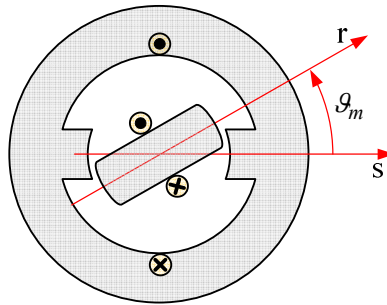


25. Zadatak: U dvopobudnom sistemu sa induktivnostima rotora $L_{11} = 0,5 + 0,2\cos 2\vartheta_m$ H, statora $L_{22} = 0,75 + 0,35\cos 2\vartheta_m$ H, i međusobnom induktivnošću $L_{12} = 0,8\cos \vartheta_m$ H, kroz statorski namotaj teče struja $i_2 = \sqrt{2}\sin(\omega_2 t)$ A, rotorski namotaj je kratko spojen i rotor je ukočen u položaju $\vartheta_m = 45^\circ$. Omski otpori namotaja se mogu zanemariti.

- Skicirati izgled sistema.
- Odrediti struju u rotorskom namotaju.
- Odrediti trenutni i srednji momenat konverzije koji se razvija ovim sistemom.

a) Kako je induktivnost namotaja rotora $L_{11} = f(2\vartheta_m)$ može se zaključiti da je stator sa isturenim polovima, a kako je induktivnost namotaja statora $L_{22} = f(2\vartheta_m)$ može se zaključiti da je rotor takođe sa isturenim polovima. Na slici 25.1. prikazan je izgled ovog dvopobudnog sistema.



Slika 25.1. Izgled dvopobudnog sistema.

b) Statorskim namotajem protiče naizmenična struja koja stvara vremenski promenljiv fluks. Takav fluks u rotorskom namotaju, koji je nepokretan, indukuje elektromotornu silu. Kako je rotorski namotaj kratko spojen to je napon $u_1 = 0$. Kroz njega će proticati struja koja je takođe naizmenična. Iz jednačine naponske ravnoteže za rotorski namotaj može se odrediti struja u tom namotaju:

$$u_1 = R_l \cdot i_1 - e_1 = 0. \quad (25.1)$$

Kada se u (25.1) uvaži da se otpornost namotaja zanemaruje, tada se za indukovanu ems rotora može napisati:

$$-e_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \right) \cdot \omega_m = 0. \quad (25.2)$$

Kako je rotor ukočen to je njegova brzina $\omega_m = 0$, pa postoje samo transformatorske ems, a nema ems rotacije. Iz jednačine (25.2) može se doći do struje rotora:

$$0 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} \Rightarrow i_1 = -\frac{L_{12}}{L_{11}} \int \frac{di_2}{dt} dt + C. \quad (25.3)$$

Razmatrana konfiguracija dvopobudnog sistema sa ukočenim rotorom funkcioniše kao transformator, gde je primarni namotaj (statorski) priključen na naizmenični napon, a sekundarni namotaj (rotorski) je kratko spojen. U tom slučaju znamo da je i sekundarna (rotorska) struja takođe naizmenična. Zbog toga je konstanta C u (25.3) jednaka nuli.

Rotor je ukočen u položaju $\vartheta_m = 45^\circ$, pa su vrednosti odgovarajućih induktivnosti u (25.3) za tu poziciju rotora:

$$L_{11}(\vartheta_m = 45^\circ) = 0,5 + 0,2\cos(2 \cdot 45^\circ) = 0,5, \quad (25.4)$$

$$L_{12}(\vartheta_m = 45^\circ) = 0,8\cos(45^\circ) = 0,8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad (25.5)$$

Konačno se struja rotora dobija smenom vrednosti (25.4) i (25.5) u (25.3):

$$i_1 = -\frac{L_{12}(\vartheta_m = 45^\circ)}{L_{11}(\vartheta_m = 45^\circ)} \cdot i_2 = -0,8\sqrt{2} \cdot i_2 = -1,6\sin(2\pi \cdot 50 \cdot t).$$

