaktansom magnećenja, tako da se dobija ekvivalentna šema asinhronne mašine prikazana na slici 5.19.



Slika 5.19. Kompletna ekvivalentna šema asinhronne mašine sa granom magnećenja.

Na slici 5.19. grana magnećenja je predstavljena paralelnom vezom reaktanse magnećenja X_m i otpornika R_{Fe} , kojim se ekvivalentiraju gubici u gvožđu asinhrone mašine. Otpornikom R_{Fe} , kao električnim parametrom, ekvivalentiraju se gubici čija je priroda nastanka magnetna, a ne električna.

Alternativno, grana magnećenja se, s obzirom na ekvivalentnost redne i paralelne veze dve impedanse, u uslovima sinusnih naizmeničnih veličina, može prikazati preko redne veze omske otpornosti i reaktanse, kao što je prikazano na slici 5.20. Ovaj prikaz grane magnećenja se znatno ređe koristi, jer kada je potrebno zanemariti npr. gubitke u gvožđu, potrebno je uvrstiti $R_\mu = 0$, što fizički nema smisla.

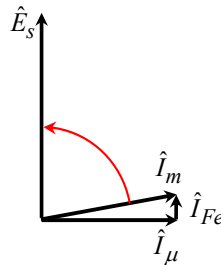


Slika 5.20. Kompletna ekvivalentna šema asinhrone mašine sa rednom granom magnećenja.

Na slici 5.19. struja kroz granu magnećenja, I_m , je razdvojena na dve komponente, aktivnu I_{Fe} i reaktivnu I_μ .

$$\hat{I}_m = \hat{I}_{Fe} + \hat{I}_\mu. \quad (5.42)$$

Aktivna komponenta struje magnećenja opisuje gubitak u gvožđu, dok reaktivna komponenta predstavlja reaktivnu snagu potrebnu za magnećenje mašine. Aktivna komponenta struje magnećenja je kolinearna sa fazorom elektromotorne sile statora, $\hat{E}_s$, dok reaktivna komponenta struje magnećenja naravno kasni za $\pi/2$ u odnosu na elektromotornu silu. Na slici 5.21. su prikazani fazori elektromotorne sile i struje magnećenja.



Slika 5.21. Fazorski dijagram grane magnećenja.

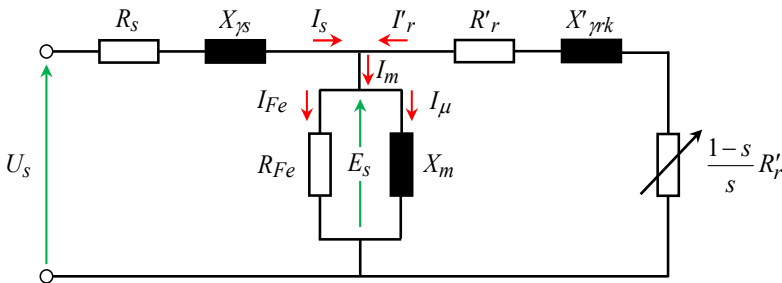
Ekvivalentna šema opisuje jednu fazu asinhrone mašine, tako da su struje i naponi koji se pojavljuju fazne vrednosti. O ovome se, pri izračunavanjima, mora voditi računa, jer trofazni namotaj statora može biti povezan u zvezdu ili trougao.

U rotorskom delu ekvivalentnog kola asinhrone mašine postoji jedan promenljivi otpornik, R'_r/s , čija vrednost, za dato stacionarno stanje, zavisi od vrednosti klizanja odnosno

brzine obrtnja rotora. Na fiktivnom otporniku R'_r/s u ekvivalentnoj šemi se disipira snaga koja prolazi kroz vazdušni zazor i ona se zove snaga obrtnog polja. Deo snage obrtnog polja se disipira na omskoj otpornosti rotorskog namotaja, a ostatak predstavlja snagu konverzije. Dakle, na promenljivom otporniku R'_r/s u ekvivalentnoj šemi se oslobađa snaga koja predstavlja sumu gubitaka u bakru rotora i snage elektromehaničke konverzije koja se realizuje u asinhronoj mašini, odnosno snage koja se konvertuje iz električne u mehaničku i obrnuto. Ovaj otpornik, R'_r/s , se može predstaviti i na sledeći način:

$$\frac{R'_r}{s} = R'_r + \frac{1-s}{s} R'_r, \quad (5.43)$$

a odgovarajuća ekvivalentna šema je prikazana na slici 5.22.



Slika 5.22. Ekvivalentna šema asinhronne mašine.

Sada će biti dat pregled šta pojedini elementi na ekvivalentnom kolu asinhronne mašine predstavljaju. Otpornik R_s odgovara omskoj otpornosti statorskog namotaja i na njemu se disipira snaga Džulovih gubitaka u statorskom namotaju. Otpornik R'_r odgovara omskoj otpornosti rotorskog namotaja svedenog na stator. Na ovom otporniku se oslobađa snaga Džulovih gubitaka u rotorskom namotaju. Fiktivni otpornik $(1-s)R'_r/s$, predstavlja snagu konverzije. Reaktansa rasipanja rotora u kratkom spoju, X'_{rk} , ekvivalentira fluks rasipanja rotora. Fiktivni otpornik R_{Fe} ekvivalentira snagu gubitaka u gvožđu. Reaktansa magnećenja X_m , predstavlja magnećenje asinhronne mašine tj. reaktivnu snagu koju asinhrona mašina troši. Reaktansom rasipanja statora X_{js} , predstavljen je rasipni fluks statorskog namotaja. Može se primetiti, da ni sa jednim elementom na ekvivalentnoj šemi nisu uvaženi mehanički gubici. Mehanički gubici se uobičajeno pridruže mehaničkom momentu na vratilu mašine.

Prikazane ekvivalentne šeme su pofazne, tako da ulazna snaga u ovo kolo predstavlja 1/3 snage motora. Ekvivalentna električna šema omogućuje da se njenim rešavanjem izračunaju vrednosti određenih veličina asinhronog motora kao što su napon, struja, aktivna i reaktivna snaga, klizanje. Ekvivalentna šema može poslužiti kao polazna tačka da se dođe do mehaničke karakteristike asinhronog motora, $m_c(s)$.

U ekvivalentnom kolu asinhronne mašine se pojavljuje šest parametara $R_s, R'_r, X_{js}, X'_{rk}, X_m, R_{Fe}$, čije vrednosti je potrebno odrediti i poznavati, kako bi se ekvivalentna šema mogla koristiti. Postoji više mogućnosti za njihovo određivanje, a jedna od njih je da se ovi parametri odrede u ogledu praznog hoda i kratkog spoja.

5.4. PRAZAN HOD I KRATAK SPOJ ASINHRONE MAŠINE

Prazan hod i kratak spoj (zakočeno stanje) predstavljaju dva bitna radna stanja asinhronog motora koja se često dešavaju tokom rada. U praznom hodu asinhronog motora nema mehaničkog momenta tj. opterećenja na vratilu. Tokom kratkog spoja asinhrone mašine rotor se ne obrće, on je mehanički ukočen, i ovaj režim odgovara trenutku polaska. Naziva se i mehanički kratak spoj ili motorski kratak spoj. Prazan hod i kratak spoj takođe predstavljaju osnovu za izvođenje eksperimenata sa asinhronim mašinama koji se sprovode radi određivanja parametara ekvivalentne šeme i drugih bitnih karakteristika asinhrone mašine. U nastavku su pre svega obrađeni ogledi praznog hoda i kratkog spoja.

5.4.1. Ogled praznog hoda

U okviru ispitivanja asinhronih mašina izvodi se kao standardan eksperiment ogled praznog hoda. U ogledu praznog hoda asinhroni motor je priključen na izvor promenljivog napona napajanja, a na vratlu nema mehaničkog opterećenja. Za nekoliko različitih vrednosti napona napajanja mere se napon, struja i snaga praznog hoda asinhronog motora.

U stanju praznog hoda motora, na vratilu nema opterećenja:

$$m_m = 0, \quad p_m = 0, \quad \eta = 0, \quad m_c = K_m \omega_m, \quad (5.44)$$

pa je mehanička snaga na vratilu motora jednaka nuli, a pošto nema mehaničke snage, tada je stepen korisnog dejstva takođe jednak nuli. U realnom praznom hodu, postoje mehanički gubici tj. gubici na trenje i ventilaciju. Da bi se pokrili ovi gubici, mora da postoji momenat konverzije. Dakle, u praznom hodu moment konverzije je jednak mehaničkim gubicima. U praznom hodu brzina obrtanja je vrlo bliska sinhronoj brzini, $n \approx n_s$, odnosno klizanje je blisko nuli, $s \approx 0$. Iz izmerenih vrednosti struje, napona i snage u režimu praznog hoda, mogu se odrediti parametri grane magnetne indukcije sa ekvivalentne šeme. U ovom radnom režimu motor uzima iz mreže reaktivnu energiju. Reaktivna snaga u praznom hodu približno je jednaka reaktivnoj snazi pri nominalnom opterećenju.

U praznom hodu asinhrona mašina uzima aktivnu snagu da pokrije gubitke praznog hoda. Gubici praznog hoda imaju sva tri dela: gubitke u bakru statora, gubitke u gvožđu i mehaničke gubitke:

$$P_0 = P_{Cus0} + P_{Fes0} + P_{gmeh}. \quad (5.45)$$

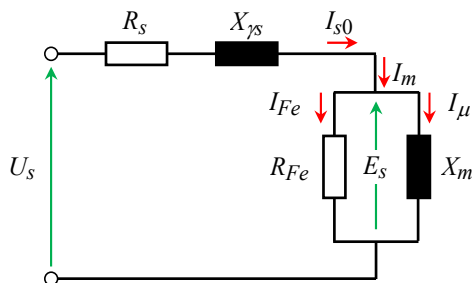
Vatmetrima postavljenim ispred asinhronog motora se može izmeriti snaga praznog hoda, P_0 .

Kroz namotaje statora u praznom hodu protiče struja, pa postoje električni gubici u namotaju statora, P_{Cus0} :

$$P_{Cus0} = 3R_s I_{s0}^2. \quad (5.46)$$

U praznom hodu, rotor se obrće brzinom koja je bliska sinhronoj, pa zbog toga gotovo i da nema struje u rotorskom namotaju, a onda nema ni gubitaka u namotaju rotora. Magnetno kolo statora je prožeto obrtnim magnetnim poljem, pa postoje gubici u gvožđu statora. Ovi gubici zavise od učestanosti i magnetne indukcije, zbog čega su za dati napon konstantni i ne zavise od opterećenja. Odavde sledi da će gubici u gvožđu biti isti pri nazivnom opterećenju kao i u praznom hodu. Ranije je objašnjeno da je učestanost rotorskih veličina srazmerna klizanju s , a kako je klizanje u praznom hodu blisko nuli, to se gubici u gvožđu rotora mogu zanemariti.

Ekvivalentna šema izvedena u prethodnom delu ne uzima u obzir mehaničke gubitke. Zbog toga je opravdano u ekvivalentnom kolu koje se odnosi na prazan hod uvrstiti da je $s = 0$, zbog čega $R'/s \rightarrow \infty$, odnosno ekvivalentna šema rotora predstavlja otvorenu granu. Kada se uvaži upravo navedeno, ekvivalentna šema asinhronog motora u praznom hodu se može prikazati kao na slici 5.23.



Slika 5.23. Ekvivalentna šema asinhronog motora u praznom hodu.

Kako je u praznom hodu struja u rotoru zanemarivo mala, to je struja magnećenja vrlo približno jednaka struji praznog hoda statora. Struja magnećenja jednaka je struji praznog hoda asinhronog motora. Kako u praznom hodu praktično nema elektromehaničke konverzije, to će struja statora biti pretežno reaktivna, radi obezbeđenja potrebne reaktivne snage za asinhroni motor.

Kako u ekvivalentnom kolu asinhronog motora nisu uvaženi mehanički gubici, to je ulazna snaga u ekvivalentnu šemu sa slike 5.23:

$$P_{ul} = \frac{P_0 - P_{gmeh}}{3}. \quad (5.47)$$

Faktor snage praznog hoda asinhronog motora:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{3U_{s0}I_{s0}}, \quad (5.48)$$

se može odrediti kada se izmere snaga praznog hoda, P_0 , napon, U_{s0} , i struja, I_{s0} praznog hoda. Aktivna snaga koja se uzima iz mreže, P_0 , potrebna je za pokrivanje gubitaka praznog hoda i ona iznosi samo par procenata od nazivne snage motora. Struja praznog hoda kod asinhronih mašina iznosi tipično od 30 % do 80 % nazivne struje. Ako se poredе motori različitih nazivnih snaga, tada sa porastom nazivne snage motora struja praznog hoda procentualno opada u odnosu na nazivnu vrednost struje motora. Faktor snage praznog hoda asinhronog motora iznosi oko 0,1 i osetno je manji od nazivnog faktora snage. U zavisnosti od broja pari polova i od nazivne snage motora, nazivna vrednost faktora snage asinhronog motora se kreće u intervalu od 0,75 do 0,9. Ako se poredе motori različitih nazivnih snaga, tada sa porastom nazivne snage motora raste i nazivni faktor snage. Dok, ako se poredе motori sa različitim brojem pari polova, tada sa povećanjem broja pari polova nazivni faktor snage opada.

Omska otpornost statorskog namotaja se može izmeriti nekom od standardnih metoda za merenje otpornosti, kao što su $U - I$ metoda ili neka od mosnih metoda tako da se otpornost statorskog namotaja može smatrati da je poznata. Kada se od izmerene snage praznog hoda P_0 , oduzmu gubici u namotajima statora tokom praznog hoda, dobijaju se:

$$P_0 - 3R_s I_{s0}^2 = P_{Fes} + P_{gmeh}, \quad (5.49)$$

u zbiru gubici u gvožđu i mehanički gubici. Za nekoliko različitih vrednosti napona napajanja, U_{s0} , asinhronog motora obave se merenja, P_0 , I_{s0} i izračunavanja prema jednačini (5.49). Brzina obrtanja rotora u praznom hodu je bliska sinhronoj brzini. Sinhrona brzina je određena sa učestanošću napona napajanja i ne zavisi od efektivne vrednosti napona napajanja. Zbog toga se može smatrati da je u ogledu praznog hoda brzina obrtanja konstantna, pa su i mehanički gubici u jednačini (5.49) konstantni i približno jednaki nominalnim gubicima.

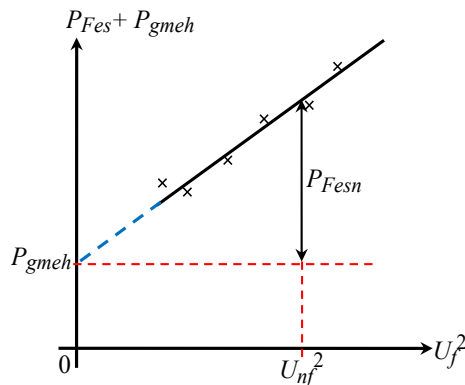
Međutim, gubici u feromagnetiku zavise od napona napajanja. Evo objašnjenja. Gubici u gvožđu zavise od kvadrata magnetne indukcije. Indukovana elektromotorna sila direktno je proporcionalna magnetnoj indukciji:

$$U_s \approx E_s = 4,44k_p f N S_{Fe} B, \quad (5.50)$$

pa se lako izvodi zaključak da su gubici u gvožđu srazmerni sa kvadratom napona.

Pomoću ekvivalentnog kola za prazan hod na slici 5.23. se može izvesti zaključak da je vrednost indukovanе elektromotorne sile u praznom hodu približno jednaka naponu napajanja, $E_s \approx U_s$, zato što je pad napona na omskoj otpornosti i reaktansi rasipanja statora mali. Indukcija asinhronog motora srazmerna je sa naponom napajanja, pa su gubici u feromagnetiku proporcionalni kvadratu napona.

Ukoliko se za više različitih napona napajanja izmere napon, struja i snaga praznog hoda, a zatim sprovede izračunavanje prema jednačini (5.49) dobija se određen broj mernih tačaka koje su prikazane sa $\times$ na slici 5.24. Kako se na apscisi na slici 5.24. nalazi kvadrat faznog napona asinhronog motora to se merne tačke nalaze oko prave, odnosno zavisnost data jednačinom (5.49) je linearna. Kroz merne tačke se fituje prava. Ako se ekstrapolira prava na slici 5.24, koja predstavlja zbir mehaničkih gubitaka i gubitaka u gvožđu, do preseka sa ordinatom dobijaju se mehanički gubici, P_{gmeh} . Kada je napon jednak nuli gubici u gvožđu postaju jednaki nuli, a ostaju samo mehanički gubici. Dobijeni iznos mehaničkih gubitaka odgovara brzini praznog hoda, a koja je vrlo bliska sinhronoj brzini. Kako mehanički gubici zavise kvadratno od brzine obrtanja, lako se vrši preračunavanje mehaničkih gubitaka na neku drugu brzinu obrtanja.



Slika 5.24. Razdvajanje mehaničkih gubitaka od gubitaka u gvožđu asinhronog motora.

Gubici u gvožđu pri nazivnom naponu napajanja, mogu se odrediti sa grafika 5.24. ako su prethodno određeni mehanički gubici, P_{gmeh} . Na ovaj način grafičkim putem se razdvajaju gubici u feromagnetiku od mehaničkih gubitaka. Tipično je vrednost gubitaka u gvožđu, pri nazivnom naponu napajanja, tri puta veća od mehaničkih gubitaka.

Parametri grane magnećenja u ekvivalentnoj šemi, za nazivni napon napajanja, određuju se na jednostavan način iz podataka dobijenih u ogledu praznog hoda. Pri tome se zanemaruje pad napona u statorskom namotaju i smatra se da je indukovana elektromotorna sila jednaka priključenom faznom naponu, $E_s \approx U_s$. Za vrednost gubitaka u gvožđu pri nazivnom naponu, P_{Fesn} , dobijenu sa slike 5.24, može se odrediti fiktivni otpornik,

$$R_{Fe} = \frac{3U_{nf}^2}{P_{Fesn}}, \quad (5.51)$$

koji ekvivalentira gubitke u gvožđu pri nominalnom naponu.

Reaktansa magnećenja X_m se može jednostavno dobiti:

$$X_m = \frac{U_{nf}}{I_\mu} = \frac{U_{nf}}{I_{s0} \sin \varphi_0}, \quad (5.52)$$

kada su poznati napon napajanja, struja praznog hoda i faktor snage praznog hoda, odnosno $\sin \varphi_0$.

5.4.2. Ogled kratkog spoja

Drugo karakteristično stanje asinhronog motora predstavlja kratak spoj. Za asinhronu mašinu kratak spoj može biti samo motorski ili kako se još naziva mehanički kratak spoj. U kratkom spoju rotor je mehanički ukočen, ne obrće se, a na stator je doveden trofazan napon napajanja. Ovo je stanje koje nema nikakve veze sa kratkim spojem na električnim priključcima mašine. Pri pokretanju asinhronog motora iz mirovanja, asinhroni motor kreće iz kratkog spoja. Osim toga, za određivanje parametara redne grane ekvivalentne šeme sprovodi se ogled kratkog spoja. Ovaj ogled omogućava određivanje parametara ekvivalentnog kola, zajedno sa ogledom praznog hoda.

U ogledu kratkog spoja asinhronog motora, rotor je mehanički ukočen tj. onemogućeno je njegovo obrtanje. Ogled kratkog spoja se realizuje sa sniženim naponom napajanja, $U_k \ll U_{nf}$, pri kojem se postiže da struja u statoru ima nazivnu vrednost. Za manje motore potrebni napon, U_k , iznosi od trećine nazivnog pa naviše, a za veće motore od šestine do trećine nazivnog napona. Kada bi u kratkom spoju priključeni napon imao nazivnu vrednost, tada bi struja u statoru i rotoru, kod nekih motora, bila čak desetostruko veća od nazivne vrednosti. Ovo se, naravno ne sme dozvoliti, jer bi moglo doći do pregrevanja asinhronog motora.

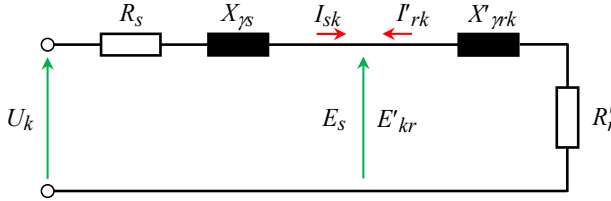
Kako je rotor mehanički ukočen, $n = 0$, $s = 1$, tada su:

$$p_m = 0, \quad \eta = 0, \quad p_c = 0, \quad m_c \neq 0, \quad (5.53)$$

mehanička snaga i snaga konverzije jednake nuli. Kako je mehanička snaga $p_m = 0$, to je stepen korisnog dejstva takođe jednak nuli. Momenat konverzije nije jednak nuli i naziva se moment ukočenog rotora u ogledu kratkog spoja. Kada se motor pokreće priključenjem na nazivni napon, momenat konverzije ima karakterističnu vrednost koja se naziva polaznim momentom, i može se odrediti iz momenta ukočenog rotora u ogledu kratkog spoja. O ovome će biti detaljnije reči u sledećem delu ove knjige.

U ogledu kratkog spoja motor je priključen na sniženi napon, koji je znatno manji od nazivnog napona asinhronog motora. Već je objašnjeno da gubici u feromagnetiku zavise od kvadrata napona. Zbog toga su gubici u gvožđu tokom ogleda kratkog spoja znatno manji od gubitaka u gvožđu pri nazivnom naponu, pa se mogu zanemariti. Ova znači da se u ekvivalentnoj šemi asinhronu mašine za kratak spoj otpornik, R_{Fe} , koji opisuje gubitke u

gvožđu može izostaviti. Takođe, zbog snižene vrednosti napona reaktivna energija asinhronog mašine, koja se povlači iz mreže, znatno je manja nego pri nazivnom naponu. Zbog toga je moguće izostaviti i reaktansu magnećenja iz ekvivalentne šeme asinhronog motora u ogledu kratkog spoja. Kada se ovi navodi o otpornosti, R_{Fe} , i reaktansi magnećenja, X_m , uvažavaju na ekvivalentnoj šemi asinhronog motora sa slike 5.19. dobija se ekvivalentna šema u ogledu kratkog spoja, i ona je prikazana na slici 5.25.



Slika 5.25. Ekvivalentna šema asinhronog motora u ogledu kratkog spoja.

U ogledu kratkog spoja asinhronog motora mere se napon i struja motora, kao i ulazna električna snaga. Pri naponu kratkog spoja U_k struja kratkog spoja je jednaka nazivnoj vrednosti, $I_{sk} = I_{sn}$. Ulazna snaga u asinhronu mašinu pri kratkom spoju, P_k , se meri vatmetrima, faktor snage kratkog spoja se može izračunati:

$$\cos \varphi_k = \frac{P_k}{3U_k I_{sk}}. \quad (5.54)$$

Faktor snage u kratkom spoju je tipično u intervalu $\cos \varphi_k \in [0,4 \div 0,6]$ i veći je nego u praznom hodu. Ulazna snaga u asinhronu mašinu pri kratkom spoju, P_k , pokriva Džulove gubitke u rotorskom i statorskom namotaju:

$$P_k = P_{Cusk} + P_{Curk} = 3(R_s + R'_r) I_{sn}^2. \quad (5.55)$$

Iz izmerene snage kratkog spoja, P_k , može se odrediti ukupna otpornost statorskog i rotorskog namotaja, $R_s + R'_r$. S obzirom da se otpornost statora R_s lako može izmeriti, može se odrediti otpornost rotora svedena na stator:

$$R'_r = \frac{P_k}{3I_{sn}^2} - R_s. \quad (5.56)$$

Uz pomoć ekvivalentne šeme sa slike 5.25. se može napisati jednačina naponske ravnoteže asinhronog motora u kratkom spoju:

$$\hat{U}_k = \left[(R_s + R'_r) + j(X_{\gamma s} + X'_{\gamma rk}) \right] \hat{I}_{sn}, \quad (5.57)$$

koja može poslužiti za određivanje zbira reaktansi rasipanja statora i rotora:

$$X_{\gamma s} + X'_{\gamma rk} = \sqrt{\left(\frac{U_k}{I_{sn}} \right)^2 - (R_s + R'_r)^2}. \quad (5.58)$$

S obzirom da se namotaji statora i rotora nalaze u sličnim magnetnim okolnostima, može se očekivati da su rasipni fluksevi statora i rotora približno isti. Tako da je sasvim opravdano pretpostaviti da su reaktanse rasipanja statora i rotora iste, $X_{\gamma s} \approx X'_{\gamma rk}$.

Kao što je već navedeno, asinhroni motor koji se pokreće iz mirovanja uvek kreće iz stanja kratkog spoja. S obzirom na to da se nakon pokretanja motor zaleće, stanje kratkog spoja traje vrlo kratko. U tom kratkom vremenskom intervalu javlja se struja koja višestruko nadmašuje nazivnu struju motora. Ova struja naziva se struja polaska motora i tipično je četiri do osam puta veća od nazivne struje motora, mada kod kliznog kolutnih mašina može dostizati i desetostruku vrednost nazivne struje. Ako se pored asinhroni motori različitih nazivnih snaga, tada sa porastom nazivne snage motora raste struja polaska, izražena kao umnožak nazivne struje motora.

5.5. STRUKTURA GUBITAKA I BILANS SNAGE ASINHRONE MAŠINE

U okviru ovog dela obrađena je struktura gubitaka kod asinhrone mašine kao i energetski bilans iskazan preko ulazne, izlazne snage i snage gubitaka. Bilans snage se daje u vidu grafa na kome su prikazani tokovi snage od ulazne do izlazne snage, uključujući snagu obrtnog polja, snagu konverzije, kao i sve gubitke u mašini.

5.5.1. Struktura gubitaka u asinhronim mašinama

Kod rotacionih električnih mašina, pa tako i kod asinhronih mašina, postoje tri vrste gubitaka:

- električni gubici;
- gubici u magnetnom kolu mašine;
- mehanički gubici.

Električni gubici su gubici u namotajima asinhrone mašine. Namotaji kod asinhrone mašine postoje i na statoru i na rotoru. To su Džulovi gubici usled proticanja struje kroz ove namotaje, a nazivaju se još i gubici u bakru. U literaturi je uobičajena oznaka za ove gubitke P_{Cu} . U električne gubitke asinhrone mašine spadaju gubici u sva tri fazna namotaja statora:

$$P_{Cus} = 3R_s I_s^2, \quad (5.59)$$

i gubici u namotajima rotora:

$$P_{Cur} = 3R_r' I_r'^2. \quad (5.60)$$

Gubici u magnetnom kolu postoje samo u onim delovima feromagnetika koji su prožeti promenljivom magnetnom indukcijom. Obrtno polje prožima feromagnetik statora i rotora. U feromagnetiku je vremenski promenljiva indukcija. Gubici u feromagnetiku imaju dva dela, to su gubici usled vrtložnih struja koji zavise od kvadrata učestanosti i gubici usled histerezisa koji zavise linearno od učestanosti. Kao što je objašnjeno, magnetno kolo rotora je prožeto magnetnim poljem čija je učestanost srazmerna klizanju tj. u trajnom radu ona iznosi samo par herca. Zbog male učestanosti magnetnog polja u feromagnetiku rotora, opravdano je zanemariti gubitke u gvožđu rotora. Jedan od režima u kome se gubici u gvožđu rotora ne mogu zanemariti je polazak asinhronog motora iz stanja mirovanja priključenjem na napajanje, kada je učestanost rotorskih veličina jednaka učestanosti statorskog napona, $\omega_r = \omega_s$. Magnetno kolo statora je prožeto magnetnim poljem koje rotira sinhronom brzinom, tako da u magnetnom kolu

statora postoje gubici u gvožđu. U literaturi je uobičajena oznaka za ove gubitke P_{Fes} . U ekvivalentnom kolu asinhrona mašine ovi gubici su predstavljeni otpornikom R_{Fe} .

Mehanički gubici su gubici usled trenja u ležajevima, trenja rotora o rashladni fluid, kao i gubici usled ventilacije. U literaturi se za ove gubitke koriste uobičajene oznake P_{gmeh} ili P_{fv} .

5.5.2. Snaga obrtnog polja i snaga konverzije

U motorskom režimu rada u asinhronu mašinu ulazi električna snaga P_e . U statoru postoje električni gubici u namotajima, P_{Cus} , i gubici u gvožđu, P_{Fes} . Kada se od ulazne električne snage oduzmu gubici u namotajima statora i gubici u feromagnetiku, dobija se snaga obrtnog polja:

$$P_{ob} = P_e - P_{Cus} - P_{Fes}. \quad (5.61)$$

Snaga obrtnog polja predstavlja snagu koja uz pomoć obrtnog polja prelazi sa statora na rotor, kod asinhrona mašine ovaj prelazak je posredstvom elektromagnetne indukcije. Na ekvivalentnoj šemi asinhrona mašine snaga obrtnog polja predstavlja snagu koja se disipira na fiktivnom otporniku R'_r/s :

$$P_{ob} = 3 \frac{R'_r}{s} I_r'^2. \quad (5.62)$$

prikazanom na slici 5.19. Za nazivni momenat opterećenja asinhronih motora, nazivno klizanje, s_n , se kreću od 0,6 % do 5 %.

Snaga obrtnog polja predstavlja snagu koja zahvaljujući elektromagnetnoj indukciji „ulazi“ na rotor. Jedan manji deo od snage obrtnog polja se oslobađa u vidu toplote u namotajima rotora, P_{Cur} , a ostatak predstavlja snagu konverzije, P_c . U skladu sa upravo navedenim, snaga obrtnog polja data jednačinom (5.62) se može predstaviti kao zbir dva sabirka:

$$P_{ob} = \underbrace{3R'_r I_r'^2}_{P_{Cur}} + 3 \frac{1-s}{s} R'_r I_r'^2. \quad (5.63)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{P_c}$

Prvi sabirak u (5.63) predstavlja snagu gubitaka u namotajima rotora, koja se može izraziti pomoću snage obrtnog polja i klizanja:

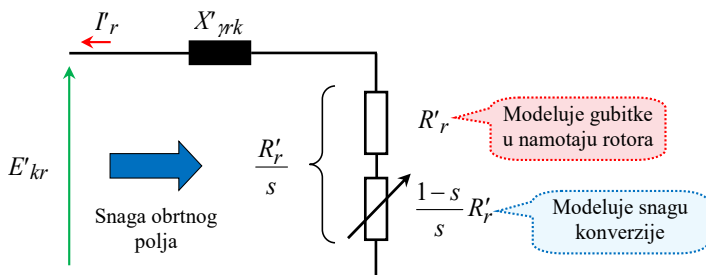
$$P_{Cur} = 3R'_r I_r'^2 = sP_{ob}. \quad (5.64)$$

Iz jednačine (5.64) se vidi da su gubici u namotajima rotora srazmerni sa klizanjem, kao i da većoj vrednosti klizanja odgovaraju veći gubici u namotajima rotora, P_{Cur} . Ovo je razlog zašto se asinhrona mašine izrađuju tako da im je nazivno klizanje najčešće manje od 5 %, kako bi stepen korisnog dejstva imao dovoljno veliku vrednost. Drugi sabirak u (5.63) predstavlja snagu konverzije:

$$P_c = 3 \frac{1-s}{s} R'_r I_r'^2, \quad (5.65)$$

$$P_c = (1-s)P_{ob} = P_{ob} - P_{Cur}, \quad (5.66)$$

koja razvija obrtni momenat, m_c . Slika 5.26. prikazuje raspodelu snage obrtnog polja u rotorskom kolu prema jednačini (5.63).

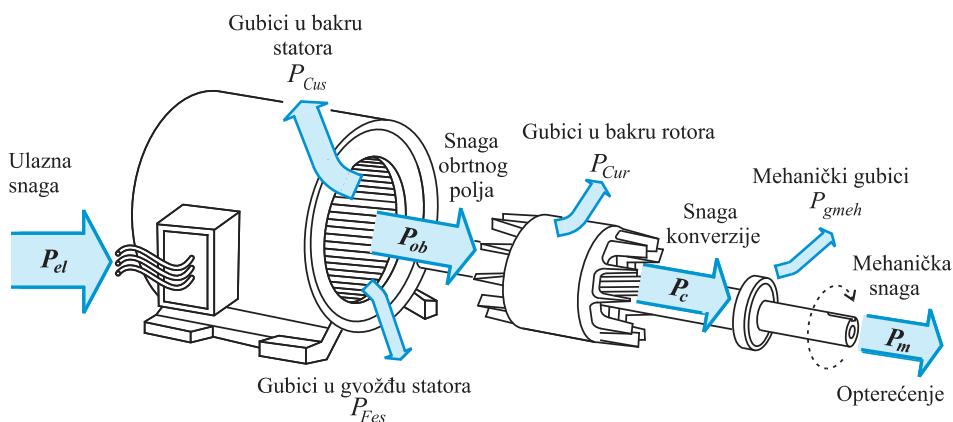


Slika 5.26. Raspodela snage obrtnog polja na rotoru asinhronne mašine.

Korisna mehanička snaga P_m , koju asinhrona mašina preko vratila predaje radnoj mašini, dobija se kada se od snage konverzije oduzmu mehanički gubici:

$$P_m = P_c - P_{gmeh}. \quad (5.67)$$

Na osnovu do sada izloženog o strukturi gubitaka kod asinhronne mašine grafički se može prikazati tok snage kroz asinhroni motor, slika 5.27, literatura [2].



Slika 5.27. Dijagram toka snage u asinhronom motoru [2].

5.5.3. Bilans snage

Jednačina energetskog bilansa asinhronog motora iskazana preko snage:

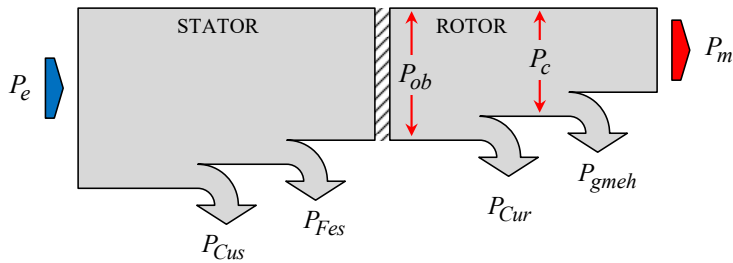
$$P_m = P_e - P_g = 3UI \cos \varphi - P_{Cus} - P_{Fes} - P_{Cur} - P_{gmeh}, \quad (5.68)$$

daje vezu između mehaničke izlazne i električne ulazne snage kao i snage gubitaka koji postoje u asinhronom motoru.

Stepen korisnog dejstva je količnik izlazne i ulazne snage, u motorskom režimu rada to je količnik mehaničke i električne snage:

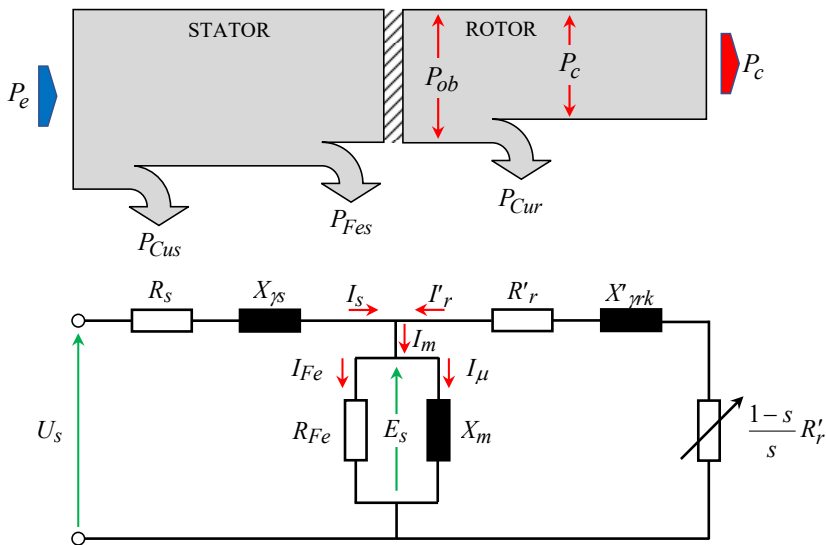
$$\eta = \frac{P_m}{P_e} = \frac{P_e - P_g}{P_e}. \quad (5.69)$$

Bilans snage u motorskom režimu rada prikazan je u vidu grafa na slici 5.28.



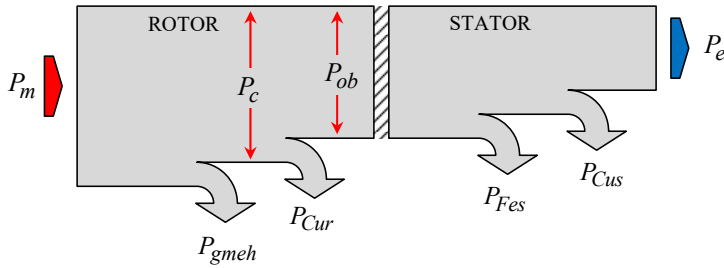
Slika 5.28. Bilans snage u motornom režimu rada asinhrone mašine.

Ekvivalentna šema asinhrone mašine ne uvažava mehaničke gubitke, ali i pored toga, ona odražava tok snage kroz asinhronu mašinu. Na slici 5.29. su uporedno prikazani ekvivalentna šema i bilans snage asinhronog motora kada su zanemareni mehanički gubici. Kada su zanemareni mehanički gubici, tada se na fiktivnom otporniku $R'_r(1-s)/s$ razvija snaga konverzije, odnosno mehanička snaga.



Slika 5.29. Uporedni prikaz ekvivalentne šeme i bilansa snage asinhronog motora.

U generatorskom režimu rada preko vratila, u asinhronu mašinu ulazi mehanička snaga, P_m , a izlazi električna snaga, P_e . Kada se ulazna mehanička snaga umanji za mehaničke gubitke dobija se snaga konverzije. Snaga konverzije je od snage obrtnog polja veća za gubitke u namotajima rotora. Kroz vazdušni zazor sa rotora na stator asinhronog generatora prolazi snaga obrtnog polja. Deo snage obrtnog polja na statoru se pretvara u toplotu i to su gubici u namotajima statora i gubici u gvožđu statora. Bilans snage asinhrone mašine u generatorskom režimu rada prikazan je u vidu grafa na slici 5.30.



Slika 5.30. Bilans snage u generatorskom režimu rada asinhrone mašine.

5.6. MEHANIČKA KARAKTERISTIKA ASINHRONE MAŠINE

Mehanička karakteristika asinhrone mašine predstavlja zavisnost momenta konverzije od klizanja, $m_c(s)$, odnosno brzine obrtanja, $m_c(n)$. Mehanička karakteristika asinhrone mašine se odnosi na ustaljeno stanje, odnosno podrazumeva se da sve veličine asinhrone mašine imaju ustaljene vrednosti. Do mehaničke karakteristike se može doći na više načina, kao na primer polazeći od dinamičkog modela asinhronog motora koji obuhvata sistem diferencijalnih jednačina koje opisuju ponašanje asinhrone mašine kako u toku prelaznog procesa, tako i u toku stacionarnog stanja. Ovaj pristup izlazi iz okvira gradiva koji se obrađuje u ovoj knjizi. Drugi pristup da se dođe do mehaničke karakteristike je da se pođe od ekvivalentnog kola asinhrone mašine.

Momenat konverzije je količnik snage konverzije P_c date jednačinom (5.65):

$$m_c = \frac{P_c}{\omega_m}, \quad (5.70)$$

i mehaničke brzine obrtanja rotora:

$$\omega_m = (1-s) \frac{\omega_s}{p}, \quad \omega_s = 2\pi \cdot f_s. \quad (5.71)$$

Smenom (5.65) i (5.71) u (5.70) pokazuje se da je:

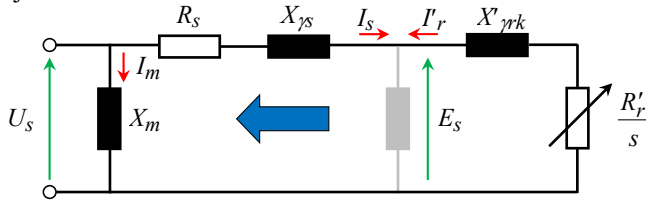
$$m_c = 3p \frac{1-s}{s} \cdot \frac{R'_r \cdot I_r'^2}{(1-s) \cdot \omega_s} = \frac{3p}{\omega_s} \cdot \frac{R'_r}{s} \cdot I_r'^2, \quad (5.72)$$

$$m_c = p \cdot \frac{P_{ob}}{\omega_s}, \quad (5.73)$$

momenat konverzije količnik snage obrtnog polja, P_{ob} , i mehaničke sinhronne brzine ω_s/p .

Momenat konverzije u jednačini (5.72) je izražen preko struje rotora, I_r' , koju kod kaveznih asinhronih motora nismo u mogućnosti da merimo. Da bi se odredio konačan izraz za momenat konverzije, potrebno je struju rotora izraziti preko napona napajanja, koga je naravno moguće meriti. Moguće je struju rotora I_r' izraziti preko napona napajanja i parametara ekvivalentnog kola sa slike 5.18, što je relativno složeno. Zbog toga se obično posmatra modifikovana ekvivalentna šema asinhrone mašine. Elektromotorna sila statora, E_s , na ekvivalentnoj šemi predstavlja napon na grani magnećenja i u odnosu na napon statora U_s je manja za pad napona na otpornosti statora, R_s , i na reaktansi rasipanja statora, $X_{\gamma s}$.

Elektromotorna sila statora je za približno do 10 % manja u odnosu na napon statora. Ova mala razlika u vrednosti napona statora, U_s , i elektromotorne sile statora E_s opravdava da se grana magnećenja izmesti na ulaz ekvivalentne šeme, kao što je prikazana na slici 5.31, a u cilju određivanja struje rotora.



Slika 5.31. Ekvivalentna šema asinhronne mašine za određivanje struje rotora sa izmeštenom granom magnećenja.

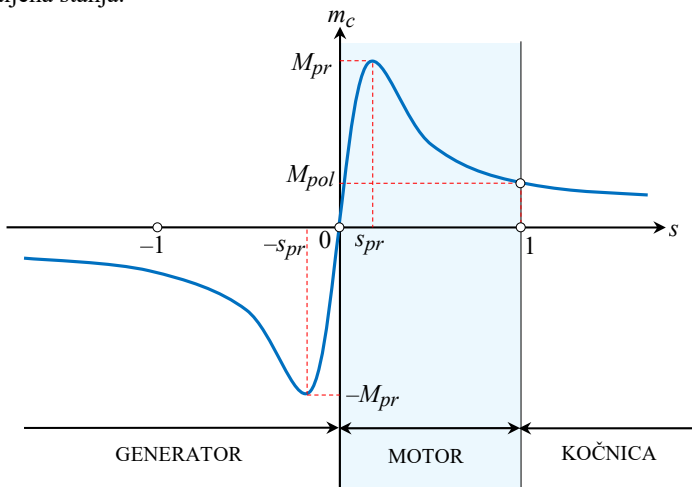
Pomoću modifikovane ekvivalentne šeme sa slike 5.31. može se odrediti struja rotora:

$$I'_r = \frac{U_s}{\sqrt{\left(R_s + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_{\gamma s} + X'_{\gamma rk})^2}}. \quad (5.74)$$

Kada se struja rotora data jednačinom (5.74) smeni u jednačinu za momenat konverzije (5.72) dobija se konačan izraz za mehaničku karakteristiku asinhronog motora:

$$m_c(s) = \frac{3p}{2\pi f_s} U_s^2 \frac{\frac{R'_r}{s}}{\left(R_s + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_{\gamma s} + X'_{\gamma rk})^2}. \quad (5.75)$$

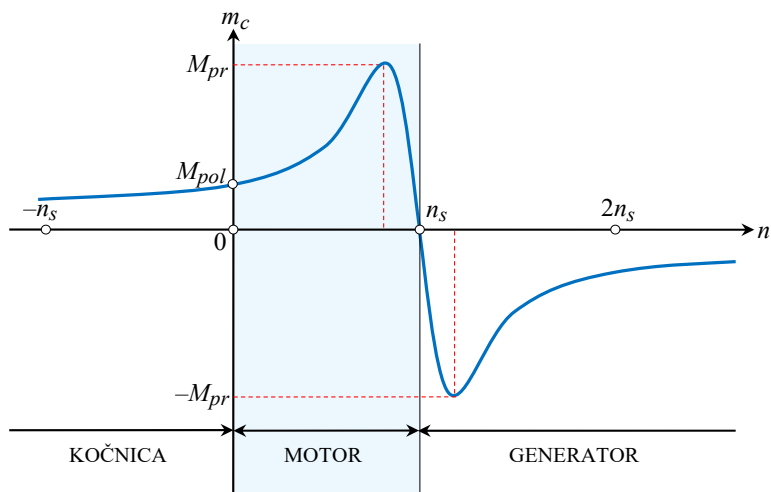
Mehanička karakteristika asinhronog motora, $m_c(s)$, je još poznata pod nazivom momentna karakteristika. Momenat konverzije dat jednačinom (5.75) je složena funkcija klizanja i prikazan je na slici 5.32. Momentna karakteristika, prikazana na slici 5.32, naziva se i statička momentna karakteristika, s obzirom na to da je dobijena primenom ekvivalentne šeme koji važi samo za ustaljena stanja.