Treba primetiti da je kroz statorski namotaj dvopobudnog sistema, sa slike 25.1, tekla jednosmerna struja, tada bi u rotorskom namotaju izostalo indukovanje ems, pa bi struja u rotorskom namotaju bila nula.

c) Kada se u jednačinu za momenat konverzije dvopobudnog sistema:

$$m_c = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}, \quad (25.6)$$

uvrste date struje i induktivnosti dobija se:

$$m_c = \frac{1}{2} [-1,6\sin \omega_2 t]^2 \cdot [-2 \cdot 0,2 \sin 2\vartheta_m] + \frac{1}{2} [\sqrt{2}\sin \omega_2 t]^2 \cdot [-2 \cdot 0,35 \sin 2\vartheta_m] + [\sqrt{2}\sin \omega_2 t] \cdot [-1,6\sin \omega_2 t] \cdot [-0,8\sin \vartheta_m] \quad (25.7)$$

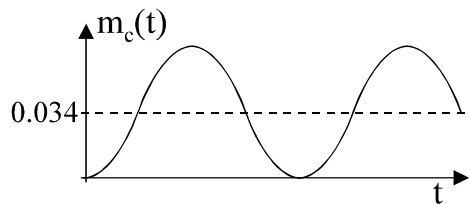
trenutna vrednost momenta konverzije koji je funkcija položaja rotora. Trenutna vrednost momenta konverzije za rotor ukočen na poziciji $\vartheta_m = 45^\circ$ je:

$$m_c(\vartheta_m = 45^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 1,6^2 \sin^2(\omega_2 t) \cdot (-0,4) + \frac{1}{2} \cdot 2\sin^2(\omega_2 t) \cdot (-0,7) - 1,6 \cdot \sqrt{2}\sin^2(\omega_2 t) \cdot (-0,8) \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,068 \sin^2(\omega_2 t) \quad (25.8)$$

Srednja vrednost momenta konverzije je:

$$M_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T 0,068 \sin^2(\omega_2 t) dt = \frac{1}{T} \cdot 0,068 \cdot \int_0^T \frac{1 - \cos(2\omega_2 t)}{2} dt = \frac{1}{T} \cdot 0,068 \cdot \frac{1}{2} \cdot T = 0,034 \text{ Nm}. \quad (25.9)$$

Na slici 25.2. prikazana je vremenska zavisnost momenta konverzije.



Slika 25.2. Vremenska zavisnost momenta konverzije.

26. Zadatak: U dvopobudnom sistemu induktivnost namotaja statora je $L_{22} = 12$ mH, induktivnost namotaja rotora je $L_{11} = 5$ mH, a međusobna induktivnost, kada su ose namotaja poklopljene (po pravcu i smeru), ima vrednost $M = 10$ mH.

- Kroz statorski namotaj protiče naizmenična struja frekvencije 50 Hz, efektivne vrednosti 10 A, a rotorski namotaj je otvoren. Odrediti momenat konverzije koji razvija ovakav dvopobudni sistem. Šta je potrebno uraditi da bi se pri otvorenom rotorskom namotaju na njegovim krajevima dobio napon efektivne vrednosti 15 V. Da li je moguće dobiti različite vrednosti indukovanog napona u rotorskom namotaju?
- Odrediti momenat konverzije ako se kratko spoji rotorski namotaj pri postignutom uslovu datom pod a). Skicirati vremensku zavisnost ovog momenta.

Kako su induktivnosti namotaja statora i rotora konstantne može se zaključiti da ovaj dvopobudni sistem ima cilindričan i stator i rotor.

- Momenat konverzije dvopobudnog sistema sa cilindričnim statorom i rotorom ima samo osnovnu komponentu momenta:

$$m_c = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}, \quad (26.1)$$

koja je jednak nuli kod ovog dvopobudnog sistema jer je $i_1 = 0$. Dakle, na rotor neme dejstva sile koja bi ga pomerila iz postavljenog položaja. Sada se može zaključiti da je brzina obrtanja rotora $\omega_m = 0$, jer nema momenta konverzije.

Statorskim namotajem protiče naizmenična struja koja stvara vremenski promenljiv fluks. Takav fluks u rotorskom namotaju indukuje elektromotornu silu.

$$-e_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \right) \cdot \omega_m. \quad (26.2)$$

Kako je rotorski namotaj otvoren to kroz njega ne teče struja $i_1 = 0$, a brzina obrtanja rotora je $\omega_m = 0$, jer nema momenta konverzije. Indukovana ems u rotorskom namotaju za ovaj dvopobudni sistem je:

$$-e_1 = L_{12} \frac{di_2}{dt}. \quad (26.3)$$

Struja statora je naizmenična i neka se menja po zakonu kosinusa $i_2 = \sqrt{2} I_2 \cos(\omega_2 t)$, tada je indukovana ems rotora:

$$-e_1 = L_{12} \frac{di_2}{dt} = -\sqrt{2} \cdot M \omega_2 I_2 \cos \vartheta_m \sin(\omega_2 t) = -\sqrt{2} \cdot U_1 \sin(\omega_2 t). \quad (26.4)$$

Iz (26.4) se vidi da se na rotoru dobija indukovan napon sinusnog oblika, čija efektivna vrednost zavisi od položaja rotora. Iz postavljenog uslova da je efektivna vrednost napona indukovanog u rotorskom namotaju $U_1 = 15$ V dobija se pozicija rotora:

$$\vartheta_m = \arccos\left(\frac{U_1}{M \omega_2 I_2}\right) = \arccos\left(\frac{15}{0,1 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 10}\right) = 61,48^\circ. \quad (26.5)$$

Dakle rotor je potrebno dovesti u poziciju sa uglom od $\vartheta_m = 61,48^\circ$ da bi se postigao željeni napon.

Prema rezultatima datim u jednačini (26.4) može se zaključiti da se zakretanjem rotora može postići kontinualna promena napona i to promenom položaja rotora od napona $U_1 = 0$ V za ugao $\vartheta_m = 90^\circ$, do napona $U_1 = 31,42$ V za ugao $\vartheta_m = 0^\circ$.

b) Ako se rotor mehanički fiksira (ukoči) na poziciju $\vartheta_m = 61,48^\circ$ i kratko mu se spoji namotaj rotora tada će i kroz rotorski namotaj proteći struja. Kako je rotorski namotaj kratko spojen, to je napon na njegovim krajevima $u_1 = 0$ i kroz njega će proticati struja koja je takođe naizmenična. Iz jednačine za naponsku ravnotežu može se odrediti struja rotorskog namotaja:

$$0 = u_1 = -e_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} \Rightarrow i_1 = -\frac{L_{12}}{L_{11}} i_2 = -\frac{L_{12}}{L_{11}} \sqrt{2} I_2 \cos(\omega_2 t). \quad (26.6)$$

Usled struje rotora, date jednačinom (26.6) a prema (26.1), pojaviće se osnovna komponenta momenta konverzije:

$$m_c = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} = -\frac{L_{12}}{L_{11}} i_2^2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} = \frac{M^2}{L_{11}} \cos \vartheta_m \sin \vartheta_m \cdot 2 \cdot I_2^2 \cos^2(\omega_2 t), \quad (26.7)$$

$$m_c = \frac{M^2 I_2^2}{2L_{11}} \sin 2\vartheta_m \cdot (1 + \cos(2\omega_2 t)) = M_{sr} (1 + \cos(2\omega_2 t)), \quad (26.8)$$

Srednju vrednost momenta konverzije, prema (26.8), daće samo prvi sabirak u iznosu:

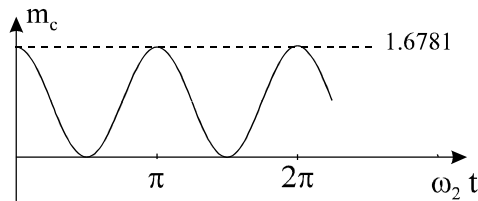
$$M_{sr} = \frac{M^2 I_2^2}{2L_{11}} \sin 2\vartheta_m = \frac{0,01^2 \cdot 10^2}{2 \cdot 0,005} \sin(2 \cdot 61,48^\circ) = 0,839 \text{ Nm}. \quad (26.9)$$

Iz jednačine (26.9) se vidi da srednja vrednost momenta konverzije zavisi od položaja (ugla ϑ_m) na kome je mehanički ukočen rotor pri kratko spojenom namotaju rotora.