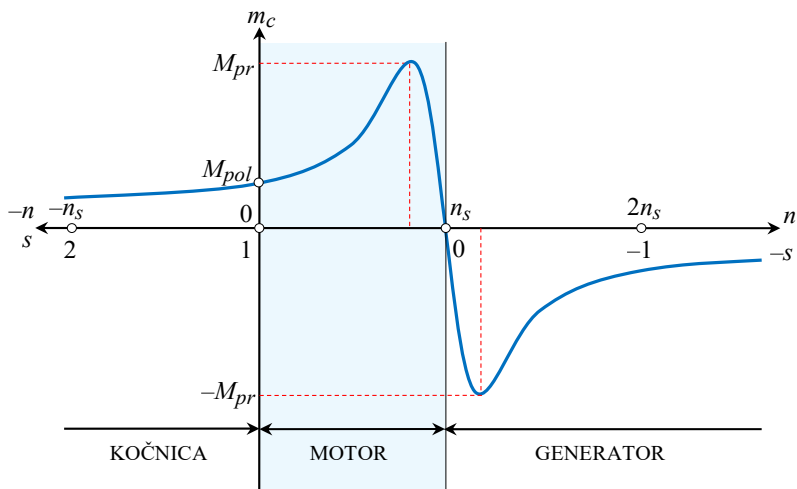
Slika 5.32. Mehanička karakteristika asinhronne mašine, $m_c(s)$.

Na slici 5.32. naznačeni su mogući radni režimi asinhronne mašine. Za klizanja $0 < s < 1$ asinhrona mašina radi u motorskom režimu rada. U generatorskom režimu rada klizanje je negativno, $s < 0$. U režimu asinhronne kočnice klizanje je $s > 1$.

S obzirom na relaciju koja povezuje klizanje i brzinu obrtanja $n = (1 - s) \cdot n_s$ mehanička karakteristika asinhronne mašine se može prikazati kao zavisnost $m_c(n)$, i ona je prikazana na slici 5.33. U literaturi se mehanička karakteristika asinhronog motora prikazuje i na način kao na slici 5.34. gde su na apscisi naznačene obe veličine: brzina obrtanja i klizanje.



Slika 5.33. Mehanička karakteristika asinhronne mašine, $m_c(n)$.



Slika 5.34. Mehanička karakteristika asinhronne mašine.

Na mehaničkim karakteristikama asinhronog motora na slikama 5.32. – 5.34. naznačene su karakteristične vrednosti momenta. Pri pokretanju asinhronog motora brzina

obrtnja je jednaka nuli, a klizanje ima vrednost jedan, $n = 0$, $s = 1$, asinhroni motor razvija polazni momenat (*kretni momenat, potezni momenat, momenat kratkog spoja, starting torque*), označen sa M_{pol} . Kada se u jednačinu za momenat konverzije (5.75) uvrsti da klizanje iznosi jedan, dolazi se do jednačine za polazni momenat:

$$M_{pol} = m_c(s=1) = \frac{3pU_s^2}{2\pi f_s} \frac{R'_r}{(R_s + R'_r)^2 + (X_{\gamma s} + X'_{\gamma rk})^2}. \quad (5.76)$$

Ovaj momenat asinhroni motor razvija pri pokretanju, pa otud naziv kretni, odnosno kada je asinhroni motor u mehaničkom kratkom spoju pri nazivnom naponu napajanja.

Momenat konverzije je funkcija klizanja, $m_c(s)$, odnosno brzine, $m_c(n)$, i on pri određenoj vrednosti brzine, odnosno klizanja, ima ekstremum koji se naziva prevalni momenat (*prekretni momenat, breakdown torque*) i označava se sa M_{pr} . Prevalni momenat se može odrediti iz jednačine za $m_c(s)$, (5.75), nalaženjem ekstremuma funkcije:

$$\frac{d}{ds} m_c(s) = 0. \quad (5.77)$$

Nule izvoda momenta konverzije po klizanju, jednačina (5.77), definišu klizanje pri kome momenat konverzije dostiže prevalni momenat, to klizanje se naziva prevalno klizanje:

$$s_{pr} = \pm \frac{R'_r}{\sqrt{R_s^2 + (X_{\gamma s} + X'_{\gamma rk})^2}} \approx \pm \frac{R'_r}{X_{\gamma s} + X'_{\gamma rk}}. \quad (5.78)$$

Otpornost statorskog namotaja asinhronih mašina je znatno manja u odnosu na reaktanse rasipanja statora, $X_{\gamma s}$, i rotora, $X'_{\gamma rk}$, pa je prihvatljivo zanemariti otpornost statorskog namotaja, R_s , u (5.78). Vrednost prevalnog klizanja linearno zavisi od vrednosti otpornosti rotorskog namotaja, R'_r .

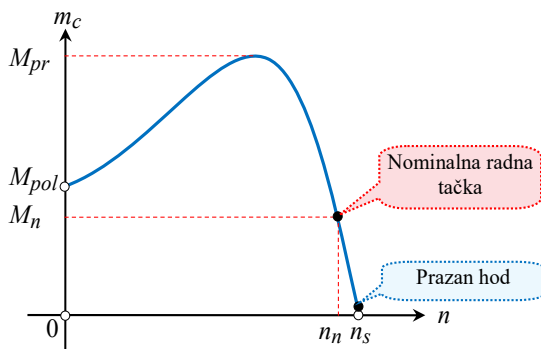
Prevalni momenat motor razvija pri prevalnom klizanju, s_{pr} :

$$M_{pr} = m_c(s=s_{pr}) = \pm \frac{3p}{2 \cdot 2\pi f_s} \frac{U_s^2}{\pm R_s + \sqrt{R_s^2 + (X_{\gamma s} + X'_{\gamma rk})^2}}. \quad (5.79)$$

Prevalni momenat, M_{pr} , ne zavisi od otpornosti rotorskog namotaja, R'_r . U (5.79) u motorskom režimu rada treba uvrstiti predznak „+“, a u generatorskom režimu rada treba uvrstiti predznak „-“. Količnik prevalnog momenta i momenta konverzije definiše preopteretljivost asinhronog motora:

$$\nu = \frac{M_{pr}}{m_c}. \quad (5.80)$$

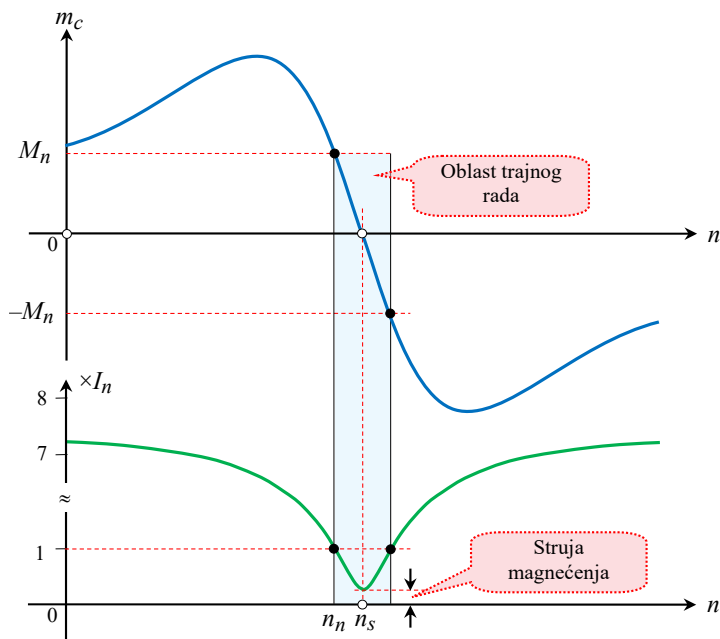
Na slici 5.35. prikazana je momentna karakteristika asinhronne mašine, ali samo u prvom kvadrantu, a što odgovara motorskom režimu rada. Na karakteristici su naznačene nominalna radna tačka u kojoj motor razvija nominalan momenat, M_n , a rotor se obrće nominalnom brzinom n_n . Prevalni momenat asinhronog motora je veći od nominalnog momenta najmanje za $M_{pr} > 1,6M_n$.



Slika 5.35. Mehanička karakteristika asinhronog motora.

Kao što je ranije navedeno, u praznom hodu mehanički moment na vratilu motora iznosi $m_m = 0$, a motor razvija moment konverzije potreban da pokrije mehaničke gubitke. Brzina obrtanja rotora u praznom hodu je bliska sinhronoj brzini. Na slici 5.35. naznačena je i radna tačka koja odgovara praznom hodu asinhronog motora.

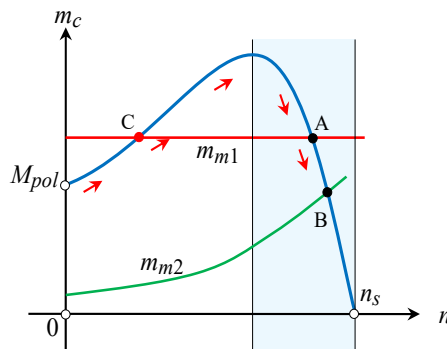
Trajan rad asinhrona mašine moguć je u režimima rada u kojima je struja statora manja ili najviše jednaka nominalnoj vrednosti, $I_s \leq I_n$. Kada je struja statora veća od nominalne vrednosti, gubici u mašini su veći od dozvoljenih. Tokom dužeg rada sa povećanim gubicima temperatura mašine prelazi dozvoljenu granicu iznad koje se javlja ubrzano starenje izolacije. Oblast u kojoj je dozvoljen trajan rad prikazana je na slici 5.36.



Slika 5.36. Oblast trajnog rada asinhrona mašine.

U praznom hodu klizanje asinhronne mašine je blisko nuli, a struja mašine je struja praznog hoda, I_0 , što je zapravo struja magnećenja i ona iznosi od $0,3I_n$ do $0,8I_n$. Povećanjem momenta opterećenja rotor usporava, raste klizanje i raste struja motora. Kada momenat dostigne nominalnu vrednost, M_n , rotor će se obrtati nominalnom brzinom, n_n , klizanje će biti nominalno, s_n , i struja motora će takođe biti nominalna, I_n . Ako mehanički momenat promeni znak tada on teži da ubrza rotor iznad sinhronne brzine. Pod dejstvom ovakvog momenta brzina obrtanja je veća od sinhronne, klizanje je negativno, mašina radi u generatorskom režimu rada. Pri momentu $-M_n$, klizanje iznosi $-s_n$, a brzina obrtanja rotora je $n = (1 + s_n)n_s$, dok je struja motora nominalna. Za nominalan napon napajanja, struja asinhronog motora se održava u granicama nominalne vrednosti ako se klizanja kreće u granicama $|s| < s_n$, odnosno za varijaciju momenta u intervalu od $-M_n$ do M_n , slika 5.36. Na slici je prikazano kako se menja struja asinhronog motora sa promenom brzine. Pri nominalnom naponu napajanja struja polaska se kreće od $4I_n$ do $8I_n$, i smanjuje se kako brzina motora raste. Njena vrednost u ustaljenom stanju određena je momentom opterećenja motora.

Prema Njutnovoju jednačini kretanja, u stacionarnom stanju mora vladati jednakost momenta konverzije, m_c , koga razvija asinhrona mašina i mehaničkog momenta, m_m , koji potiče od radne mašine. Na slici 5.37. su prikazane momentna karakteristika asinhronne mašine $m_c(n)$, i mehaničke karakteristike dve različite radne mašine, m_m . Naznačene su i stacionarne radne tačke A i B koje se nalaze u preseku karakteristike motora i radne mašine, $m_c = m_m$.



Slika 5.37. Statička momentna karakteristika asinhronog motora sa označenim stabilnim delom.

Da bi motor pokrenuo radnu mašinu, potrebno je da polazni momenat (njega razvija asinhrona mašina) bude veći od mehaničkog momenta, $M_{pol} > m_m$. Sa slike 5.37. se vidi da, ako je pri pokretanju motor opterećen sa mehaničkim momentom m_{m1} , neće doći do pokretanja jer je $M_{pol} < m_{m1}$. Međutim, ako motor pokreće drugu radnu mašinu koja razvija mehanički momenat m_{m2} neće biti problema pri pokretanju jer je polazni momenat veći od mehaničkog momenta koga razvija radna mašina pri polasku $M_{pol} > m_{m2}$.

Treba napomenuti da motor pri uključenju na napon napajanja iz mirnog stanja, „prebriše“ celu momentnu karakteristiku od $s = 1$, ($n = 0$) do stacionarne radne tačke, npr. tačke B, kao što je naznačeno crvenim strelicama na slici 5.37. U stacionarnoj radnoj tački klizanje je reda nekoliko procenata. Ovo je dinamički režim, takozvani proces pokretanja (zaleta) motora.

Stabilni režim rada asinhronne mašine moguć je za klizanja od $-s_{pr}$ do s_{pr} , odnosno momente u opsegu od $-M_{pr}$ do M_{pr} . Navedeni interval klizanja određuje stabilni deo momentne karakteristike. Na stabilnom delu karakteristike svaka promena mehaničkog momenta izaziva odgovarajuću promenu momenta konverzije i pri tome se uspostavlja novo stacionarno stanje, sa novom vrednošću klizanja, odnosno brzine. U stabilnoj radnoj tački, svaka tendencija za povećanjem momenta mora da dovede do smanjenja brzine, i obrnuto.

Stabilan motorski režim rada za klizanja u intervalu $s_{pr} < s < 1$ nije moguć, jer u tom području svako usporenje (smanjenje brzine, povećanje klizanja), prouzrokovano povećanjem momenta radne mašine, izaziva smanjenje momenta konverzije, što vodi daljem usporenju i smanjenju momenta konverzije i motor se zaustavlja. Analogna razmatranja važe i za generatorski režim rada.

Ukoliko mehanički momenat premaši vrednost prevalnog momenta, više se ne može uspostaviti ravnoteža momenata definisana Njutnovom jednačinom kretanja. Asinhrona mašina može da razvije momenat koji najviše iznosi M_{pr} , a to je nedovoljno da bi se postigla ravnoteža momenata. Kako je $m_m > M_{pr}$ doći će do usporenja i na kraju do zaustavljanja asinhronog motora. Ukoliko je opterećenje takvo da ima potencijalnu prirodu (npr. lift), tada će vratilo početi da se obrće na suprotnu stranu.

5.7. UPRAVLJANJE BRZINOM ASINHRONOG MOTORA

Tradicionalno se asinhroni motor do osamdesetih godina prošloga veka koristio pre svega kao motor sa konstantnom, nepromenljivom brzinom obrtanja. Mogućnosti za upravljanje brzinom obrtanja asinhronog motora su bile skromne. U primenama asinhronog motora gde je bilo potrebno upravljati brzinom, koristili su se pre svega postupci koji su u datom trenutku bili tehnološki ostvarivi.

Brzina obrtanja asinhronog motora:

$$n = (1 - s)n_s = (1 - s) \frac{60f_s}{p}, \quad (5.81)$$

zavisí od klizanja, s , učestanosti statorskih veličina, f_s , i broja pari polova p . Za upravljanje brzinom obrtanja asinhronog motora dovoljno je menjati bilo koju od tri pomenute veličine. Promena klizanja se može ostvariti promenom napona napajanja ili promenom dodatog otpornika u kolu rotora kliznokolutne mašine. Dakle, u tradicionalne tehnike upravljanja brzinom obrtanja asinhronog motora spadaju:

- promena broja pari polova;
- promena napona napajanja;
- promena otpornika u kolu rotora.

Broj pari polova se može menjati samo kod mašina čiji je namotaj tako izveden da dozvoljava promenu polova, prevezivanjem namotaja ili korišćenjem dva odvojena, nezavisna, namotaja sa različitim brojem polova. Ova mogućnost upravljanja brzinom u ovoj knjizi se neće dalje razmatrati. Efikasna promena učestanosti statorskog napona i struje i masovna primena omogućena je u poslednjoj deceniji prošlog veka sa razvojem pretvarača energetske elektronike i danas se najčešće koristi za promenu brzine obrtanja.

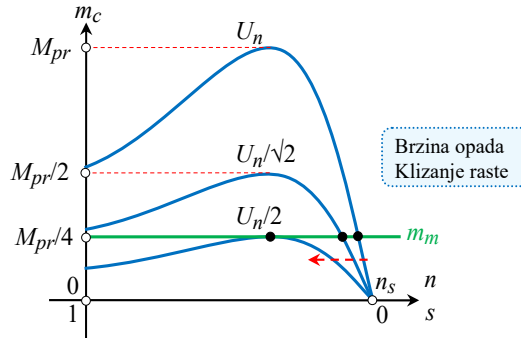
5.7.1. Upravljanje brzinom obrtanja promenom napona napajanja

Moment konverzije mora biti jednak mehaničkom momentu, kako bi se uspostavilo stanje dinamičke ravnoteže tj. jednakost momenta koga motor razvija, m_c , sa mehaničkim momentom, m_m :

$$m_c(s) = \frac{3p}{2\pi f_s} U_s^2 \frac{\frac{R'_r}{s}}{\left(R_s + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_{\gamma s} + X'_{\gamma rk})^2} = m_m. \quad (5.82)$$

Klizanje s , odnosno brzina, određeni su pomoću jednačine (5.82), za datu vrednost momenta m_m , napona U_s , i učestanosti f_s . Takođe je, iz date jednačine, očigledno da momenat koga motor razvija zavisi od kvadrata napona. Kada se promeni napon napajanja U_s , promeniće se i klizanje kako bi se ponovo uspostavila jednakost momenata, $m_c = m_m$, odnosno stanje dinamičke ravnoteže. Dakle, promenom napona napajanja promeniće se i klizanje, a time i brzina obrtanja.

Na slici 5.38. prikazana je mehanička karakteristika radne mašine m_m i familija mehaničkih karakteristika asinhronog motora za različite napone napajanja. Mehanički momenat za ovu radnu mašinu ne zavisi od brzine obrtanja. Smanjenje napona napajanja „spušta“ momentnu karakteristiku asinhronog motora, zato što momenat motora zavisi od kvadrata napona. Učestanost f_s , se ne menja pri promeni napona, pa momentne karakteristike asinhronog motora prolaze kroz istu sinhronu brzinu. Prevalno klizanje ne zavisi od napona napajanja.



Slika 5.38. Promena brzine obrtanja asinhronog motora promenom napona napajanja. Mehanički momenat konstantan.

Sa slike 5.38. je očigledno da se sa smanjenjem napona napajanja smanjuje brzina obrtanja, a klizanje raste. Na ovaj način se postiže ograničena promena brzine u relativno malom opsegu brzina u odnosu na sinhronu brzinu. Brzinu obrtanja je moguće menjati u opsegu brzina kojima se ne prelazi prevalno klizanje.

Opisani način upravljanja brzinom ima nekoliko nedostataka. Prvo, s obzirom da je momenat motora kvadratno zavisen od napona, onda se pri sniženju napona prevalni momenat smanjuje kvadratno, zbog čega preopteretivost motora veoma brzo opada. Pri nekoj vrednosti napona prevalni momenat bi postao jednak momentu opterećenja i ova vrednost napona je najniža moguća za koju je motor još uvek u stanju da razvije momenat opterećenja, na brzini n_{pr} , odnosno pri klizanju s_{pr} . Prema tome, opseg brzina u kojem je uopšte moguća promena

5.7.2. Upravljanje brzinom obrtanja promenom rotorskog otpornika

Kod kliznokolutne asinhronne mašine postoji električni pristup namotajima rotora. Preko kliznih kolutova u električno kola rotorskog namotaja najčešće se uključuje dodatni rotorski otpornik, R'_{rd} . Uključenje dodatog otpornika u kolo rotora modifikuje mehaničku karakteristiku asinhronog motora:

$$m_c = \frac{3pU_s^2}{2\pi f_s} \frac{\frac{R'_r + R'_{rd}}{s}}{\left(R_s + \frac{R'_r + R'_{rd}}{s}\right)^2 + (X_{\gamma s} + X'_{\gamma rk})^2}. \quad (5.86)$$

Uključenjem dodatog otpornika u kolo rotora može se uticati na povećanje polaznog momenta:

$$M_{pol} = \frac{3pU_s^2}{2\pi f_s} \frac{R'_r + R'_{rd}}{(R_s + R'_r + R'_{rd})^2 + (X_{\gamma s} + X'_{\gamma rk})^2}. \quad (5.87)$$

Prevalno klizanje zavisi od dodatog otpornika u kolu rotora:

$$s_{pr} = \pm \frac{R'_r + R'_{rd}}{\sqrt{R_s^2 + (X_{\gamma s} + X'_{\gamma rk})^2}} \approx \pm \frac{R'_r + R'_{rd}}{X_{\gamma s} + X'_{\gamma rk}}, \quad (5.88)$$

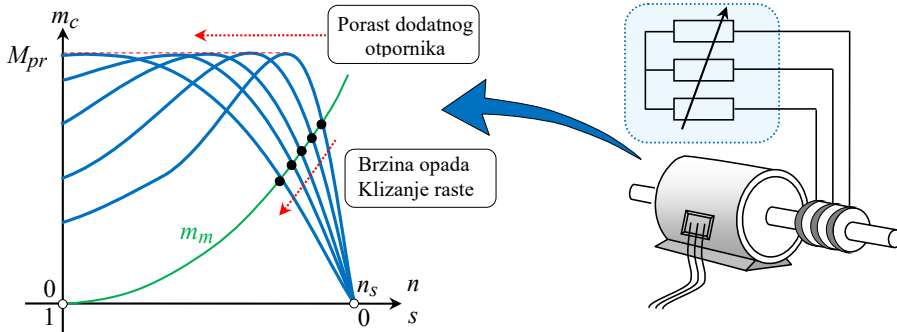
kako raste otpornost dodatog otpornika raste i prevalno klizanje. Za odgovarajuću vrednost R'_{rd} može se postići da je $s_{pr} = 1$, tada motor razvija polazni momenat jednak prevalnom:

$$s_{pr} = 1 = \frac{R'_r + R'_{rd}}{\sqrt{R_s^2 + (X_{\gamma s} + X'_{\gamma rk})^2}} \quad m_{pol} = M_{pr}. \quad (5.89)$$

Prevalni momenat asinhronog motora ne zavisi od dodatog otpornika R'_{rd} . Kada se zanemari otpornost statorskog namotaja, prevalni momenat je dat sledećom jednačinom:

$$M_{pr} = m_c(s = s_{pr}) = \frac{3p}{2 \cdot 2\pi f_s} \frac{U_s^2}{X_{\gamma s} + X'_{\gamma rk}}. \quad (5.90)$$

Momentne karakteristike kliznokolutnog asinhronog motora za različite vrednosti dodatog otpornika su prikazane na slici 5.40, prikazana je i mehanička karakteristika radne mašine.