Maksimalna vrednost srednjeg momenta konverzije bi se postigla kada bi se rotor zakrenuo u novu poziciju tj. postavio na $\vartheta_m = 45^\circ$ i mehanički ukočio na toj poziciji. Tada bi se postigao maksimalni srednji momenat konverzije:

$$M_{sr \max} = \frac{M^2 I_2^2}{2L_{11}} = \frac{0,01^2 \cdot 10^2}{2 \cdot 0,005} = 1 \text{ Nm}. \quad (26.10)$$

Na slici 26.1. prikazana je vremenska zavisnost momenta konverzije.



Slika 26.1. Vremenska zavisnost momenta konverzije.

29. Zadatak: Dvopobudni sistem ima induktivnost namotaja statora $L_{22} = 0,5$ H, induktivnost namotaja rotora $L_{11} = 0,1$ H, a međusobna induktivnost je $L_{12} = M \cos \vartheta_m$ H, gde je $M = 0,3$. Rotor se obrće brzinom od $\omega_m = 220$ rad/s, a ugao između osa statora i rotora u početnom trenutku bio je nula. Odrediti:

- Trenutnu vrednost indukovane elektromotorne sile u otvorenom rotorskom namotaju ako kroz statorski namotaj teče naizmenična struja $i_2 = I_{2m} \cos \omega_2 t$ gde je $I_{2m} = 12$ A, a $\omega_2 = 200$ rad/s.
- Trenutnu vrednost struje u rotorskom namotaju ako se na njegove krajeve priključi potrošač koji je redna veza otpornosti $R_p = 15 \Omega$ i induktivnosti $L_p = 0,1$ H, pri prethodno zadatim ω_m i i_2 .
- Srednju vrednost momenta konverzije koju razvija dvopobudni sistem sa priključenim potrošačem navedenim u delu zadatka pod b).

Kako su induktivnosti namotaja statora i rotora konstantne može se zaključiti da ovaj dvopobudni sistem ima cilindričan i stator i rotor. Pošto se rotor obrće konstantnom brzinom to je pozicija rotora:

$$\vartheta_m = \int_0^t \omega_m dt = \omega_m \cdot t. \quad (29.1)$$

- Trenutna vrednost indukovane ems u namotaju rotora dvopobudnog sistema je:

$$-e_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \right) \cdot \omega_m. \quad (29.2)$$

Kada se u (29.2) uvrsti da je struja rotora $i_1 = 0$, dobija se:

$$-e_1 = L_{12} \frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \cdot \omega_m, \quad (29.3)$$

a sada smenom struje statora $i_2 = I_{2m} \cos \omega_2 t$ i međusobne induktivnosti $L_{12} = M \cos \vartheta_m$ odnosno $L_{12} = M \cos \omega_m t$, dobija se:

$$-e_1 = -M \cos \omega_m t \cdot I_{2m} \omega_2 \sin \omega_2 t - I_{2m} \cos \omega_2 t \cdot M \sin \omega_m t \cdot \omega_m, \quad (29.4)$$

$$e_1 = M I_{2m} (\omega_2 \cos \omega_m t \cdot \sin \omega_2 t + \omega_m \cos \omega_2 t \cdot \sin \omega_m t), \quad (29.5)$$

$$e_1 = M I_{2m} \left(\frac{\omega_m + \omega_2}{2} \sin(\omega_m t + \omega_2 t) + \frac{\omega_m - \omega_2}{2} \sin(\omega_m t - \omega_2 t) \right). \quad (29.6)$$

Trenutna vrednost indukovane ems u otvorenom namotaju rotora (u praznom hodu) sastoji se od dve harmonične (prostoperiodične, sinusne) komponente odgovarajuće frekvencije i amplitude. Smenom brojnih vrednosti u jednačinu (29.6) dobija se:

$$e_1 = e_1^1 + e_1^2 = 756 \sin(420t) + 36 \sin(20t) = \sqrt{2} E_1^1 \sin(\omega_1^1 t) + \sqrt{2} E_1^2 \sin(\omega_1^2 t), \quad (29.7)$$

gde je gornji indeks 1 ili 2 uveden da ukaže na odgovarajuću harmoničnu komponentu.

b) Kada se priključi potrošač struja statora se nije promenila (definisano je uslovima zadatka), ali se promenila indukovana ems rotora. Sada u izrazu za indukovanu ems rotora (29.2), pored sabiraka navedenih u (29.3), postoji i prvi sabirak:

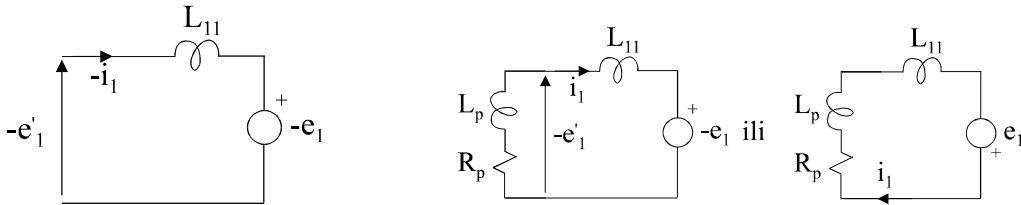
$$-e'_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \cdot \omega_m. \quad (29.8)$$

U jednačini (29.8) drugi i treći sabirak predstavljaju indukovani napon u namotaju rotora u praznom hodu e_1 koji je definisan u jednačini (29.3) pa važi:

$$-e'_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} - e_1. \quad (29.9)$$

U jednačinama (29.8) i (29.9) je dodat gornji indeks ' da ukaže na radni režim u kome je u kolo rotora priključen potrošač kako bi se pravila razlika u odnosu na radni režim bez potrošača (opterećenja).

Jednačina (29.9) se može predstaviti putem ekvivalentne šeme kao na slici 29.1.



Slika 29.1. Ekvivalentno kolo rotora datog dvopobudnog sistema.

Kako se omska otpornost namotaja rotora R_1 zanemaruje to je indukovani napon $-e'_1$ ujedno i napon na krajevima rotorskog namotaja, odnosno napon na potrošaču. Ekvivalentna šema sa priključenim potrošačem u kolo rotora takođe je data na slici 29.1.

Jednačina naponske ravnoteže za kolo rotora sa priključenim potrošačem, sa usvojenim referentnim smerom rotorske struje i zanemarenim otporom rotorskog namotaja, glasi:

$$e_1 = R_p i_1 + (L_p + L_{11}) \cdot \frac{di_1}{dt}, \quad (29.10)$$

čijim se rešavanjem može odrediti vremenska zavisnost struje rotora i_1 . Kako je e_1 složenoperiodična funkcija tj. zbir dve harmonične komponente odgovarajućih frekvencija, to i struja rotora u (29.10) ima dve harmonične komponente istih tih frekvencija.