Slika 5.40. Momentne karakteristike kliznokolutne asinhronne mašine sa različitim vrednostima dodatog otpora u kolo rotora.

Sa slike 5.40. je očigledno da sa povećanjem otpornosti dodatog otpornika, R'_{rd} , brzina opada, a da klizanje raste.

Uključenje dodatog otpornika u kolo rotora je praćeno povećanjem gubitaka u rotoru. Gubici u kolu rotora rastu zato što raste klizanje i zato što je uključen otpornik. Ovo je razlog zašto se upravljanje brzinom obrtanja dodatim otpornikom koristi u ograničenom intervalu u blizini sinhronne brzine. Ovakav način upravljanja brzine se koristi kada kliznokolutni asinhroni motor pogoni radnu mašinu čiji momenat zavisi od kvadrata brzine, a to su pumpe i ventilatori. Za ovakva opterećenja električna snaga se redukuje sa smanjenjem brzine pa je smanjenje stepena korisnog dejstva relativno malo. Osim povećanih gubitaka (jer se smanjenje brzine ostvaruje na račun povećavanja gubitaka), neophodno je raspolagati kliznokolutnim motorom koji je značajno skuplji od kaveznog.

5.7.3. Upravljanje brzinom obrtanja promenom učestanosti

U obe prethodno razmatrane varijante, upravljanje brzinom je u ograničenom intervalu i realizuje se promenom klizanja, dok sinhrona brzina ostaje ista. U mnogim primenama električnih mašina potrebno je ostvariti kontinualnu promenu brzine obrtanja radne mašine u širokom opsegu brzina.

Brzina obrtanja rotora asinhronne mašine, u odnosu na brzinu obrtnog polja, u trajnom radu se razlikuje za par procenata:

$$n = (1 - s)n_s = (1 - s) \frac{60f_s}{p}. \quad (5.91)$$

Sinhrona brzina je direktno proporcionalna sa učestanošću statorskog napona. Zbog toga promena učestanosti napona napajanja omogućuje upravljanje brzinom obrtanja asinhronog motora. Iz jednačine (5.91) je očigledno da se snižavanjem učestanosti f_s , ispod nominalne vrednosti postižu brzine koje su manje od nominalne brzine. Povećavanjem učestanosti iznad nominalne vrednosti se postižu brzine koje su veće od nominalne brzine.

Napon napajanja i indukovana elektromotorna sila su približno jednake, dok je elektromotorna sila srazmerna proizvodu indukcije i učestanosti:

$$U_s \approx E_s = 4,44k_p f_s \cdot N \cdot S_{Fe} \cdot B. \quad (5.92)$$

Sniženje učestanosti, f_s , uz konstantnu efektivnu vrednost napona, U_s , asinhronog motora dovelo je do porasta magnetne indukcije, B . Porast magnetne indukcije dovodi do povećanja gubitaka u gvožđu i zasićenje feromagnetika. Zbog odlaska radne tačke na karakteristici magnećenja u zasićeni deo karakteristike znatno bi se povećala struja magnećenja. Povećanje struje, kao i povećanje gubitaka u gvožđu, dovodi da povećanog zagrevanja mašine, a to se ne sme dozvoliti. Zato se pri promeni brzine promenom učestanosti mora obezbediti da magnetna indukcija ostane ista, da se ne menja, kada god je to moguće. Na osnovu ovog i (5.92) sledi da se pri promeni učestanosti i napon napajanja mora menjati i to proporcionalno sa učestanošću:

$$\frac{E_s}{f_s} \approx \frac{U_s}{f_s} = \frac{U_{sn}}{f_{sn}} \propto B, \quad (5.93)$$

time se postiže da je magnetna indukcija u mašini ostala nominalna i nepromenjena. Moguće je brzinu povećavati i preko nominalne (povećavanjem učestanosti), ali se tada napon ne povećava, nego se zadržava na nominalnoj vrednosti. Zbog toga, za brzine veće od nominalne, indukcija je manja od nominalne.

Primena ovog upravljanja brzinom zahteva električni izvor koji obezbeđuje promenljivu učestanost uz istovremenu promenu napona. Ovakav izvor je pretvarač energetske elektronike koji se naziva inverter. Promena brzine prema zakonu (5.93) omogućava prevazilaženje nedostataka koji su prisutni u ranije razmatranim metodama promene brzine. Drugim rečima, promena brzine je moguća u vrlo širokom opsegu, bez povećanja gubitaka u rotorskom kolu. Takođe, brzinu je moguće i povećavati iznad nazivne sinhronne brzine, to u prethodnim slučajevima nije bilo moguće.

6. MAŠINE ZA JEDNOSMERNU STRUJU

Mašine za jednosmernu struju, istorijski gledano, predstavljaju prvi tip rotacionih električnih mašina kojima je realizovana elektromehanička konverzija energije. Zahvaljujući ovim mašinama, otpočeo je razvoj elektroenergetike. Princip rada mašina za jednosmernu struju se zasniva na jednostavnoj primeni osnovnih zakona elektrotehnike i to:

- Faradejevom zakonu elektromagnetne indukcije;
- pojavi sile na provodnik sa strujom koji se nalazi u stranom magnetnom polju.

Mašine za jednosmernu struju su jednostavne za analizu, matematičko modelovanje i upravljanje. Različiti načini napajanja daju širok spektar radnih karakteristika ($m_c - \omega$) mašina za jednosmernu struju. Ovo omogućuje primenu mašina jednosmerne struje u aplikacijama sa veoma različitim zahtevima prema električnoj mašini. Zbog jednostavnog upravljanja brzinom obrtanja i momentom koji razvijaju, mašine jednosmerne struje su svoju široku primenu našle u aplikacijama koje zahtevaju širok opseg brzine obrtanja ili preciznu kontrolu momenta mašine. U savremenoj elektroenergetici proizvodnja, prenos i potrošnja električne energije ipak su dominantno zasnovani na naizmeničnom sistemu napona i struja. U odnosu na mašine naizmenične struje, mašine za jednosmernu struju imaju složeniju konstrukciju, veće potrebe za održavanjem, manji stepen korisnog dejstva, manju specifičnu snagu, te se teško konstruišu za snage veće od par MW. Sve ovo je uzrokovalo da su mašine za jednosmernu struju tokom dvadesetog veka potisnute iz široke upotrebe, prvenstveno kao generatora, a zatim i motora, te su u mnogim aplikacijama zamenjene mašinama naizmenične struje, pre svega asinhronim mašinama.

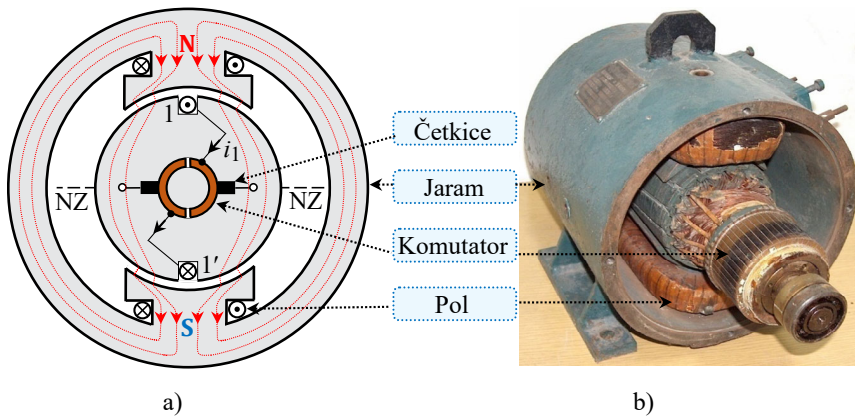
I pored navedenih nedostataka, na račun nekih boljih karakteristika u odnosu na mašine naizmenične struje, ove mašine i danas nalaze svoju primenu u mnogobrojnim aplikacijama. Danas se mašine jednosmerne struje upotrebljavaju uglavnom kao motori manjih i srednjih snaga, opsega od nekoliko desetina vati do nekoliko stotina kilovata. Neki od uređaja i aplikacija u kojima se koriste ova mašine su: automobili, brodovi, avioni, računari, štampači, različiti medicinski uređaji, vučni motori u železničkom saobraćaju, za pogon tramvaja, trolejbusa, viljuškara i sl. Razumevanje principa rada i upravljanja mašinama jednosmerne struje predstavlja osnov za savladavanje gradiva iz oblasti tehnika upravljanja mašinama naizmenične struje i savremenih regulisanih elektromotornih pogona.

6.1. UVODNA RAZMATRANJA

6.1.1. Konstrukcija mašina za jednosmernu struju

Mašine za jednosmernu struju, kao i druge rotacione električne mašine, imaju nepokretni deo – stator i pokretni deo – rotor. Osnovni delovi mašine za jednosmernu struju, prikazani na slici 6.1. su:

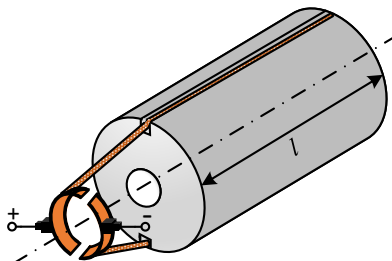
- magnetno kolo statora i namotaji statora;
- magnetno kola rotora i namotaj rotora;
- komutator – elektromehanički deo kojim se realizuje preusmeravanje struje u rotorskom namotaju;
- kućište.



Slika 6.1. Osnovni delovi mašine za jednosmernu struju a) poprečni presek b) fotografija mašine.

Na slici 6.1.a) prikazan je poprečni presek pojednostavljene dvopolne mašine za jednosmernu struju. Magnetno kolo statora sastoji se od jarma i istaknutih polova (N) i (S). Na statoru se nalazi namotaj i on je koncentrisan oko polnog nastavka. Prolaskom struje kroz statorski namotaj nastaje magnetna pobuda – magnetno polje, zbog čega se ovaj namotaj uobičajeno naziva pobudni namotaj. Prolazak struje kroz pobudni namotaj, magnetno pobuđuje magnetno kolo statora i rotora mašine jednosmerne struje, tj. uspostavlja se magnetni fluks. Magnetna indukcija ispod magnetnih polova je konstantna. U simetralnoj ravni između magnetnih polova, indukcija ima vrednost nula i ova ravan se naziva neutralna zona (NZ). Magnetni fluks izvire iz severnog magnetnog pola, prostire se kroz vazdušni zazor, magnetno kolo rotora i ponire u južni magnetni pol, slika 6.1.a. Prolazeći kroz jaram statora magnetni fluks se zatvara nazad prema severnom magnetnom polu statora. Magnetni fluks je na slici 6.1.a) predložen sa nekoliko linija polja koje slede navedeni put. Orijentacija fluksa je u skladu sa naznačenim smerom struje u pobudnom namotaju. Magnetno kolo statora i rotora napravljeno je od feromagnetnog materijala koji ima veliku vrednost magnetne permeabilnosti, te je reluktansa magnetnog kola zanemarljiva u odnosu na vrednost reluktanse vazdušnog zazora. Na osnovu ovoga sledi da se skoro celokupna magnetopobudna sila od pobudnog namotaja koristi za uspostavljanje fluksa u vazdušnom zazoru. Na pojednostavljenom prikazu mašine za jednosmernu struju, slika 6.1.a, radi jednostavnosti, rotorski namotaj je predstavljen kao koncentrisan i smešten u jedan par dijametralno postavljenih žlebova. Krajevi rotorskog namotaja su izvedeni na komutator, koji se na slici 6.1.a) sastoji od samo dva bakarna segmenta. Na komutator naležu četkice. Komutator i četkice omogućuju napajanje namotaja rotora. Kod stvarne mašine jednosmerne struje, fotografija na slici 6.1.b, rotorski namotaj je raspodeljen u više žlebova postavljenih po obodu rotora, a komutator ima mnogo više segmenata.

Da bi se bolje predočio međusoban odnos rotorskog namotaja, komutatora i četkica sa slike 6.1, ovaj detalj je prikazan aksonometrijski na slici 6.2. Krajevi rotorskog namotaja su izvedeni na segmente komutatora. Na komutator naležu četkice koje su izvodima spojene sa stezaljkama u priključnoj kutiji mašine. Četkice se povezuju na + i – pol izvora jednosmernog napona. Četkice se nalaze u neutralnoj zoni. Komutator je mehanički pričvršćen za vratilo i obrće se zajedno sa rotorom mašine. Kako se rotor obrće, on stalno menja svoj položaj u odnosu na četkice, pa se kaže da četkice „klize“ po komutatoru.



Slika 6.2. Međusoban odnos komutatora, četkica i rotorskog namotaja.

Kućište mašine za jednosmernu struju je cilindričnog oblika i može da se izrađuje od feromagnetne cevi na koju se zavrtnjima pričvršćuju magnetni polovi statora. Samo se kod mašina za jednosmernu struju kućište može iskoristiti da bude u isto vreme i magnetno kolo. Cilindrični deo magnetnog kola statora se naziva jaram i na njega se postavljaju magnetni polovi. Magnetni polovi na statoru se sastoje od namotaja i polnog nastavka oko koga je postavljen namotaj. Namotaj na statoru se uobičajeno naziva pobudni namotaj (eng. *field winding*), pa se otud često koristi indeks f kod označavanja odgovarajuće veličine pobudnog namotaja. Pobudni namotaj se naziva i induktor. Kroz pobudni namotaj teče jednosmerna struja. Proticanjem jednosmerne struje kroz pobudni namotaj stvara se magnetopobudna sila pobude, odnosno fluks pobude. Kako je pobudna struja jednosmerna, to je fluks pobude konstantan i nepomičan u odnosu na stator. Magnetno kolo statora mašina jednosmerne struje, zbog konstantne vrednosti magnetne indukcije u statoru, nije potrebno da bude laminirano (izrađeno od feromagnetnih limova). Na slici 6.3. date su fotografije statora mašina za jednosmernu struju sa različitim brojem polova.



a) Četvoropolni stator

b) Šestopolni stator

c) Osmopolni stator

Slika 6.3. Statori mašina za jednosmernu struju.

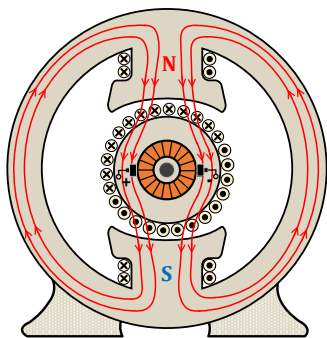
Kod pojedinih izvedbi, umesto pobudnog namotaja, mašina jednosmerne struje u magnetnom kolu statora može imati ugrađene stalne magnete. Stalni magneti imaju istu ulogu kao i pobudni namotaj. Pomoću magneta se ostvaruje pobudni fluks statora bez potrebe za ugradnjom statorskog namotaja, ali tada ne postoji mogućnost promene jačine fluksa promenom vrednosti pobudne struje. Ove mašine su obično manjih snaga.

Namotaj rotora mašina za jednosmernu struju se smešta u veći broj žlebova na rotoru kao što je prikazano na slici 6.1.b. Usled ožlebljenja rotora, magnetna indukcija ispod polnih nastavaka na pobudi nije konstantna već osciluje, što dovodi do pojave gubitka u gvožđu. Da bi se smanjili ovi gubici, polni nastavak pobude se izrađuje od feromagnetnog lima. Na slici 6.4. su prikazani polni nastavci, feromagnetni limovi za izradu polnog nastavka i pobudni namotaj koji se postavlja oko polnog nastavka.



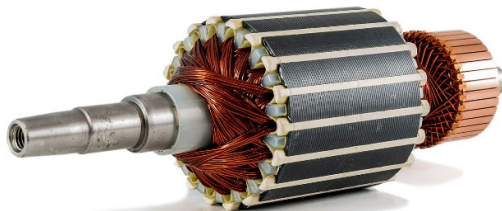
Slika 6.4. Polni nastavci, feromagnetni limovi i namotaj pobude.

Kada bi se na rotoru mašine za jednosmernu struju nalazio samo jedan navojak, kao na slici 6.1, tada bi momenat konverzije bio izrazito valovit kao što je objašnjeno u delu 2.7.4. i prikazano na slici 2.39. Da bi se smanjila valovitost momenta koji razvija mašina jednosmerne struje, namotaj rotora se izrađuje kao raspodeljen sa više navojaka, a komutator je sa potrebnim brojem lamela, kao što je šematski prikazano na slici 6.5. Na ovoj slici su prikazane i silnice magnetnog fluksa usled proticanja pobudne struje.



Slika 6.5. Poprečni presek mašine za jednosmernu struju sa raspodeljenim namotajem rotora.

Fotografija rotora mašine za jednosmernu struju je prikazan na slici 6.6. Rotor je smešten unutar statora i rotira u magnetnom polju stvorenom pomoću pobudne struje. Magnetna indukcija u feromagnetiku rotora je promenljiva, usled čega se pojavljuju gubici u gvožđu rotora. U cilju smanjenja gubitaka u gvožđu, magnetno kolo rotora se izrađuje od paketa limova.

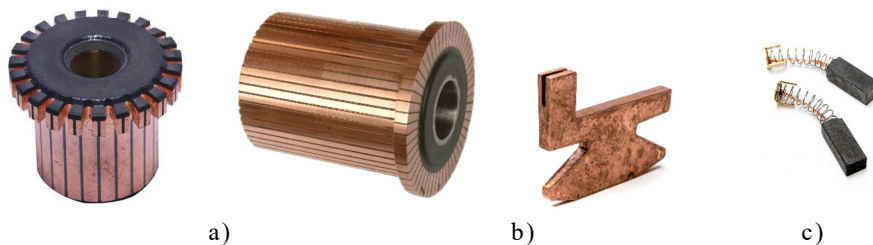


Slika 6.6. Rotor mašine za jednosmernu struju.

Provodnici rotorskog namotaja se smeštaju u aksijalno postavljene žlebove magnetnog kola rotora. Namotaj rotora se uobičajeno naziva i armatura ili indukt. Kod mašina manjih snaga, namotaj rotora se izrađuje od bakarne žice kružnog poprečnog preseka, dok se kod mašina većih snaga namotaj izvodi od profilnih bakarnih provodnika. Nakon postavljanja namotaja u žlebove preduzima se njegova impregnacija. Impregnacija predstavlja postupak u

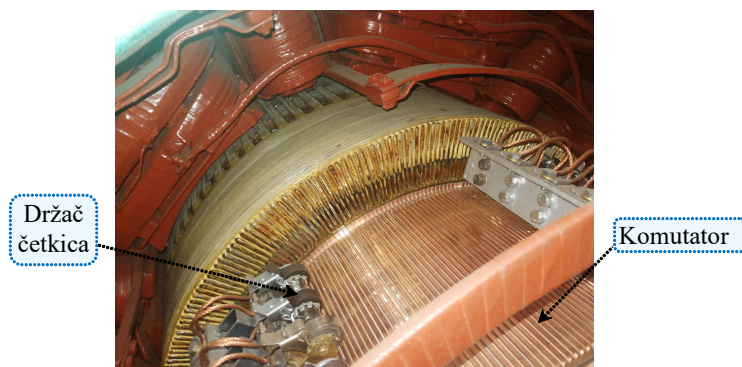
izradi namotaja tokom koga se namotaj zaliva impregnantom (smola ili lak). Impregnant istiskuje vazduh između provodnika unutar žleba. Tako se sprečava prodor vlage u namotaj i eventualno pomeranje namotaja usled električnih sila i vibracija mašine tokom njenog rada. Bočne veze namotaja rotora formiraju se sa jedne strane, dok se, na drugoj strani rotora krajevi namotaja izvođe na elektromehanički deo za preusmeravanje struje rotora – komutator. Komutator je fiksiran za vratilo i obrće se zajedno sa rotorom. Na komutator naležu četkice smeštene u nosač četkica.

Kao što je u delu 2.7.4 navedeno, pomoću komutatora se realizuje promena smera struje u rotorskom namotaju – preusmeravanje, ali u odgovarajućem trenutku, saglasno položaju rotora. Komutator se izrađuje od više bakarnih segmenata (tzv. lamela ili kriški) koje su izolovane međusobno i prema vratilu. Navojci rotorskog namotaja su povezani sa lamelama komutatora. Na komutator naležu grafitne četkice, koje su postavljene dijametralno jedna naspram druge. Pomoću četkica se ostvaruje galvanska veza sa izvorom jednosmernog napona na koji se povezuje rotorski namotaj. Četkice su pričvršćene pomoću nosača četkica, koji je povezan sa kućištem mašine, a sa oprugama unutar nosača se postiže odgovarajuća sila naleganja četkica na komutator. Mašine za jednosmernu struju obično imaju onoliko pari četkica koliko imaju pari polova. Kada se rotor obrće, četkice klize po komutatoru pa kako bi se umanjilo njihovo habanje, rubovi lamela su uobičajeno zaobljeni. Usled trenja četkica o lamele stvara se grafitna prašina koja se redovno mora čistiti sa komutatora, zato što stvara neželjene električne kontakte između lamela. Četkice i komutator predstavljaju jedan od najosetljivijih delova i one su jedan od osnovnih uzroka za uvećanim održavanjem ovih mašina, a posebno zbog mogućih oštećenja uzrokovanih kako mehaničkim, tako i električnim pojavama. Izgled komutatora, lamela i četkica prikazan je na slici 6.7.