Međutim, kako nas zanima stacionarno stanje, jednačina (29.10) se može rešiti u kompleksnom domenu primenom principa superpozicije za svaku od dve harmonične funkcije navedene u (29.7):

$$R_p \cdot \hat{I}_1 + j\omega_1 (L_p + L_{11}) \cdot \hat{I}_1 = \hat{E}_1, \quad (29.11)$$

$$\hat{I}_1 = \frac{E_1 \cdot e^{j0}}{R_p + j\omega_1 (L_p + L_{11})} = \frac{E_1}{\sqrt{R_p^2 + (\omega_1 (L_p + L_{11}))^2}} e^{-j \arctan \left(\frac{\omega_1 (L_p + L_{11})}{R_p} \right)}. \quad (29.12)$$

Prema (29.12) za prvi harmonični član kružne frekvencije $\omega_1 = 420$ rad/s efektivna vrednost i fazni stav struje rotora su:

$$|\hat{I}_1^1| = \frac{E_1^1}{\sqrt{R_p^2 + (\omega_1^1(L_p + L_{11}))^2}} = \frac{756/\sqrt{2}}{\sqrt{15^2 + (420(0,1 + 0,1))^2}} = 6,265 \text{ A}, \quad (29.13)$$

$$\varphi_1^1 = \arctan\left(\frac{\omega_1^1(L_p + L_{11})}{R_p}\right) = \arctan\left(\frac{420(0,1 + 0,1)}{15}\right) = 80^\circ. \quad (29.14)$$

Prema (29.13) i (29.14) u ustaljenom stanju vremenska zavisnost prvog harmoničnog člana struje rotora je:

$$i_1^1 = \sqrt{2} \cdot 6,265 \sin(420t - 80^\circ) = 8,86 \sin(420t - 80^\circ) = I_{1m}^1 \sin(\omega_1^1 t - \varphi_1^1). \quad (29.15)$$

Prema (29.12) za drugi harmonični član kružne frekvencije $\omega_1 = 20 \text{ rad/s}$ efektivna vrednost i fazni stav struje rotora su:

$$|\hat{I}_1^2| = \frac{E_1^2}{\sqrt{R_p^2 + (\omega_1^2(L_p + L_{11}))^2}} = \frac{36/\sqrt{2}}{\sqrt{15^2 + (20(0,1 + 0,1))^2}} = 1,64 \text{ A}, \quad (29.16)$$

$$\varphi_1^2 = \arctan\left(\frac{\omega_1^2(L_p + L_{11})}{R_p}\right) = \arctan\left(\frac{20(0,1 + 0,1)}{15}\right) = 15^\circ. \quad (29.17)$$

Prema (29.16) i (29.17) u ustaljenom stanju vremenska zavisnost drugog harmoničnog člana struje rotora je:

$$i_1^2 = \sqrt{2} \cdot 1,64 \sin(20t - 15^\circ) = 2,32 \sin(20t - 15^\circ) = I_{1m}^2 \sin(\omega_1^2 t - \varphi_1^2). \quad (29.18)$$

Struja rotora pri opterećenju potrošačem je:

$$i_1 = i_1^1 + i_1^2 = I_{1m}^1 \sin(\omega_1^1 t - \varphi_1^1) + I_{1m}^2 \sin(\omega_1^2 t - \varphi_1^2). \quad (29.19)$$

c) Momenat konverzije dvopobudnog sistema sa cilindričnim statorom i rotorom ima samo osnovnu komponentu momenta. Kada se uvrste struja statora $i_2 = I_{2m} \cos \omega_2 t$ gde je $I_{2m} = 12 \text{ A}$, a $\omega_2 = 200 \text{ rad/s}$ i struja rotora data sa (29.19), dobija se trenutna vrednost momenta konverzije datog dvopobudnog sistema:

$$m_c = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} = -(I_{2m} \cos \omega_2 t) \left[I_{1m}^1 \sin(\omega_1^1 t - \varphi_1^1) + I_{1m}^2 \sin(\omega_1^2 t - \varphi_1^2) \right] M \sin \omega_m t, \quad (29.20)$$

$$m_c = -I_{2m} M \left[I_{1m}^1 \cos \omega_2 t \cdot \sin(\omega_1^1 t - \varphi_1^1) \cdot \sin \omega_m t + I_{1m}^2 \cos \omega_2 t \cdot \sin(\omega_1^2 t - \varphi_1^2) \cdot \sin \omega_m t \right]. \quad (29.21)$$