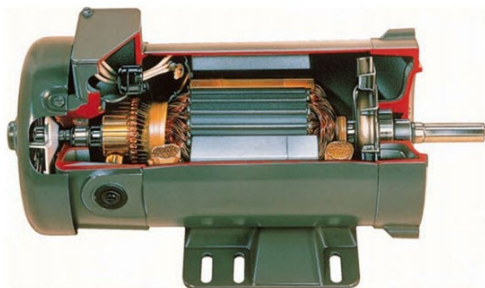
Slika 6.7. Fotografije: a) komutatora, b) lamela komutatora i c) četkica.

Na slici 6.8. prikazan je komutator sa držačima četkica mašine za jednosmernu struju.



Slika 6.8. Komutator sa držačima četkica mašine za jednosmernu struju.

Kućište mašine objedinjuje sve delove mašine u jedinstvenu celinu. Na kućište mašine se pričvršćuju ležajni štitovi sa ležajevima koji omogućuju obrtanje rotora u odnosu na stator. Na kućištu se nalazi priključna kutija, gde su izvedeni priključci namotaja pobude i namotaja rotora preko komutatora, kao i natpisna pločica, na kojoj su navedene nazivne veličine mašine (tip, snaga, napon, struja, brzina itd). Na slici 6.9. prikazan je vizuelni model tipične mašine za jednosmernu struju sa isečenim delom kućišta, statorskog i rotorskog kola mašine na kome se jasno mogu prepoznati svi prethodno navedeni osnovni delovi. Na slici 6.10. prikazana je fotografija motora za jednosmernu struju čiji su nominalni podaci: $P_n = 1,37\text{kW}$, $U_n = 220\text{ V}$, $I_n = 7,2\text{ A}$, $U_f = 190\text{ V}$, $I_f = 0,51\text{ A}$, $n_n = 2100\text{ o/min}$.



Slika 6.9. Model mašine za jednosmernu struju (izvor: *Courtesy Reliance Eelectric co*).



Slika 6.10. Fotografija motora za jednosmernu struju.

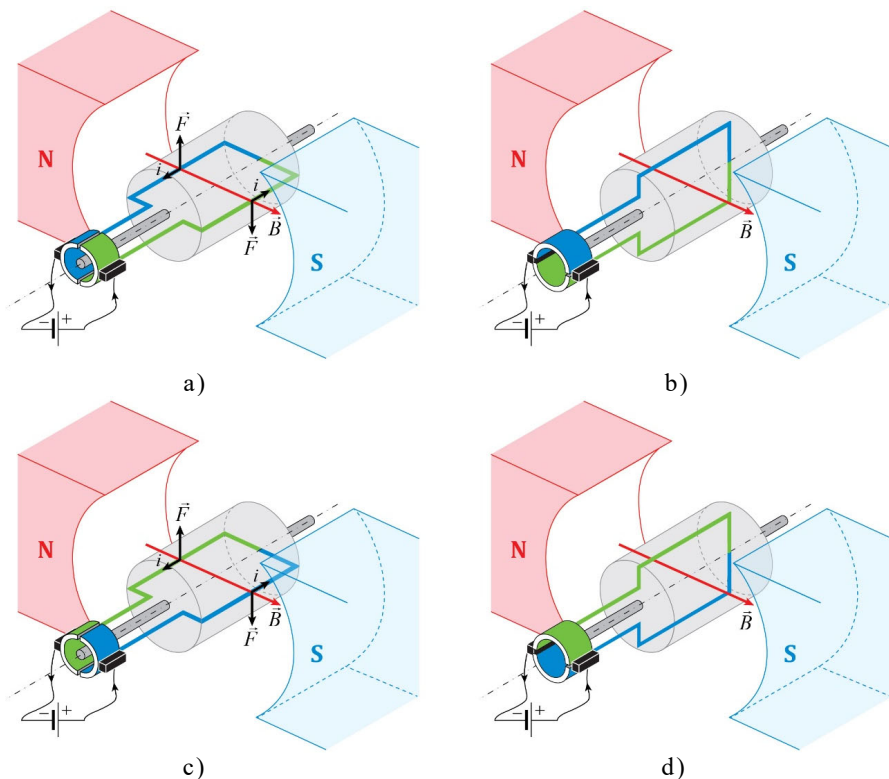
6.1.2. Uloga komutatora

U delu 2.7.4. razmatrana je mogućnost razvijanja srednjeg momenta konverzije različitog od nule kod elektromehaničkog pretvarača sa cilindričnim statorom i rotorom i sa jednim namotajem na statoru i rotoru, što predstavlja idealizovan slučaj mašine za jednosmernu struju. Tada je pokazano da se struja u rotorskom namotaju ovakvog pretvarača mora menjati sinhrono sa položajem rotora, kako bi momenat konverzije imao pozitivnu vrednost za svaki položaj rotora (ugao ϑ_m), i da je tada srednja vrednost momenta različita od nule. Ovakav pristup važi i dalje, uz neophodnost uvažavanja bitne razlike u konstrukciji realne mašine za jednosmernu struju u odnosu na prethodno usvojen idealizovan pristup. Realne mašine za jednosmernu struju imaju stator sa istaknutim polovima, sa koncentrisanim pobudnim namotajem postavljenim oko polnih nastavka. Usled koncentrisanog pobudnog namotaja induktivnost nije više sinusna funkcija ugla, pa se ima pravougaona raspodela magnetne indukcije u mašini o čemu će više reči biti u nastavku.

Kao što je već prethodno navedeno, komutator je elektromehanička naprava koja vrši promenu smera struje u namotaju rotora saglasno sa položajem rotora. Naziv komutator potiče od reči komutacija (preusmeravanje). Komutator mehanički pretvara jednosmernu struju,

dobijenu iz izvora kojim se napaja rotorski namotaj, u struju koja periodično menja smer u rotorskim provodnicima. Učestanost rotorskih struja određena je brzinom obrtanja rotora. Komutator treba da vrši preusmeravanje struje u trenucima kada je indukovana elektromotorna sila u rotoru jednaka nuli, odnosno u položaju kada se osa fluksa pobudnog namotaja poklopi sa osom namotaja rotora. Tada je obuhvaćeni (zajednički) fluks najveći, pa je indukovana elektromotorna sila jednaka nuli. Taj položaj se naziva „neutralna zona“ i mora biti dovoljne širine kako bi se u njega mogle smestiti četkice.

Na slici 6.11. prikazan je rotorski namotaj koji se sastoji od samo jednog navojka. Na ovoj slici prikazana su četiri karakteristična položaja rotora. Krajevi navojka završavaju na lamelama komutatora, na koje su oslonjene četkice. Rotorski namotaj je preko četkica i komutatora priključen na izvor jednosmernog napona. Polaritet izvora jednosmernog napona definiše smer struje.



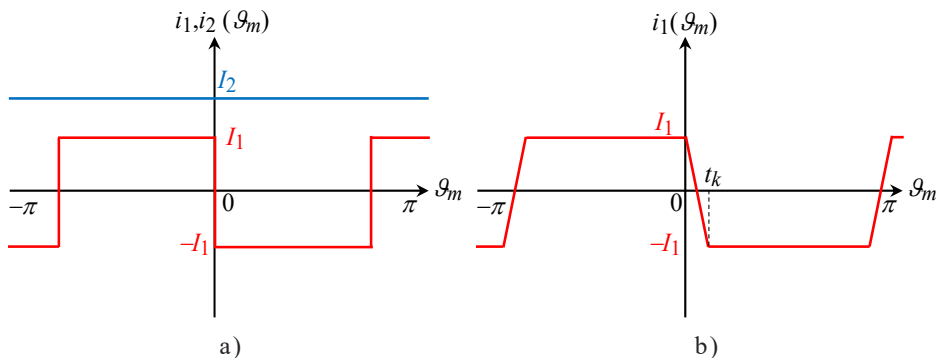
Slika 6.11. Promena smera struje u namotaju rotora upotrebom komutatora. Namotaj rotora je izveden samo pomoću jednog navojka. a) $\vartheta_m = -\pi/2$, b) $\vartheta_m = 0$, c) $\vartheta_m = \pi/2$, d) $\vartheta_m = \pi$

U posmatranom položaju 6.11.a) jedan provodnik se nalazi ispod severnog magnetnog pola, dok se drugi provodnik nalazi ispod južnog magnetnog pola, a naznačen je i smer struja kroz provodnike. Kako se rotorski namotaj nalazi u stranom magnetnom polju magnetne indukcije B , pri proticanju struje I kroz rotorski namotaj na provodnik sa strujom, deluje sila $F \sim BI$. Provodnici su postavljeni aksijalno, indukcija u zazoru je radijalna (magnetno polje je radijalno), pa su sile na sve provodnike tangencijalnog pravca. Na oba provodnika sa strujom deluju sile koje formiraju spreg sila. Pod dejstvom momenta sprega sila dolazi do rotacije

rotora, odnosno rotorskog namotaja. Kada se pod dejstvom ovog momenta rotor zakrene za četvrtinu kruga, slika 6.11.b, četkice kratko spajaju lamele komutatora. Dok su lamele kratko spojene četkicama, dolazi do promene smera struje u rotorskom namotaju, dolazi do komutacije. Kada rotorski namotaj prođe kroz položaj prikazan na slici 6.11.b, došlo je do promene smera struje kroz navojak kao što je prikazano na slici 6.11.c, ali je smer momenta sprega sila ostao isti. Na osnovu 6.11.a) i 6.11.c) se vidi da je smer struje u provodniku uvek isti kad god se on nađe pod severnim, odnosno južnim polom.

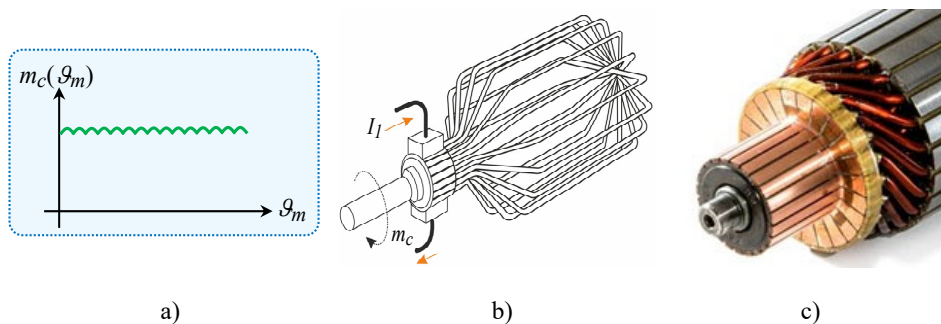
Struja koja postoji u svakom od provodnika menja smer u sinhronizmu sa obrtanjem rotora. Komutator, koga u datom primeru čine dve lamele, pretvara jednosmernu struju izvora u struju koja periodično menja smer u provodnicima namotaja rotora. Posmatrano sa strane statora, ispod svakog magnetnog pola (severnog i južnog), struja u provodnicima uvek ima isti smer nezavisno od položaja rotora kao što je to već prethodno zaključeno. Na ovu raspodelu ne utiče to što se rotor obrće.

Struja u namotaju rotora i_1 menja smer tako da ona predstavlja naizmeničnu struju u širem smislu, slika 6.12.a. Njena kružna učestanost jednaka je brzini obrtanja $\omega_1 = \omega_m$. Struja na četkicama i priključcima namotaja rotora je jednosmerna. Struja rotora prikazana na slici 6.12.a) trenutno menja smera tj. trenutno se promeni sa vrednosti I_1 na $-I_1$ i obrnuto, što predstavlja idealnu komutaciju. Ovo podrazumeva da je širina četkica i lamela komutatora beskonačno mala. U stvarnosti četkice i lamele imaju konačnu dimenziju, a namotaj rotora ima konačnu otpornost i induktivnost. Usled toga, potrebno je vreme komutacije, t_k , tokom kojeg se struja promeni sa vrednosti I_1 na $-I_1$ i obrnuto, kao što je prikazano na slici 6.12.c.



Slika 6.12. Struja u namotaju rotora mašine za jednosmernu struju a) idealna komutacija, b) realna komutacija.

Momenat koji bi razvijala realna mašina za jednosmernu struju sa samo jednim navojkom na rotoru je valovit i ne zadovoljava u pogledu kvaliteta elektromehaničke konverzije tj. srednja vrednost momenta konverzije je različita od nule, ali je $m_c = f(t)$. Kod praktično izvedenih mašina jednosmerne struje rotorski namotaj se izvodi sa većim brojem navojaka smeštenih u žlebove magnetnog kola. Žlebovi su raspodeljeni po celom obimu rotora. Za rotor izveden sa većim brojem navojaka i žlebova, komutator se izrađuje sa više lamela. Ovakvom konstrukcijom rotora smanjuju se pulsacije momenta konverzije. Zavisnost momenta konverzije od položaja rotora, pojednostavljeni prikaz veze komutatora i provodnika namotaja rotora i fotografija na kojoj se vidi komutator zajedno sa delom namotaja i magnetnim kolom, data je na slici 6.13.

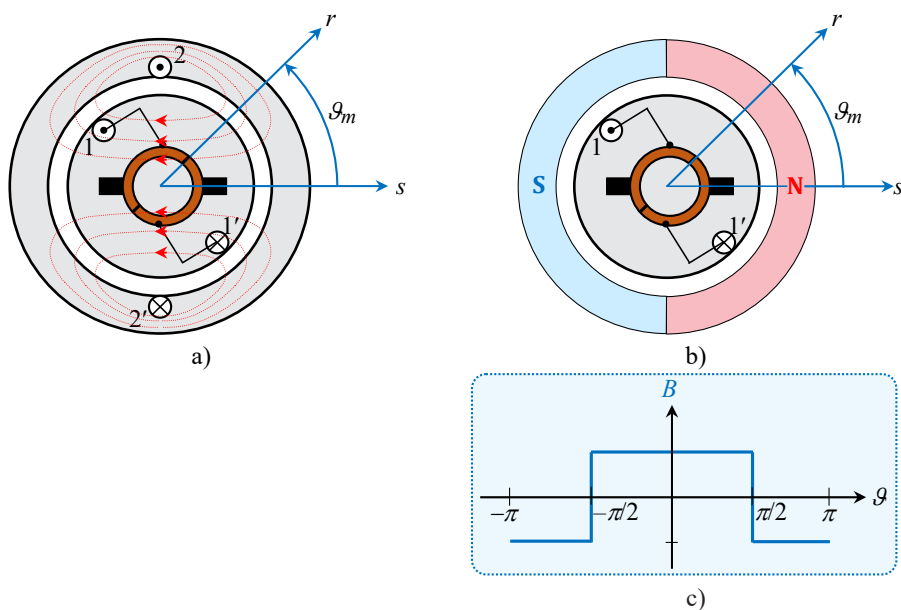


Slika 6.13. Rotorski namotaj izveden sa većim brojem navojaka: a) zavisnost momenta konverzije od položaja rotora, b) pojednostavljeni prikaz [2], c) fotografija.

Način izvođenja rotorskog namotaja, kao i način povezivanja namotaja sa komutatorom može biti relativno složen. Detaljno proučavanje različitih načina formiranja rotorskog namotaja (npr. petljastog ili valovitog) prevazilazi obim ovog predmeta.

6.1.3. Raspodela magnetne indukcije i fluks po polu

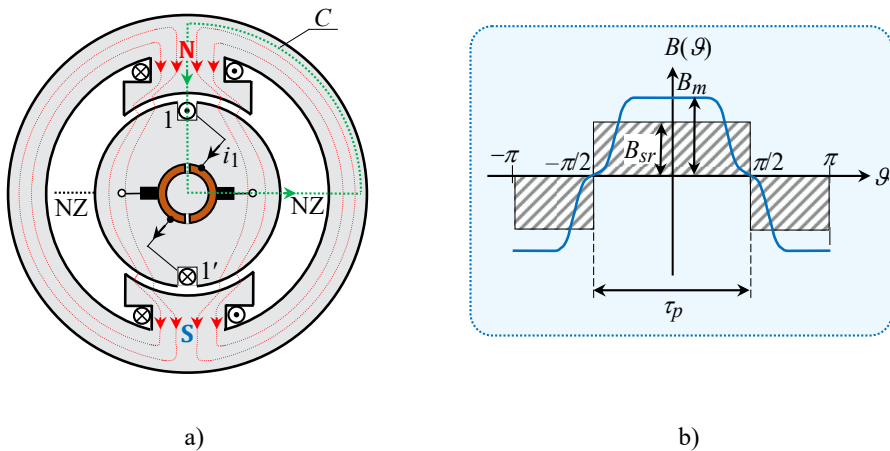
U ovom delu je objašnjena raspodela magnetne indukcije u vazdušnom zazoru kod mašina za jednosmernu struju. Za početak se posmatra mašina jednosmerne struje sa jednim namotajem na statoru i rotoru u cilindričnom magnetnom kolu kao na slici 6.14.a. U ovom primeru usvojeno je postojanje aksijalno postavljenog koncentrisanog namotaja statora. U praksi se, umesto aksijalno postavljenog koncentrisanog namotaja, koristi koncentrisan namotaj na polnim nastavcima (istaknuti polovi na statoru), čime se bolje koristi raspoloživi prostor, namotaj se lakše realizuje, a ujedno se omogućava dobijanje dovoljno velike neutralne zone u koju se smešta komutator.



Slika 6.14. Idealizovana mašina za jednosmernu struju: a) poprečni presek, b) magnetni polovi formirani pobudnom strujom, c) raspodela magnetne indukcije.

Usled struje u pobudnom namotaju uspostavlja se magnetno polje prikazano silnicama magnetne indukcije. Sa polovine unutrašnjeg obima statora linije magnetne indukcije izviru i formiraju severni pol dok na drugoj polovini uviru formirajući južni pol, slika 6.14.b. Prostorna raspodela magnetne indukcije usled pobudne struje u vazдушnom zazoru je pravougaona i prikazana je na slici 6.14.c. Magnetna indukcija skokovito menja polaritet na koordinati obima $\vartheta = \pm\pi/2$, a što se u stvarnosti ne može desiti. Struje koje protiču kroz namotaj rotora (indukta) stvaraju magnetno polje, tzv. reakcija indukta, koje se superponira sa poljem pobude i utiče na radne karakteristike mašine. Polje reakcije indukta je nepoželjno i njegov uticaj se mora umanjiti na odgovarajući način. Magnetno polje koje potiče od struje u rotorskom namotaju za sada se izostavlja iz razmatranja.

Mašine jednosmerne struje se uobičajeno izrađuju sa istaknutim polovima na statoru, slika 6.15.a. Fluks (indukcija) pobude je proporcionalan količniku magnetopobudne sile i magnetne otpornosti. Veličina vazdušnog zazora ispod polova je mala i konstantna, a u međupolnom prostoru veličina vazdušnog zazora je znatno veća. Magnetna indukcija je konstantna ispod polova, a značajno opada u međupolnom prostoru prema neutralnoj zoni, zbog porasta veličine vazdušnog zazora. Prostorna raspodela magnetne indukcije u vazдушnom zazoru mašine jednosmerne struje sa istaknutim polovima je kvazipravougaona, kao što je prikazano na slici 6.15.b.



Slika 6.15. Realna mašina za jednosmernu struju sa istaknutim polovima: a) poprečni presek, b) raspodela magnetne indukcije.

Jačinu magnetnog polja u mašini određuje magnetopobudna sila pobudnog namotaja. Primenom Amperovog zakona za konturu C naznačenu na slici 6.15.a, dobija se magnetopobudna sila po polu koja predstavlja proizvod polovine broja navojaka N_f pobudnog namotaja i struje pobude I_f :

$$\mathcal{F}_f = \frac{N_f}{2} I_f = H \delta, \quad (6.1)$$

gde je H jačina magnetnog polja u zazoru ispod glavnih polova, a δ je veličina vazdušnog zazora. Dakle, jačina magnetnog polja u mašini određena je vrednošću struje pobude. Magnetna indukcija, koju stvara pobudna struja, u vazдушnom zazoru ispod glavnih polova jednaka je:

$$B_m = \mu_0 H = \mu_0 \frac{N_f I_f}{2\delta}. \quad (6.2)$$

Fluks ispod jednog pola – fluks po polu, jednak je itegralu indukcije po površini pola:

$$\Phi_p = l \int_{\tau_p} B(\vartheta) d\vartheta = l \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B(\vartheta) d\vartheta, \quad (6.3)$$

gde je l dužina, a τ_p širina pola. Zavisnost indukcije od koordinate $B(\vartheta)$ je kvazipravougaona i ne može se jednostavno izraziti analitičkom funkcijom. Stoga se fluks po polu izražava preko maksimalne, B_m , ili srednje, B_{sr} , vrednosti magnetne indukcije:

$$\Phi_p = S_p \cdot B_{sr} = l\tau_p \cdot B_{sr}. \quad (6.4)$$

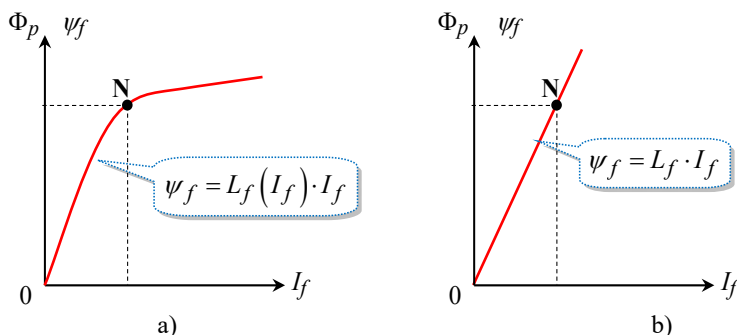
Kako je pobudni namotaj koncentrisan, to je ukupan fluks pobudnog namotaja – fluksni obuhvat pobude:

$$\psi_f = N_f \cdot \Phi_p. \quad (6.5)$$

Vrednost magnetne indukcije odrediće i vrednost magnetnog fluksa pobude kroz navojke armaturnog namotaja. Na osnovu ovoga, zavisnost fluksa od struje pobude ima isti karakter kao $B-H$ karakteristika magnećenja. Zato se pod karakteristikom magnećenja kod mašina jednosmerne struje podrazumeva zavisnost magnetnog fluksa i struje pobude, odnosno zavisnost fluksnog obuhvata (ukupnog magnetskog obuhvata armaturnog namotaja) od struje pobude. Zavisnost magnetnog fluksa od struje pobude data je sledećom opšte poznatom relacijom:

$$\psi_f = L_f(I_f) \cdot I_f. \quad (6.6)$$

Zavisnost je nelinearna i određena je krivom magnećenja magnetnog kola date mašine, slika 6.16.a. U prvom delu karakteristika pokazuje linearan odnos tj. magnetni fluks linearno raste sa porastom struje pobude sve do tzv. kolena karakteristike (radna tačka N). Nakon kolena karakteristike magnetno kolo ulazi u zasićenje i magnetni fluks mnogo sporije raste sa porastom struje pobude. Na linearnom delu karakteristike magnećenja magnetna indukcija je nezavisna od pobudne struje dok se na nelinearnom delu karakteristike menja sa promenom struje pobude. Ako se zanemari zasićenje magnetnog kola, pobudni fluks se može predstaviti kao linearna funkcija pobudne struje, tj. pretpostavlja se da se radna tačka na krivoj magnećenja nalazi na linearnom delu krive, slika 6.16.b.

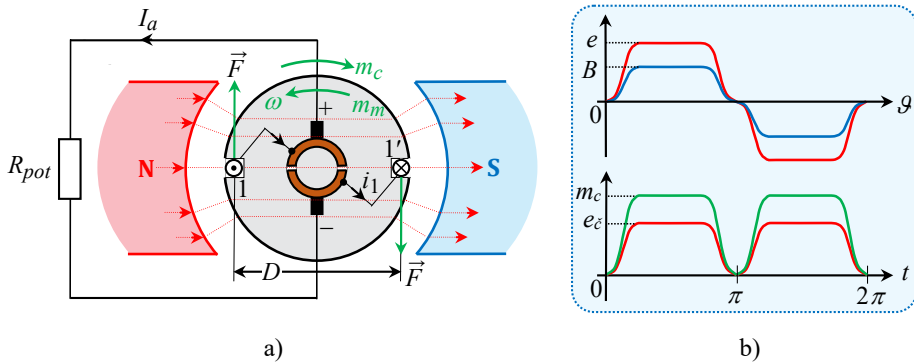


Slika 6.16. Kriva magnećenja magnetnog kola mašine jednosmerne struje: a) nelinearna $L_f(I_f)$, b) linearna $L_f = \text{const}$.

Aproksimacija krive magnećenja linearnom karakteristikom je često opravdana, zbog toga što se nominalna radna tačka N na karakteristici magnećenja nalazi na kolenu karakteristike. Tokom rada mašina za jednosmernu struju ne dozvoljava se povećanje fluksa iznad nominalne vrednosti, već samo njegovo smanjenje u cilju povećanja brzine obrtanja iznad nominalne vrednosti o čemu će biti reči u nastavku.

6.1.4. Princip rada

U ovom delu objašnjen je princip rada mašine jednosmerne struje u generatorskom, a potom i u motorskom režimu rada. U generatorskom režimu rada pogonska mašina obrće rotor, ugaonom brzinom, ω . Kroz pobudni namotaj protiče jednosmerna struja i u mašini se uspostavlja magnetno polje. U magnetnom polju se obrće rotor na kome se nalazi namotaj. Na ilustraciji na slici 6.17.a) rotorski namotaj ima samo jedan navojak. Provodnici navojka su obeleženi sa 1 i 1'.



Slika 6.17. Mašina za jednosmernu struju u generatorskom režimu: a) poprečni presek sa prikazom sila i momenta koji deluju na provodnike b) talasni oblici magnetne indukcije u vazдушnom zazoru, indukovane elektromotorne sile u provodnicima namotaja rotora i na četkicama, te momenta konverzije.

Magnetno polje u vazдушnom zazoru je radijalno. Provodnici namotaja rotora postavljeni su aksijalno – paralelno sa osom rotora. Linije vektora magnetne indukcije su normalne na provodnike rotora. Vektor obimne (linearne, linijske) brzine provodnika rotora, $\vec{v}$, ima pravac tangente i normalan je na provodnike rotora. Rotor se obrće pogonskom mašinom u radijalno orijentisanom magnetnom polju, pa se u provodnicima rotora indukuje elektromotorna sila:

$$e = (\vec{v} \times \vec{B}_{sr}) \cdot \vec{l}, \quad (6.7)$$

čiji je smer određen pravilom desne zavojnice. Kako su vektori obimne brzine provodnika, $\vec{v}$, magnetne indukcije, $\vec{B}$, i vektor dužine provodnika, $\vec{l}$, međusobno normalni, mešoviti proizvod u izrazu za elektromotornu silu prelazi u običan proizvod:

$$e = B_{sr} l v. \quad (6.8)$$

Vremenska zavisnost indukovane elektromotorne sile, e , određena je prostornom raspodelom magnetne indukcije. Raspodela magnetne indukcije po obimu vazdušnog zazora je kvazipravougaona i prikazana je na slici 6.17.b. Magnetna indukcija ima pozitivne i negativne vrednosti. Kako se provodnik kreće kroz ovakvu prostornu raspodelu magnetne

indukcije, to se prostorna raspodela magnetne indukcije preslikava u vremensku zavisnost indukovane elektromotorne sile u provodnicima rotora. Dakle, indukovana elektromotorna sila u rotorskom namotaju je naizmenična, kvazipravougaonog talasnog oblika, kao što je prostorna raspodela magnetne indukcije. Komutator sa četkicama indukovanu elektromotornu silu namotaja rotora ispravlja u jednosmernu veličinu prikazanu na slici 6.17.b.

Ukoliko se na četkice priključi potrošač – otpornik otpornosti R_{pot} , tada je strujno kolo zatvoreno, pa se pod dejstvom indukovane elektromotorne sile uspostavlja struja armature I_a . Usled proticanja struje kroz provodnike namotaja rotora, a koji se nalaze u stranom magnetnom polju, javlja se elektromagnetna sila:

$$\vec{F} = I_a (\vec{l} \times \vec{B}_{sr}), \quad (6.9)$$

čiji su pravac i smer određeni pravilom desne zavoynice.

Kako su vektori magnetne indukcije i vektor dužine provodnika međusobno normalni, to je intezitet elektromagnetne sile koja deluje na jedan provodnik:

$$F = B_{sr} I_a l. \quad (6.10)$$

Ako je r radijalno odstojanje provodnika od ose rotora, što predstavlja i krak sile, tada je momenat od jednog provodnika:

$$\vec{M}_p = \vec{r} \times \vec{F}. \quad (6.11)$$

Vektor elektromagnetne sile F na jedan provodnik je normalan na krak sile r , pa je momenat koji potiče od jednog provodnika:

$$M_p = Fr = F \frac{D}{2}, \quad (6.12)$$

gde je D prečnik rotora. Elektromagnetne sile koje deluju na naspramne provodnike na rotoru formiraju spreg sila. Naspramni provodnici na rotoru formiraju navojak, pa je momenat sprega sila, odnosno momenat navojka:

$$M_{sprega} = M_{navojka} = 2 \cdot M_p = FD = B_{sr} I_a l D. \quad (6.13)$$

Za rotor koji ima N navojaka elektromagnetni momenat, odnosno momenat konverzije se dobija sabiranjem momenata pojedinih navojaka:

$$m_c = m_e = \sum_1^N M_{navojka}. \quad (6.14)$$

Momenat konverzije u generatorskom režimu se suprostavljia momentu pogonske mašine, odnosno mehaničkom momentu i deluje suprotno u odnosu na smer obrtanja kao što je to i naznačeno na slici 6.17.a. U stacionarnom stanju mehanički momenat i momenat konverzije su u ravnoteži, $m_c = m_m$. Povećanje opterećenja generatora (smanjenje vrednosti ekvivalentne otpornosti potrošača) mora biti praćeno povećanjem snage pogonske mašine kao i većom strujom armature, odnosno snagom koja se odaje potrošaču pri konstantnoj vrednosti napona na potrošaču. Struja armature stvara svoje magnetno polje odgovarajućeg fluksa, koje utiče na magnetno polje od pobudnog namotaja. Ova pojava se naziva reakcija indukta.

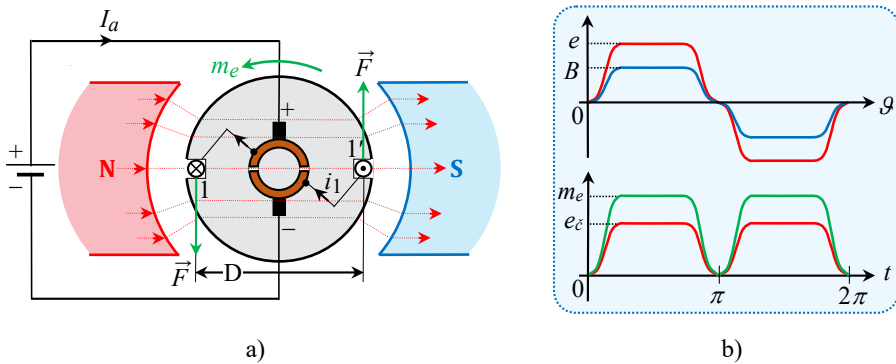
U nastavku ovog dela posmatra se ista mašina jednosmerne struje, ali u motorskom režimu rada. Kroz pobudni namotaj protiče jednosmerna struja i u mašini se uspostavlja magnetno polje. Namotaj rotora je preko četkica i komutatora priključen na izvor

jednosmernog napona i kroz njega protiče struja armature, I_a , slika 6.18.a. Ova struja je na priključcima namotaja rotora i četkicama jednosmerna, a kroz sam namotaj naizmjenična, kako je to prethodno objašnjeno u 6.1.2. Usled proticanja struje kroz provodnike namotaja rotora, koji se nalaze u stranom magnetnom polju, javlja se elektromagnetna sila F čiji je smer određen pravilom desne zavojnice.

$$F = BI_a l. \quad (6.15)$$

Slično kao i u prethodnom slučaju, momenat sprega sila od naspramno postavljenog para provodnika, odnosno momenat navojka je:

$$M_{sprega} = M_{navojka} = F \cdot D. \quad (6.16)$$



Slika 6.18. Mašina za jednosmernu struju u motorskom režimu: a) poprečni presek sa prikazom sila i momenta koji deluju na provodnike b) talasni oblici magnetne indukcije u vazдушnom zazoru, indukovane elektromotorne sile u provodnicima namotaja rotora i na četkicama, te momenta konverzije.

Ponovo se sabiranjem momenata navojaka dobija elektromagnetni momenat, odnosno momenat konverzije. Pod dejstvom momenta konverzije se obrće rotor električne mašine, tj. momenat konverzije podržava kretanje i istog je smera kao i brzina obrtanja. Mašina radi u motorskom režimu rada. Vremenska zavisnost momenta konverzije prikazana je na slici 6.18.b. Ovom momentu se na vratilu suprotstavlja momenat radne mašine. U stacionarnom stanju mehanički momenat i momenat konverzije su u ravnoteži, $m_e = m_m$. Kako se rotor obrće, u namotaju rotora se indukuje elektromotorna sila.

Povećanje opterećenja motora (veća vrednost momenta radne mašine) praćeno je povećanjem momenta konverzije kao i većom strujom armature, odnosno većom mehaničkom snagom koja se odaje na vratilu mašine pri konstantnoj brzini obrtanja. Struja armature i u slučaju motorskog režima rada stvara svoje magnetno polje odgovarajućeg fluksa, koje utiče na magnetno polje pobudnog namotaja – reakcija indukta.

6.1.5. Indukovana elektromotorna sila armaturnog namotaja

Indukovana elektromotorna sila armaturnog namotaja E_a javlja se usled obrtanja armaturnog namotaja u magnetnom polju pobudnog namotaja i predstavlja indukovanu elektromotornu silu rotacije. U motorskom režimu rada ona drži ravnotežu dovedenom naponu armature, U_a , dok u generatorskom režimu rada ona uspostavlja napon na krajevima armaturnog namotaja. U delu 6.1.4. je pokazano da indukovana elektromotorna sila u jednom provodniku armaturnog namotaja zavisi od magnetne indukcije, B_{sr} , dužine provodnika, l , i

obimne brzine provodnika. Obimna brzina provodnika rotora, v , i ugaona brzina rotora su međusobno povezane poznatom jednačinom:

$$v = r\omega = \frac{D}{2}\omega = \frac{D}{2} \frac{2\pi n}{60} = D\pi \frac{n}{60} = 2p\tau_p \frac{n}{60}, \quad (6.17)$$

gde je D prečnik rotora, a τ_p širina pola. Na obimu rotora $D\pi$ je smešteno $2p$ polova, tj. $D\pi = 2p\tau_p$. Uvrštavanjem srednje vrednosti magnetne indukcije iskazane preko fluksa po polu:

$$B_{sr} = \frac{\Phi_p}{l\tau_p}, \quad (6.18)$$

i obimne brzine provodnika, dobija se elektromotorna sila indukovana u jednom provodniku armaturnog namotaja:

$$e = B_{sr}lv = \frac{\Phi_p}{l\tau_p} l \cdot 2p\tau_p \frac{n}{60} = \frac{\Phi_p p n}{30}. \quad (6.19)$$

Nezavisno od načina izvedbe armaturnog namotaja (izveden kao petljast ili valovit), četkice dele armaturni namotaj na paralelne grane. Od ukupnog broja provodnika armature N_a , u jednu granu na red vezano je $N_a/(2a)$ provodnika, gde je a broj eventualnih paralelnih grana. Indukovana elektromotorna sila armaturnog namotaja, E_a je $N_a/(2a)$ puta veća od indukovane elektromotorne sile u jednom provodniku, e :

$$E_a = \frac{N_a}{2a} e = \frac{p}{a} \frac{N_a}{60} \Phi_p n = k\Phi_p n. \quad (6.20)$$

Indukovana elektromotorna sila armaturnog namotaja je direktno proporcionalna fluksu po polu Φ_p , odnosno magnetnoj indukciji i brzini obrtanja, n , gde je n brzina obrtanja rotora u o/min. Konstantom k se uvažavaju konstrukcione osobine mašine:

$$k = \frac{p}{a} \frac{N_a}{60}, \quad (6.21)$$

gde je p broj pari polova mašine, N_a broj provodnika armaturnog namotaja, dok je a broj pari paralelnih grana armaturnog namotaja. Odnos broja pari polova mašine p i broja pari paralelnih grana a zavisi od konstrukcije armaturnog namotaja tj. da li je namotaj izveden kao petljast ili valovit.

Kada se brzina obrtanja, n , u o/min, u izrazu za elektromotornu silu armature (6.20) izrazi preko ugaone brzine obrtanja, ω , u rad/s:

$$E_a = k\Phi_p n = k\Phi_p \frac{60}{2\pi} \omega = c\Phi_p \omega = \psi_f \omega, \quad (6.22)$$

dobija se izraz za indukovanu elektromotornu silu armature, dok je c nova konstanta kojom se uvažavaju konstrukcione osobine mašine:

$$c = \frac{60k}{2\pi} = \frac{p}{a} \frac{N_a}{2\pi}. \quad (6.23)$$

U jednačini (6.22) Φ_p predstavlja fluks po polu dok je, ψ_f , fluks pobude koji je obuhvaćen raspodeljenim armaturnim namotajem. Fluksni obuhvat koncentrisanog namotaja sa N navojaka i koji ima fluks Φ po navojku, jednak je njihovom proizvodu, $\psi = N\Phi$. Kako je namotaj armature raspodeljen po celom obimu rotora, to se fluks pobude obuhvaćen

armaturnim namotajem ne može dobiti jednostavnim algebarskim sabiranjem flukseva po navojcima jer nisu svi navojci rotora prožeti istim fluksom. Flukseve po navojcima treba sabirati da bi se dobio ukupan fluksni obuhvat, ψ_f , raspodeljenog armaturnog namotaja.

$$\psi_f = \frac{p}{a} \frac{N_a}{2} \Phi_p \frac{1}{\pi}. \quad (6.24)$$

Očigledno je da u izrazu za fluksni obuhvat figuriše ukupan broj navojaka armaturnog namotaja ($N_a/2$).

Indukovana elektromotorna sila je direktno proporcionalna sa brzinom obrtanja. Takođe, ona je proporcionalna i fluksu pobude, ψ_f , koji nelinearno zavisi od struje pobude usled nelinearnosti magnetnog kola. Znak elektromotorne sile zavisi od znaka fluksa, a koji je određen smerom pobudne struje, kao i od smera brzine obrtanja. Promenom smera pobudne struje ili smera brzine obrtanja, menja se znak elektromotorne sile. Izraz koji je izveden predstavlja indukovanu elektromotornu silu praznog hoda, do koga se došlo uz pretpostavku da ne postoji struja rotora koja stvara reakciju indukta, odnosno rotorsko polje koje utiče na ukupni fluks u mašini, a samim tim i na ovu indukovanu elektromotornu silu. Reakcija indukta, koja nastaje od struje i polja rotora, nepoželjna je, i njen uticaj se umanjuje na odgovarajući konstrukcijski način u realnim mašinama, dok se u teorijskim razmatranjima često zanemaruje.

6.1.6. Momenat konverzije

Momenat konverzije mašine jednosmerne struje nastaje kada je ona magnetno pobuđena, tj. kada je uspostavljen pobudni fluks, ψ_f , a kroz namotaj rotora protiče struja, I_a . U delu 6.1.4. je pokazano da je obrtni momenat jednog navojka:

$$M_{navojka} = FD = B_{sr} l I D. \quad (6.25)$$

Kada se srednja vrednost magnetne indukcije izrazi preko fluksa po polu i prečnik rotora preko polnog koraka, dobija se obrtni momenat navojka:

$$M_{navojka} = \frac{\Phi_p}{l \tau_p} l l \frac{2 p \tau_p}{\pi} = \frac{2 p}{\pi} \Phi_p I, \quad (6.26)$$

gde je I struja koja teče kroz provodnik navojka. Kako armaturni namotaj može da ima paralelne grane, to se struja armature I_a deli na paralelne grane, pa je struja kroz provodnik:

$$I = \frac{I_a}{2a}. \quad (6.27)$$

Ako armaturni namotaj ima N_a provodnika, to je broj navojaka duplo manji, tj. $N_a/2$. Ukupan elektromagnetni momenat svih tih navojaka predstavlja elektromagnetni momenat, odnosno momenat konverzije mašine jednosmerne struje:

$$M_c = M_e = \frac{N_a}{2} M_{navojka} = \frac{N_a}{2} \frac{2 p}{\pi} \Phi_p \frac{I_a}{2a} = \frac{p}{a} \frac{N_a}{2\pi} \Phi_p I_a = c \Phi_p I_a = \psi_f I_a. \quad (6.28)$$

Do izraza za momenat konverzije mašine za jednosmernu struju može se doći i ukoliko se krene od izraza za snagu konverzije, koja predstavlja proizvod indukovane elektromotorne sile i struje armaturnog namotaja:

$$P_c = E_a I_a. \quad (6.29)$$

Kada se uvaži da je elektromotorna sila $E_a = \omega \psi_f$, dobija se snaga konverzije i momenat konverzije:

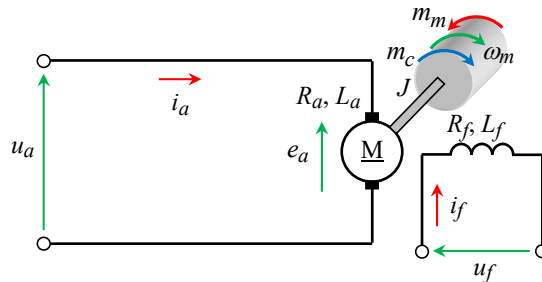
$$P_c = \psi_f \omega I_a, \quad (6.30)$$

$$M_c = \frac{P_c}{\omega} = \psi_f I_a. \quad (6.31)$$

Momenat konverzije je, pri konstantnom fluksu pobude, direktno proporcionalan struji armature. Fluks pobude deluje u direktnoj d – osi, dok polje struje armature deluje u poprečnoj q – osi. Znak momenta zavisi od znaka fluksa tj. smeru pobudne struje i od znaka tj. smeru struje u armaturnom namotaju.

6.2. Matematički model i ekvivalentna šema za ustaljeno stanje

Mašina za jednosmernu struju ima pobudni i armaturni namotaj koji moraju biti povezani sa električnim izvorima. Preko vratila mašina se povezuje sa mehaničkim opterećenjem. Povezivanje mašine sa električnim izvorima i sa mehaničkim opterećenjem prikazano je na slici 6.19. Na slici se koriste oznake sa malim slovima za veličine koje u opštem slučaju mogu biti promenljive tokom vremena. U ustaljenom stanju iste te veličine se označavaju velikim slovom. Na obrtnu masu momenta inercije J , deluje momenat konverzije i mehanički momenat. Referentni smerovi ova dva momenta su suprotni i naznačeni su na slici. Prikazano je da momenat konverzije podržava kretanje, tj. da mašina radi u motornom režimu.



Slika 6.19. Prikaz povezivanja mašine za jednosmernu struju sa električnim izvorima i sa mehaničkim opterećenjem.

Kod mašina jednosmerne struje pobudni fluks, ψ_f se uspostavlja u direktnoj osi, dok se fluks armaturnog namotaja uspostavlja u poprečnoj osi. Podužna osa se poklapa sa osom polova, dok poprečna osa prolazi simetralom međupolnog prostora. Podužna i poprečna osa su međusobno ortogonalne, tako da je međusobna induktivnost pobudnog i armaturnog namotaja jednaka nuli, $M_{af} = 0$. Promena pobudne struje nema direktnog uticaja na fluks u armaturnom namotaju. Istovremeno, promena armaturne struje nema uticaja na fluks pobude.

Proučavanje električnih i mehaničkih karakteristika mašina za jednosmernu struju zasniva se na matematičkom modelu. Matematički model sadrži diferencijalne i algebarske izraze koji opisuju procese u mašini kako u ustaljenom stanju, tako i tokom prelaznog procesa. Tokom prelaznog procesa postoji promena neke od veličina u vremenu. Matematički model mašine za jednosmernu struju čini pet osnovnih izraza: dve jednačine naponske ravnoteže (jedna za kolo armature, a druga za kolo pobude), izraz za momenat konverzije, jednačina kretanja i jednačina koja povezuje ugaoni položaj i brzinu obrtanja rotora.