Može se pokazati da je:

$$\cos \omega_2 t \cdot \sin(\omega_1^1 t - \varphi_1^1) \cdot \sin \omega_m t = \frac{1}{4} \left\{ \begin{array}{l} \cos[(\omega_m + \omega_1^1 + \omega_2) \cdot t - \varphi_1^1] + \\ \cos[(\omega_m - \omega_1^1 - \omega_2) \cdot t + \varphi_1^1] + \\ \cos[(\omega_m + \omega_1^1 - \omega_2) \cdot t - \varphi_1^1] + \\ \cos[(\omega_m - \omega_1^1 + \omega_2) \cdot t + \varphi_1^1] \end{array} \right\}, \quad (29.22)$$

$$\cos \omega_2 t \cdot \sin(\omega_1^2 t - \varphi_1^2) \cdot \sin \omega_m t = \frac{1}{4} \left\{ \begin{array}{l} \cos[(\omega_m + \omega_1^2 + \omega_2) \cdot t - \varphi_1^2] + \\ \cos[(\omega_m - \omega_1^2 - \omega_2) \cdot t + \varphi_1^2] + \\ \cos[(\omega_m + \omega_1^2 - \omega_2) \cdot t - \varphi_1^2] + \\ \cos[(\omega_m - \omega_1^2 + \omega_2) \cdot t + \varphi_1^2] \end{array} \right\}, \quad (29.23)$$

Kada se u (29.22) i (29.23) uvaži da je $\omega_1^1 = \omega_m + \omega_2$, $\omega_1^2 = \omega_m - \omega_2$ tada se lako pokaže da četvrti sabiraku u (29.22) i drugi sabirak u (29.23) imaju argument koji ne zavisi od vremena tj. samo ovi sabirci daju srednju vrednost momenta konverzije različitu od nule. Konačno srednja vrednost momenta konverzije iznosi:

$$M_{sr} = -\frac{I_{2m} M}{4} (I_{1m}^1 \cos \varphi_1^1 + I_{1m}^2 \cos \varphi_1^2), \quad (29.24)$$

$$M_{sr} = -\frac{12 \cdot 0,3}{4} (8,86 \cos 80^\circ + 2,32 \cos 15^\circ) = -3,4 \text{ Nm}. \quad (29.25)$$

Kako je srednji momenat konverzije negativan zaključuje se da ovaj dvopobudni sistem radi u generatorskom režimu rada.

33. Zadatak: Dvopobudni sistem sa oba namotaja na statoru ima sopstvene induktivnosti namotaja $L_{11} = A + 0,5\Delta L \cos 2\vartheta_m$ H, $L_{22} = A - 0,5\Delta L \cos 2\vartheta_m$ H, i međusobnu induktivnost $L_{12} = 0,5\Delta L \sin 2\vartheta_m$ H, gde je $\Delta L = 1$. Kroz namotaje protiču naizmenične struje $i_1 = I_m \cos(\omega t)$, $i_2 = I_m \sin(\omega t)$ gde je $I_m = \sqrt{2} \cdot 5$ A, a frekvencija je 50 Hz.

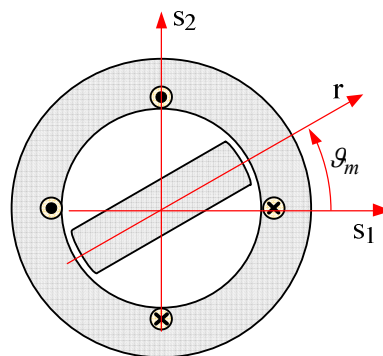
- Skicirati izgled sistema i odrediti o kojoj vrsti rotacione električne mašine se radi.
- Odrediti trenutnu vrednost momenta konverzije koju razvija ovaj pretvarač. Pod kojim uslovima će se razvijati srednji momenat konverzije?
- Kolikim maksimalnim momentom radna mašina može opteretiti ovaj sistem?
- Ako se ovaj sistem optereti mehaničkim momentom od -12,5 Nm koliko iznosi ugao opterećenja?