Obrtanjem rotora u magnetnom polju pobude u armaturnom namotaju se indukuje elektromotorna sila, e_a . Prolazak struje armature, i_a , preko četkica i komutatora je praćen padom napona na četkicama $\Delta U_{\mathcal{C}}$. Armaturni namotaj ima otpornost R_a i sopstvenu induktivnost L_a . Jednačina naponske ravnoteže kola armature za motorski režim rada uzima oblik:

$$u_a = R_a i_a + \Delta U_{\mathcal{C}} + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a = R_a i_a + \Delta U_{\mathcal{C}} + L_a \frac{di_a}{dt} + \omega \psi_f. \quad (6.32)$$

U motorskom režimu rada, namotaj armature priključuje se na izvor napona u_a , koji će kroz njega uspostaviti struju armature i_a . Proticanjem struje armature javlja se pad napona na omskoj otpornosti namotaja armature kao i pad napona na četkicama. Ukoliko mašina poseduje još neki od dodatnih namotaja za eliminaciju reakcije armature, tada je potrebno na vrednost otpornosti armature dodati i vrednost otpornosti ovih namotaja te u prethodnoj jednačini koristiti ukupnu vrednost otpornosti R_u . Pad napona na četkicama posledica je prolaska struje preko otpornosti četkice, $R_{\mathcal{C}}$, tj. $\Delta U_{\mathcal{C}} = R_{\mathcal{C}} I_a$. Otpornost četkica opada sa strujom, pa je pad napona na četkicama konstantne vrednosti nezavisno od struje armature. Uobičajeno se za grafitne četkice usvaja da pad napona na četkici iznosi oko 1 V po četkici, tako da je pad napona na paru četkica $\Delta U_{\mathcal{C}} \approx 2$ V. U jednačini naponske ravnoteže sabirak $L_a di_a/dt$ predstavlja transformatorsku elektromotornu silu i posledica je promene struje armature u vremenu.

Nametnuti napon pobude u_f uspostavlja jednosmernu struju, i_f , čijem se proticanju suprotstavlja otpornost namotaja pobude, R_f . Armaturni namotaj sa svojom strujom stvara fluks reakcije armature, ovaj fluks deluje u poprečnoj osi i nema uticaja na fluks kroz pobudni namotaj. Prema ovome, ukupan fluks u pobudnom namotaju je $\psi_f = L_f i_f$, i on deluje u podužnoj osi. Jednačina naponske ravnoteže pobudnog namotaja je:

$$u_f = R_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt} = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt}, \quad (6.33)$$

gde su i_f , R_f , L_f , struja, otpornost i induktivnost pobudnog namotaja. U jednačini naponske ravnoteže pobudnog namotaja nema indukovane elektromotorne sile rotacije zato što ne postoji relativno kretanje između magnetnog polja i pobudnog namotaja.

Jednačina kretanja data je izrazom:

$$m_c - m_m = J_m \frac{d\omega}{dt} + K_m \omega. \quad (6.34)$$

U stacionarnom (ustaljenom) režimu, uz zanemarenje gubitaka u gvožđu i gubitaka na trenje i ventilaciju, momenat konverzije koji motor razvija mora biti jednak mehaničkom momentu kojim je vratilo motora opterećeno, tj. važi da je: $M_c = M_m$.

Matematički model mašine jednosmerne struje u ustaljenom stanju sa zanemarenim padom napona na četkicama u motorskom režimu rada dat je jednačinama:

$$U_a = R_a I_a + \psi_f \omega, \quad (6.35)$$

$$U_f = R_f I_f, \quad (6.36)$$

$$M_m = M_c = \frac{P_c}{\omega} = \psi_f \cdot I_a, \quad (6.37)$$

$$\omega = \frac{d\vartheta_m}{dt}. \quad (6.38)$$

U generatorskom režimu rada struja armature menja smer tj. električna snaga izlazi iz mašine pa jednačina naponske ravnoteže ima oblik:

$$U_a = \psi_f \omega - R_a I_a. \quad (6.39)$$

6.3. Tipovi mašina za jednosmernu struju prema načinu pobuđivanja

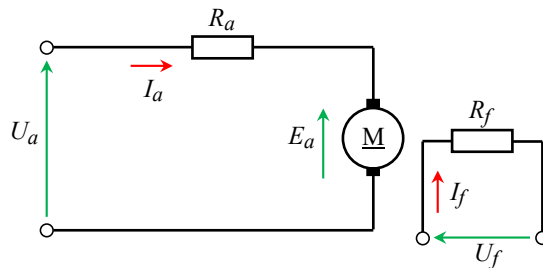
Podelu mašina za jednosmernu struju moguće je izvršiti u zavisnosti od izvedbe i načina ostvarivanja električnih veza namotaja smeštenog na statoru i rotoru mašine. Uzimajući u obzir izvedbu i način priključivanja pobudnog namotaja, razlikuju se sledeća četiri tipa:

- mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom;
- mašine jednosmerne struje sa paralelnom pobudom;
- mašine jednosmerne struje sa rednom pobudom;
- mašine jednosmerne struje sa složenom pobudom.

Osnovna razlika navedenih tipova mašina određena je električnom vezom namotaja statora i rotora koja proizvodi i ostale razlike, kako u konstruktivnim osobinama, tako i u pogonskim. U nastavku će biti detaljnije razmotrene osnovne karakteristike pojedinih tipova mašina za jednosmernu struju, izuzev mašina sa složenom pobudom čije razmatranje prevazilazi obim ovog predmeta.

6.3.1. Mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom

Kod ovog tipa mašina namotaji armature i pobude napajaju se iz dva nezavisna izvora jednosmernog napona. Ekvivalentna električna šema mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom, u motorskom režimu rada, prikazana je na slici 6.20. Armaturni namotaj je priključen na izvor napona U_a , i kroz njega teče struja I_a , otpornost namotaja armature je predstavljena pomoću ekvivalentnog otpornika, R_a . Pobudni namotaj ima otpornost R_f , vezan je na izvor jednosmernog napona U_f , usled čega kroz namotaj pobude protiče jednosmerna struja I_f .



Slika 6.20. Ekvivalentna šema motora za jednosmernu struju sa nezavisnom pobudom u stacionarnom stanju.

Na osnovu opšteg matematičkog modela za ustaljeno stanje i električne šeme sa slike 6.20, sledi matematički model mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom:

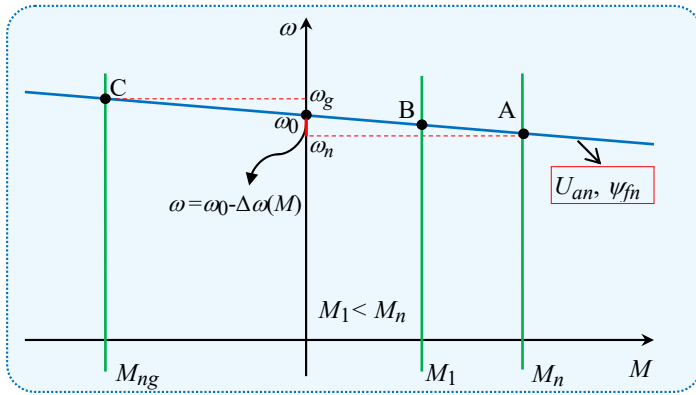
$$U_a = R_a I_a + \psi_f \omega, \quad (6.40)$$

$$U_f = R_f I_f, \quad (6.41)$$

$$M_m = M_c = \frac{P_c}{\omega} = \psi_f \cdot I_a. \quad (6.42)$$

Mehanička (momentna, spoljna) karakteristika motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom predstavlja zavisnost brzine obrtanja od momenta konverzije. Do jednačine koja predstavlja mehaničku karakteristiku se dolazi pomoću jednačina (6.40) i (6.42) tako što se eliminiše struja armature:

$$\omega = \frac{U_a}{\psi_f} - \frac{R_a}{\psi_f^2} M_c. \quad (6.43)$$



Slika 6.21. Mehaničke karakteristike mašine za jednosmernu struju sa nezavisnom pobudom i radne (pogonske) mašine.

Na slici 6.21. prikazana je mehanička karakteristika mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom koja, na osnovu jednačine (6.43), predstavlja pravu u koordinatnom sistemu (ω , M). Mehanička karakteristika je prikazana u prvom i drugom kvadrantu što redosledno odgovara motornom odnosno generatorskom režimu rada mašine. Pored mehaničke karakteristike mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom, u prvom kvadrantu nacrtane su i mehaničke karakteristike radne mašine konstantnog momenta opterećenja. Mehanička karakteristika mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom nacrtana je pri nominalnim uslovima napajanja, što odgovara nominalnoj vrednosti armaturnog napona i nominalnoj vrednosti pobudnog napona. Ovakva karakteristika se naziva prirodnom karakteristikom. Stacionarne radne tačke se nalaze u preseku mehaničkih karakteristika radne mašine i mehaničke karakteristike motora jednosmerne struje za prvi kvadrant. Radna tačka obeležena slovom A predstavlja nominalnu radnu tačku u motornom režimu rada, dok radna tačka obeležena slovom C predstavlja nominalnu radnu tačku u generatorskom režimu rada. Radna tačka B predstavlja radnu tačku sa polovinom nominalnog momenta.

Mehanička karakteristika ovakvog oblika naziva se tvrdom karakteristikom jer velika promena mehaničkog momenta dovodi do male promene brzine obrtanja. Mehanička karakteristika može biti zapisana i u obliku:

$$\omega = \omega_0 - \Delta\omega(M); \quad \omega_0 = \frac{U_a}{\psi_f}; \quad \Delta\omega = \frac{R_a}{\psi_f^2} M_c, \quad (6.44)$$

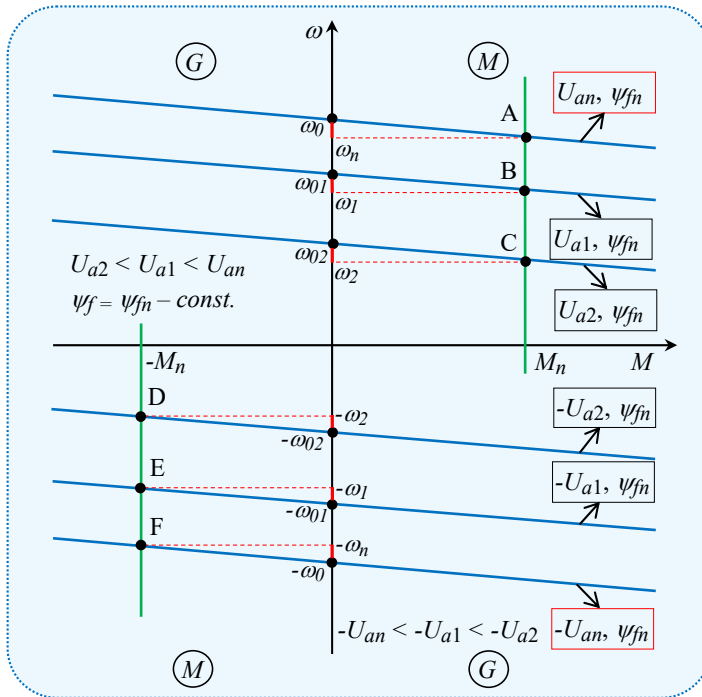
gde prvi sabirak predstavlja brzinu (idealnog) praznog hoda (neopterećena mašina), dok je drugi sabirak zavisen od opterećenja i predstavljala pad brzine koji se ima u odnosu na brzinu praznog hoda (promena brzine usled opterećenja).

6.3.1.1. Upravljanje brzinom i pokretanje mašine

Na osnovu mehaničke karakteristike, izraz (6.43), da se zaključiti o mogućim načinima upravljanja brzinom obrtanja. Iz date jednačine očigledno je da brzinu obrtanja mašine, pri konstantnom opterećenju, moguće je menjati promenom napona armature U_a , promenom fluksa pobude ψ_f i promenom ukupnog otpora armature, odnosno dodavanjem dodatnog otpora.

Upravljanje brzinom promenom napona armature

Ukoliko je fluks u mašini konstantan (konstantan napon, odnosno struja pobude), očigledno je da se promenom vrednosti napona armature menja brzina praznog hoda. Pri tome se vrednost pada brzine ne menja pa se mehanička karakteristika translatorsno pomera u odnosu na prirodnu karakteristiku, slika 6.22.



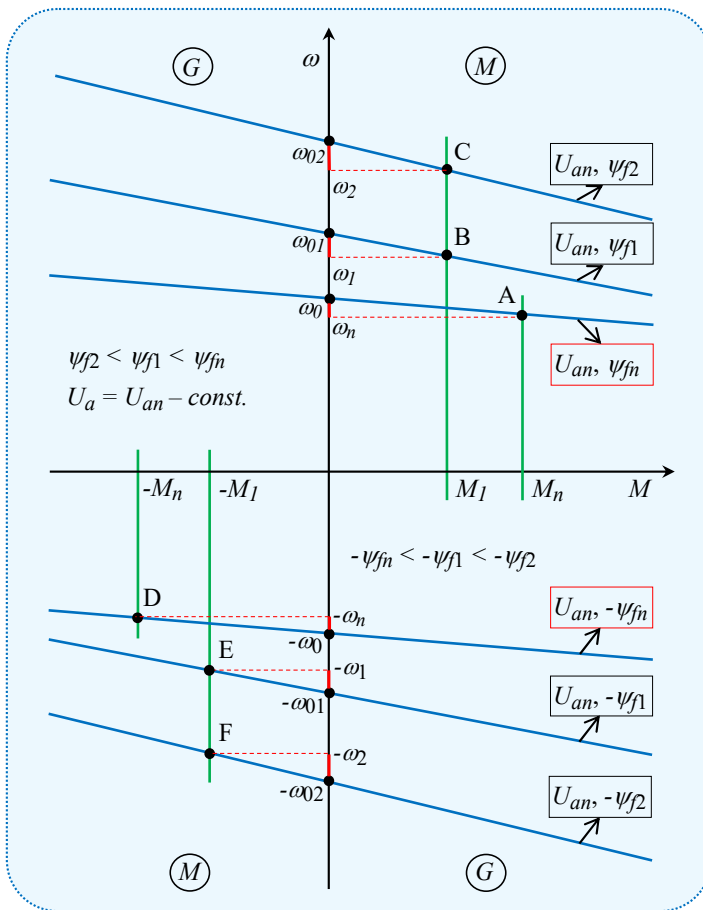
Slika 6.22. Upravljanje brzinom mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom promenom napona armature pri konstantnom fluksu.

Pošto nije dozvoljeno napajanje mašine naponom koji je veći od nominalnog, jasno je da će se upravljanje brzinom mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom (promenom napona armature) obavljati u opsegu od minimalne do nominalne brzine. Dakle, promenom vrednosti napona armaturnog namotaja u opsegu od minimalne vrednosti, na kojoj je brzina jednaka nuli, do nominalne vrednosti, menja se brzina obrtanja mašine u opsegu od nule do nominalne vrednosti. Kada napon armature promeni znak (postane negativan) tada i brzina menja znak

(vratilo se obrće u suprotnu stranu), odnosno mehanička karakteristika prelazi u treći i četvrti kvadrant.

Upravljanje brzinom promenom pobudnog fluksa

Ukoliko se sada ima konstantan napon armature, a menja se fluks u mašini promenom napona pobude, dobija se nova familija mehaničkih karakteristika prikazanih na slici 6.23. Promenom pobudnog fluksa menja se vrednost brzine praznog hoda, kao i vrednost pada brzine, odnosno koeficijent pravca mehaničke karakteristike. Pošto nije dozvoljeno povećanje fluksa pobude (napona pobude) preko nominalne vrednosti, jasno je da će se upravljanje brzinom mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom, u opsegu od nominalne do maksimalne brzine, obavljati smanjenjem fluksa pobude.



Slika 6.23. Upravljanje brzinom mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom promenom fluksa pri konstantnom naponu armature.

Smanjenjem fluksa (slabljenjem polja) povećava se vrednost brzine praznog hoda kao i nagib same mehaničke karakteristike. Karakteristika postaje „mekša“, odnosno osetljivija na promenu brzine sa promenom momenta opterećenja. Vrednost maksimalne brzine koja se može postići određena je mehaničkom konstrukcijom mašine (tipično od $2\omega_n$ do $2,5\omega_n$) kao i

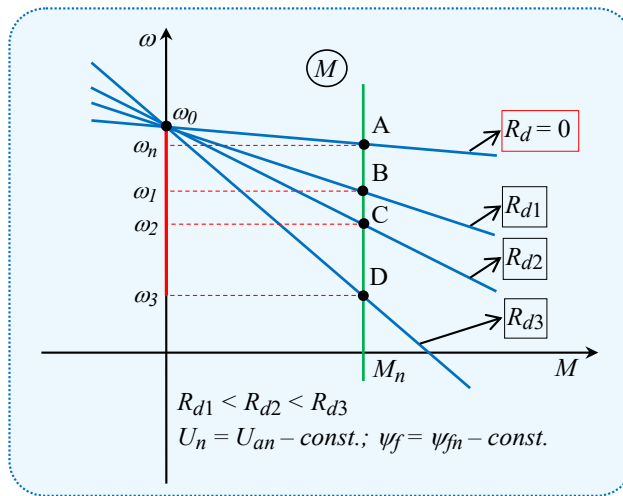
činjenicom da se smanjenem pobudnog fluksa (pri konstantom opterećenju), mora povećati struja armature. Iz ovog razloga se upravljanje brzinom promenom pobudnog fluksa vrši u slučajevima u kojima je momenat radne mašine manji od nominalnog ili opada sa porastom brzine iznad nominalne, srazmerno smanjenju fluksa. Na ovaj način se postiže da struja armature ostaje najviše jednaka nominalnoj vrednosti u oblasti slabljenja polja, odnosno za brzine obrtanja koje su veće od nominalne. U slabljenju polja momenat opada sa brzinom pri istoj struji armature.

Upravljanje brzinom dodavanjem otpornosti u kolo armature

Ukoliko su napon armature i napon pobude, odnosno fluks u mašini konstantni i jednaki nominalnim vrednostima, brzina obrtanja mašine se može smanjivati ispod nominalne vrednosti ukoliko se u kolo armature dodaje omska otpornost. Brzina praznog hoda ω_0 nezavisna je od otpornosti armature, pa se neće menjati dodavanjem otpornosti, dok će vrednost pada brzine (koeficijent pravca mehaničke karakteristike) da se povećava sa dodavanjem otpornosti. Na ovaj način se povećanjem vrednosti dodatnog otpornika povećava nagib mehaničke karakteristike i time se dobija nova familija mehaničkih karakteristika prikazanih na slici 6.24. Mehanička karakteristika sa dodatnim otpornikom u kolu armature ima oblik:

$$\omega = \omega_0 - \Delta\omega(M); \quad \omega_0 = \frac{U_a}{\psi_f}; \quad \Delta\omega = \frac{R_a + R_d}{\psi_f^2} M_c. \quad (6.45)$$

Promenom vrednosti dodatnog otpornika u kolu armature menja se brzina obrtanja mašine, dok struja u armaturnom namotaju ostaje konstantna, pri konstantnoj vrednosti momenta opterećenja. Zbog snage gubitaka na dodatnom otporniku, ovakav način upravljanja brzinom obrtanja mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom se retko primenjuje.

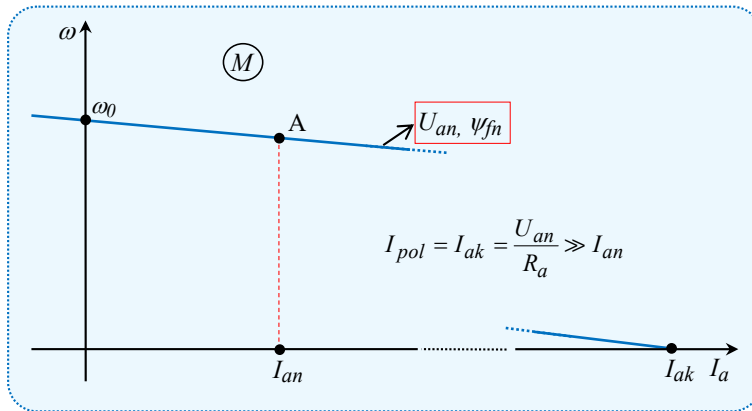


Slika 6.24. Upravljanje brzinom mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom dodavanjem otpornosti u kolo armature.

Pokretanje mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom

Pokretanje ili puštanje u rad mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom je postupak tokom koga se namotaji mašine priključuju na izvor napajanja i mašina iz stanja mirovanja ubrzava do brzine određene datim režimom rada. Tokom ovog postupka mašina

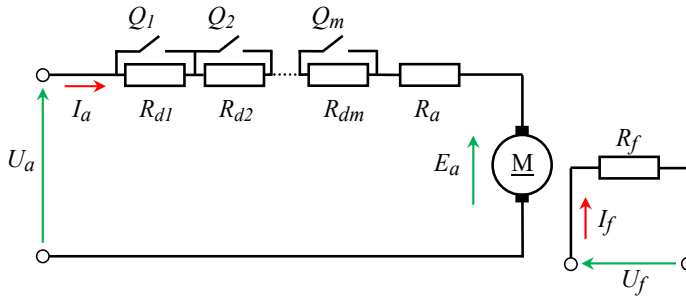
može biti neopterećena, ili se pak proces puštanja u rad može odvijati i pod opterećenjem (sa priključenim opterećenjem tj. radnom mašinom). Ovde će se razmatrati proces puštanja u rad mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom u motorskom režimu rada. Na osnovu prethodnih razmatranja i jednačine za mehaničku karakteristiku (6.43), jasno je da se mašini jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom ne sme dozvoliti rad bez prisustva pobudnog napona, pošto bi u tom slučaju brzina obrtanja težila ka beskonačno velikoj vrednosti. U tom smislu, postupak puštanja u rad započinje tako što se najpre namotaj pobude priključi na izvor napajanja, a potom se na izvor napajanja priključuje namotaj armature. Kako bi od samog trenutka pokretanja mašina razvijala dovoljno veliku vrednost momenta, odnosno kako bi se imao nominalan fluks u mašini, namotaj pobude se priključuje na nominalnu vrednost napona. Pošto mašina kreće iz stanja mirovanja ($\omega = 0$), indukovana elektromotorna sila je jednaka nuli, pa ukoliko bi namotaj armature bio priključen na nominalnu vrednost napona, vrednost polazne struje (struje koja bi protekla kroz armaturni namotaj), bi bila veoma velika, slika 6.25.