Kako se rotor sinhronne mašine mora obrtati konstantnom brzinom to je pozicija rotora:

$$\vartheta_m = \int_0^t \omega_m dt = \omega_m t - \delta, \quad (33.1)$$

gde je δ ugao između ose rotora i statora u početnom trenutku.

- Pošto su sopstvene induktivnosti namotaja statora $L = f(2\vartheta_m)$ može se zaključiti da je rotor sa isturenim polovima. Kako između sopstvenih induktivnosti namotaja statora postoji fazna pomenenost od $\pi/2$, $L_{22} = L_{11}(\vartheta_m - \pi/2)$ zaključuje se da su namotaji prostorno pomeneni za isti ugao tj. $\pi/2$. Na slici 33.1. prikazan je izgled ovog dvopobudnog sistema. Ovaj dvopobudni sistem predstavlja sinhronu reluktantnu mašinu.



Slika 33.1. Izgled dvopobudnog sistema - sinhrona reluktantna mašina.

- Kada se u jednačinu za momenat konverzije dvopobudnog sistema:

$$m_c = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}, \quad (33.2)$$

uvrste struje i induktivnosti dobija se:

$$m_c = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L \left[-\cos^2 \omega t \sin 2\vartheta_m + \sin^2 \omega t \sin 2\vartheta_m + 2 \sin \omega t \cos \omega t \cos 2\vartheta_m \right],$$

$$m_c = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L \left[-\frac{1 + \cos 2\omega t}{2} \sin 2\vartheta_m + \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \sin 2\vartheta_m + \sin 2\omega t \cos 2\vartheta_m \right],$$

$$m_c = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L [\sin 2\omega t \cos 2\vartheta_m - \cos 2\omega t \sin 2\vartheta_m] = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L \sin 2(\omega t - \vartheta_m),$$

$$m_c = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L \sin 2(\omega t - \omega_m t + \delta). \quad (33.3)$$

c) Da bi se ovaj dvopobudni sistem opteretio radnom mašinom potrebno je da se razvija srednji momenat konverzije različit od nule. Iz jednačine (33.3) je očigledno da argument trigonometrijske funkcije ne zavisi od vremena ako je $\omega_m = \omega = 100\pi$, tj. ako se rotor obrće sinhronom brzinom, čime se postiže da srednji momenat konverzije bude različit od nule. U prikazanom sistemu omogućen je proces elektromehaničke konverzije tako da je trenutna vrednost momenta konverzije jednaka srednjoj vrednosti momenta i da je momenat konverzije koji razvija sistem nezavisan od vremena. Tada srednja vrednost momenta konverzije zavisi od ugla opterećenja i iznosi:

$$m_c = M_{sr} = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L \sin 2\delta = M_{max} \sin 2\delta = 25 \sin 2\delta \text{ Nm}. \quad (33.4)$$

Maksimalan momenat sa kojim radna mašina može opteretiti ovaj sistem je $m_m = M_{max} = 25 \text{ Nm}$. Sa ovom radnom mašinom sinhrona reluktantna mašina radi u motorskom režimu rada.

Ugao označen sa δ u (33.4) a koji je inicijalno uveden kao početna vrednost ugla ϑ_m u stvarnosti je mnogo više od toga. Ovaj ugao se naziva još i ugao opterećenja jer njegova vrednost zavisi od opterećenja sinhrona mašine.

d) Najpre je potrebno zapaziti da je zadati mehanički momenat negativan i da iznosi $m_m = -12,5 \text{ Nm}$. Negativan znak mehaničkog momenta ukazuje da on nije opterećenje ovom sistemu nego da se javlja kao pogonski momenat. Prethodno izneto određuje da data sinhrona reluktantna mašina radi u generatorskom režimu rada. U stacionarnom stanju uspostaviće se ravnoteža mehaničkog momenta i momenta konverzije tj. $m_c = m_m$, što omogućuje da se odredi ugao opterećenja:

$$\delta = \frac{1}{2} \arcsin \frac{m_m}{M_{max}} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{-12,5}{25} = -15^\circ. \quad (33.5)$$