Slika 6.25. Pokretanje motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom – nedozvoljeno velika polazna struja

Polazna struja je u trenutku starta mašine ograničena samo omskom otpornošću armaturnog namotaja (pošto je $E_a = 0$) i može imati vrednosti koje su i više od deset puta veće od nominalne vrednosti. Ovako velika vrednost polazne struje može da ošteti komutator i četkice, a osim toga i veliki polazni momenat, koji je proporcionalan polaznoj struji, može da dovede do mehaničkih oštećenja same mašine, kao i radne mašine. Navedeni problem prevelike polazne struje se kod mašina jednosmerne struje rešava na jedan od dva sledeća načina: dodavanjem dodatnog otpornika u kolo armature, ili pokretanjem mašine sa sniženom vrednosti napona armature.

Kada se mašina pušta u rad dodavanjem otpornika, tada se u kolo armature veže otpornik dovoljne vrednosti da ograniči polaznu struju, a zatim se njegova otpornost postepeno smanjuje pomoću preklapke, kako motor ubrzava. Ekvivalentna šema motora sa dodatnim otpornikom u kolu armature prikazana je na slici 6.26.

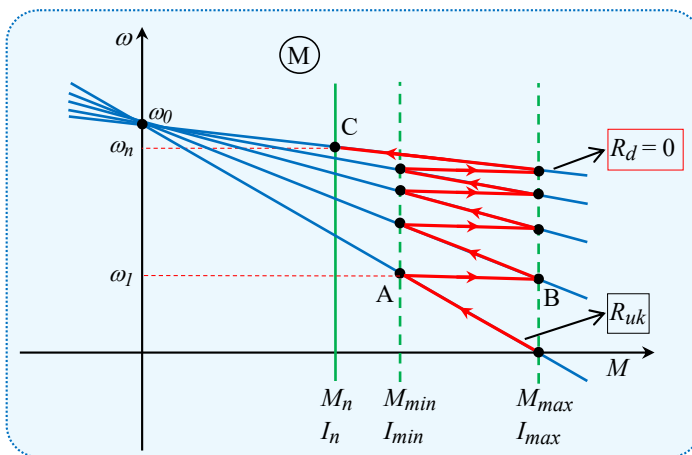


Slika 6.26. Ekvivalentna šema motora za jednosmernu struju sa nezavisnom pobudom sa dodatnim otpornikom u kolu rotora.

Vrednost dodatne otpornosti koju je potrebno priključiti u početnom trenutku moguće je odrediti pomoću sledećeg izraza:

$$R_{uk} = \frac{U_{an}}{I_{amax}} = R_a + \sum_1^m R_{dm}, \quad (6.46)$$

gdje je I_{amax} , maksimalno dopuštena vrednost struje armature. Tokom ubrzavanja mašine, vrednost dodatne otpornosti se postepeno smanjuje tako što se otpornici kratko spajaju pa se struja armature održava ispod maksimalno dozvoljene vrednosti, a iznad vrednosti minimalno dozvoljene struje (minimalno dozvoljenog momenta). Ovo je od suštinskog značaja ukoliko su u rad pušta opterećena mašina kod koje je momenat opterećenja nezavistan od brzine obrtanja, slika 6.27.



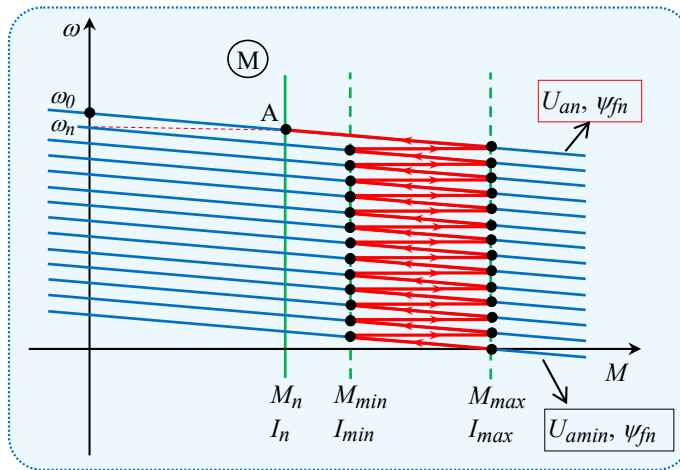
Slika 6.27. Pokretanje motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom dodavanjem otpornosti u kolo armature.

Minimalna vrednost struje kada mašina ubrzava (tačka A) i maksimalna dopuštena vrednost struje (tačka B) mogu biti određene pomoću sledećih izraza:

$$I_{amin} = \frac{U_{an} - E_{a\omega_1}}{R_{uk}} = \frac{U_{an} - E_{a\omega_1}}{R_a + \sum_1^m R_{dm}}; \quad I_{amax} = \frac{U_{an} - E_{a\omega_1}}{R_{m-1}} = \frac{U_{an} - E_{a\omega_1}}{R_a + \sum_1^{m-1} R_{dm}}. \quad (6.47)$$

Osnovni nedostatak ovakvog načina puštanja u rad mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom ogleda se potrebi povezivanja otporničkog seta promenjive otpornosti u kolo armature, kao i gubici snage koji se imaju u dodatnim otpornicima.

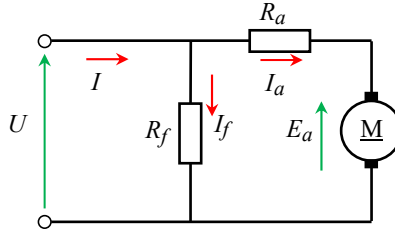
Pokretanje mašine sa sniženom vrednosti napona armature obavlja se tako što se kontrolom napona armature kontroliše vrednost polazne struje i polaznog momenta. Mašina se pušta u rad sa minimalnom vrednošću napona armature, koja je određena sa maksimalno dopuštenom vrednošću struje, a potom se napon armature postepeno povećava čime se momentna karakteristika postepeno izdiže, slika 6.28.



Slika 6.28. Pokretanje motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom postepenim povećanjem napona armature pri konstantnom fluksu.

6.3.2. Mašine jednosmerne struje sa paralelnom pobudom

Kod ovog tipa mašina armaturni namotaj i pobudni namotaj priključeni su paralelno na isti izvor jednosmernog napona. Ekvivalentna električna šema mašine jednosmerne struje sa paralelnom pobudom, u motorskom režimu rada, prikazana je na slici 6.29. Armaturni namotaj je priključen na napon U ($U = U_a$) i kroz njega protiče struja I_a , otpornost namotaja rotora je predstavljena pomoću otpornika R_a . Pobudni namotaj ima otpornost R_f ; povezan je na isti jednosmerni izvor napona U ($U = U_f$), a kroz njega protiče pobudna struja I_f . Nominalna struja pobude obično iznosi od 1 do 5 % nominalne struje armature, gde procentualno manje vrednosti odgovaraju mašinama većih snaga.



Slika 6.29. Ekvivalentna šema motora za jednosmernu struju sa paralelnom pobudom.

Na osnovu opšteg matematičkog modela za stacionarno stanje i električne šeme, slede matematičke jednačine kojima se opisuje rad ovog tipa mašine jednosmerne struje koje glase:

$$U_a = R_a I_a + \omega \psi_f, \quad (6.48)$$

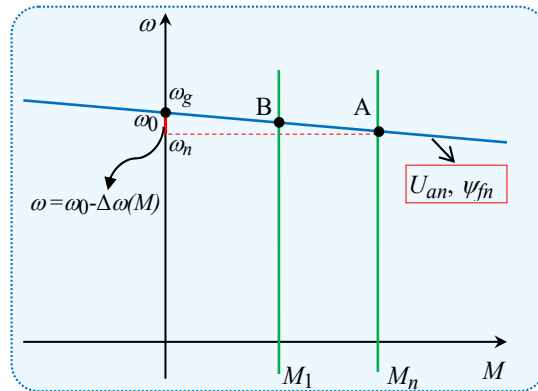
$$I = I_a + I_f, \quad (6.49)$$

$$M_m = M_c = \psi_f \cdot I_a. \quad (6.50)$$

Mehanička karakteristika motora jednosmerne struje sa paralelnom pobudom, izvodi se na isti način kao i kod mašine sa nezavisnom pobudom. Mehanička karakteristika motora sa paralelnom pobudom, koja je data jednačinom:

$$\omega = \frac{U_a}{\psi_f} - \frac{R_a}{\psi_f^2} M_c = \omega_0 - \Delta\omega, \quad (6.51)$$

istog je oblika kao mehanička karakteristika mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom. Mehanička karakteristika mašine za jednosmernu struju sa paralelnom pobudom prikazana je na slici 6.30. Mehanička karakteristika nacrtana je pri nominalnom naponu napajanja – prirodna karakteristika.



Slika 6.30. Mehaničke karakteristike mašine za jednosmernu struju sa paralelnom pobudom i radne mašine.

U odnosu na mašine jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom, osnovna razlika kod mašina sa paralelnom pobudom ogleda se u načinu rada, gde svaka promena napona napajanja istovremeno izaziva promenu napona armature kao i promenu pobudne struje, odnosno

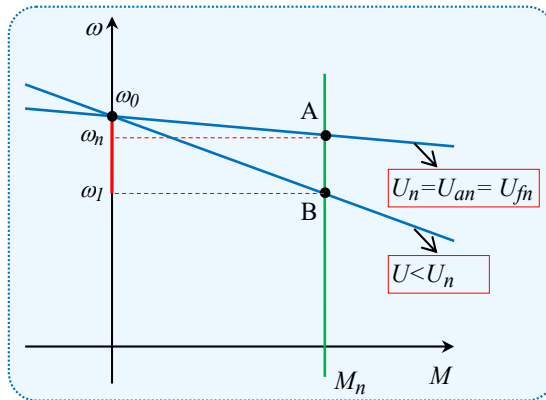
pobudnog fluksa. Smanjenjem napona ispod nominalne vrednosti ($U < U_{an}$) direktno se smanjuje napon armature (što bi trebalo da dovede do smanjenja brzine praznog hoda), ali se takođe direktno smanjuje i fluks pobude, (što bi trebalo da dovede do povećanja brzine praznog hoda). Kao rezultat ima se da brzina praznog hoda ostaje približno konstantne vrednosti, te uz pretpostavku nezasićenog magnetnog kola važi:

$$\omega_0 = \frac{U_a}{\psi_f} = \frac{U}{\psi_f} \sim \frac{U}{I_f} \sim \frac{U}{U/R_f} \sim const. \quad (6.52)$$

Kao što je prethodno navedeno, smanjenjem napona ispod nominalne vrednosti smanjuje se i pobudni fluks pa se povećava vrednost pada brzine (smanjenja brzine usled opterećenja):

$$\Delta\omega = \frac{R_a}{\psi_f^2} M_c \sim \frac{1}{I_f^2} \sim \frac{1}{\left(\frac{U}{R_f}\right)^2}. \quad (6.53)$$

Na osnovu prethodnog jasno je da smanjenjem napona ispod nominalne vrednosti brzina praznog hoda ω_0 će ostati približno ista, dok će se povećati vrednost pada brzine $\Delta\omega$ usled opterećenja, odnosno mehanička karakteristika postaje „mekša“, slika 6.31.

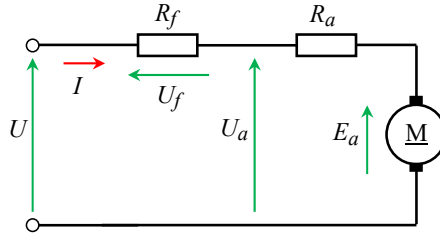


Slika 6.31. Uticaj promene napona napajanja na mehaničku karakteristiku mašine jednosmerne struje sa paralelnom pobudom

Prilikom smanjenja napona u odnosu na nominalnu vrednost, treba voditi računa da ne dođe do preopterećenja mašine (naročito u slučaju kada je momenat opterećenja blizak nominalnom). Naime, pošto se smanjenjem napona smanjio i fluks pobude, na osnovu izraza za momenat konverzije ($M_c = \psi_f I_a$), jasno je da pri konstantnom opterećenju struja armature mora da poraste. Ovo znači da u radnoj tački obeleženoj sa B na slici 6.31, struja armature bi bila veća od nominalne vrednosti.

6.3.3. Mašine jednosmerne struje sa rednom pobudom

Kod mašine jednosmerne struje sa rednom pobudom armaturni namotaj i pobudni namotaj su vezani na red i priključeni su na jedan izvor jednosmernog napona. Ekvivalentna električna šema mašine jednosmerne struje sa rednom (serijskom) pobudom, u motornom režimu rada, prikazana je na slici 6.32.



Slika 6.32. Ekvivalentna šema motora za jednosmernu struju sa rednom pobudom u stacionarnom stanju.

Pobudno kolo ima otpornost R_f i vezano je na red sa aramturnim namotajem otpornosti R_a , zajedno su priključeni na izvor jednosmernog napona U . Napon na krajevima pobudnog namotaja je obeležen sa U_f . Napon na krajevima armaturnog namotaja obeležen je sa U_a . Napon na koji se priključuje mašina, U , je zbir pobudnog i armaturnog napona, $U = U_a + U_f$. Kako su namotaji vezani na red, to kroz pobudni i armaturni namotaj protiče jedinstvena struja $I = I_f = I_a$, što predstavlja i struju koju mašina povlači iz izvora napajanja.

Na osnovu opšteg matematičkog modela za stacionarno stanje i električne šeme, slede matematičke jednačine kojima se opisuju rad ovog tipa mašine jednosmerne struje koje glase:

$$U = (R_a + R_f) I_a + \omega \psi_f, \quad (6.54)$$

$$M_c = \psi_f \cdot I_a, \quad (6.55)$$

$$M_m = M_c. \quad (6.56)$$

Mehanička karakteristika motora jednosmerne struje sa rednom pobudom, kojom je određena zavisnost brzine obrtanja od razvijenog elektromagnetnog momenta, izvodi se na isti način kao i kod mašine sa nezavisnom pobudom. Kada je mašina nezasićena (magnetno kolo je linearno), fluks pobude je proporcionalan struji armature tj. važi:

$$\psi_f = L_f \cdot I_f = L_f \cdot I_a = L_f \cdot I, \quad (6.57)$$

$$M_c = \psi_f \cdot I = L_f \cdot I^2. \quad (6.58)$$

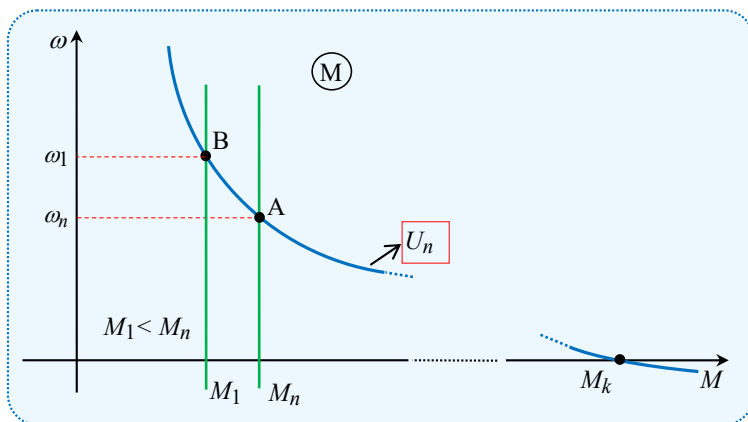
Izražavanjem struje iz jednačine naponske ravnoteže u obliku:

$$I = \frac{U}{(R_a + R_f) + \omega \cdot L_f} = \frac{U}{R_u + \omega \cdot L_f}, \quad (6.59)$$

te uvrštavanjem u jednačinu za momenat konverzije, dobija se mehanička karakteristika mašine jednosmerne struje sa rednom pobudom data sledećim izrazom:

$$\omega = \frac{U}{\sqrt{L_f \cdot M_c}} - \frac{R_u}{L_f}, \quad (6.60)$$

gde je sa R_u obeležen zbir otpornosti armaturnog i pobudnog namotaja. Mehanička karakteristika mašine za jednosmernu struju sa rednom pobudom u motorskom režimu rada (prvi kvadrant) prikazana je na narednoj slici. Mašina ne može da radi u generatorskom režimu bez prevezivanja pobudnog namotaja u nezavisnu ili paralelnu pobudu.



Slika 6.33. Mehaničke karakteristike mašine za jednosmernu struju sa rednom pobudom i radne mašine

Mehanička karakteristika nacrtana je pri nominalnim uslovima napajanja ($U = U_n$), što odgovara nominalnoj vrednosti napona armaturnog namotaja (U_{an}) i nominalnoj vrednosti pobudnog fluksa (ψ_{fn}) – prirodna karakteristika. Pored mehaničke karakteristike mašine jednosmerne struje sa rednom pobudom, nacrtane su i mehaničke karakteristike radne mašine konstantnog momenta opterećenja. Radna tačka obeležena slovom *A* predstavlja nominalnu radnu tačku, dok radna tačka *B* se ima pri momentu opterećenja M_l koji je manji od nominalnog momenta.

Mehanička karakteristika mašine jednosmerne struje sa rednom pobudom naziva se mekom karakteristikom jer se ima velika promena brzine obrtanja u funkciji promene opterećenja mašine. Dakle, relativno mala promena momenta opterećenja (a samim tim i momenta koji razvija mašina) dovešće do relativno velike promene brzine obrtanja rotora. Na osnovu izgleda mehaničke karakteristike vidi se da prilikom pokretanja, kada je brzina obrtanja jednaka nuli, mašina razvija veliku vrednost polaznog momenta (M_k). U praznom hodu, kada je momenat jednak nuli, brzina (praznog hoda) ima veoma velike vrednosti, odnosno teži ka beskonačnoj vrednosti. Iz ovog razloga, očigledno je da se mašina jednosmerne struje sa rednom pobudom ne sme pustiti u rad neopterećena, odnosno ne sme se tokom rada potpuno rasteretiti (dovesti u stanje praznog hoda).

Zbog oblika svoje karakteristike, mašine jednosmerne struje sa rednom pobudom su idealne za primenu u električnoj vuči kao električni vučni motori kao i u pogonima sa tzv. teškim startom, kao što je na primer elektropokretač (nemački *anlaser*) koji služi za pokretanje motora sa unutrašnjim sagorevanjem. Redni motor jednosmerne struje je, istorijski gledano, prvi motor koji se primenjivao u električnoj vuči. Polazni momenat ovog motora ima veoma veliku vrednost pa mašina dobro ubrzava tj. ima dobru polaznu karakteristiku. Dodatno, električni vučni motori jednosmerne struje pružaju mogućnosti regulacije vučne sile, električnog kočenja i rekuperacije energije (uz prevezivanje pobudnog namotaja), a imaju i osobinu autoregulacije snage (prirodne tendencije da motor održava konstantnu snagu), što se na primer dešava kada se vozilo (lokomotiva) nađe na uzbrdici – momenat se povećava, ali istovremeno opada i brzina motora, pa električna snaga ostaje približno ista.

7. LITERATURA

1. Emil Levi, Vladan Vučković, Vladimir Strezoski: *Osnovi elektroenergetike, Elektroenergetski pretvarači*, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 2013.
2. Sang-Hoon Kim: Electric motor control, Elsevier, 2017, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-12-812138-2.00001-5>
3. Vladimir Strezoski: *Osnovi elektroenergetike*, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 2014.
4. Slobodan Vukosavić: *Električne mašine*, Akademska misao, Beograd, 2010.
5. S. N. Vukosavic: *Electrical Machines*, Springer, New York, 2013.
6. A.E. Fitzgerald, Charles Kyngsley, Stephan Umans: *Electric machinery*, McGraw Hill, 1990.
7. E. Fitzgerald, Charles Kingsley, Stephen D. Umans, *Electric Machinery, Sixth Edition*, McGraw – Hill, 2003.
8. Jimmie Cathey: *Electricmachines*, McGraw Hill, 2001.
9. M. G. Say: *Introduction to the unified theory of electromagnetic machines*, Pitman, 1980.
10. Nikola Nikolić, Nihad Dilberović: *Električne mašine zbirka zadatka*, Naučna knjiga, Beograd, 1969.
11. Petar Matić: *Električne mašine 1*, Elektrotehnički fakultet, Banja Luka i Akademska misao, Beograd, 2016.
12. Petar Matić: *Električne mašine 2*, Elektrotehnički fakultet, Banja Luka i Akademska misao, Beograd, 2022.
13. L. M. Pitrovskij: *Električki strojevi*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1974.
14. Radenko Volf: *Uvod u teoriju električnih strojeva*, Školska knjiga, Zagreb, 1975.
15. Radenko Volf, *Osnove električnih strojeva*, Školska knjiga, Zagreb, 1995.
16. Anton Dolenc: *Sinhroni strojevi*, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 1976
17. Branko Mitraković: *Asinhrona mašine*, Naučna knjiga, Beograd, 1989.

18. Branko Mitraković: *Ispitivanje električnih mašina*, Naučna knjiga, Beograd, 1991.
19. Vladan Vučković: *Opšta teorija električnih mašina*, Nauka, Beograd, 1992.
20. Miloš Petrović: *Elektromehaničko pretvaranje energije*, Elektrotehnički fakultet, Beograd, 1994.
21. Martin Jadrić, Božidar Frančić, *Dinamika električnih strojeva*, Graphis, Zagreb, 1996.
22. Vladan Vučković: *Električni pogoni*, Elektrotehnički fakultet, Beograd, 1997.
23. Jožef Varga: *Električne mašine uz primenu teorije prostornih vektora*, Korporacija „Sever“, Subotica, 2004.
24. Jožef Varga: *Električne mašine I i 2*, Viša tehnička škola Subotica, 2006.
25. Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff: *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, John Wiley & Sons, New York, 2002.
26. G. Henneberger: *Electrical Machines I, Basics, Design, Function, Operation*, Aachen University, 2002.
27. Boldea, S. A. Nasar: *The Induction Machine Handbook*, CRC Press, New York, 2002.
28. Steven J. Chapman: *Electric Machinery Fundamentals*, McGraw – Hill, 2004.
29. Hughes: *Electric Motors and Drives, Fundamentals, Types and Applications*, Elsevier, Oxford, 2006.
30. J. Pyrhonen, T. Jokonen, V. Hrabovcova: *Design of Rotational Electrical Machines*, John Wiley & Sons, New York, 2008.
31. Jacek F. Gieras: *Advancements in Electric Machines*, Springer, 2008.
32. T. Lipo: *Analysis of Synchronous Machines*, CRC Press, New York, 2012.
33. T. Lipo: *Introduction to AC Machine Design*, Willey-IEEE Press, New York, 2018.
34. N. Mohan: *Electrical Machines and Drives*, John Willey & Sons, New Jersey, 2012.

ŠTAMPU OVE KNJIGE POMOGLI SU:

