

**Veran Vasić
Đura Oros
Boris Dumnić**

ELEKTROENERGETSKI PRETVARAČI

-zbirka rešenih zadataka-

Novi Sad 2018.

SADRŽAJ

1. ELEKTROMEHANIČKO PRETVARANJE ENERGIJE	-3-
2. SINHRONE MAŠINE	-107-
3. ASINHRONE MAŠINE	-177-
4. MAŠINE JEDNOSMERNE STRUJE	-249-
LITERATURA	-292-

PREDGOVOR

Zbirka zadataka koja se nalazi pred čitaocem namenjena je studentima druge godine Osnovnih akademskih studija Elektroenergetike na Fakultetu tehničkih nauka u Novom Sadu. Namena zbirke je da čitaoca uvede u svet elektromehaničke konverzije energije i pripremi za izučavanje drugih predmeta iz oblasti elektroenergetike.

Materijal dat ovom zbirkom dosledno prati gradivo predviđeno planom i programom predmeta Elektroenergetski pretvarači. Zbirku zadataka treba ga shvatiti kao dopunu osnovnog udžbenika.

Autor osnovnog udžbenika, prof. dr Emil Levi, je postavio kurs iz Elektroenergetskih pretvarača još davne 1991 godine i kao profesor formirao predmet koji je nosio naziv Osnovi elektroenergetike.

U proteklom periodu u izvođenju nastave iz ovog predmeta učestvovalo je nekoliko profesora i više asistenata. Svi oni su dali dragocen doprinos razvoju predmeta.

Pored udžbenika prof. dr Levi, je definisao i osnovni set zadataka koje je potrebno obraditi za uspešno usvajanje potrebnih znanja. Materija je vremenom dopunjavana. Na kraju, znatan deo čine zadaci sa ispita koji su nakon dopuna i obrade uvršteni u zbirku.

U proteklom vremenu ovaj kurs, neznatno menjan, zadržao se do danas. Razlog tome je što se vremenom pokazao kao izuzetno važna karika ka izučavanju električnih mašina.

Materijal je podeljen u četiri tri celine. Prvi deo, predstavljaju opšti zadaci koji treba da upute čitaoca u osnovne fizičke principe elektromehaničke konverzije, kao i na uobičajeni matematički aparat kojim se ovi principi iskazuju. Ostali delovi zbirke su vezani za vrste električnih mašina, Sinhrona, Asinhrona i mašina jednosmerne struje. Ti delovi služe da se ukaže na praktičnu primenu iskazane materije, kao i način primene napred datog matematičkog aparata.

Posebnu zahvalnost svi autori duguju recenzentima knjige dr Vladimiru Katiću profesoru na Fakultetu tehničkih nauka u Novom Sadu i dr Petru Matiću profesoru na Elektrotehničkom fakultetu u Banja Luci, koji su nam svojim korisnim sugestijama značajno doprineli u podizanju kvaliteta zbirke.

Novi Sad,
11. januar 2018.

Autori

1. ELEKTROMECHANICKO PRETVARANJE ENERGIJE

1. Zadatak: Definirati električnu snagu u matricnom obliku, u vremenskom i u kompleksnom domenu. Napisati moguće definicije kompleksne snage.

Električna mašina sadrži određen broj prostih električnih kola (namotaja) koja su međusobno galvanski izolovana, ali magnetno spregnuta [1]. U samoj mašini ova kola su otvorena, njihovi krajevi (početak i kraj) se izvode van mašine radi spajanja sa izvorom električne energije ili potrošačem, već u zavisnosti od režima rada u kome se mašina nalazi (motorski ili generatorski). Trenutna vrednost električne snage koja se preko para krajeva bilo kog namotaja u datom trenutku odvodi ili dovodi može se izraziti kao:

$$p_{ek} = i_k \cdot u_k \quad k = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (1.1)$$

gde je n ukupan broj namotaja a i_k i u_k su struja i napon k -tog namotaja. Ukupna trenutna električna snaga mašine sa n namotaja je algebarski zbir snaga za sve namotaje:

$$p_e = \sum_{k=1}^n i_k \cdot u_k. \quad (1.2)$$

Uvođenjem matricne notacije, koja podrazumeva da su trenutne vrednosti struja i napona svih namotaja grupisane u odgovarajuće vektor kolone struje i napona, lako se dobija matricna forma prethodne jednačine:

$$p_e = \underline{i}^T \cdot \underline{u} = \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}. \quad (1.3)$$

Kako je snaga skalarna veličina, tada u vremenskom domenu važi da je:

$$p_e = p_e^T = \underline{i}^T \cdot \underline{u} = (\underline{i}^T \cdot \underline{u})^T = \underline{u}^T \cdot \underline{i}. \quad (1.4)$$

Kada su naponi i struje prostoperiodične veličine oni se mogu predstaviti i kompleksnim predstavnicima:

$$\underline{i} = \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \\ \vdots \\ \hat{I}_n \end{bmatrix}, \quad \underline{u} = \begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \\ \vdots \\ \hat{U}_n \end{bmatrix}. \quad (1.5)$$

Tada u jednačini za snagu (1.3) osim transpozicije mora postojati i konjugacija jednog od vektora. Postoje dve ravnopravne mogućnosti za definiciju kompleksne snage [1], [2]:

Prva – konjugacija struje.

$$\hat{S} = \underline{i}^{T*} \cdot \underline{u} = \sum_{k=1}^n \hat{I}_k^* \cdot \hat{U}_k. \quad (1.6)$$

Pošto važi da je:

$$\hat{U}_k = U_k e^{j\theta_k}, \quad \hat{I}_k = I_k e^{j\psi_k}, \quad (1.7)$$

kompleksna snaga k -tog namotaja će biti:

$$\hat{S}_k = \hat{I}_k^* \hat{U}_k = I_k e^{-j\psi_k} \cdot U_k e^{j\theta_k} = I_k U_k e^{j(\theta_k - \psi_k)} = I_k U_k e^{j\varphi_k}. \quad (1.8)$$

Prethodnu jednačinu moguće je naravno zapisati i u razvijenom trigonometrijskom obliku kao:

$$\hat{S}_k = U_k I_k \cdot \cos \varphi_k + j U_k I_k \cdot \sin \varphi_k = P_k + j Q_k. \quad (1.9)$$

Ova definicija kompleksne snage se koristi u okviru ovog predmeta.

Druga – konjugacija napona.

Ova definicija kompleksne snage glasi:

$$\hat{S} = \underline{\hat{i}}^T \cdot \underline{\hat{u}}^* = \sum_{k=1}^n \hat{I}_k \cdot \hat{U}_k^*. \quad (1.10)$$

Kompleksna snaga k -tog namotaja u ovom slučaju će biti:

$$\hat{S}_k = \hat{U}_k^* \cdot \hat{I}_k = U_k e^{-j\theta_k} \cdot I_k e^{j\psi_k} = U_k \cdot I_k e^{-j(\theta_k - \psi_k)} = U_k \cdot I_k e^{-j\varphi_k}. \quad (1.11)$$

Prethodna jednačina zapisana u razvijenom trigonometrijskom obliku je:

$$\hat{S}_k = U_k I_k \cos \varphi_k - j U_k I_k \sin \varphi_k = P_k - j Q_k. \quad (1.12)$$

Ova definicija kompleksne snage se uobičajeno koristi u analizi tokova snaga elektroenergetskog sistema.

Kako je pokazano, za definiciju kompleksne snage postoje dve ravnopravne mogućnosti navedene u jednačinama (1.6) i (1.10). U obe mogućnosti realni delovi su aktivna snaga. Reaktivna snaga jednom se određuje kao broj koji se nalazi iza $+j$ u (1.9), a drugi put ta ista vrednost reaktivne snage se dobija kao broj iza $-j$ u (1.12), [2].

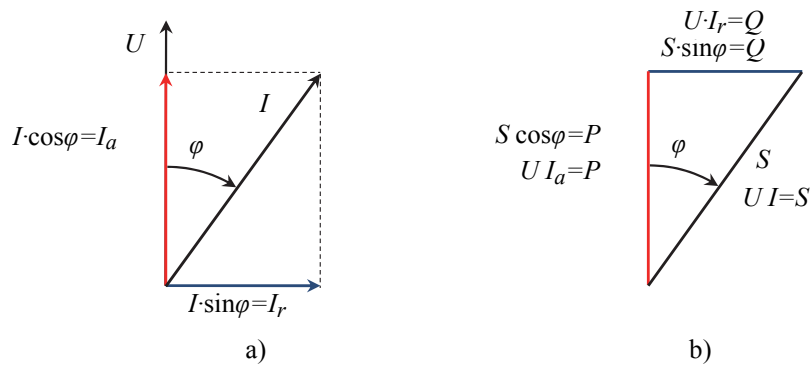
Predznak kompleksne snage (plus ili minus) potiče od usaglašenosti referentnih smerova napona i struje. Usaglašenost smerova napona i struje daje pozitivnu kompleksnu snagu u slučaju kada ona ulazi u mašinu. Referentni smerovi aktivne i reaktivne snage se uvek poklapaju sa referentnim smerom za kompleksnu snagu. Snaga je pozitivna kada ulazi u mašinu $P > 0$ i $Q > 0$, tj. kada se troše aktivna i reaktivna snaga.

Modul kompleksne snage je prividna snaga. Nezavisno od definicije kompleksne snage prividna snaga je:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (1.13)$$

Na slici 1.1. prikazan je vektorski dijagram napona i struje. Fazor struje se može razložiti na dve komponente. Projekcija na fazor napona predstavlja aktivnu komponentu struje I_a dok je njena projekcija na ortogonalnu osu reaktivna komponenta struje I_r . Uobičajeno se ove komponente struje nazivaju **aktivna** i **reaktivna** struja i koriste se pri izučavanju električnih mašina naizmjenične struje.

Treba primetiti da se aktivna i reaktivna snaga mogu odrediti jednostavnim množenjem aktivne i reaktivne struje sa naponom, što je prikazano na slici 1.1 trouglom snaga za naizmjenične struje.



Slika 1.1. Vektorski dijagram napona i struje a), trougao snage b).

2. Zadatak: Izračunati gustinu energije polja u vazдушnom zazoru:

- a) Elektrostatičke mašine ako je električno polje $E = 30 \text{ kV/cm}$.
- b) Elektromagnetne mašine ako je indukcija $B = 1 \text{ T}$.

Da bi se električnim putem proizvela mehanička sila, između dva kruta tela, mora postojati sprežno polje u prostoru (vazдушnom zazoru) između tela. Sredina u kojoj postoji polje predstavlja skladište energije. Energija se može uskladištiti bilo u magnetnom bilo u električnom sprežnom polju. Promena energije spreznog polja praćena je pojavom sile. Ova sila u elektromehaničkim pretvaračima je električne ili magnetne prirode. Kada se koriste električne sile tada se odgovarajuće mašine nazivaju elektrostatičkim, a kada se koriste magnetne sile nazivaju se elektromagnetnim mašinama (pretvaračima).

a) **Električno polje kao sprežno polje.** U elektrostatičkoj mašini elektromehaničko pretvaranje postoji zahvaljujući električnom polju. Ovo polje postoji između elektroda i uzrok je pojave sile koje deluju na elektrode. Ako postoji mogućnost da se neka od elektroda pomeri tada je proizvod sile i pomeraja mehanički rad. Mehanički rad se dobija na račun električne energije polja ili rada električnog izvora na koji su elektrode priključene [3].

Gustina energije u električnom polju u linearnom dielektriku bez gubitaka (kao što je vazduh) je:

$$w_e = \frac{W_e}{V} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot E^2, \quad (2.1)$$

gde je V zapremina sredine u kojoj postoji električno polje, odnosno u ovom slučaju zapremina vazдушnog zazora elektrostatičke mašine, a $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ je dielektrična konstanta (permitivnost) vazduha. Gustina energije u vazдушnom zazoru date elektrostatičke mašine iznosi:

$$w_e = \frac{1}{2} 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (3 \cdot 10^6)^2 = 3,98 \cdot 10^1 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}. \quad (2.2)$$

Treba primetiti da data jačina električnog polja od $E = 30 \text{ kV/cm}$ u vazduhu predstavlja gornju granicu električne čvrstine pri atmosferskom pritisku. Iznad ove vrednosti električnog polja dolazi do električnog proboja.

b) **Magnetno polje kao sprežno polje.** Elektromehaničko pretvaranje postoji zahvaljujući dejstvu magnetnog polja na pokretne namotaje i delove feromagnetika [3].

Gustina energije magnetnog spreznog polja je:

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \int_0^B H dB. \quad (2.3)$$

U homogenoj linearnoj sredini (kao što je vazduh) permeabilnost je konstantna to jest $\mu_0 = B/H = \text{const}$, pa je gustina energije u vazдушnom zazoru date elektromagnetne mašine:

$$w_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 3,98 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}, \quad (2.4)$$

gde je $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ magnetna permeabilnost vazduha.

Gustina energije magnetnog polja zavisi od magnetne indukcije. Pojava zasićenja u magnetnom jezgri ograničava maksimalne vrednosti indukcije u vazдушnom zazoru, na vrednosti $1,7 \div 2$ T. Po uslovu zadatka vrednost elektromagnetne indukcije je $B = 1$ T što se jednostavno dostiže u realnim izvedbama električnih mašina.

Snaga elektromehaničkog pretvarača zavisi od gustine energije sprežnog polja. Za zadatau zapreminu veću snagu ima pretvarač sa većom gustinom energije. Kada je snaga pretvarača zadata, manju dimenziju će imati pretvarač sa većom gustinom energije. Odnos gustina energije u vazдушnom zazoru date elektromagnetne i elektrostatičke mašine iznosi:

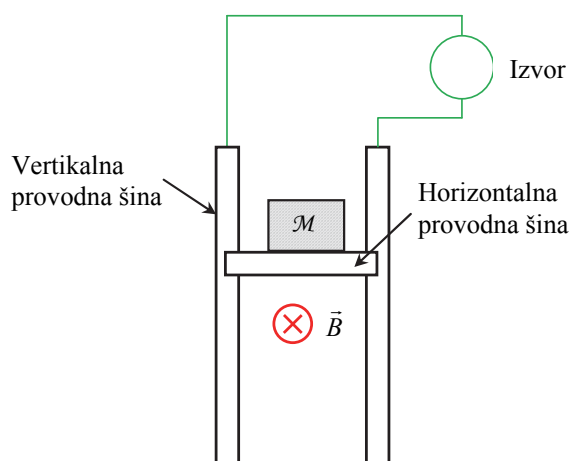
$$\frac{w_m}{w_e} = \frac{B^2}{\varepsilon_0 \mu_0 E^2} \approx 10^4. \quad (2.5)$$

Prethodna jednačina ukazuje da ukoliko bi se htelo postići da elektrostatička mašina ima istu energiju u vazдушnom zazoru kao i elektromagnetna, morala bi da bude 10^4 puta veće zapremine. Ovde leži odgovor na pitanje zašto se ne primenjuju elektrostatičke mašine. Elektrostatička mašina za konverziju električne energije u mehaničku i obratno nema praktičan značaj upravo zbog toga što je gustina energije u elektrostatičkom polju mala.

3. Zadatak: Na slici je prikazana pojednostavljena šema "magnetnog lifta". Rastojanje između vertikalnih krutih provodnika (šina) je 0,5 m, a masa tereta kojeg treba podizati je $\mathcal{M} = 2$ kg. Masa provodnika na kojem se nalazi teret je 1 kg. Konstrukcija ovog lifta nalazi se u homogenom magnetnom polju indukcije $B = 1,5$ T koje je upravo na ravan šina. Odrediti:

- Kolika struja treba da teče i u kome smeru da bi lift sa teretom mirovao ili se kretao naviše?
- Ako je struja 50 A, kolika je elektromagnetna sila i u kom se smeru kreće lift?

Uticaj sile trenja se može zanemariti.



- Na provodnik sa strujom u stranom magnetnom polju deluje elektromagnetna sila:

$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B}). \quad (3.1)$$

Kada se uvaži da je vektor magnetne indukcije normalan na provodnik, moduo vektora elektromagnetne sile je:

$$F = B \cdot l \cdot I \cdot \sin(\angle(\vec{l}, \vec{B})) = B \cdot l \cdot I \cdot \sin 90^\circ = B \cdot l \cdot I. \quad (3.2)$$

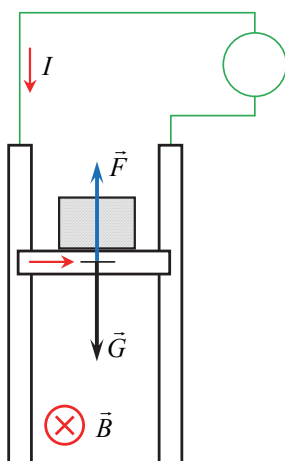
Smer sile se određuje pravilom desne zavojnice. Da bi elektromagnetna sila bila orijentisana vertikalno na gore smer struje u provodniku treba da bude orijentisan kao što je naznačen na slici 3.1.

Pored ove sile na provodnik sa teretom deluje i gravitaciona sila. Da bi lift mirovao elektromagnetna sila na provodnik mora biti jednaka sili gravitacije koja deluje na taj provodnik zajedno sa teretom:

$$F = G, \quad (3.3)$$

$$B \cdot l \cdot I = (\mathcal{M}_p + \mathcal{M}_t) \cdot g. \quad (3.4)$$

Na slici 3.1. prikazana je orijentacija sile i struje kod "magnetnog lifta".



Slika 3.1. Ilustracija smjera struje i sila "magnetnog lifta".

Iz jednačine (3.4) se može odrediti struja potrebna da bi teret mirovao:

$$I = \frac{\mathcal{M}_p + \mathcal{M}_t}{B \cdot l} \cdot g = \frac{1+2}{1,5 \cdot 0,5} \cdot 9,81 = 39,24 \text{ A.} \quad (3.5)$$

Da bi se teret dizao elektromagnetna sila mora biti veća od sile gravitacije, odnosno struja mora biti veća od 39,24 A. Ako bi struja bila manja od 39,24 A teret bi se kretao vertikalno naniže.

Može se primetiti da između vertikalnih provodnika deluju sile koje ih privlače, ali pošto se ovi provodnici ne kreću, ne mogu da vrše rad.

b) Elektromagnetna sila pri struji od 50 A iznosi:

$$F = B \cdot I \cdot l = 1,5 \cdot 0,5 \cdot 50 = 37,5 \text{ N.} \quad (3.6)$$

Gravitaciona sila je:

$$G = (\mathcal{M}_p + \mathcal{M}_t) \cdot g = (1+2) \cdot 9,81 = 29,43 \text{ N.} \quad (3.7)$$

Kako je elektromagnetna sila veća od gravitacione sile, teret se kreće ubrzano naviše. Vrednost ubrzanja se može odrediti primenom drugog Njutnovog zakona mehanike:

$$(\mathcal{M}_p + \mathcal{M}_t) \cdot a = F - G, \quad (3.8)$$

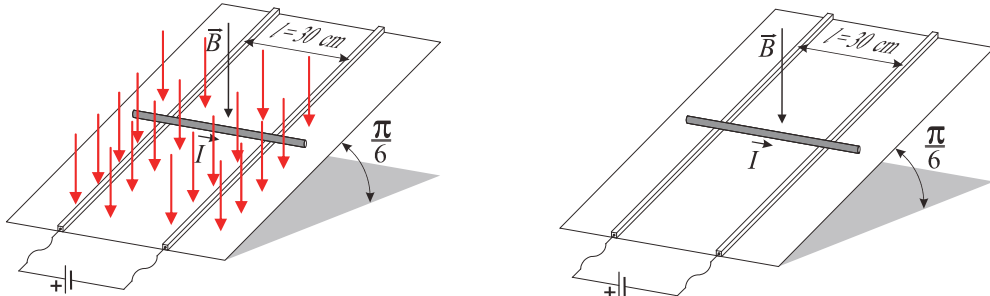
$$a = \frac{F - G}{\mathcal{M}_p + \mathcal{M}_t} = \frac{37,5 - 29,43}{1+2} = 2,69 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \quad (3.9)$$

Da bi teret ponovo mirovao potrebno je struju smanjiti na 39,24 A.

4. Zadatak: Dve paralelne šine postavljene su pod uglom $\pi/6$ prema horizontali, i nalaze se u homogenom vertikalnom magnetnom polju indukcije $B = 0,2 \text{ T}$, na rastojanju $l = 30 \text{ cm}$ jedna od druge. Normalno na šine, preko njih, postavljena je šipka otpornosti $R = 0,1 \Omega$ i mase $\mathcal{M} = 50 \text{ g}$. Između šina priključen je izvor jednosmernog napona. Otpornost izvora i šina se zanemaruje. Uticaj sile trenja se može zanemariti. Odrediti:

- Vrednost napona izvora potrebnog da šipka miruje na šinama.
- Ustaljenu brzinu kretanja, ako se napon izvora udvostruči u odnosu na deo pod a).

- a) Na slici 4.1. je skiciran izgled sistema opisan u postavci zadatka.



Slika 4.1. Izgled sistema.

Najpre je potrebno sagledati koje sile deluju na šipku. Očigledno je da na šipku deluje gravitaciona sila (sila teže):

$$\vec{G} = \mathcal{M} \cdot \vec{g}. \quad (4.1)$$

Šipka zajedno sa šinama i izvorom jednosmernog napona U formira zatvoreno električno kolo kroz koje protiče jednosmerna struja jačine:

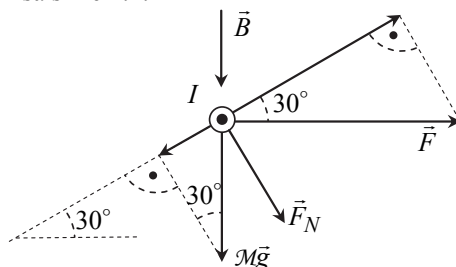
$$I = \frac{U}{R}. \quad (4.2)$$

Po uslovu zadatka šipka i šine se nalaze u homogenom, vertikalnom magnetnom polju indukcije $\vec{B}$. Na šipku kroz koju protiče struja I deluje i elektromagnetna sila:

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B}). \quad (4.3)$$

Vektor $\vec{l}$ ima pravac šipke, a smer mu se poklapa sa smerom struje.

Pravac i smer delovanja ovih sila na šipku sa strujom I prikazan je na slici 4.2. gde je dat bočni pogled na sistem sa slike 4.1.



Slika 4.2. Ilustracija sila koje deluju na šipku.

Kako su vektor indukcije $\vec{B}$ i vektor $\vec{l}$ (pravac provodnika) međusobno upravni, intenzitet elektromagnetne sile je:

$$F = B \cdot l \cdot I \cdot \sin \angle(\vec{l}, \vec{B}) = B \cdot l \cdot I \cdot \sin 90^\circ = B \cdot l \cdot I. \quad (4.4)$$

Ako šipka miruje, i da bi se to stanje mirovanja i na dalje održalo, potrebno je da na šipku deluje uravnotežen sistem sila. Kako sile $\vec{F}$ i $\vec{G}$ leže u ravni, to je za ravnotežu sila potrebno i dovoljno da suma projekcija sila na dve ortogonalne ose bude jednaka nuli. Prema upravo navedenom, ako jednu osu postavimo duž šine, tada se uz pomoć slike 4.2. može napisati:

$$F \cdot \cos 30^\circ - \mathcal{M} \cdot g \sin 30^\circ = 0. \quad (4.5)$$

Uvrštavanjem jednačine (4.4) u (4.5) uz uvažavanje (4.2) dobije se:

$$B \cdot l \cdot \frac{U}{R} \cos 30^\circ = \mathcal{M} \cdot g \sin 30^\circ. \quad (4.6)$$

Iz jednačine (4.6) se jednostavno može odrediti vrednost napona U pri kojem šipka miruje:

$$U = \frac{\mathcal{M} \cdot g \cdot R}{B \cdot l} \cdot \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot 0,1}{0,3 \cdot 0,2} \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 0,472 \text{ V}. \quad (4.7)$$

tada prema (4.2) kroz šipku teče struja:

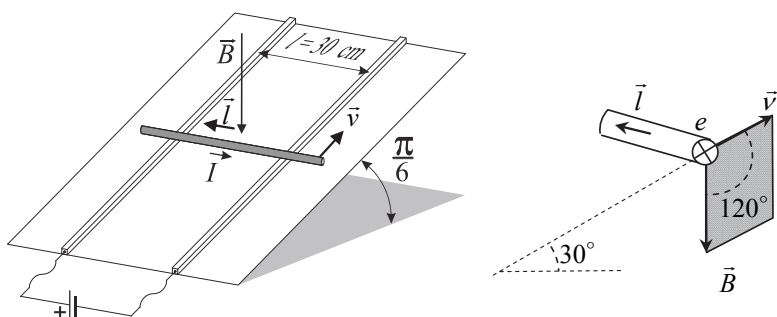
$$I = \frac{U}{R} = \frac{0,472}{0,1} = 4,72 \text{ A}. \quad (4.2)$$

Ravnoteža sila koja deluju na neko telo je potreban, ali ne i dovoljan uslov da bi telo mirovalo. Telo će mirovati samo ako je mirovalo u trenutku kada je ravnoteža sila nastala. Dok, ako se kretalo, kada je ravnoteža sila nastala, telo će nastaviti da se kreće tom brzinom.

b) Ako se šipka na strmoj ravni nalazi u stanju mirovanja kao što je opisno u delu pod a) i tada se napon izvora udvostruči, povećaće se struja kroz šipku, što će dovesti do povećanja elektromagnetne sile koja deluje na šipku. Sada je narušena ravnoteža sila iskazana jednačinom (4.5). Kao rezultat povećanja elektromagnetne sile, šipka će početi da se kreće ubrzano, brzinom $\vec{v}$ duž šina na strmoj ravni, kao što je naznačeno na slici 4.3.

Ovo kretanje šipke je opisano jednačinom kretanja (drugi Njutnov zakon mehanike):

$$\mathcal{M} \frac{dv}{dt} = F \cos 30^\circ - \mathcal{M} \cdot g \sin 30^\circ. \quad (4.8)$$



Slika 4.3. Izgled sistema prilikom kretanja šipke.

Prema Faradejevom zakonu elektromagnetne indukcije u provodniku (šipci) koji se kreće u stranom homogenom magnetnom polju indukuje se elektromotorna sila:

$$e = \vec{l} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}). \quad (4.9)$$

Vektori brzine $\vec{v}$ i indukcije $\vec{B}$ su upravni na provodnik (šipku), tako da se vektor $\vec{v} \times \vec{B}$ nalazi u pravcu šipke. Smer mu je određen pravilom desne zavojnice pri čemu se vektor $\vec{v}$ rotira prema $\vec{B}$. Znak indukovane elektromotorne sile e određen je usvojenim referentnim smerom za provodnik tj. vektorom $\vec{l}$. Neka se sada smer vektora $\vec{l}$ poklapa sa pozitivnim smerom obilaska strujne konture. Ovako usvojen referentni smer vektora $\vec{l}$ je suprotan od usvojenog smera u delu zadatka pod a). Na slici 4.3. prikazana je i elektromotorna sila e indukovana u šipci sa naznačenim referentnim smerom.

Uvažavajući da su vektori $\vec{v}$ i $\vec{B}$ pod međusobnim uglom od 120° , kao i usvojenu orijentaciju vektora $\vec{l}$, dobija se elektromotorna sila indukovana u šipci:

$$e = \vec{l} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = B \cdot l \cdot v \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} B \cdot l \cdot v, \quad (4.10)$$

sa smerom kao što je naznačeno na slici 4.3. Treba primetiti da indukovana elektromotorna sila zavisi od brzine provodnika.

Kada je određena indukovana elektromotorna sila može se odrediti struja koja protiče kroz šipku, koja je određena naponom izvora i indukovanom elektromotornom silom:

$$I' = \frac{2U - e}{R}. \quad (4.11)$$

Imajući na umu da se šipka kreće ubrzano (4.8) i da indukovana elektromotorna sila raste sa brzinom (4.10) to se iz jednačine (4.11) može zaključiti da će struja I' biti najveća u trenutku kada je napon napajanja udvostručen (šipka miruje) i tada ona iznosi $I' = 2U/R$. Kako brzina šipke bude rasla struja I' će se smanjivati, a samim tim i elektromagnetna sila, tako da će pri nekoj brzini ponovo nastati ravnoteža sila opisana jednačinom (4.5):

$$F \cdot \cos 30^\circ - \mathcal{M} \cdot g \sin 30^\circ = 0,$$

a šipka će nastaviti da se kreće konstantnom brzinom.

Uvrštavanjem jednačine (4.4) u (4.5) uz uvažavanje (4.11) dobije se:

$$B \cdot l \frac{2U - e}{R} \cos 30^\circ = \mathcal{M} \cdot g \sin 30^\circ. \quad (4.12)$$

Poredeći upravo datu jednačinu (4.12) koja opisuje ravnotežu sila koje deluju na šipku pri kretanju konstantnom brzinom sa jednačinom (4.6) koja opisuje ravnotežu pri mirovanju:

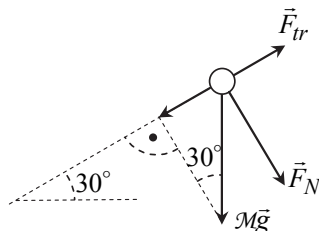
$$B \cdot l \frac{U}{R} \cos 30^\circ = \mathcal{M} \cdot g \sin 30^\circ,$$

jednostavno se izvodi zaključak da je pri dostignutoj konstantnoj brzini kretanja vrednost elektromotorne sile postala jednaka naponu ($e = U$), a struja ima istu vrednost kao u ravnoteži pri mirovanju $I' = 4,72$. Sada se uvažavajući jednačinu (4.10) može odrediti tražena konstantna brzina kretanja:

$$U = e = \frac{\sqrt{3}}{2} B \cdot l \cdot v \Rightarrow v = \frac{2U}{\sqrt{3} B \cdot l} = \frac{2 \cdot 0,472}{\sqrt{3} \cdot 0,2 \cdot 0,3} = 9,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (4.13)$$

Čitaocu se za vežbu predlaže da odgovori na pitanje: Šta je potrebno preduzeti da bi se šipka kretala istom ovom brzinom ali naniže?

U postavci zadatka je zanemareno trenje tj. koeficijent trenja je jednak nuli, $\mu_{tr} = 0$. Pod ovakvim okolnostima šipka na strmoj ravni (ali i bilo koje drugo telo), miruje samo ako na nju pored sile teže deluje još neka sila, u ovom primeru to je elektromagnetna sila. Međutim, ako trenje postoji tj. $\mu_{tr} \neq 0$ zahvaljujući sili trenja, šipka (ali i bilo koje drugo telo) na strmoj ravni može mirovati i u odsustvu elektromagnetne sile. Na slici 4.4. prikazane su sile na šipku kada je uvaženo trenje, a u odsustvu struje.



Slika 4.4. Ilustracija sile koje deluju na šipku sa uvaženim trenjem, a u odsustvu struje.

Normalna komponenta sile $\vec{F}_N$, stvara trenje:

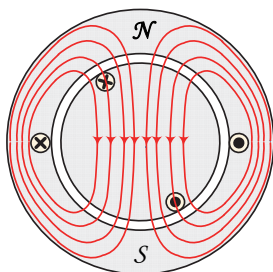
$$\vec{F}_{tr} = \mu_{tr} \cdot \vec{F}_N = \mu_{tr} \cdot \mathcal{M} \cdot g \cos 30^\circ. \quad (4.14)$$

Šipka miruje sve dok je

$$\vec{F}_{tr} > \mathcal{M} \cdot g \cdot \sin 30^\circ. \quad (4.15)$$

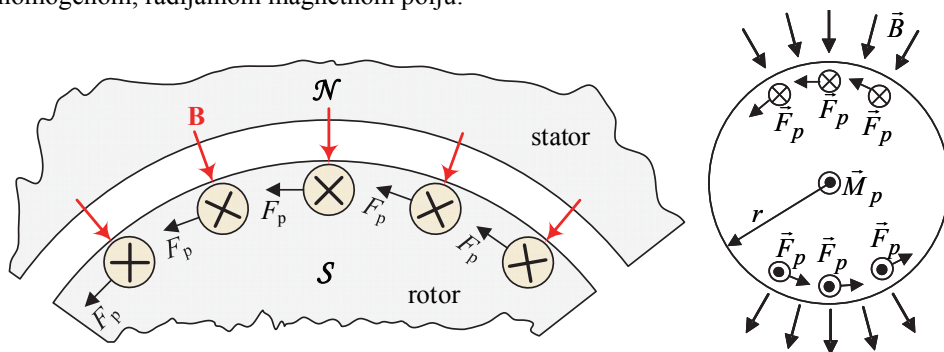
5. Zadatak: Rotor električne mašine se nalazi u homogenom magnetnom polju indukcije $B = 1,5 \text{ T}$. Namotaj na rotoru ima $N = 100$ navojaka kroz koje protiče jednosmerna struja jačine $I = 10 \text{ A}$. Dužina rotora je $l = 20 \text{ cm}$, a poluprečnik $r = 5 \text{ cm}$. Izračunati obrtni momenat koji se javlja na rotoru.

Električne mašine su najčešće cilindričnog oblika. Stator i rotor se izrađuju od feromagnetika, a između njih se nalazi vazdušni (feromagnetni) zazor. Na statoru i rotoru se nalaze namotaji sa strujama koje su izvor magnetnog polja. Uzajamnim dejstvom ova dva magnetna polja stvara se obrtni elektromagnetni momenat (poznat i kao momenat konverzije) koji izaziva pokretanje rotora i dovodi do njegovog obrtanja. Na slici 5.1. je prikazana cilindrična rotaciona mašina, sa jednim navojkom na rotoru koji se nalazi u stranom magnetnom polju indukcije B . Ovo magnetno polje potiče od struja u statorskom namotaju.



Slika 5.1. Poprečni presek cilindrične električne mašine sa jednim navojkom na rotoru i statoru.

Prema uslovu iz postavke zadatka namotaj rotora sastoji se od N navojaka. Svaki navojak čine po dva provodnika smeštena po obimu rotora. Provodnici se nalaze u dijametralno postavljenim žlebovima (jedan naspram drugog) i nalaze se u homogenom magnetnom polju indukcije B . Primenom graničnih uslova lako je izvesti jednostavan zaključak da su u vazduhu linije vektora magnetne indukcije normalne na površi feromagnetskih tela. Kako su ove površi cilindrične to je magnetna indukcija u vazдушnom zazoru radijalna. Treba primetiti da je u ovakvoj konfiguraciji vektor magnetne indukcije normalan na provodnike. Na slici 5.2. je prikazan rotor sa svojim navojcima u stranom, homogenom, radijalnom magnetnom polju.



Slika 5.2. Cilindrični rotor sa namotajem. Ilustracija pojave sila na provodnike.

Na (jedan) provodnik sa strujom u stranom magnetnom polju (prema Amperovom zakonu za magnetnu silu) deluje elektromagnetna sila:

$$\vec{F}_p = I(\vec{l} \times \vec{B}). \quad (5.1)$$

Kada se uvaži da je vektor magnetne indukcije normalan na provodnik, moduo vektora elektromagnetne sile na provodnike je:

$$F_p = B \cdot l \cdot I \cdot \sin \angle(\vec{l}, \vec{B}) = B \cdot l \cdot I \cdot \sin 90^\circ = B \cdot l \cdot I. \quad (5.2)$$

Smer elektromagnetne sile na provodnik sa strujom određen je pravilom desne zavoynice i naznačen je na slici 5.2.

Ako je r radijalno odstojanje provodnika od ose rotora, što predstavlja i krak sile, tada je odgovarajući momenat jednog provodnika:

$$\vec{M}_p = \vec{r} \times \vec{F}_p. \quad (5.3)$$

Vektor elektromagnetne sile F_p normalan je na krak sile r .

Provodnici na rotoru su postavljeni u dva pojasa (zone) kao što je pokazno na slici 5.2. Naspramni provodnici formiraju navojak. Ako se uoče naspramni provodnici sa svojim elektromagnetnim silama, može se definisati spreg sila. Momenat sprega sila (obrtni momenat) od naspramno postavljenog para provodnika (navojka) je:

$$M_{spreg} = 2r \cdot F_p \cdot \sin \angle(\vec{r}, \vec{F}_p) = 2r \cdot F_p \cdot \sin 90^\circ = 2r \cdot B \cdot l \cdot I = 2M_p. \quad (5.4)$$

Rezultantni obrtni momenat koji potiče od struje u svih N navojaka rotorskog namotaja je zbir obrtnih momenata koji deluju na pojedinačne navojke:

$$M_{rez} = N \cdot 2M_p = N \cdot 2r \cdot B \cdot l \cdot I = 100 \cdot 2 \cdot 0,05 \cdot 1,5 \cdot 0,2 \cdot 10 = 30 \text{ Nm}. \quad (5.5)$$

Pošto su svi M_p kolinearni, to je vektorski zbir jednak algebarskom

6. Zadatak: Dat je elektromehanički rotacioni pretvarač sa tri namotaja otpornosti R_1, R_2, R_3 , sopstvenih induktivnosti L_{11}, L_{22}, L_{33} i međusobnih induktivnosti L_{12}, L_{23}, L_{31} . Namotaji su priključeni na napone u_1, u_2, u_3 i kroz njih protiču struje i_1, i_2, i_3 . Koeficijent trenja je k_m , momenat inercije je J_m , a rotor se obrće brzinom ω_m . Napisati jednačine u matričnom i razvijenom obliku za:

- Naponsku ravnotežu namotaja i indukovane ems,
- Mehaničku ravnotežu,
- Bilans snaga,
- Snagu i momenat konverzije,
- Priraštaje akumulacija, energije konverzije i električne energije.

a) Za sistemu u kome imamo tri namotaja ($N = 3$), ravnoteža napona u svakom od njih data je jednačinom:

$$u_k = R_k \cdot i_k + \frac{d\psi_k}{dt}, \quad k = 1, 2, 3, \quad (6.1)$$

gde su u_k, i_k, R_k, ψ_k – napon, struja, otpornost i fluks k -tog namotaja, respektivno. Fluks (fluksni obuhvat) ψ_k u namotaju k je posledica struje samog namotaja, kao i struja u drugim namotajima sa kojima je k -ti namotaj u magnetskoj sprezi.

Ravnoteža napona u sistemu sa $N = 3$ namotaja opisana je sistemom od N diferencijalnih jednačina. Kraći i pregledniji zapis moguće je dobiti uvođenjem vektora napona, struja i fluksa:

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}, \quad \underline{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}, \quad \underline{\psi} = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

kao i uvođenjem matrica otpornosti i induktivnosti:

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 \end{bmatrix}, \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{31} \\ L_{12} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{23} & L_{33} \end{bmatrix}. \quad (6.3)$$

Na glavnoj dijagonali matrice induktivnosti su koeficijenti (vrednosti) sopstvenih induktivnosti pojedinih namotaja, dok su preostali koeficijenti međusobne induktivnosti datih namotaja. Budući da je $L_{ij} = L_{ji}$ matrica induktivnosti je simetrična, tako da je $\underline{L} = \underline{L}^T$.

Jednačina naponske ravnoteže u matričnom obliku data je jednačinom (6.4), koji predstavlja $N = 3$ diferencijalne jednačine oblika (6.1):

$$\underline{u} = \underline{R} \cdot \underline{i} + \frac{d\underline{\psi}}{dt}. \quad (6.4)$$

Vektor fluksa (fluksnih obuhvata) određen je strujama namotaja i koeficijentima induktivnosti to jest:

$$\underline{\psi} = \underline{L} \cdot \underline{i}. \quad (6.5)$$

Zamenom matrica (6.2) i (6.3) u jednačinu za naponsku ravnotežu (6.4) dobija se:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left\{ \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{12} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{23} & L_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \right\}. \quad (6.6)$$

Množenjem odgovarajućih elemenata matrica dolazi se do jednačina naponske pojedinih namotaja. U slučaju prvog namotaja važi da je:

$$u_1 = R_1 i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + L_{31} \frac{di_3}{dt} + i_1 \frac{dL_{11}}{dt} + i_2 \frac{dL_{12}}{dt} + i_3 \frac{dL_{31}}{dt}. \quad (6.7)$$

Prethodna jednačina se može zapisati i u sledećem obliku:

$$u_1 = R_1 i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + L_{31} \frac{di_3}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{11}}{d\theta_m} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\theta_m} + i_3 \frac{dL_{31}}{d\theta_m} \right) \frac{d\theta_m}{dt}, \quad (6.8)$$

$$u_1 = R_1 i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + L_{31} \frac{di_3}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{11}}{d\theta_m} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\theta_m} + i_3 \frac{dL_{31}}{d\theta_m} \right) \omega_m, \quad (6.8a)$$

gde je $\omega_m = d\theta_m/dt$ ugaona brzina obrtanja rotora. Sabirci oblika $L_{ij} di/dt$, u prethodnoj jednačini, nastaju zbog promene struje u vremenu, i to su transformatorske indukovane elektromotorne sile. Sabirci u kojima figuriše ω_m , odnosno $d\theta_m/dt$ postoje samo ako postoji kretanje u sistemu, to su elektromotorne sile rotacije. Indukovana elektromotorna sila u prvom namotaju je:

$$-e_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + L_{31} \frac{di_3}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{11}}{d\theta_m} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\theta_m} + i_3 \frac{dL_{31}}{d\theta_m} \right) \omega_m, \quad (6.8b)$$

a jednačina naponske ravnoteže je:

$$u_1 = R_1 i_1 - e_1. \quad (6.8c)$$

Na potpuno analogan način dolazi se do jednačina naponske ravnoteže i jednačina za indukovane elektromotorne sile preostala dva namotaja:

$$u_2 = R_2 i_2 + L_{12} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt} + L_{23} \frac{di_3}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{12}}{d\theta_m} + i_2 \frac{dL_{22}}{d\theta_m} + i_3 \frac{dL_{23}}{d\theta_m} \right) \omega_m, \quad (6.9)$$

$$u_2 = R_2 i_2 - e_2, \quad (6.10)$$

$$-e_2 = L_{12} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt} + L_{23} \frac{di_3}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{12}}{d\theta_m} + i_2 \frac{dL_{22}}{d\theta_m} + i_3 \frac{dL_{23}}{d\theta_m} \right) \omega_m, \quad (6.11)$$

$$u_3 = R_3 i_3 + L_{31} \frac{di_1}{dt} + L_{23} \frac{di_2}{dt} + L_{33} \frac{di_3}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{31}}{d\theta_m} + i_2 \frac{dL_{23}}{d\theta_m} + i_3 \frac{dL_{33}}{d\theta_m} \right) \omega_m, \quad (6.12)$$

$$u_3 = R_3 i_3 - e_3, \quad (6.13)$$

$$-e_3 = L_{31} \frac{di_1}{dt} + L_{23} \frac{di_2}{dt} + L_{33} \frac{di_3}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{31}}{d\theta_m} + i_2 \frac{dL_{23}}{d\theta_m} + i_3 \frac{dL_{33}}{d\theta_m} \right) \omega_m. \quad (6.14)$$

b) Jednačina elektromehaničke ravnoteže (Njutnova jednačina za obrtno kretanje), koja opisuje kretanje tela sa inercijom i trenjem pod uticajem dva momenta data je jednačinom (6.15):

$$m_c + m_m = J_m \frac{d\omega_m}{dt} + k_m \omega_m. \quad (6.15)$$

U ovoj jednačini, elektromagnetskom momentu (m_c) se suprotstavlja mehanički momenat m_m , kao i momenat trenja ($k_m \omega_m$). U motorskom režimu rada važi da je $m_c > 0$, $m_m < 0$ a u generatorskom režimu rada je $m_c < 0$, $m_m > 0$. U ustaljenom stanju brzina obrtanja je konstantna:

$$\frac{d\omega_m}{dt} = 0, \quad (6.15a)$$

pa je elektromagnetski momenat jednak zbiru svih momenata koji se opiru kretanju. Ustaljeno stanje za motorski režim rada opisano je sledećom jednačinom:

$$m_c = m_m + k_m \omega_m. \quad (6.16)$$

c) Električna snaga koja se preko para krajeva bilo kog namotaja u datom trenutku dovodi ili odvodi može se izraziti:

$$p_{ek} = i_k \cdot u_k, \quad k = 1, 2, 3. \quad (6.17)$$

Ukupna električna snaga je algebarski zbir snage za sve namotaje, što zapisano u matricnoj formi daje:

$$p_e = \underline{i}^t \cdot \underline{u} = \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3. \quad (6.18)$$

Mehanička snaga koja se na mehaničkom prolazu pretvarača dovodi ili odvodi je:

$$p_m = m_m \omega_m, \quad (6.19)$$

gde je m_m mehanički momenat koji je $m_m > 0$ u generatorskom režimu rada, odnosno $m_m < 0$ u motorskom režimu rada, obzirom na usvojenu definiciju pozitivnog znaka snage.

Ukupni električni gubici (Džulovi gubici) koji nastaju kao posledica proticanja struje kroz namotaje pretvarača dati su sledećom jednačinom:

$$g_e = \underline{i}^t \cdot \underline{R} \cdot \underline{i} = \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 + R_3 i_3^2. \quad (6.20)$$

Mehanički gubici (gubici trenja i ventilacije) koji se javljaju kao posledica trenja u ležištima i trenja pokretnih delova mašine o rashladni fluid dati su sledećom jednačinom:

$$g_m = k_m \omega_m^2. \quad (6.21)$$

U lineranim magnetnim kolima akumulisana energija u magnetnom polju iznosi:

$$a_e = \frac{1}{2} \underline{i}^t \underline{\psi}, \quad (6.22)$$

što u slučaju pretvarača sa tri namotaja daje:

$$a_e = \frac{1}{2} \dot{i}^t \cdot \underline{\psi} = \frac{1}{2} \dot{i}^t \cdot \underline{L} \cdot \dot{i} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{31} \\ L_{12} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{23} & L_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}, \quad (6.23)$$

$$a_e = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + \frac{1}{2} L_{33} i_3^2 + L_{12} i_1 i_2 + L_{23} i_2 i_3 + L_{31} i_1 i_3. \quad (6.24)$$

Mehanička akumulacija koja predstavlja kinetičku energiju masa koje se obrću iznosi:

$$a_m = \frac{1}{2} J_m \omega_m^2, \quad (6.25)$$

gde je J_m momenat inercije rotirajućih masa, koji se smatra da je konstantan.

d) Snaga elektromehaničke konverzije iznosi:

$$p_c = \frac{1}{2} \dot{i}^t \cdot \frac{d\underline{L}}{dt} \cdot \dot{i} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \left\{ \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{31} \\ L_{12} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{23} & L_{33} \end{bmatrix} \right\} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}. \quad (6.26)$$

Momenat konverzije može se definisati preko snage konverzije jednačinom:

$$m_c = \frac{p_c}{\omega_m} = \frac{1}{2} \dot{i}^t \cdot \frac{d\underline{L}}{dt} \cdot \dot{i} \cdot \frac{dt}{d\vartheta_m} = \frac{1}{2} \dot{i}^t \cdot \frac{d\underline{L}}{d\vartheta_m} \cdot \dot{i}, \quad (6.27)$$

$$m_c = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{d\vartheta_m} \left\{ \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{31} \\ L_{12} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{23} & L_{33} \end{bmatrix} \right\} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}, \quad (6.28)$$

$$m_c = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} i_3^2 \frac{dL_{33}}{d\vartheta_m} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} + i_2 i_3 \frac{dL_{23}}{d\vartheta_m} + i_1 i_3 \frac{dL_{31}}{d\vartheta_m}. \quad (6.29)$$

Sabirci oblika $i_{ij}(dL_{ij}/d\vartheta_m)$, u prethodnoj jednačini, predstavljaju osnovnu komponentu momenta dok članovi oblika $1/2 i_i^2 (dL_{ii}/d\vartheta_m)$ predstavljaju reluktantnu komponentu momenta.

e) Priraštaj mehaničke akumulacije dat je jednačinom:

$$da_m = J_m \omega_m d\omega_m + \frac{1}{2} \omega_m^2 dJ_m. \quad (6.30)$$

U okviru gradiva ovog predmeta smatra se da je $dJ_m = 0$, to jest ne razmatraju se slučajevi u kojima je promenjiva vrednost momenta inercije (klipne prese, centrifuge, mašine u sistemima za namotavanje i odmotavanje i sl.).

Priraštaj električne akumulacije dat je jednačinom:

$$da_e = dW_p = \frac{1}{2} d(\dot{i}^t \cdot \underline{L} \cdot \dot{i}) = \frac{1}{2} (d\dot{i}^t \cdot \underline{L} \cdot \dot{i} + \dot{i}^t \cdot d\underline{L} \cdot \dot{i} + \dot{i}^t \cdot \underline{L} \cdot d\dot{i}), \quad (6.31)$$

$$da_e = \frac{1}{2} \underline{i}^t \cdot d\underline{L} \cdot \underline{i} + \underline{i}^t \cdot \underline{L} \cdot d\underline{i}, \quad (6.32)$$

$$da_e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dL_{11} & dL_{12} & dL_{31} \\ dL_{12} & dL_{22} & dL_{23} \\ dL_{31} & dL_{23} & dL_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{31} \\ L_{12} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{23} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} di_1 \\ di_2 \\ di_3 \end{bmatrix}, \quad (6.33)$$

$$da_e = \frac{1}{2} (i_1^2 dL_{11} + i_2^2 dL_{22} + i_3^2 dL_{33}) + i_1 i_2 dL_{12} + i_2 i_3 dL_{23} + i_1 i_3 dL_{31} + i_1 L_{11} di_1 + i_1 L_{12} di_2 + i_1 L_{31} di_3 + i_2 L_{12} di_1 + i_2 L_{22} di_2 + i_2 L_{23} di_3 + i_3 L_{31} di_1 + i_3 L_{23} di_2 + i_3 L_{33} di_3 \quad (6.34)$$

Članovi oblika $1/2 i_i^2 dL_{ii} + i_i i_j dL_{ij}$, u prethodnoj jednačini, nastaju zbog promene induktivnosti dok članovi oblika $i_i L_{ii} di_i + i_i L_{ij} di_j$ nastaju zbog promene struja.

Priraštaj energije konverzije definisan je jednačinom:

$$dW_c = p_c dt = \frac{1}{2} \underline{i}^t \cdot \frac{d\underline{L}}{dt} \cdot \underline{i} dt = \frac{1}{2} \underline{i}^t \cdot d\underline{L} \cdot \underline{i}, \quad (6.35)$$

$$dW_c = \frac{1}{2} (i_1^2 dL_{11} + i_2^2 dL_{22} + i_3^2 dL_{33}) + i_1 i_2 dL_{12} + i_2 i_3 dL_{23} + i_1 i_3 dL_{31}. \quad (6.36)$$

Na osnovu jednačina (6.36) i (6.34), može se zaključiti da kada su struje u namotajima konstantne ($di = 0$), tada je priraštaj električne akumulacije (priraštaj energija u sprežnom magnetnom polju) jednak priraštaju energije konverzije ($da_e = dW_c$).

Priraštaj električne energije, definisan kao priraštaj električne energije izvora umanjen za priraštaj energije električnih gubitaka, iznosi:

$$dW_{el} = dW_e - g_e dt, \quad (6.37)$$

$$dW_{el} = \left(\underline{i}^t \cdot \underline{u} - \underline{i}^t \cdot \underline{R} \cdot \underline{i} \right) dt = \left(\underline{i}^t \cdot \left(\underline{R} \cdot \underline{i} + \frac{d\underline{\psi}}{dt} \right) - \underline{i}^t \cdot \underline{R} \cdot \underline{i} \right) dt = \underline{i}^t \cdot d\underline{\psi}. \quad (6.38)$$

Energetski bilans na mehaničkoj strani datog pretvarača glasi:

$$dW_c = -dW_m + g_m dt + da_m. \quad (6.39)$$

Jednačina (6.39) važi za opštu definiciju smerova snaga tj. da su snage pozitivne kada ulaze u pretvarač. Ako se usvoji motorski referentni smer tj. da je $dW_m > 0$ kada izlazi iz pretvarača tada je:

$$dW_c = dW_m + g_m dt + da_m. \quad (6.40)$$

7. Zadatak. Rotaciona električna mašina u procesu elektromehaničke konverzije energije, pri nominalnim uslovima, na svom izlazu daje snagu od 500 kW. Pri tome su gubici: u bakru 20 kW, u gvožđu 6 kW i mehanički 4 kW.

- Koliko iznosi stepen korisnog dejstva pri nominalnom opterećenju, a koliko za 70 % i 130 % nominalnog opterećenja?
- Pri istim opterećenjima odrediti stepen korisnog dejstva ako se napon napajanja mašine smanji za 15 %.

Napomena: Smatrati da brzina obrtanja mašine ostaje konstantna nezavisno od promene opterećenja i napona napajanja.

Stepen korisnog dejstva mašine određen je odnosom izlazne i ulazne snage:

$$\eta = \frac{P_{izlazna}}{P_{ulazna}}. \quad (7.1)$$

Imajući u vidu da se ulazna i izlazna snaga razlikuju za snagu gubitaka P_g , stepen korisnog dejstva se može izračunati i kao:

$$\eta = \frac{P_{izlazna}}{P_{izlazna} + P_g} = \frac{P_{ulazna} - P_g}{P_{ulazna}}. \quad (7.2)$$

Stepen korisnog dejstva može se odrediti direktno iz ogleda opterećenja ili indirektno putem određivanja gubitaka mašine.

Tokom rada mašine, snaga gubitaka se javlja u svim podsistemima mašine: električnom, magnetnom i mehaničkom, te se na taj način i klasifikuju gubici.

Električni gubici. Postoje zbog proticanja struje kroz namotaje. Snaga Džulovih gubitaka P_J u pojedinim namotajima mašine, proporcionalna je električnoj otpornosti namotaja R , i kvadratu jačine struje kroz taj namotaj I^2 . Kod mašina naizmenične struje usled pojave potiskivanja struje ka površini provodnika namotaja javlja se povećanje otpornosti namotaja naizmeničnoj struji u odnosu na vrednost jednosmernoj struji, te su električni gubici različiti od Džulovih gubitaka. U literaturi se električni gubici označavaju sa indeksom Cu , jer su namotaji najčešće izrađeni od bakarnih provodnika. Ovaj indeks se zadržava i kada su provodnici izrađeni od drugog materijala. Često se poistovećuju gubici u bakru P_{Cu} sa Džulovim gubicima:

$$P_J = RI^2 = P_{Cu}. \quad (7.3)$$

Zbog mesta svog nastanka – namotaji, električni gubici se često nazivaju i gubici u namotajima.

Gubici u magnetnom kolu. To su gubici u gvožđu P_{Fe} , i njih čine histerezisni gubici i gubici usled vrtložnih struja u različitim delovima magnetskog podsistema mašine (magnetsko kolo statora i rotora).

Histerezisni gubici, P_h , su posledica promene magnetske indukcije u magnetskim delovima mašine koji su okarakterisani B–H histerezisnom petljom. Histerezisni gubici su

proporcionalni površini histerezisne B–H petlje i računaju se primenom sledeće empirijske jednačine:

$$P_h = k_h \cdot f \cdot B_m^n \cdot m_{Fe}; \quad n \in [1,5 \div 2,5]. \quad (7.4)$$

Često se pretpostavlja kvadratna zavisnost histerezisnih gubitaka od magnetne indukcije:

$$P_h = k_h \cdot f \cdot B_m^2 \cdot m_{Fe}, \quad (7.5)$$

gde su:

- f – frekvencija promene magnetne indukcije u gvožđu,
- B_m – maksimalna vrednost magnetne indukcije,
- m_{Fe} – masa magnetnog kola mašine,
- k_h – konstanta proporcionalnosti za histerezisne gubitke.

Naizmeničan magnetni fluks indukuje napon u magnetnom kolu – gvožđu, koje je u električnom smislu provodnik. Ovaj indukovani napon potera vrtložne struje kroz magnetno kolo. Usled proticanja vrtložnih struja kroz gvožđe magnetnog kola javljaju se gubici koji su označeni kao gubici u gvožđu usled vrtložnih struja:

$$P_v = \frac{k_v \cdot f^2 \cdot B_m^2 \cdot d^2 \cdot m_{Fe}}{\rho_{Fe}}, \quad (7.6)$$

gde su:

- ρ_{Fe} – specifična električna otpornost magnetnog kola mašine,
- k_v – konstanta proporcionalnosti za gubitke usled vrtložnih struja.

Ako se zanemari omska otpornost namotaja rotacione mašine naizmenične struje, može se smatrati da je indukovani napon u namotaju jednak sa naponom mreže na koju je priključena data mašina pa važi:

$$U \approx E = 2\pi f \cdot \psi = 2\pi f \cdot N_1 \cdot \Phi = 2\pi f \cdot N_1 \cdot B_m \cdot S_{Fe}, \quad (7.7)$$

odakle se može zaključiti da je:

$$\Phi \propto \frac{U}{f} \quad B_m \propto \frac{U}{f}, \quad (7.8)$$

gde su:

- ψ – fluksni obuhvat,
- N_1 – broj navojaka,
- Φ – magnetni fluks,
- S_{Fe} – površina poprečnog preseka gvožđa sa naizmeničnim magnetnim fluksom.

Iz jednačine (7.8) sledi da vrednost magnetne indukcije kod mašina naizmenične struje direktno zavisi od dovedenog napona napajanja i njegove frekvencije. Prema (7.5) i (7.6) gubici u gvožđu zavise od kvadrata magnetne indukcije, a prema (7.8) magnetna indukcija zavisi od napona i frekvencije. Sad se može zaključiti da, pri konstantnoj frekvenciji napajanja, gubici u gvožđu mašine kvadratno zavise od napona napajanja. Ovo važi ako se smatra da je $U \approx E$, odnosno zanemaren je pad napona u mašini.

Mehanički gubici. Posledica su otpora kretanju rotora u samoj mašini i obuhvataju: gubitke usled trenja u ležajevima, trenja rotora o rashladni fluid, snagu potrebnu za ventilaciju mašine, gubitke usled trenja na četkicama. U praksi se pokazuje da se mehanički gubici (gubici na trenje i ventilaciju), P_{trv} , najčešće mogu modelovati jednačinom:

$$P_{trv} = K_{trv} \cdot \omega_m^2. \quad (7.9)$$

Mehanički gubici su kvadratno zavisni od brzine obrtanja rotora ω_m . Dakle, kada je brzina obrtanja konstantna mehanički gubici su takođe konstantni.

a) Na osnovu definicije stepena korisnog dejstva (7.1) i datih podataka o gubicima u nominalnom režimu rada, može se odrediti nominalni stepen korisnog dejstva, η_n :

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + P_{Cun} + P_{Fen} + P_{trvn}}, \quad (7.10)$$

$$\eta_n = \frac{500}{500 + 20 + 6 + 4} = 94,34 \, \%.$$

Bitna karakteristika koja određuje performanse električne mašine je zavisnost stepena (koeficijenta) korisnog dejstva od opterećenja. Stepenn korisnog dejstva pri nekom datom opterećenju, može se naći imajući u vidu da električni gubici zavise od kvadrata opterećenja, dok se magnetni i mehanički gubici mogu smatrati nezavisnim od opterećenja:

$$\eta_x = \frac{P_x}{P_x + P_{Cux} + P_{Fen} + P_{trvn}}, \quad (7.11)$$

gde je uvedena oznaka x , za odnos snage opterećenja u posmatranom i nominalnom režimu rada:

$$x = \frac{P_x}{P_n}. \quad (7.12)$$

Jasno je da je snaga kod električnih mašina srazmerna proizvodu napona i struje opterećenja:

$$P \propto U \cdot I, \quad (7.13)$$

tako da je pri konstantnom naponu napajanja:

$$P \propto I, \quad (7.14)$$

$$P_{Cux} \propto I_x^2 \Rightarrow P_{Cux} = \left(\frac{I_x}{I_n}\right)^2 \cdot P_{Cun} = \left(\frac{P_x}{P_n}\right)^2 \cdot P_{Cun} = x^2 \cdot P_{Cun}. \quad (7.15)$$

Sada primenom (7.11) i (7.15) možemo odrediti stepen korisnog dejstva pri datom opterećenju:

$$\eta_x = \frac{x \cdot P_n}{x \cdot P_n + x^2 \cdot P_{Cun} + P_{Fen} + P_{trvn}}. \quad (7.16)$$

Stepen korisnog dejstva za 70 % i 130 % nominalnog opterećenja pri nominalnom naponu napajanja iznosi:

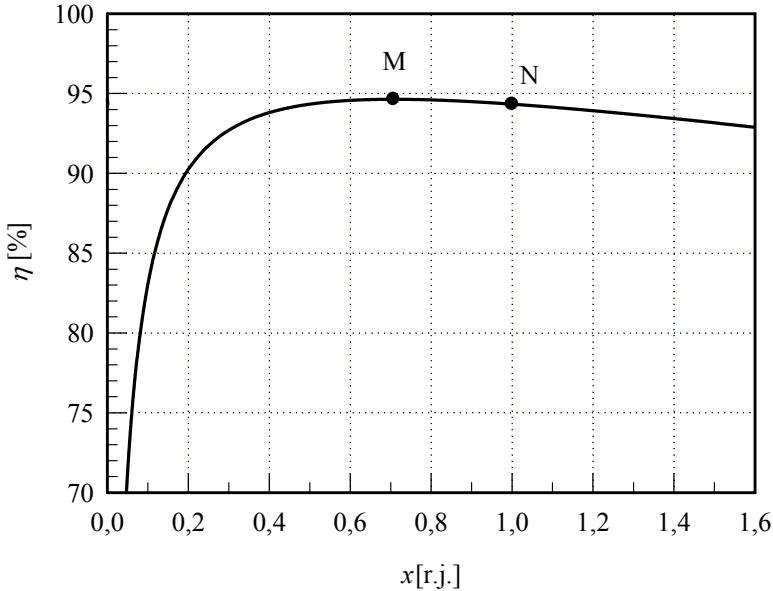
$$\eta_{70\%} = \frac{0,7 \cdot 500}{0,7 \cdot 500 + 0,7^2 \cdot 20 + 6 + 4} = 94,65\%,$$

$$\eta_{130\%} = \frac{1,3 \cdot 500}{1,3 \cdot 500 + 1,3^2 \cdot 20 + 6 + 4} = 93,69\%.$$

Stepen korisnog dejstva može se odrediti za bilo koje relativno opterećenje x primenom jednačine (7.16) što je i prikazano na slici 7.1. Na slici 7.1. su naznačene tačke M u

kojoj je koeficijent korisnog dejstva maksimalan i tačka N koja odgovara nominalnoj radnoj tački. Koordinate radnih tačaka označenih na slici 7.1. su:

M:	$x = 0,7$ r.j.	$\eta = 94,65 \%$
N:	$x = 1$ r.j.	$\eta = 94,34 \%$



Slika 7.1. Stepen korisnog dejstva za različita opterećenja pri nominalnom naponu napajanja.

b) Smanjenjem napona napajanja mašine smanjiće se magnetna indukcija, a sa njome i gubici u gvožđu. Ako se napon smanji na 85 % nominalne vrednosti, gubici u gvožđu u odnosu na nominalnu vrednost ovih gubitaka iznose:

$$P_{Fe} = \left(\frac{U}{U_n} \right)^2 \cdot P_{Fen} = (0,85)^2 \cdot P_{Fen}. \quad (7.17)$$

Treba razmotriti šta će biti sa strujom mašine ukoliko dođe do promene napona napajanja u odnosu na nominalnu vrednost. Ukoliko se pretpostavi konstantna snaga opterećenja, jednostavno se može zaključiti da će doći do povećanja struje opterećenja:

$$P \propto UI, \quad P = const. \Rightarrow \frac{I}{I_n} = \frac{U_n}{U}. \quad (7.18)$$

Električni gubici će se promeniti pri smanjenju napona napajanja, a razmatrano u odnosu na istu snagu opterećenja, električni gubici su:

$$P_{Cux} = x^2 \cdot P_{Cu}|_{U=0,85U_n} = x^2 \cdot \left(\frac{U_n}{U} \right)^2 \cdot P_{Cun}. \quad (7.19)$$

Primenom jednačina (7.16), (7.17) i (7.19) može se odrediti stepen korisnog dejstva:

$$\eta_x = \frac{x \cdot P_n}{x \cdot P_n + x^2 \cdot \left(\frac{U_n}{U}\right)^2 \cdot P_{Cun} + \left(\frac{U}{U_n}\right)^2 \cdot P_{Fen} + P_{trvn}}. \quad (7.20)$$

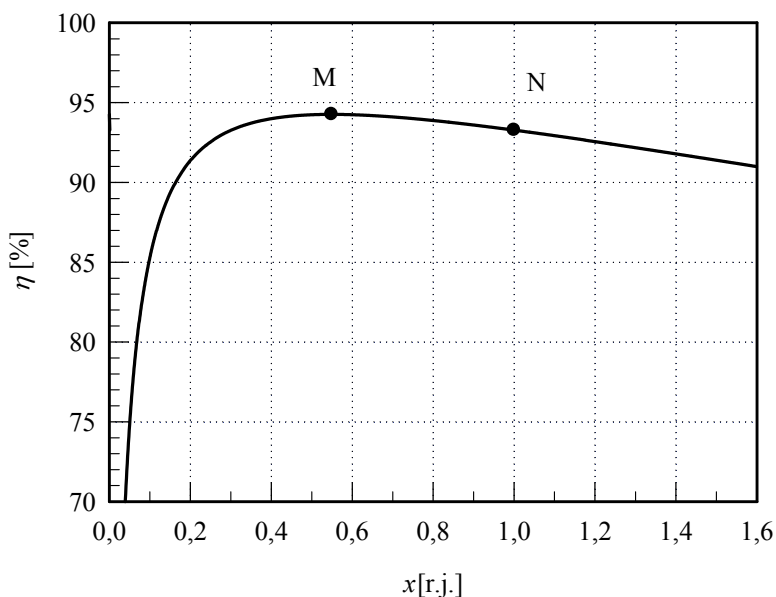
Za tražene snage opterećenja, stepen korisnog dejstva iznosi:

$$\eta_{100\%} = \frac{1 \cdot 500}{1 \cdot 500 + 1^2 \cdot \left(\frac{1}{0,85}\right)^2 \cdot 20 + (0,85)^2 \cdot 6 + 4} = 93,28\%,$$

$$\eta_{70\%} = \frac{0,7 \cdot 500}{0,7 \cdot 500 + 0,7^2 \cdot \left(\frac{1}{0,85}\right)^2 \cdot 20 + (0,85)^2 \cdot 6 + 4} = 94,11\%,$$

$$\eta_{130\%} = \frac{1,3 \cdot 500}{1,3 \cdot 500 + 1,3^2 \cdot \left(\frac{1}{0,85}\right)^2 \cdot 20 + (0,85)^2 \cdot 6 + 4} = 92,18\%.$$

Stepen korisnog dejstva može se odrediti za bilo koje relativno opterećenje x primenom jednačine (7.20), što je i prikazano na slici 7.2.



Slika 7.2. Stepen korisnog dejstva za različita opterećenja pri sniženom naponu napajanja od $U = 0,85U_{nom}$.

Na slici 7.2. su naznačena tačke M u kojoj je koeficijent korisnog dejstva maksimalan i tačka N koja odgovara nominalnom opterećenju. Koordinate radnih tačaka označenih na slici 7.2. su:

$$\begin{array}{ll} \text{M:} & x = 0,55 \text{ r.j.} \quad \eta = 94,27 \% \\ \text{N:} & x = 1 \text{ r.j.} \quad \eta = 93,28 \% \end{array}$$

Prema rezultatima sa slike 7.1. i 7.2. se vidi da stepen korisnog dejstva električne mašine zavisi od opterećenja i da nije najveći za nominalno opterećenje. Maksimalan stepen korisnog dejstva se ima pri opterećenju manjem od nominalnog. Opterećenje pri kome se ima maksimalan stepen korisnog dejstva može se odrediti iz (7.16) tako što se nađe prvi izvod i izjednači sa nulom:

$$\frac{d\eta_x}{dx} = 0, \quad (7.21)$$

pa se kao uslov za rad sa maksimalnim stepenom korisnog dejstva dobija:

$$x^2 \cdot P_{Cun} = P_{Fen} + P_{trvn}. \quad (7.22)$$

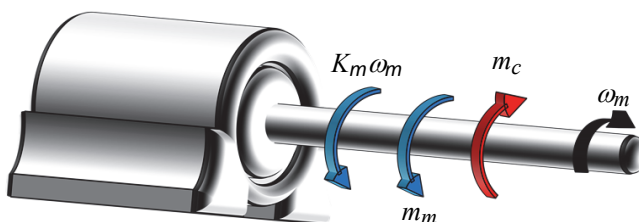
Na osnovu prethodnog pokazano je da se maksimalan stepen korisnog dejstva mašine postiže pri opterećenju – x kod koga će se promenljivi električni gubici (zavisni od struje opterećenja) izjednačiti sa gubicima nezavisnim od opterećenja (gubici u magnetnom kolu i mehanički gubici). Jednakost ovih gubitaka se može iskoristiti za određivanje relativnog opterećenja pri kojem će se imati najveći stepen korisnog dejstva:

$$x = \frac{P_x}{P_n} = \sqrt{\frac{P_{Fen} + P_{trvn}}{P_{Cun}}}. \quad (7.23)$$

8. Zadatak: Električna mašina odmah po uključenju razvija konstantan elektromagnetni obrtni momenat $m_c = M_c = 30 \text{ Nm}$. Radna mašina kojom je opterećen ovaj motor ima linearnu momentnu karakteristiku $m_m = k \cdot \omega_m$, gde je $k = 0,1$. Ukupan momenat inercije motora i radne mašine iznosi $J_m = 0,01 \text{ kgm}^2$. Mehanički gubici se mogu zanemariti. Odrediti:

- Brzinu kojom će se obrtati motor u ustaljenom stanju.
- Vremensku zavisnost brzine tokom pokretanja.

a) Rotaciona električna mašina je povezana sa radnom mašinom preko vratila. Na vratilu rotacione električne mašine, sa slike 8.1. "sukobljavaju" se momenti: s jedne strane momenat koji električna mašina razvija (m_c) a sa druge strane su mehanički momenti – radne mašine (m_m) i momenat usled trenja i ventilacije. Ovde je prikazano da momenat konverzije teži da ubrza rotor dok se mehanički momenat protivi kretanju. Ovo odgovara motorskom režimu rada.



Slika 8.1. Referentni smerovi brzine i momenata na vratilu motora.

Drugi Njutnov zakon mehanike za telo sa rotacionim kretanjem i jednim stepenom slobode je:

$$J_m \frac{d\omega_m}{dt} = \sum_i m_i = m_c - m_m - K_m \omega_m, \quad (8.1)$$

gde su:

- m_c – elektromagnetni momenat,
- m_m – momenat radne mašine (mehanički momenat),
- K_m – koeficijent trenja,
- ω_m – brzina obrtanja,
- J_m – momenat inercije.

Ako se mehanički gubici (gubici na trenje i ventilaciju) mogu zanemariti, tada u (8.1) treba uvažiti da je $K_m = 0$. Kada se uspostavi ravnoteža momenata koji deluju na vratilu motora:

$$0 = m_c - m_m, \quad (8.2)$$

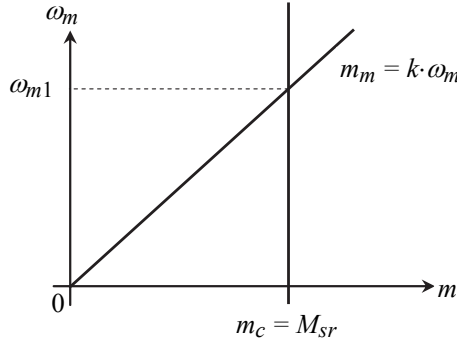
$$0 = M_c - k \cdot \omega_m. \quad (8.3)$$

postize se stacionarno stanje sa konstantnom brzinom obrtanja.

Na slici 8.2. u jedinstvenom koordinatnom sistemu $\omega(m)$ prikazane su: mehanička karakteristika motora $\omega(m_c)$ i mehanička karakteristika radne mašine $\omega(m_m)$. Stacionarna

radna tačka se nalazi u preseku ove dve mehaničke karakteristike. Jednačina (8.3) omogućuje da se odredi brzina obrtanja rotora u stacionarnom stanju:

$$\omega_m = \omega_{m1} = \frac{M_c}{k} = \frac{30}{0,1} = 300 \frac{\text{rad}}{\text{s}}. \quad (8.4)$$



Slika 8.2. Mehaničke karakteristike motora i radne mašine.

b) Da bi došlo do pokretanja motora potrebno je da momenat koji motor razvija pri pokretanju bude veći od momenta radne mašine, što je za ovaj motor zadovoljeno jer je $m_c > m_m$. Razlika momenata $m_c - k \cdot \omega_m$ je najveća u trenutku uključjenja. Kako brzina raste razlika opada, da bi u stacionarnom stanju nastala ravnoteža momenata, a brzina postala konstantna i imala vrednost određenu u delu zadatka pod a). Do vremenske zavisnosti brzine tokom pokretanja može se doći polazeći od jednačine kretanja (8.1) kada se uvaži da je $K_m = 0$ i da je $m_m = k \cdot \omega_m$:

$$J_m \frac{d\omega_m}{dt} = M_c - k \cdot \omega_m, \quad (8.5)$$

dobija se diferencijalna jednačina prvog reda:

$$\frac{d\omega_m}{dt} + \frac{k}{J_m} \omega_m = \frac{M_c}{J_m}, \quad (8.6)$$

čije rešenje ima partikularni ω_{mp} i homogeni deo ω_{mh} . Kako je slobodni član u (8.6) konstanta (ne zavisi od vremena), to je partikularni deo rešenja istog oblika tj. konstanta:

$$\frac{k}{J_m} \cdot \omega_{mp} = \frac{M_c}{J_m} \Rightarrow \omega_{mp} = \frac{M_c}{k} = \omega_{m1}. \quad (8.7)$$

S obzirom na homogeni deo rešenja, brzina motora tokom pokretanja je:

$$\omega_m = \omega_{mp} + \omega_{mh} = \omega_{m1} + A \cdot e^{-\frac{k}{J_m} t}. \quad (8.8)$$

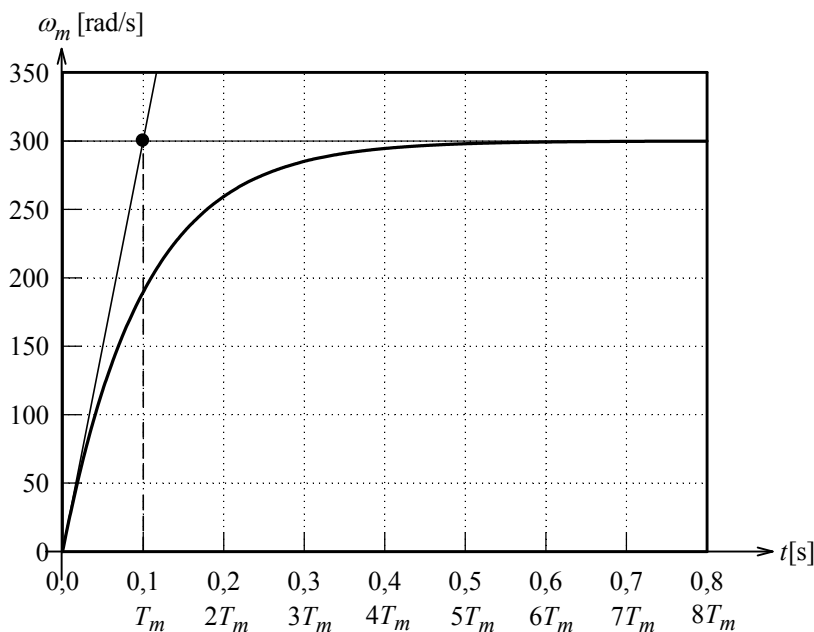
gde je ω_{m1} ustaljena vrednost brzine – brzina u stacionarnom stanju. Ako se motor pokreće iz mirovanja $\omega_m(0) = 0$ tada se lako iz ovog početnog uslova određuje nepoznata konstanta u (8.8). Uz uvažavanje da je mehanička vremenska konstanta:

$$T_m = \frac{J_m}{k} = \frac{0,01}{0,1} = 0,1 \text{ s}, \quad (8.9)$$

brzina motora tokom pokretanja je:

$$\omega_m(t) = \omega_{mp} + \omega_{mh} = \omega_{m1} \left(1 - e^{-t/T_m}\right) = 300 \left(1 - e^{-10t}\right) \frac{\text{rad}}{\text{s}}. \quad (8.10)$$

Na slici 8.3. je prikazana promena brzine motora tokom pokretanja.



Slika 8.3. Vremenski odziv brzine tokom pokretanja motora.

Na slici 8.3. je prikazana i grafička interpretacija mehaničke vremenske konstante pomoću tangente i asimptote krive brzine, tzv. subtangenta. Prema jednačini (8.10) stacionarno stanje se dostiže posle beskonačno dugog vremena. U praksi se uzima da je stacionarno stanje dostignuto za $3 \div 5$ mehaničkih vremenskih konstanti jer je:

$$\omega_m(t = 3T_m) = \omega_{m1} \left(1 - e^{-3T_m/T_m}\right) = 0,95 \cdot \omega_{m1}, \quad (8.11)$$

$$\omega_m(t = 5T_m) = \omega_{m1} \left(1 - e^{-5T_m/T_m}\right) = 0,993 \cdot \omega_{m1}. \quad (8.11)$$

9. Zadatak: Sinhroni generator nominalne snage 850 MVA ima vremensku konstantu pobudnog namotaja $L/R = 5,5$ s. U nominalnom režimu rada, usled prolaska struje kroz pobudni namotaj u njemu se disipira snaga Džulovih gubitaka od 2,5 MW. Odrediti energiju električne akumulacije pobudnog namotaja?

Električna akumulacija, energija spreznog polja, energija magnetnog polja su sinonimi. Energija spreznog polja je:

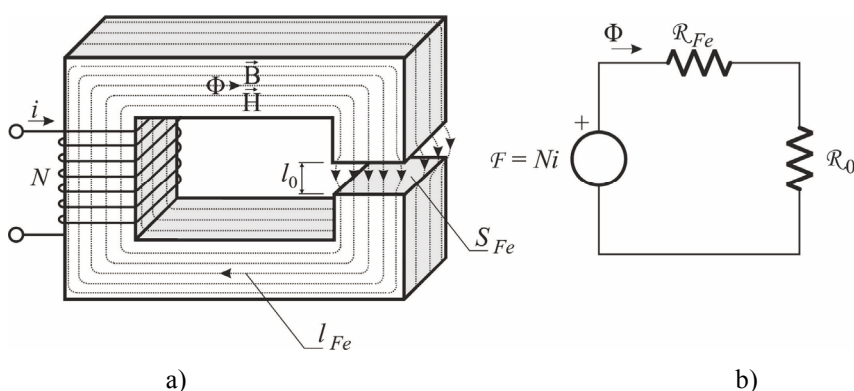
$$W_p = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \frac{L}{R} \cdot I^2 R = \frac{1}{2} \frac{L}{R} P_J = \frac{1}{2} 5,5 \cdot 2,5 = 6,875 \text{ MJ} = 1,91 \text{ kWh}. \quad (9.1)$$

U slučaju nekih havarijskih stanja sinhronog generatora potrebno je pristupiti njegovom brzom razmagnetisavanju što se svodi na to da je energiju spreznog polja potrebno što pre potrošiti – odvesti iz mašine ("gašenje polja"). Obično se ta energija na neki način disipira na dodatnom otporniku. Podatak o veličini energije spreznog polja merodavan je za dimenzionisanje opreme koja je potrebna za realizaciju brzog razmagnetisavanja. Na primer, ako bi u jednoj sekundi želeli da se razmagnetišu ovaj generator onda bi otpornik morao da prihvati snagu od 6,875 MW, što je nedopustivo puno. Dok ako bi razmagnetisavanje trajalo 1 h (što bi bilo neprihvatljivo sporo), onda bi bio dovoljan i otpornik od 1,91 kW.

10. Zadatak: Magnetno kolo prigušnice sastoji se od feromagnetnog jezgra dužine 30 cm i vazdušnog zazora dužine 0,05 cm. Poprečni presek magnetnog kola je konstantan i iznosi 9 cm^2 . Relativna permeabilnost feromagnetnog materijala je 70000. Na jezgru je namotaj sa 500 navojaka. Odrediti:

- Impedansu prigušnice pri napajanju frekvencijom 60 Hz.
- Magnetnu energiju u prigušnici ako je indukcija u jezgru 1 T.

U postavci zadatka je navedeno da se magnetno kolo sastoji od feromagnetnog jezgra – gvožđa i vazdušnog zazora. Magnetno kolo sa vazdušnim zazorom prikazano na slici 10.1a, uobičajeno se zove prigušnica.



Slika 10.1. Prigušnice sa vazdušnim zazorom: a) izgled i b) ekvivalentno električno kolo.

Magnetopobudna sila:

$$F = Ni,$$

stvara magnetni fluks Φ u ovom magnetnom kolu. Proticanju magnetnog fluksa Φ , suprotstavlja se magnetna otpornost kola (reluktansa). Kako se magnetno kolo sastoji od gvožđa i vazdušnog zazora to se u ekvivalentnom električnom kolu, slika 10.1b, pojavljuje redna veza reluktansi gvožđa i vazdušnog zazora.

- Magnetna otpornost fluksu, kroz gvožđe i vazdušni zazor, ove prigušnice iznosi:

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_{Fe} + \mathcal{R}_0 = \frac{1}{\mu_r \mu_0} \frac{l_{Fe}}{S_{Fe}} + \frac{1}{\mu_0} \frac{l_0}{S_0}, \quad (10.1)$$

$$\mathcal{R} = \frac{1}{70000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} \frac{0,3}{9 \cdot 10^{-4}} + \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} \frac{0,0005}{9 \cdot 10^{-4}} = 3789 + 442097 = 445886 \text{ H}^{-1}.$$

Kako je magnetna permeabilnost gvožđa mnogo veća od permeabilnosti vazduha, $\mu_{Fe} \gg \mu_0$, to se pomoću jednačine (10.1) može zaključiti da je reluktansa gvožđa znatno manja od reluktanse vazdušnog zazora, $\mathcal{R}_{Fe} \ll \mathcal{R}_0$. U proračunima se često reluktansa feromagnetnog materijala zanemaruje u odnosu na reluktansu vazdušnog zazora. Najveći otpor uspostavljanju fluksa kroz magnetno kolo predstavlja vazdušni zazor, $\mathcal{R} \approx \mathcal{R}_0$. Induktivnost date prigušnice je:

$$L = \frac{\psi}{i} = \frac{N\Phi}{i} = \frac{N \frac{F}{\mathcal{R}}}{i} = \frac{N \frac{Ni}{\mathcal{R}}}{i} = \frac{N^2}{\mathcal{R}} = \frac{500^2}{445886} = 0,561 \text{ H}. \quad (10.2)$$

Ako se zanemari magnetna otpornost gvožđa, odnosno uvaži samo magnetna otpornost vazdušnog zazora, induktivnost prigušnice iznosi:

$$L \approx \frac{N^2}{\mathcal{R}_0} = \frac{500^2}{442097} = 0,565 \text{ H}.$$

Može se zaključiti da je induktivnost prigušnice sa vazdušnim zazorom dominantno određena magnetnom otpornošću vazdušnog zazora:

$$L \approx \mu_0 S_0 \frac{N^2}{l_0},$$

i da se induktivnost prigušnice smanjuje, kako se veličina vazdušnog zazora l_0 povećava.

Impedansa prigušnice, ako se zanemari aktivna otpornost namotaja i gubici u magnetnom jezgru, je:

$$Z = X = \omega \cdot L = 2\pi \cdot 60 \cdot 0,56 = 211,1 \Omega. \quad (10.3)$$

b) Energija magnetnog polja u prigušnici je:

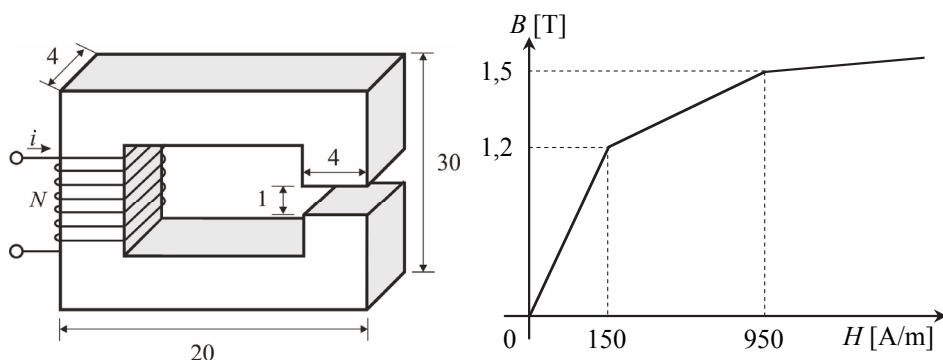
$$W_{mag} = \int_0^{\psi} i \cdot d\psi. \quad (10.4)$$

Ako se zanemari nelinearnost magnetnog kola, energija magnetnog polja prigušnice je:

$$W_{mag} = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{\mathcal{R} \cdot \Phi}{N} \right)^2 = \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{\mathcal{R} \cdot BS}{N} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,56 \cdot \left(\frac{445886 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 10^{-4}}{500} \right)^2 = 0,18 \text{ J}.$$

11. Zadatak: Data je prigušnica i idealizovana kriva magnećenja feromagnetnog materijala od kojeg je načinjeno jezgro. Pri indukciji $B = 1,5$ T odrediti:

- Energiju sadržanu u magnetnom polju.
- Induktivnost prigušnice.



Slika. 11.1. Magnetno kolo prigušnice i karakteristika magnećenja.

Napomena: Sve dimenzije su u milimetrima.

a) Energija magnetnog polja raspodeljena je u prostoru koje polje zauzima. U nelinearnom magnetnom kolu energija magnetnog polja se može odrediti ako je poznata gustina energije magnetnog polja (energija magnetnog polja u jedinici zapremine) kao:

$$W_{mag} = \int_V w_{mag} dV = w_{Fe} \cdot V_{Fe} + w_0 \cdot V_0, \quad (11.1)$$

pri čemu je gustina energije magnetnog polja određena sledećom jednačinom:

$$w_{mag} = \int_0^{B_2} H \cdot dB \text{ J/m}^3, \quad (11.2)$$

gde je:

- w_{Fe} – gustina energije magnetnog polja u feromagnetiku,
- w_0 – gustina energije magnetnog polja u vazдушnom zazoru,
- V_{Fe} – zapremina feromagnetika,
- V_0 – zapremina vazdušnog zazora.

Integral u jednačini (11.2) je srazmeran (ne jednak) površini između krive magnećenja i B – ose. Ovo može poslužiti da se na osnovu krive magnećenja, date na slici, odredi gustina energije magnetnog polja u gvožđu:

$$w_{Fe} = w_{Fe1} + w_{Fe2} = \frac{1}{2} \cdot H_1 \cdot B_1 + \frac{1}{2} (H_1 + H_2) \cdot (B_2 - B_1), \quad (11.3)$$

$$w_{Fe} = \frac{1}{2} \cdot 150 \cdot 1,2 + \frac{1}{2} (150 + 950) \cdot (1,5 - 1,2) = 255 \text{ J/m}^3. \quad (11.4)$$

Za linearnu magnetnu sredinu, kakav je vazdušni zazor, iz jednačine (11.2) se dobija gustina energije u vazdušnom zazoru:

$$w_0 = \frac{1}{2} H \cdot B_2 = \frac{1}{2} \frac{B_2^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} \frac{1,5^2}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 895247 \text{ J/m}^3. \quad (11.5)$$

Sada je potrebno odrediti zapreminu feromagnetika i vazdušnog zazora:

$$V_{Fe} = (2 \cdot 16 + 2 \cdot 26 - 1) \cdot 10^{-3} \cdot 4^2 \cdot 10^{-6} = 1328 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3, \quad (11.6)$$

$$V_0 = 1 \cdot 10^{-3} \cdot 4^2 \cdot 10^{-6} = 16 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3. \quad (11.7)$$

Pomoću jednačina (11.1), (11.4) – (11.7) može se odrediti energija magnetnog polja:

$$W_{mag} = W_{Fe} + W_0 = w_{Fe} \cdot V_{Fe} + w_0 \cdot V_0, \quad (11.8)$$

$$W_{mag} = 255 \cdot 1328 \cdot 10^{-9} + 895247 \cdot 16 \cdot 10^{-9} = 0,339 + 14,33 = 14,669 \text{ mJ}. \quad (11.9)$$

Sada će biti određen procentualni udeo energije magnetnog polja u gvožđu i vazdušnom zazoru u odnosu na ukupnu energiju magnetnog polja date prigušnice:

$$\frac{W_{Fe}}{W_{mag}} = \frac{0,339}{14,669} = 2,3\%, \quad \frac{W_0}{W_{mag}} = \frac{14,33}{14,669} = 97,7\%. \quad (11.10)$$

Iz jednačine (11.10) se vidi da je najveći deo energije magnetnog polja lokalizovan u vazdušnom zazoru. Iz ovog razloga se veoma često uvodi aproksimacija da je celokupna energija magnetnog polja koncentrisana u vazdušnom zazoru.

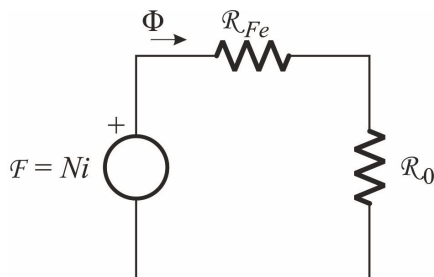
b) Za magnetno kolo koje je opisano datom nelinearnom karakteristikom magnećenja, induktivnost zavisi od jačine magnetnog polja. U B – H ravni u radnoj tački (1,5 T, 950 A/m) induktivnost prigušnice se može odrediti na sledeći način:

$$L = \frac{\psi}{i} = \frac{N\Phi}{i} = \frac{NBS}{\frac{F}{N}} = \frac{N^2 BS}{H_{Fe} l_{Fe} + H_0 l_0} = \frac{N^2 BS}{H_{Fe} l_{Fe} + \frac{B}{\mu_0} l_0}, \quad (11.11)$$

$$L = \frac{100^2 \cdot 1,5 \cdot 4^2 \cdot 10^{-6}}{950 \cdot 83 \cdot 10^{-3} + \frac{1,5}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 1 \cdot 10^{-3}} = 189 \text{ mH}. \quad (11.12)$$

Iz jednačine (11.11) se jasno vidi da induktivnost prigušnice opada sa porastom veličine vazdušnog zazora l_0 .

Za magnetnom kolu sa slike 11.1. ekvivalentno električno kolo je prikazano na slici 11.2.



Slika 11.2. Ekvivalentno električno kolo.

Iz jednačina (11.11) i (11.12) se može odrediti udeo pada magnetnog napona u gvožđu i u vazdušnom zazoru u odnosu na ukupan pad magnetnog napona:

$$\frac{H_{Fe}l_{Fe}}{H_{Fe}l_{Fe} + H_0l_0} = 6,2 \% , \quad \frac{H_0l_0}{H_{Fe}l_{Fe} + H_0l_0} = 93,8 \% . \quad (11.13)$$

Na osnovu prethodnog se često pad magnetnog napona u gvožđu zanemaruje u odnosu na pad magnetnog napona u vazduhu tj. smatramo da se magnetopobudna sila troši samo za magnećenje vazdušnog zazora.

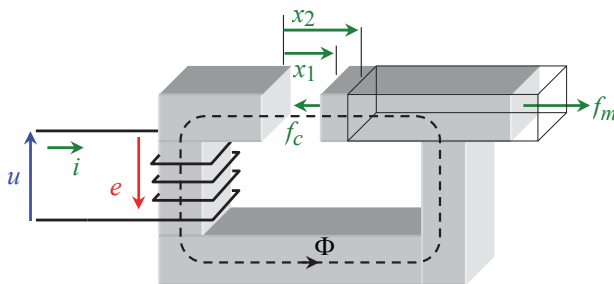
12. Zadatak: Idealni elektromagnetni rele predstavlja jednopobudni elektromehanički sistem sa translatorsnim kretanjem kod koga elementarno povećanje zazora od $\Delta x = 0,01$ m pod dejstvom spoljne sile, izaziva promenu induktivnosti $\Delta L = -0,05$ H pri konstantnoj jednosmernoj struji od 2 A. Odrediti:

- Elektromagnetnu silu.
- Promenu energije polja, promenu električne energije, i mehanički rad u toku opisanog kretanja.
- Kolika će biti indukovana elektromotorna sila u namotaju, ako se promena induktivnosti obavi za vreme $\Delta t = 1$ s?

Svi uređaji koji mogu da pretvaraju mehaničku energiju u električnu ili obrnuto nazivaju se elektromehaničkim pretvaračima energije. Postoji velika raznolikost u veličini, izgledu i nameni ovih pretvarača, ali je rad svih njih zasnovan na istim osnovnim principima. Elektromehanički pretvarači mogu da koriste bilo električne, bilo magnetne sile. Ukoliko se rad elektromehaničkih pretvarača zasniva na korišćenju magnetnih sila onda se oni nazivaju elektromagnetnim pretvaračima.

Primena ovakvih sistema je veoma česta. To su razni releji, kontaktori i razni elektromagneti sa pokretnim delovima. Napajanje elektromagneta može biti iz izvora jednosmernog napona ili izvora naizmeničnog napona. Ako je napajanje iz izvora jednosmernog napona, struja u kolu je konstantne vrednosti bez obzira na dužinu vazdušnog zazora. Tada struju ograničava samo termogena otpornost namotaja. To je elektromagnet sa konstantnom strujom. U slučaju napajanja iz izvora konstantne efektivne vrednosti naizmeničnog napona, uz zanemarenje termogene otpornosti namotaja, fluks je konstantan u elektromagnetu bez obzira na promenu zazora.

Na slici 12.1. prikazan je izgled jednopobudnog sistema – elektromagneta, koji je predmet ovog zadatka. Ovo je elementarni elektromehanički pretvarač u kome je sprega između električnog i mehaničkog podsistema ostvarena pomoću magnetnog polja, Φ . Kada postoji struja u namotaju magnetno polje deluje na pokretni deo privlačnom (mehaničkom) silom. Pošto je ova sila posledica elektromagnetnog delovanja naziva se elektromagnetna sila. Ova sila nastoji da smanji vazdušni zazor, odnosno mehaničku koordinatu. Koordinata (položaj) pokretnog dela, na slici 12.1., je označen sa x . Sa f_c , je označena elektromagnetna sila (sila konverzije), a f_m je spoljna mehanička sila koja deluje na pokretni deo. Pretpostavlja se da je sila pozitivna kada deluje u smislu povećanja mehaničke koordinate.

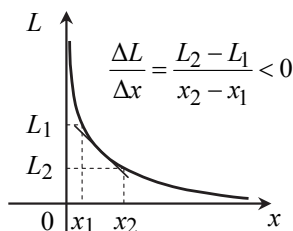


Slika 12.1. Izgled jednopobudnog sistema sa translatorsnim kretanjem.

a) Elektromagnetna sila (sila konverzije) na kotvu ovog jednopobudnog sistema sa translatorsnim kretanjem je:

$$f_c = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n i_i \frac{dL_{ij}}{dx} i_j = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{dx}. \quad (12.1)$$

U prethodnim zadacima je pokazano da je induktivnost magnetnog kola obrnuto srazmerna sa veličinom vazdušnog zazora tj. sa koordinatom x . Na slici 12.2. je prikazana promena induktivnosti sa koordinatom, odnosno veličinom vazdušnog zazora, jednopobudnog sistema sa slike 12.1.



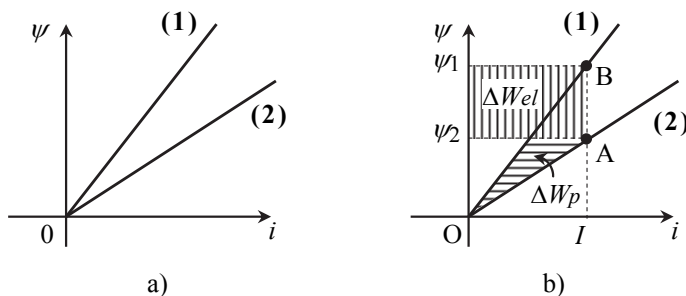
Slika 12.2. Promena induktivnosti sa veličinom vazdušnog zazora.

Kako se radi o elementarnom povećanju vazdušnog zazora, mogu se beskonačno male promene veličina (d), u jednačini (12.1), zameniti sa konačno malim promenama (Δ) i izračunati elektromagnetna sila:

$$f_c = \frac{1}{2} I^2 \frac{\Delta L}{\Delta x} = \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot \frac{-0,05}{0,01} = -10 \text{ N}. \quad (12.2)$$

Predznak minus u (12.2) ukazuje da elektromagnetna sila koju stvara rele deluje u suprotnom smeru od navedenog kretanja (suprotstavlja se tom kretanju) tj. sila nastoji da smanji vazdušni zazor.

b) Kada se pokretni deo pomeri iz položaja 1 u položaj 2 dolazi do uvećanja vazdušnog zazora za Δx . Na slici 12.3a. prikazane su karakteristike magnećenja $\psi(i)$ za ove dve pozicije pokretnog dela. One se razlikuju zato što je vazdušni zazor u položaju 2 veći nego u položaju 1. Jasno je, da će se onda i energije magnetnog polja promeniti. Opravdano je smatrati da je celokupna energija magnetnog polja lokalizovana u vazdušnom zazoru.



Slika 12.3. a) Krive magnećenja za različite položaje pokretnog dela. b) Ilustracija promene energije polja i električne energije.

Promena energije magnetnog polja usled povećanja koordinate pokretnog dela za Δx , je jednaka razlici energija magnetnog polja u položaju 2 i u položaju 1. Kada je struja konstantna i jednosmerna, promena energije magnetnog polja je:

$$\Delta W_p = \Delta a_e = \Delta W_{mag} = W_{mag2} - W_{mag1} = \frac{1}{2} I(\psi_2 - \psi_1), \quad (12.3)$$

što na slici 12.3b. predstavlja površinu trougla OAB. Ako se fluksevi izraze preko induktivnosti dobija se:

$$\Delta W_p = \frac{1}{2} I^2 (L_2 - L_1) = \frac{1}{2} I^2 \Delta L = \frac{1}{2} 2^2 \cdot (-0,05) = -0,1 \text{ J}. \quad (12.4)$$

Predznak minus u (12.4) ukazuje da se iz magnetnog polja oslobađa 0,1 J energije.

Električna energija koja je uložena iz izvora (ili kako se još zove promena električne energije) u ovaj jednopobudni sistem, da bi se pokretni deo pomerio za Δx , uz konstantnu struju je:

$$\Delta W_{el} = I \cdot \Delta \psi = I(\psi_2 - \psi_1), \quad (12.5)$$

što na slici 12.3b. predstavlja površinu osenčenog pravougaonika. Ako se fluksevi izraze preko induktivnosti dobija se:

$$\Delta W_{el} = I^2 \cdot \Delta L = 2^2 \cdot (-0,05) = -0,2 \text{ J}. \quad (12.6)$$

Iz energetskog bilansa, ako se zanemare gubici i promena mehaničke akumulacije uz usvojen motorski referentni smer za energiju, važi da je:

$$\Delta W_{el} = \Delta W_p + \Delta W_{meh}, \quad (12.7)$$

te se može odrediti promena mehaničke energije:

$$\Delta W_{meh} = \Delta W_{el} - \Delta W_p = \frac{1}{2} I(\psi_2 - \psi_1) = -0,1 \text{ J}. \quad (12.8)$$

Sa (12.7) je data relacija koja je osnov za razumevanje rada elektromagnetnih pretvarača, odnosno električnih mašina. Pomoću nje se mogu analizirati svi elektromagnetni pretvarači.

Predznak minus u (12.6) ukazuje da se radi se o generatorskom režimu jer se dobija 0,2 J električne energije. Električna energija (od 0,2 J) je dobijena na račun mehaničkog rada (od 0,1 J) i oslobađanjem akumulisane energije magnetnog polja (od 0,1 J).

Do priraštaja mehaničke energije se moglo doći i na osnovu poznavanja elektromagnetne sile (sile konverzije). Iz Njutnove jednačine kretanja za pokretni deo sistema sa slike 12.1., uz zanemarene mehaničke gubitke i konstantnu brzinu kretanja, važi da je:

$$f_c - f_m = 0, \quad (12.9)$$

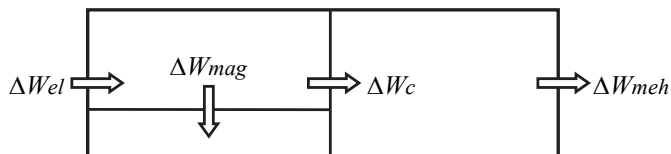
te se može izvesti zaključak da su mehanička sila i sila konverzije u ravnoteži tj. $f_m = f_c$. Priraštaj mehaničke energije i obavljen mehanički rad su sinonimi, pa je rad izvršen tokom ovog elementarnog kretanja:

$$\Delta W_{meh} = A_{meh} = f_m \cdot \Delta x = f_c \cdot \Delta x. \quad (12.10)$$

Kada se u (12.10) uvrsti (12.2) dobija se:

$$\Delta W_{meh} = A_{meh} = -10 \cdot 0,01 = -0,1 \text{ J} . \quad (12.11)$$

Pitanje predznaka za energiju u opšte, pa tako i u jednačinama (12.4), (12.6), (12.8) i (12.11), stvar je dogovora. Za energiju je usvojen pozitivan referentni smer primeren motorskom režimu rada. Predznak minus za mehanički rad u (12.8) ukazuje na suprotan smer od usvojenog pozitivnog referentnog smera što znači da ovaj jednopobudni sistem radi u generatorskom režimu rada. Na slici 12.4. je prikazan energetske bilans pretvarača, sa usvojenim pozitivnim referentnim smerovima za energiju, kada su zanemareni mehanički gubici i promena mehaničke akumulacije.



Slika 12.4. Energetski bilans.

Na osnovu ovde datih jednačina za promenu: energije polja (12.3), električne energije (12.5) i mehaničke energije (12.8) može se izvesti sledeći generalan zaključak za elektromehaničke pretvarače. Ako je struja elektromehaničkog pretvarača konstantna, promena električne energije deli se na jednake delove između magnetnog polja i mehaničkog podsistema:

$$\Delta W_p = \Delta W_{meh} = \frac{1}{2} \Delta W_{el} . \quad (12.12)$$

U slučaju da je magnetno kolo linearno tj. kada magnetna permeabilnost ne zavisi od jačine magnetnog polja, ostvaruje se deoba promene energije izvora na ravne delove iskazana jednačinom (12.12). U magnetno linearnoj sredini induktivnost ne zavisi od struje (jačine magnetnog polja) već isključivo od položaja pokretnog dela. Može se izvesti zaključak da se kod linearnih magnetnih kola električna energija između dva položaja ravnomerno deli na energiju polja i mehaničku energiju, bez obzira na način kako je došlo do promene položaja, uz uslov da je struja konstantna u oba položaja.

Ako magnetna indukcija u gvožđu dostigne vrednosti pri kojima se javlja magnetno zasićenje, tada induktivnost zavisi kako od položaja tako i od fluksa. U uslovima nelinearnog magnetnog kola promena energije magnetnog polja više nije data jednostavnom jednačinom kao što je (12.3), pa se onda ni promena električne energije ne deli na ravne delove između magnetnog polja i mehaničkog podsistema.

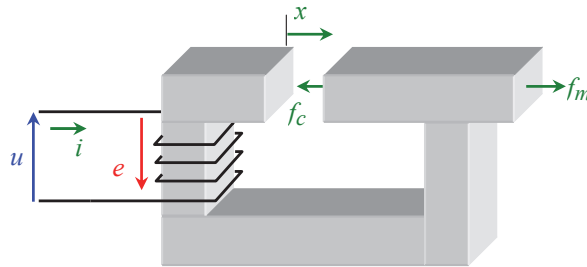
c) Na osnovu Faradejevog zakona elektromagnetne indukcije, a usled promene indukovane elektromotorne sile, u namotaju se indukuje napon iznosa:

$$e = -\frac{d\psi}{dt} = -\frac{d(L \cdot i)}{dt} = -\frac{\Delta L \cdot I}{\Delta t} = -\frac{(-0,05) \cdot 2}{1} = 0,1 \text{ V} . \quad (12.13)$$

Ovaj indukovani napon u namotaju mora biti poništen od strane izvora kako bi se održala konstantna struja, što obezbeđuje strujni izvor.

13. Zadatak: Idealan jednopobudni sistem sa translatorsnim kretanjem priključen je na izvor jednosmernog napona od 12 V. Spoljna sila izvršila je rad nad jednopobudnim sistemom tako da je pokretni deo veoma sporo promenio položaj iz $x_1 = 1$ cm u $x_2 = 2$ cm (x je dužina vazdušnog zazora). Ako izvršen mehanički rad, tokom opisanog procesa, iznosi 2 J odrediti koliki deo od toga je dobijen iz izvora električne energije a koliki iz energije magnetnog polja. Otpornost namotaja datog jednopobudnog sistema iznosi 6Ω .

Na slici 13.1. prikazan je izgled ovog jednopobudnog sistema. Neka je položaj pokretnog dela – kotve opisana generalisanom koordinatom x .



Slika 13.1. Izgled jednopobudnog sistema sa translatorsnim kretanjem.

Struja kroz namotaj jednopobudnog sistema sa slike 13.1. može se odrediti iz jednačine naponske ravnoteže:

$$I = \frac{1}{R} \left(U - N \frac{d\phi}{dt} \right). \quad (13.1)$$

Pri pomeranju pokretnog dela datog sistema menja se fluks što je praćeno indukovanjem elektromotorne sile u namotaju. Ako je kretanje sporo indukovani napon je mali u odnosu na nametnuti napon, pa se može smatrati da je struja namotaja konstantna i da iznosi:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12}{6} = 2 \text{ A}. \quad (13.2)$$

Može se zaključiti da ukoliko je namotaj datog jednopobudnog sistema priključen na izvor jednosmernog napona to kroz njega teče jednosmerna i konstantna struja kada je promena položaja kotve veoma spora.

Spoljna (mehanička) sila vrši rad nad jednopobudnim sistemom kako bi povećala mehaničku koordinatu (x) pokretnog dela. Kada postoji struja u namotaju ovog jednopobudnog sistema – elektromagneta, magnetno polje deluje na pokretni deo privlačnom (mehaničkom) silom. Pošto je ova sila posledica elektromagnetnog delovanja naziva se elektromagnetna sila (sila konverzije). Uvećanju mehaničke koordinate ($\Delta x > 0$) odgovara smanjenje induktivnosti namotaja ($\Delta L < 0$), pa je ova sila f_c :

$$f_c = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{dx} = \frac{1}{2} I^2 \frac{\Delta L}{\Delta x} < 0, \quad (13.3)$$

orijentisana nasuprot x – osi. Ova sila nastoji da smanji vazdušni zazor, odnosno mehaničku koordinatu.

Mehanički rad izvršen tokom pomeraja pokretnog dela za Δx ovog sistema iznosi:

$$A_{meh} = \int_{x_1}^{x_2} f_c \cdot dx = f_c \cdot \Delta x = \frac{1}{2} I^2 \frac{\Delta L}{\Delta x} \cdot \Delta x = \frac{1}{2} I^2 \Delta L = -2 J. \quad (13.4)$$

Treba primetiti da bi za slučaj kretanja u suprotnom smeru, odnosno da se mehanička koordinata smanjivala, predznak u (13.4) bio pozitivan.

Promena energije magnetnog polja (energija uložena u polje) se može dobiti iz priraštaja energije magnetnog polja:

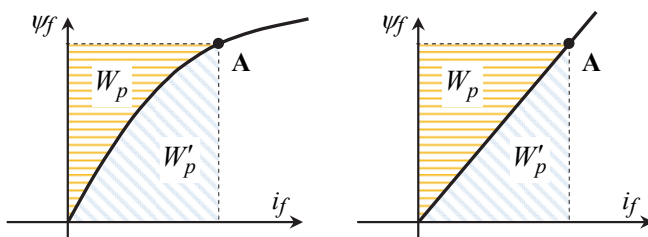
$$\Delta W_p = \Delta W_{mag} = W_{p2} - W_{p1} = \int_0^{\psi_2} id\psi - \int_0^{\psi_1} id\psi = \int_{\psi_1}^{\psi_2} id\psi. \quad (13.5)$$

Ako se zanemari nelinearnost magnetnog kola i uz uvažavanje da je struja kroz namotaj jednosmerna i konstantna, promena energije polja iznosi:

$$\Delta W_p = \frac{1}{2} L_2 i_2^2 - \frac{1}{2} L_1 i_1^2 = \frac{1}{2} \Delta L \cdot I^2 = -2 J. \quad (13.6)$$

Predznak minus u (13.6) ukazuje da se energija ne ulaže u magnetno polje već da se iz njega dobija.

Energija polja (promena energije polja) može se sagledati i sa krive magnećenja posmatranog magnetnog kola. Na osnovu (13.5) energija polja W_p je srazmerna površini iznad krive magnećenja, kao što je prikazano na slici 13.2.



Slika 13.2. Kriva magnećenja jednopobudnog sistema za jedan položaj x_1 .
a) nelinearno magnetno kolo b) linearno magnetno kolo

Površina ispod krive magnećenja definiše koenergiju magnetnog polja W'_p :

$$W'_p = \int_0^i \psi \cdot di. \quad (13.7)$$

Koenergija magnetnog polja je isključivo formalna veličina koja nema fizičko značenje, ali je pogodna da se izrazi elektromagnetna sila. Na osnovu definicije energije polja i koenergije važi da je:

$$W_p + W'_p = i \cdot \psi. \quad (13.8)$$

Očigledno je da u slučaju linearnog magnetnog kola kada je $\psi(i)$ prava, kao što je na slici 13.2b, energija polja je jednaka koenergiji.

Do izraza za silu kod translatorsnog kretanja, odnosno momenat kod rotacionog kretanja, može se doći i preko priraštaja koenergije (energije) polja pri malim promenama sistema. U nastavku je dato objašnjenje.

Koordinata x u potpunosti definiše uticaj mehaničkog podsistema na magnetno polje. Promenljive ψ i i su međusobno zavisne preko krive magnećenja $\psi(i)$ pa je samo jedna od njih dovoljna da uz koordinatu pokretnog dela opiše stanje ovog elektromehaničkog sistema. Drugim rečima koenergija polja je funkcija dve promenljive, pa je njen priraštaj:

$$dW'_p = \frac{\partial W'_p(i, x)}{\partial i} di + \frac{\partial W'_p(i, x)}{\partial x} dx. \quad (13.9)$$

S druge strane iz jednačine (13.10) se može zapisati:

$$dW_p + dW'_p = i \cdot d\psi + \psi \cdot di. \quad (13.10)$$

Kada se u (13.10) uvrsti jednačina energetskeg bilansa:

$$dW_{el} = i \cdot d\psi = dW_p + dW_{meh}, \quad (13.11)$$

dobija se:

$$dW'_p = \psi \cdot di + dW_{meh}. \quad (13.12)$$

Poredeći jednačine (13.9) i (13.12) može se zaključiti da je priraštaj mehaničke energije (mehaničkih rad) sila odnosno sila konverzije:

$$dW_{meh} = dA_{meh} = f_c dx = \frac{\partial W'_p(i, x)}{\partial x} dx, \quad (13.13)$$

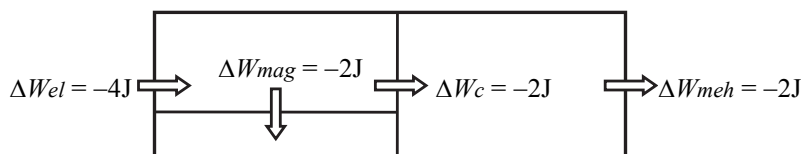
$$f_c = \frac{\partial W'_p(i, x)}{\partial x}. \quad (13.14)$$

Iz (13.14) se zaključuje da energija polja mora zavisiti od položaja pokretnog dela pretvarača jer u suprotnom ne bi bio ostvaren uslov da takva konstrukcija bude elektromehanički pretvarač energije.

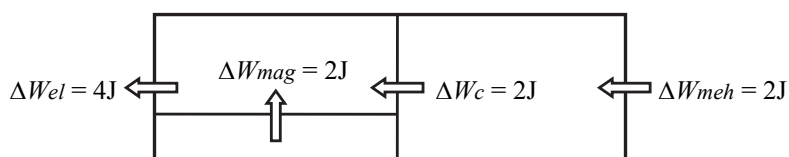
Promena električne energije (električna energija koja je uložena iz izvora u ovaj jednopobudni sistem) izračunata preko zakona o održanju energije iznosi:

$$\Delta W_{el} = \Delta W_{mag} + A_{meh} = -2 + (-2) = -4 \text{ J}. \quad (13.15)$$

Predznak minus u (13.15) ukazuje da električna energija ima suprotan smer od referentnog i da se ona predaje iz jednopobudnog sistema, što odgovara generatorskom referentnom smeru. U izvor ovaj jednopobudni sistem injektuje električnu energiju u iznosu od 4 J od kojih 2 J potiču od rada mehaničkih sila a 2 J iz energije magnetnog polja. Na slikama 13.3. i 13.4. prikazan je energetski bilans primereno motorskom odnosno generatorskom referentnom smeru.



Slika 13.3. Energetski bilans – motorski referentni smer.



Slika 13.3. Energetski bilans – generatorski referentni smer.

Pažljiv čitalac nije morao provoditi račun dat jednačinama (13.4) – (13.15). Poznato je da u elektromehaničkim sistemima sa konstantnom jednosmernom strujom i linearnim magnetnim kolom, promena električne energije se deli na jednake delove između magnetnog polja i mehaničkog podsistema:

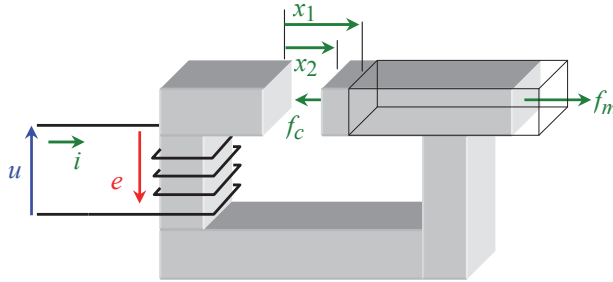
$$\Delta W_p = A_{meh} = \frac{1}{2} \Delta W_{el}, \quad (13.16)$$

tako da se jednostavno može odrediti energija dobijena iz električnog izvora i magnetnog polja.

14. Zadatak: Jednopolbudni sistem napaja se iz izvora jednosmernog napona i u stacionarnom stanju ima struju od $I = 2$ A. Tokom kretanja pokretnog dela njegova brzina je takva da se struja namotaja menja po relaciji: $i = a \cdot \psi^2 - b \cdot \psi + c$, gde su $a = 121,212$, $b = -36,36$ i $c = 4,424$. Ako se pokretni deo kreće iz stacionarne tačke sa koordinatom x_1 u kojoj je $\psi_1 = 100$ mWb, do nove stacionarne tačke sa koordinatom x_2 u kojoj je $\psi_2 = 200$ mWb, odrediti:

- Promenu električne energije.
- Promenu energije polja.
- Mehanički rad u toku opisanog kretanja.
- Koji se režim elektromehaničkog pretvaranja izvršio.

Na slici 14.1. prikazan je izgled jednopolbudnog sistema sa pokretnim delom, koji je predmet ovog zadatka. Kako je prema podacima o fluksu $\psi_1 < \psi_2$ može se zaključiti da je $x_1 > x_2$ tj. da se tokom kretanja kotve veličina vazdušnog zazora smanjivala.



Slika 14.1. Izgled jednopolbudnog sistema sa translatorskim kretanjem.

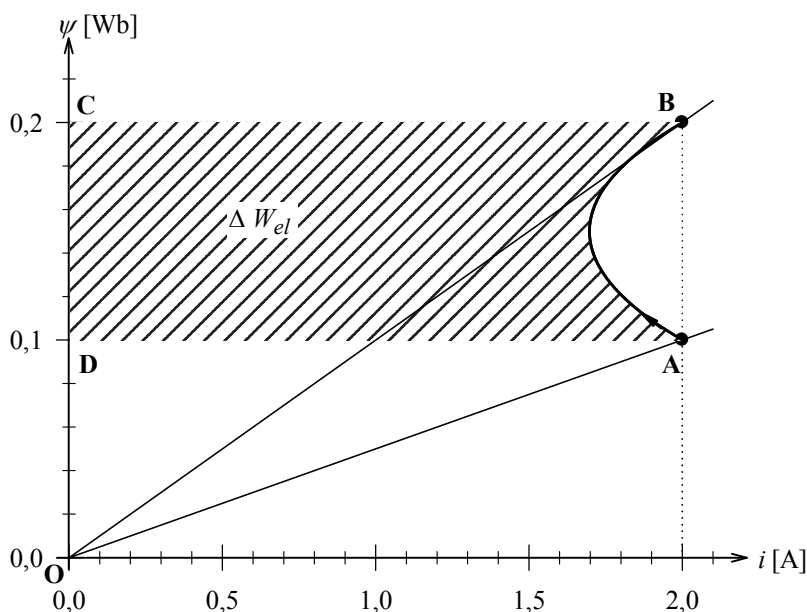
Na slici 14.2. u ravni $\psi(i)$ su naznačene radne tačke A i B koje odgovaraju položajima kotve sa koordinatom x_1 i x_2 , respektivno. Ove radne tačke se nalaze na odgovarajućim karakteristikama magnećenja. Na slici 14.2. su prikazane i dve karakteristike magnećenja koje odgovaraju položajima kotve sa koordinatom x_1 i x_2 . Naznačena je i kriva po kojoj se kreće radna tačka od A ka B pri pomeranju kotve iz položaja x_1 u x_2 .

- Tokom pokretanja kotve iz položaja x_1 u položaj x_2 uložena električna energija iz električne mreže (izvora) u jednopolbudni sistem iznosi:

$$\Delta W_{el} = \int_{\psi_1}^{\psi_2} i(\psi) d\psi = \int_{0,1}^{0,2} (a\psi^2 - b\psi + c) d\psi = \left(a \cdot \frac{\psi^3}{3} - b \cdot \frac{\psi^2}{2} + c \cdot \psi \right) \bigg|_{0,1}^{0,2}, \quad (14.1)$$

$$\Delta W_{el} = \frac{a}{3} \cdot (0,2^3 - 0,1^3) - \frac{b}{2} \cdot (0,2^2 - 0,1^2) + c \cdot (0,2 - 0,1) = 0,18 \text{ J}.$$

Uloženoj električnoj energiji ΔW_{el} u ravni $\psi(i)$ odgovara šrafirana površina ABCD.



Slika 14.2. Kretanje radne tačke pri pomeranju kotve.

b) Kako je energija magnetnog polja jednopobudnog sistema data sledećom jednačinom:

$$W_p = \frac{1}{2} i \psi, \quad (14.2)$$

to je priraštaj energije magnetnog polja:

$$dW_p = \frac{1}{2} d(i\psi) = \frac{1}{2} (i \cdot d\psi + \psi \cdot di). \quad (14.3)$$

Kada se u (14.3) smeni poznata zavisnost $i(\psi)$ i nađe di dobija se:

$$dW_p = \frac{1}{2} (a \cdot \psi^2 - b \cdot \psi + c + 2a \cdot \psi^2 - b \cdot \psi) d\psi = \frac{1}{2} (3a \cdot \psi^2 - 2b \cdot \psi + c) d\psi, \quad (14.4)$$

te je promena energije magnetnog polja pri pomeranju kotve iz položaja sa koordinatom x_1 u položaj x_2 :

$$\Delta W_p = \int_{x_1}^{x_2} dW_p = \frac{1}{2} \int_{0,1}^{0,2} (3a \cdot \psi^2 - 2b \cdot \psi + c) d\psi = \frac{1}{2} (a \cdot \psi^3 - b \cdot \psi^2 + c \psi) \Big|_{0,1}^{0,2}, \quad (14.5)$$

$$\Delta W_p = \frac{1}{2} [a \cdot (0,2^3 - 0,1^3) - b \cdot (0,2^2 - 0,1^2) + c \cdot (0,2 - 0,1)] = 0,1 \text{ J}.$$

Do istog rezultata moglo se doći i ovako. Promena energije polja može se sagledati i sa krive magnećenja $\psi(i)$. Poznato je da je energija polja srazmerna površini iznad krive magnećenja. Na slici 14.2. u $\psi(i)$ ravni prikazana su početna tačka A sa koordinatom (2 A; 0,1 Wb) i krajnja tačka B sa koordinatom (2 A; 0,2 Wb). Ove tačke se nalaze na prikazanim

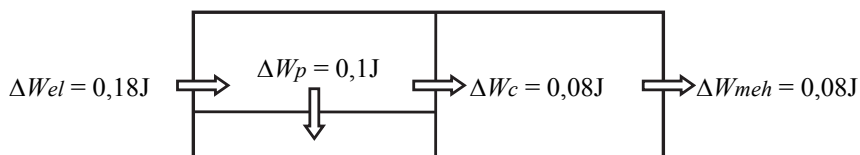
krivama magnećenja. Ako se pretpostavi da je magnetno kolo linearno promena energije magnetnog polja srazmerna je razlici površina ΔOBC i ΔOAD :

$$\Delta W_p = S_{\Delta OBC} - S_{\Delta OAD} = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 2 = 0,1 \text{ J}. \quad (14.6)$$

c) Izvršeni mehanički rad u toku opisanog kretanja iznosi:

$$A_{meh} = \Delta W_{el} - \Delta W_{mag} = 0,18 - 0,1 = 0,08 \text{ J}. \quad (14.7)$$

d) Kako su uložena električna energija prema (14.1) i mehanički rad prema (14.7) pozitivni, to je tokom ovog kretanja pretvarač bio u motorskom režimu rada. Na slici 14.3. prikazan je energetski bilans pri opisanom pomeranju kotve.



Slika 14.3. Energetski bilans – motorski referentni smer.

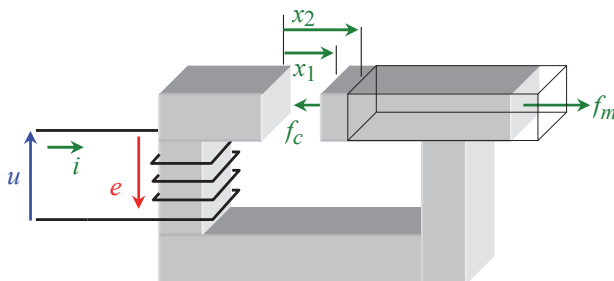
15. Zadatak: Kriva magnećenja jednopobudnog sistema može se aproksimirati jednačinom:

$$\psi = \begin{cases} 0,1 \frac{i}{x}; & \frac{i}{x} \leq 10 \\ 1; & \frac{i}{x} > 10 \end{cases},$$

gde je: ψ – fluksni obuhvat u Wb,
 i – struja kroz namotaj u A,
 x – pozicija pokretnog dela jednopobudnog sistema u cm.

Iz izvora jednosmernog napona u stacionarnom stanju jednopobudni sistem se napaja strujom od $I = 2$ A. Tokom kretanja pokretnog dela njegova brzina je takva da se struja menja po relaciji: $i = 2,3 \sin(\psi\pi/0,3)$ [A]. Ako se pokretni deo pod dejstvom spoljne sile kreće od stacionarne tačke sa koordinatom pokretnog dela $x_1 = 1$ cm, do nove stacionarne tačke sa koordinatom $x_2 = 2$ cm, odrediti promenu električne energije, energije polja kao i mehanički rad.

Na slici 15.1. prikazan je izgled jednopobudnog sistema sa pokretnim delom, koji je predmet ovog zadatka.



Slika 15.1. Izgled jednopobudnog sistema sa translatornim kretanjem.

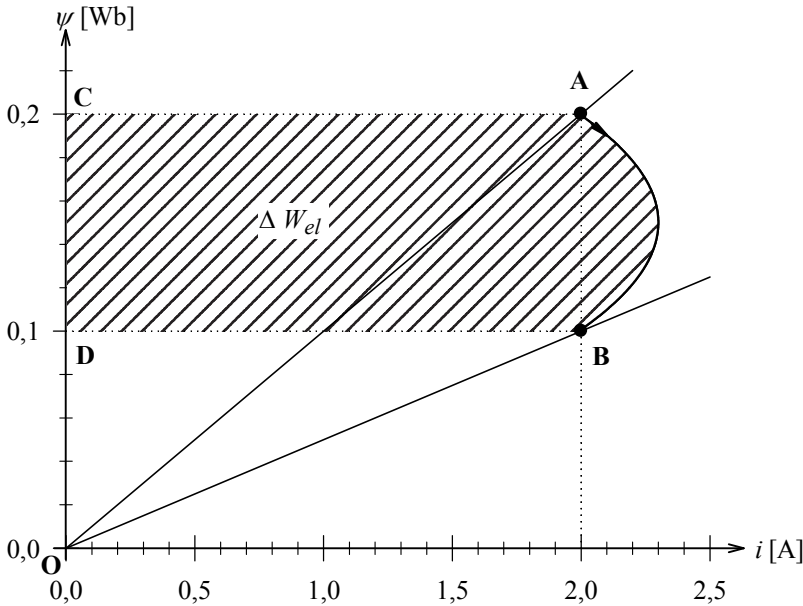
Pri pomeranju pokretnog dela došlo je do povećanja vazdušnog zazora (koordinate x) od $x_1 = 1$ cm do $x_2 = 2$ cm, što se može realizovati samo na račun mehaničkog rada koga obavlja spoljna (mehanička) sila, pomerajući pokretni deo nasuprot elektromagnetnoj sili. Dakle, ovaj jednopobudni sistem funkcioniše kao generator tokom navedenog kretanja. Brojne vrednosti, određene u nastavku rešenja zadatka, za uloženu električnu energiju i mehanički rad će ovo potvrditi.

U krajnjim (stacionarnim) tačkama koje doseže pokretni deo, fluks jednopobudnog sistema iznosi:

- za položaj $x_1 = 1$ cm fluks je $\psi_1 = 0,1 \frac{2}{1} = 0,2$ Wb ,
- za položaj $x_2 = 2$ cm fluks je $\psi_2 = 0,1 \frac{2}{2} = 0,1$ Wb .

Na slici 15.2. u ravni $\psi(i)$ su naznačene radne tačke A i B koje odgovaraju položajima kotve sa koordinatom x_1 i x_2 , respektivno. Ove radne tačke se nalaze na odgovarajućim karakteristikama magnećenja. Na slici 15.2. su prikazane i dve krive magnećenja koje

odgovaraju položajima kotve sa koordinatom x_1 i x_2 . Naznačena je i kriva po kojoj se kreće radna tačka od A ka B pri pomeranju kotve iz položaja x_1 u x_2 , koja se dobija iz $i = 2,3\sin(\psi\pi/0,3)$.



Slika 15.2. Kretanje radne tačke pri pomeranju kotve.

Električna energija uložena iz izvora u jednopobudni sistem tokom pomeranja kotve iz položaja x_1 u x_2 je:

$$\Delta W_{el} = \int_{\psi_1}^{\psi_2} i(\psi) \cdot d\psi = \int_{0,2}^{0,1} \left(2,3 \sin \frac{\psi\pi}{0,3} \right) d\psi = 2,3 \cdot \frac{0,3}{\pi} \left(-\cos \frac{\psi\pi}{0,3} \right) \Big|_{0,2}^{0,1} = -2,3 \frac{0,3}{\pi} = -0,22 \text{ J}. \quad (15.1)$$

Priraštaj energije magnetnog polja jednopobudnog sistema dat jednačinom:

$$dW_p = \frac{1}{2} d(i\psi) = \frac{1}{2} (i \cdot d\psi + \psi \cdot di), \quad (15.2)$$

omogućava da se odredi promena energije magnetnog polja. Kada se u (15.2) smeni poznata zavisnost $i(\psi)$ tokom pomeranja pokretnog dela tj. $i = 2,3\sin(\psi\pi/0,3)$ [A] i nađe di dobija se:

$$dW_p = \frac{1}{2} \left(2,3 \sin \frac{\psi\pi}{0,3} + \psi \cdot 2,3 \frac{\pi}{0,3} \cos \frac{\psi\pi}{0,3} \right) d\psi, \quad (15.3)$$

$$\Delta W_p = \int_{\psi_1}^{\psi_2} dW_p = \frac{1}{2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \left(2,3 \sin \frac{\psi\pi}{0,3} + \psi \cdot 2,3 \frac{\pi}{0,3} \cos \frac{\psi\pi}{0,3} \right) d\psi = \frac{1}{2} \Delta W_{el} + \frac{1}{2} 2,3 \Delta W_{p2}, \quad (15.4)$$

$$\Delta W_{p2} = \frac{0,3}{\pi} \int_{0,2}^{0,1} \frac{\pi\psi}{0,3} \cdot \cos \frac{\psi\pi}{0,3} d\left(\frac{\pi\psi}{0,3}\right) = \frac{0,3}{\pi} \left[\frac{\pi\psi}{0,3} \sin \frac{\psi\pi}{0,3} + \cos \frac{\psi\pi}{0,3} \right]_{0,2}^{0,1}, \quad (15.5)$$

$$\Delta W_{p2} = \frac{0,3}{\pi} \left(\frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} \sin \frac{2\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{2\pi}{3} \right) = \frac{0,3}{\pi} \left(1 - \frac{\pi}{3} \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \quad (15.6)$$

$$\Delta W_p = \frac{1}{2} \Delta W_{el} + \frac{1}{2} 2,3 \Delta W_{p2} = -\frac{2,3 \cdot \sqrt{3}}{40} = -0,1 \text{ J}. \quad (15.7)$$

Ponovo se do istog rezultata moglo se doći i ovako. Promena energije polja može se sagledati i sa krive magnećenja $\psi(i)$. Energija polja je srazmerna površini iznad krive magnećenja. Na slici 15.2. u $\psi(i)$ ravni prikazana su početna tačka A sa koordinatom (2 A; 0,2 Wb) i krajnja tačka B sa koordinatom (2 A; 0,1 Wb). Ove tačke se nalaze na prikazanim karakteristikama magnećenja. Ako se pretpostavi da je magnetno kolo linearno promena energije magnetnog polja srazmerna je razlici površina ΔOBD i ΔOAC :

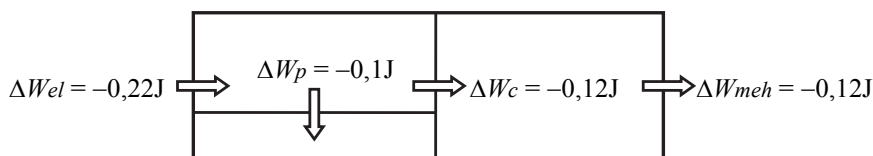
$$\Delta W_p = S_{\Delta OBD} - S_{\Delta OAC} = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 2 = -0,1 \text{ J}. \quad (15.8)$$

Mehanički rad izvršen pri pomeranju kotve iz položaja sa koordinatom $x_1 = 1 \text{ cm}$ do $x_2 = 2 \text{ cm}$, iznosi:

$$A_{meh} = \Delta W_m = \Delta W_{el} - \Delta W_p = -0,22 - (-0,1) = -0,12 \text{ J}. \quad (15.9)$$

Kako su uložena električna energija prema (15.1) i izvršeni mehanički rad prema (15.9) negativni, u odnosu na usvojeni pozitivan motorski smer za energiju, to se tokom ovog kretanja izvršio generatorski režim rada.

Na slici 15.3. prikazan je energetski bilans pri opisanom pomeranju kotve.

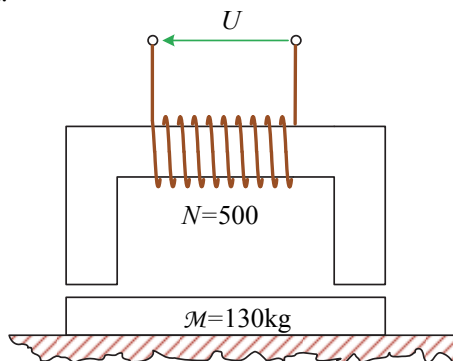


Slika 15.3. Energetski bilans – motorski referentni smer.

16. Zadatak: Elektromagnet na slici 16.1. se koristi za prenošenje gvozdениh predmeta. Mase predmeta koji se prenose je $\mathcal{M} = 130$ kg. Površine predmeta su tako obrađene da u slučaju kada gvozdени predmet dodiruje elektromagnet postoji minimalni vazdušni zazor od $x = 0,015$ cm. Otpornost namotaja je 3Ω . Poprečni presek magnetnog kola je konstantan i iznosi 35 cm^2 . Na jezgru je namotaj sa 500 navojaka. Odrediti:

- Minimalnu vrednost potrebnog napona da bi elektromagnet držao gvozdени predmet navedene mase.
- Kolika je indukcija u prigušnici?

Napomena: Permeabilnost feromagnetnog materijala je $\mu \rightarrow \infty$, tj. zanemaruje se reluktansa feromagnetnog materijala.



Slika 16.1. Elektromagnet podiže gvozdени predmet.

- Induktivnost datog elektromagneta se može izraziti sledećom jednačinom:

$$L = \frac{\Psi}{i} = \frac{N\Phi}{i} = \frac{N \frac{F}{\mathcal{R}}}{i} = \frac{N \frac{Ni}{\mathcal{R}}}{i} = \frac{N^2}{\mathcal{R}} = N^2 \frac{\mu_0 S}{2x}, \quad (16.1)$$

te je moguće odrediti elektromagnetnu silu kojom elektromagnet deluje na gvozdени predmet:

$$f_c = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx} = -\frac{1}{2} i^2 \frac{N^2 \mu_0 S}{2x^2}. \quad (16.2)$$

Ovoj sili se suprotstavlja sila teže gvozdenog predmeta, pa važi da je:

$$\mathcal{M} \cdot g = \frac{1}{2} i^2 \frac{N^2 \mu_0 S}{2x^2}. \quad (16.3)$$

Iz (16.3) moguće je odrediti minimalno potrebnu vrednost struje, odnosno napona, da bi elektromagnet podigao dati gvozdени predmet. Ako se namotaj elektromagneta napaja jednosmernom strujom, tada je:

$$I = \sqrt{\frac{4\mathcal{M} \cdot g \cdot x^2}{N^2 \mu_0 S}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 130 \cdot 9,81 \cdot 0,00015^2}{500^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 35 \cdot 10^{-4}}} = 0,323 \text{ A}. \quad (16.4)$$

Vrednost potrebnog jednosmernog napona iznosi:

$$U = RI = 3 \cdot 0,323 = 0,969 \text{ V} . \quad (16.5)$$

Da je struja u namotaju elektromagneta bila naizmenična, $i = \sqrt{2}I\sin(\omega t)$ tada bi elektromagnetna sila bila vremenski promenljiva, a njena srednja vrednost je:

$$F_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T f_c \cdot dt = -\frac{N^2 \mu_0 S}{4x^2} \left(\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt \right) = -\frac{N^2 \mu_0 S}{4x^2} I^2 , \quad (16.6)$$

gde je sada I efektivna vrednost struje kroz namotaj.

Da bi se odredila potrebna efektivna vrednost naizmeničnog napona potrebno je prethodno izračunati induktivnost prigušnice:

$$L = N^2 \frac{\mu_0 S}{2x} = 500^2 \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 35 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 0,0015} = 0,366 \text{ H} , \quad (16.7)$$

odnosno reaktansu:

$$X = \omega \cdot L = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,366 = 114,9 \Omega . \quad (16.8)$$

Potreban naizmenični napon da bi se elektromagnetom podigao dati teret iznosi:

$$U = I \cdot Z = I \sqrt{R^2 + X^2} = 0,323 \cdot \sqrt{3^2 + 114,9^2} = 37,125 \text{ V} . \quad (16.9)$$

b) Iz Amperovog zakona za ovo magnetno kolo važi:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{\text{kroz } C} i , \quad (16.10)$$

$$\frac{B}{\mu_0} 2x + \frac{B}{\mu_{Fe}} l_{Fe} = Ni . \quad (16.11)$$

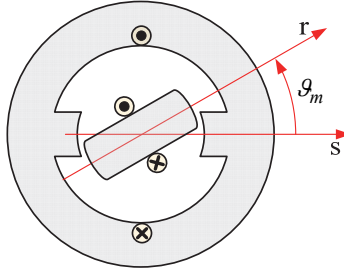
Kada se u (16.11) uvaži da ja permeabilnost feromagnetika $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$, dobija se vrednost indukcije u prigušnici:

$$B = \mu_0 \frac{Ni}{2x} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{500 \cdot 0,323}{2 \cdot 0,00015} = 0,676 \text{ T} . \quad (16.12)$$

17. Zadatak: U dvopobudnom sistemu sa induktivnostima rotora $L_{11} = 0,63 + 0,39\cos(2\vartheta_m)$ H, statora $L_{22} = 0,94 + 0,51\cos(2\vartheta_m)$ H i međusobnom induktivnošću $L_{12} = 0,72\cos(2\vartheta_m)$ H, kroz namotaje teku jednosmerne struje $I_1 = 10$ A, $I_2 = 7,5$ A. Odrediti:

- Rad pri promeni ugla ϑ_m od 0 do 45° . Da li momenat konverzije koji se pri tome javlja teži da smanji ili poveća ugao ϑ_m ?
- Ukupnu energiju razmenjenu između električne mreže i posmatranog dvopobudnog sistema.
- Promenu energije sprežnog (magnetnog) polja.

Kako je induktivnost rotora data funkcijom $L_{11} = f(2\vartheta_m)$ može se zaključiti da je stator sa isturenim polovima, a kako je induktivnost statora data funkcijom $L_{22} = f(2\vartheta_m)$ može se zaključiti da je rotor takođe sa isturenim polovima. Na slici 17.1. prikazan je izgled ovog dvopobudnog sistema.



Slika 17.1. Izgled dvopobudnog sistema.

- Kada se u jednačinu za momenat konverzije dvopobudnog sistema:

$$m_c = \frac{1}{2} I_1^2 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} I_2^2 \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m} + I_1 I_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}, \quad (17.1)$$

uvrste struje i induktivnosti dobija se momenat konverzije koji razvija ovaj dvopobudni sistem:

$$m_c = -\frac{1}{2} 10^2 \cdot 0,39 \cdot 2 \sin 2\vartheta_m - \frac{1}{2} 7,5^2 \cdot 0,51 \cdot 2 \sin 2\vartheta_m - 10 \cdot 7,5 \cdot 0,72 \cdot 2 \sin 2\vartheta_m, \quad (17.2)$$

$$m_c = -175,68 \sin 2\vartheta_m \text{ Nm}. \quad (17.3)$$

Momenat konverzije ovog dvopobudnog sistema ima i osnovnu i reluktantnu komponentu.

O smeru momenta konverzije. Za momenat konverzije je usvojen pozitivan referentni smer kada on nastoji uvećati mehaničku koordinatu rotora, tzv "motorski referentni smer". Prema (17.3) za uglove $0 < \vartheta_m < 45^\circ$ momenat konverzije je negativan što ukazuje da on teži da smanji ugao. Zato za navedeni interval dvopobudni sistem radi u generatorskom režimu rada.

Rad pri promeni ugla od $\vartheta_{m1} = 0$ do $\vartheta_{m2} = 45^\circ$ je:

$$A_{meh} = \int_{\vartheta_{m1}}^{\vartheta_{m2}} m_c d\vartheta_m = -175,68 \int_{0^\circ}^{45^\circ} \sin 2\vartheta_m d\vartheta_m = 87,84 \cos 2\vartheta_m \Big|_0^{45^\circ} = -87,84 \text{ J} \quad (17.4)$$

Ovo zakretanje rotora može se realizovati dejstvom mehaničkog momenta, kome se suprotstavlja momenat konverzije ovog pretvarača.

b) Kako se radi o dvopobudnom sistemu postoje dva električna sistema (dva električna kola), pa je priraštaj energije razmenjen između električne mreže i dvopobudnog sistema:

$$dW_{el} = i_1 d\psi_1 + i_2 d\psi_2 = dW_{el1} + dW_{el2} . \quad (17.5)$$

Priraštaj električne energije razmenjen između električne mreže i namotaja rotora pri promeni ugla od $\vartheta_{m1} = 0$, (što je označeno gornjim indeksom ⁽¹⁾) do $\vartheta_{m2} = 45^\circ$ (što je označeno gornjim indeksom ⁽²⁾) iznosi:

$$\Delta W_{el1} = \int_{\psi_1^{(1)}}^{\psi_1^{(2)}} i_1 \cdot d\psi_1 = I_1 \int_{\psi_1^{(1)}}^{\psi_1^{(2)}} d(L_{11}I_1 + L_{12}I_2) = I_1^2 \int_{L_{11}^{(1)}}^{L_{11}^{(2)}} dL_{11} + I_1 I_2 \int_{L_{12}^{(1)}}^{L_{12}^{(2)}} dL_{12} , \quad (17.6)$$

$$\Delta W_{el1} = I_1^2 (L_{11}^{(2)} - L_{11}^{(1)}) + I_1 I_2 (L_{12}^{(2)} - L_{12}^{(1)}) , \quad (17.7)$$

$$\Delta W_{el1} = I_1^2 (-\Delta L_{11}) + I_1 I_2 (-\Delta L_{12}) = 10^2 \cdot (-0,39) + 10 \cdot 7,5 \cdot (-0,72) = -93 \text{ J} . \quad (17.8)$$

Priraštaj električne energije razmenjen između električne mreže i namotaja statora pri promeni ugla od $\vartheta_{m1} = 0$, do $\vartheta_{m2} = 45^\circ$ iznosi:

$$\Delta W_{el2} = \int_{\psi_2^{(1)}}^{\psi_2^{(2)}} i_2 \cdot d\psi_2 = I_2 \int_{\psi_2^{(1)}}^{\psi_2^{(2)}} d(L_{12}I_1 + L_{22}I_2) = I_1 I_2 \int_{L_{12}^{(1)}}^{L_{12}^{(2)}} dL_{12} + I_2^2 \int_{L_{22}^{(1)}}^{L_{22}^{(2)}} dL_{22} , \quad (17.9)$$

$$\Delta W_{el2} = I_1 I_2 (L_{12}^{(2)} - L_{12}^{(1)}) + I_2^2 (L_{22}^{(2)} - L_{22}^{(1)}) , \quad (17.10)$$

$$\Delta W_{el2} = I_1 I_2 (-\Delta L_{12}) + I_2^2 (-\Delta L_{22}) = 10 \cdot 7,5 \cdot (-0,72) + 7,5^2 \cdot (-0,51) = -82,69 \text{ J} . \quad (17.11)$$

Predznak minus u (17.8) i (17.11) ukazuju da je namotaj rotora dao 93 J električne energije, dok je stator dao 82,69 J. Dvopobudni sistem u toku navedenog kretanja radi u generatorskom režimu, pa je prema (17.5) priraštaj električne energije razmenjen između električne mreže i ovog dvopobudnog sistema:

$$dW_{el} = dW_{el1} + dW_{el2} = -93 + (-82,69) = -175,69 \text{ J} . \quad (17.12)$$

c) Energija magnetnog (sprežnog) polja dvopobudnog sistema je:

$$W_p = \frac{1}{2} \underline{i}^t \cdot \underline{L} \cdot \underline{i} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_1 & i_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{12} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} i_1^2 L_{11} + i_1 i_2 L_{12} + \frac{1}{2} i_2^2 L_{22} . \quad (17.13)$$

Kada se uvaži da su struje jednosmerne, priraštaj energije polja je:

$$dW_p = d\left(\frac{1}{2}I_1^2 L_{11} + L_{12}I_1I_2 + \frac{1}{2}I_2^2 L_{22}\right) = \frac{1}{2}I_1^2 dL_{11} + I_1I_2 dL_{12} + \frac{1}{2}I_2^2 dL_{22}. \quad (17.14)$$

Promena energije polja pri promeni ugla od $\vartheta_{m1} = 0$ do $\vartheta_{m2} = 45^\circ$ je:

$$\Delta W_p = \frac{1}{2}I_1^2 \int_{L_{11}^{(1)}}^{L_{11}^{(2)}} dL_{11} + I_1I_2 \int_{L_{12}^{(1)}}^{L_{12}^{(2)}} dL_{12} + \frac{1}{2}I_2^2 \int_{L_{22}^{(1)}}^{L_{22}^{(2)}} dL_{22}, \quad (17.15)$$

$$\Delta W_p = \frac{1}{2}I_1^2(-\Delta L_{11}) + I_1I_2(-\Delta L_{12}) + \frac{1}{2}I_2^2(-\Delta L_{22}), \quad (17.16)$$

$$\Delta W_p = \frac{1}{2}10^2(-0,39) + 10 \cdot 7,5(-0,72) + \frac{1}{2}7,5^2(-0,51) = -87,845 \text{ J}. \quad (17.17)$$

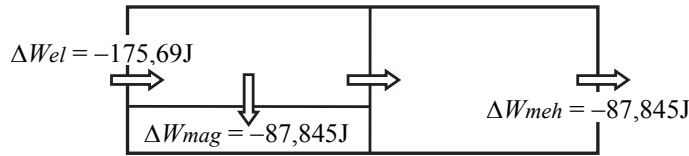
Promena električne energije bi se mogla odrediti i primenom zakona o održanju energije:

$$\Delta W_{el} = \Delta W_p + A_{meh} = -87,845 + (-87,845) = -175,69 \text{ J}, \quad (17.18)$$

ali se ne može odrediti koliko je kom namotaju predato električne energije.

Iz jednačina (17.4), (17.17) i (17.18) može se zaključiti da su priraštaji energije polja i mehaničkog rada jednaki što je u skladu sa zaključcima izvedenim u Zadatku 12. Ovo tvrđenje važi samo za sisteme sa konstantnom strujom.

Na slici 17.2. je prikazan energetska bilans ovog dvopobudnog sistema:

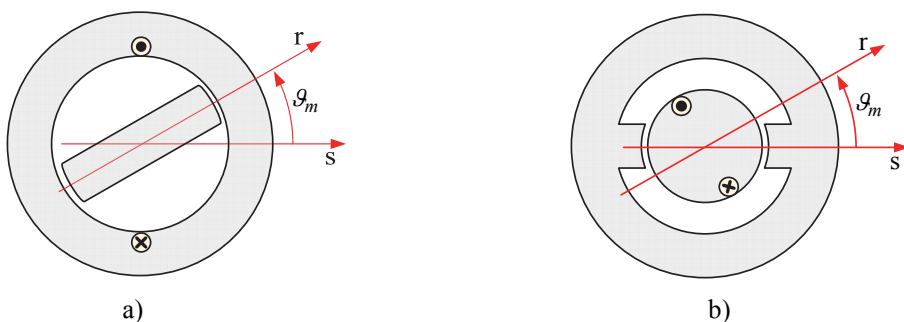


Slika 17.2. Energetski bilans – motorski referentni smer.

18. Zadatak: Jednopoludni sistem sa rotacionim kretanjem ima induktivnost $L = 0,08 + 0,05 \cos(2\vartheta_m)$ H. Kroz namotaj protiče jednosmerna struja $I = 10$ A.

- Skicirati izgled sistema i odrediti momenat konverzije.
- Koliki rad se izvrši pri promeni položaja rotora od -30° do -15° ?
- Koliki rad se izvrši pri promeni položaja rotora od -15° do -30° ?
- Šta će se desiti sa rotorom ukoliko se on optereti momentom od $2,5$ Nm?
- Šta će se desiti sa rotorom ukoliko se on optereti momentom od $-2,5$ Nm?
- U kom položaju će se zaustaviti rotor kada se ukine mehanički momenat?

a) Kako je induktivnost namotaja data funkcijom $L = f(2\vartheta_m)$ zaključuje se da ovaj jednopoludni sistem ima isturene polove. Ako se namotaj nalazi na statoru, istureni polovi su na rotoru. Isti zaključci bi se dobili i da je konfiguracija obrnuta tj. da se namotaj nalazi na rotoru, a istureni polovi na statoru. Na slici 18.1. prikazan je izgled mogućih jednopoludnih sistema.



Slika 18.1. Izgled jednopoludnih sistema kod kojih je $L = f(2\vartheta_m)$.

Momenat konverzije jednopoludnog sistema je:

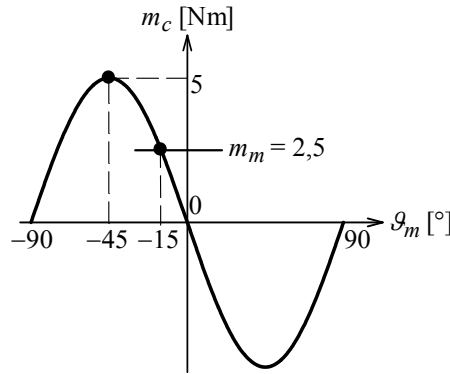
$$m_c = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\vartheta_m}, \quad (18.1)$$

a kada se uvaži da je struja jednosmerna i kada se uvrsti međusobna induktivnost, dobija se:

$$m_c = -\frac{1}{2} 10^2 \cdot 0,05 \cdot 2 \sin 2\vartheta_m = -5 \sin 2\vartheta_m. \quad (18.2)$$

Momenat konverzije ima samo reluktantnu komponentu momenta.

Zavisnost momenta konverzije ovog jednopoludnog sistema od položaja rotora prikazana je na slici 18.2.



Slika 18.2. Zavisnost momenta konverzije od položaja rotora.

Prema geometriji sistema, prikazanoj na slici 18.1, od interesa je posmatrati uglove $-\pi/2 < \vartheta_m < \pi/2$. Kada se rotor nađe izvan ovog intervala, zbog njegove simetrije, izgled magnetnog kola se ponavlja, tj. već je viđen sa prethodno navedenim intervalom. Iz jednačine (18.2) je očigledno da momenat konverzije deluje u smeru smanjenja mehaničke koordinate. Momenat konverzije je uvek usmeren tako da teži da rotor postavi u položaj maksimalne sopstvene induktivnosti tj. u položaj $\vartheta_m = 0^\circ$ ili $\vartheta_m = 180^\circ$, što predstavlja njegov ravnotežni položaj. Očigledno je da se u intervalu $-\pi/2 < \vartheta_m < 0$, kada se rotor kreće ka nultom položaju, vrši pretvaranje električne energije u mehaničku, što odgovara motorskom režimu rada, jer je tada momenat konverzije (18.2) pozitivan.

b) Energija konverzije pri promeni ugla od $\vartheta_{m1} = -30^\circ$ do $\vartheta_{m2} = -15^\circ$ je:

$$W_c = \int_{\vartheta_{m1}}^{\vartheta_{m2}} m_c d\vartheta_m = -5 \int_{-30^\circ}^{-15^\circ} \sin 2\vartheta_m d\vartheta_m = \frac{5}{2} \cos 2\vartheta_m \Big|_{-30^\circ}^{-15^\circ}, \quad (18.3)$$

$$W_c = \frac{5}{2} (\cos(-2 \cdot 15) - \cos(-2 \cdot 30)) = 0,915 \text{ J}. \quad (18.4)$$

Treba primetiti da je promena ugla od $\vartheta_{m1} = -30^\circ$ do $\vartheta_{m2} = -15^\circ$ u smeru ka ravnotežnom položaju, pa pretvarač u ovom slučaju radi u motorskom režimu.

Na račun ove energije konverzije može se obaviti mehanički rad, tako da je $A_{meh} = W_c$.

c) Energija konverzije pri promeni ugla od $\vartheta_{m1} = -15^\circ$ do $\vartheta_{m2} = -30^\circ$ je:

$$W_c = \int_{\vartheta_{m1}}^{\vartheta_{m2}} m_c d\vartheta_m = -5 \int_{-15^\circ}^{-30^\circ} \sin 2\vartheta_m d\vartheta_m = \frac{5}{2} \cos 2\vartheta_m \Big|_{-15^\circ}^{-30^\circ} = -0,915 \text{ J}. \quad (18.5)$$

Treba primetiti da je promena ugla od $\vartheta_{m1} = -15^\circ$ do $\vartheta_{m2} = -30^\circ$ u suprotnom smeru od ravnotežnog položaja.

Da bi se ostvarila ova energija konverzije mora se uložiti mehanički rad kako bi se rotor pomerio u suprotnom smeru od njegove prirodne težnje da se postavi u ravnotežni položaj tj. $\vartheta_m = 0^\circ$ ili $\vartheta_m = 180^\circ$. Naravno, važi da je $A_{meh} = W_c$. Negativan predznak u (18.5)

ukazuje na generatorski režim rada, tj. mehanička energija ulazi u ovaj elektromehanički pretvarač.

d) "Opterećenje" znači da dati mehanički momenat teži da zakrene rotor u negativnom referentnom smeru, nasuprot mehaničkoj koordinati $\mathcal{G}_m$. Prilikom izvođenja jednačine za momenat konverzije definisano je da on teži da vrši obrtanje u pozitivnom referentnom smeru. Dakle, u ravnoteži intenziteti mehaničkog momenta i momenta konverzije moraju biti jednaki (njihovi smerovi su suprotni), pa je $m_m = m_c$.

Kada se rotor ovog jednopobudnog sistema optereti radnom mašinom mehaničkog momenta m_m , rotor će se zaustaviti na poziciji $\mathcal{G}_m$ na kojoj će se izjednačiti momenat koji razvija ovaj jednopobudni sistemi sa mehaničkim momentom:

$$2,5 = m_m = m_c = -5 \sin 2\mathcal{G}_m \Rightarrow \mathcal{G}_m = -15^\circ. \quad (18.6)$$

Da bi se rotor pomerio iz ravnotežnog položaja $\mathcal{G}_{m1} = 0^\circ$ na položaj $\mathcal{G}_{m2} = -15^\circ$ potreban mehanički rad iznosi:

$$A_{meh} = \int_{\mathcal{G}_{m1}}^{\mathcal{G}_{m2}} m_c d\mathcal{G}_m = \frac{5}{2} \cos 2\mathcal{G}_m \Bigg|_{0^\circ}^{-15^\circ} = \frac{5}{2} [\cos(-30^\circ) - 1] = -0,335 \text{ J}. \quad (18.7)$$

e) Analogno prema delu pod d) rotor će se zaustaviti na poziciji $\mathcal{G}_m$:

$$-2,5 = m_m = m_c = -5 \sin 2\mathcal{G}_m \Rightarrow \mathcal{G}_m = 15^\circ. \quad (18.8)$$

Da bi se rotor pomerio iz ravnotežnog položaja $\mathcal{G}_{m1} = 0^\circ$ na položaj $\mathcal{G}_{m2} = 15^\circ$ potreban mehanički rad iznosi:

$$A_{meh} = \int_{\mathcal{G}_{m1}}^{\mathcal{G}_{m2}} m_c d\mathcal{G}_m = \frac{5}{2} \cos 2\mathcal{G}_m \Bigg|_{0^\circ}^{15^\circ} = \frac{5}{2} [\cos(30^\circ) - 1] = -0,335 \text{ J}. \quad (18.9)$$

Negativna vrednost za rad u (18.7) i (18.9) ukazuju da je za pomeranje rotora iz ravnotežnog položaja potrebno ulagati mehaničku energiju, što odgovara generatorskom režimu rada.

f) Kada se ukinе mehanički momenat, tj. rastereti ovaj elektromehanički pretvarač, pod dejstvom momenta konverzije rotor će se zaustaviti u ravnotežnom položaju, odnosno u položaju $\mathcal{G}_m = 0^\circ$.

19. Zadatak: Jednopolobudni sistem sa rotacionim kretanjem ima induktivnost $L = 0,1 + \Delta L \cos(2\vartheta_m)$ H, gde je $\Delta L = 0,05$.

- Kroz namotaj protiče jednosmerna struja $I = 5$ A. Koliki momenat konverzije razvija sistem kada je rotor ukočen u položaju $\vartheta_m = -15^\circ$?
- Kroz namotaj protiče naizmenična struja $i = I \cos(\omega t)$ frekvencije 50 Hz gde je $I = 4$ A. Pri kojim brzinama će se razvijati srednji momenat konverzije? Koliko će iznositi ugao opterećenja δ ako se rotor optereti sa 0,1 Nm?
- Stator se preko pretvarača energetske elektronike napaja impulsnom strujom amplitude I ali samo kada je rotor u položajima $-\pi/2 + k\pi < \vartheta_m < 0 + k\pi$. Odrediti trenutnu i srednju vrednost momenta konverzije ako je $I = 4$ A.

Ako se rotor obrće konstantnom brzinom ω_m tada je pozicija rotora:

$$\vartheta_m = \int_0^t \omega_m dt = \omega_m t - \delta, \quad (19.1)$$

gde je δ ugao opterećenja – ugao između ose rotora i statora u početnom trenutku.

- Momenat konverzije jednopolobudnog sistema sa rotacionim kretanjem je:

$$m_c = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\vartheta_m}, \quad (19.2)$$

a kada se uvaži da je struja jednosmerna i kada se uvrsti međusobna induktivnost, dobija se:

$$m_c = -\frac{1}{2} I^2 \Delta L \cdot 2 \sin 2\vartheta_m = -\frac{1}{2} 5^2 \cdot 0,05 \cdot 2 \sin 2\vartheta_m = -1,25 \sin 2\vartheta_m. \quad (19.3)$$

Kada je rotor ukočen u položaju $\vartheta_m = -15^\circ$ ovaj sistem razvija momenat konverzije od:

$$m_c(\vartheta_m = -15^\circ) = -1,25 \sin(-2 \cdot 15^\circ) = 0,625 \text{ Nm}. \quad (19.4)$$

Da bi rotor mirovao u ovom položaju $\vartheta_m = -15^\circ$, potrebno je delovati spoljnim momentom $m_m = -0,625$ Nm.

- Kada je struja kroz namotaj naizmenična, $i = I \cos(\omega t)$, prema (19.2), trenutna vrednost momenta konverzije je:

$$\begin{aligned} m_c &= -\frac{1}{2} (I \cos \omega t)^2 \Delta L \cdot 2 \sin 2\vartheta_m = -\Delta L \cdot I^2 \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} \sin 2(\omega_m t - \delta), \\ m_c &= -\frac{\Delta L \cdot I^2}{2} [\sin 2(\omega_m t - \delta) + \cos 2\omega t \cdot \sin 2(\omega_m t - \delta)], \\ m_c &= -\frac{\Delta L \cdot I^2}{2} \left[\sin 2(\omega_m t - \delta) + \frac{1}{2} \sin 2(\omega_m t - \delta + \omega t) + \frac{1}{2} \sin 2(\omega_m t - \delta - \omega t) \right]. \end{aligned} \quad (19.5)$$

Srednja vrednost momenta konverzije definisana je kao:

$$M_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T m_c dt. \quad (19.6)$$

Obzirom na to da su svi sabirci u (19.5) sinusne funkcije, integral u (19.6), odnosno srednji momenat konverzije, biće različit od nule ako argument neke od sinusnih funkcija ne zavisi od vremena.

Za nekoliko vrednosti brzine ω_m postoji $M_{sr} \neq 0$.

Ako je $\omega_m = 0$, tada je srednji momenat konverzije:

$$M_{sr} = \frac{\Delta L \cdot I^2}{2} \sin 2\delta = \frac{0,05 \cdot 4^2}{2} \sin 2\delta = 0,4 \sin 2\delta = M_{sr \max} \sin 2\delta. \quad (19.7)$$

Kada se pri ovoj vrednosti brzine obrtanja rotor opteretio mehaničkim opterećenjem $m_m = 0,1$ Nm ugao opterećenja će iznositi:

$$\delta = \frac{1}{2} \arcsin \frac{m_m}{M_{sr \max}} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{0,1}{0,4} = 7,24^\circ. \quad (19.8)$$

Kako nema kretanja rotor miruje na poziciji $\vartheta_m = -7,24^\circ$. Ako bi m_m bio veći, tada bi ugao ϑ_m bio veći.

Ako je $\omega_m = \pm\omega$, tada je srednji momenat konverzije:

$$M_{sr} = \frac{M_{sr \max}}{2} \sin 2\delta. \quad (19.9)$$

Kada se pri ovoj brzini obrtanja rotor optereti mehaničkim opterećenjem $m_m = 0,1$ Nm ugao opterećenja će iznositi:

$$\delta = \frac{1}{2} \arcsin \frac{m_m}{0,5 M_{sr \max}} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{0,1}{0,5 \cdot 0,4} = 15^\circ. \quad (19.10)$$

c) Ako je struja kroz namotaj impulsnog karaktera:

$$i = \begin{cases} I & -\pi/2 + k\pi < \vartheta_m < 0 + k\pi \\ 0 & 0 + k\pi < \vartheta_m < \pi/2 + k\pi \end{cases}, \quad (19.11)$$

i njena vrednost zavisi od pozicije rotora, tada je i momenat konverzije ovog jednopobudnog sistema prema (19.2) takođe impulsnog karaktera:

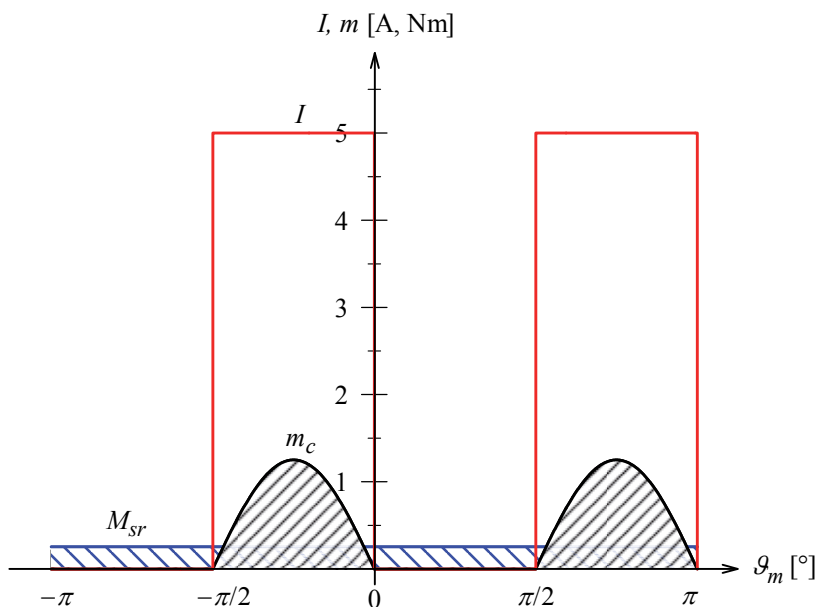
$$m_c = \begin{cases} -I^2 \Delta L \sin 2\vartheta_m & -\pi/2 + k\pi < \vartheta_m < 0 + k\pi \\ 0 & 0 + k\pi < \vartheta_m < \pi/2 + k\pi \end{cases}. \quad (19.12)$$

Srednja vrednost momenta konverzije je:

$$M_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T m_c dt = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} m_c d\vartheta_m = -\frac{I^2 \Delta L}{\pi} \int_{-\pi/2}^0 \sin 2\vartheta_m d\vartheta_m = \frac{I^2 \Delta L}{2\pi} \cos 2\vartheta_m \Big|_{-\pi/2}^0, \quad (19.13)$$

$$M_{sr} = \frac{I^2 \Delta L}{2\pi} \left[\cos 0 - \cos \left(-2 \frac{\pi}{2} \right) \right] = \frac{I^2 \Delta L}{\pi} = \frac{4^2 \cdot 0,05}{\pi} = 0,255 \text{ Nm}. \quad (19.14)$$

Na slici 19.1. prikazani su moment konverzije i struja u namotaju u funkciji od položaja rotora. Treba primetiti da je na slici 19.1. na periodu $-\pi < \vartheta_m < \pi$ šrafirana površina ispod M_{sr} jednaka sa šrafiranom površinom ispod m_c .



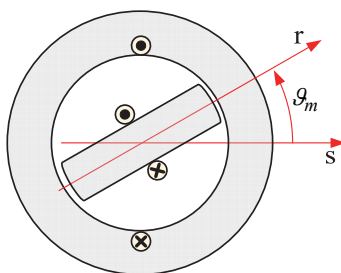
Slika 19.1. Zavisnost struje i momenta konverzije od položaja rotora.

20. Zadatak: Dvopobudni sistem ima induktivnost statora $L_{22} = 0,75 + 0,5 \cdot \cos(2\vartheta_m)$ H, induktivnost rotora $L_{11} = 1,5$ H, međusobnu induktivnost $L_{12} = 1,2 \cdot \cos(\vartheta_m)$ H.

- Skicirati izgled ovog dvopobudnog sistema.
- Kada su struje kroz namotaje jednosmerne, konstantne i iznose $I_1 = 20$ A i $I_2 = 15$ A, odrediti momenat konverzije koji se razvija za ugao rotora $\vartheta_{m1} = -30^\circ$.
- Odrediti položaj rotora ϑ_{m2} u kome će se on zaustaviti ukoliko je opterećen momentom od 360 Nm pri istim strujama kao u delu zadatka pod b).
- Koliki rad se izvrši pri promeni ugla od ϑ_{m1} do ϑ_{m2} ?

Napomena. Otpornosti se mogu zanemariti.

a) Kako je induktivnost rotora L_{11} konstantna može se zaključiti da je stator cilindričan, dok je induktivnost statora je $L_{22} = f(\vartheta_m)$, te je rotor sa isturenim polovima. Na slici 20.1. prikazan je izgled ovog dvopobudnog sistema.



Slika 20.1. Izgled dvopobudnog sistema.

- b) Momenat konverzije dvopobudnog sistema sa rotacionim kretanjem je:

$$m_c = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}, \quad (20.1)$$

pa kada se uvaži da su induktivnosti $L_{11} = \text{const.}$ i $L_{22} = f(\vartheta_m)$ i da su struje konstantne, sledi:

$$m_c = -\frac{1}{2} I_2^2 \sin 2\vartheta_m - 1,2 \cdot I_1 \cdot I_2 \sin \vartheta_m = -\frac{1}{2} \cdot 15^2 \sin(2\vartheta_m) - 20 \cdot 15 \cdot 1,2 \sin \vartheta_m, \quad (20.2)$$

$$m_c = -360 \sin \vartheta_m - 112,5 \sin(2\vartheta_m) = m_{c1} + m_{c2}. \quad (20.3)$$

gde su: m_{c1} – osnovna komponenta momenta konverzije,
 m_{c2} – reluktantna komponenta momenta konverzije.

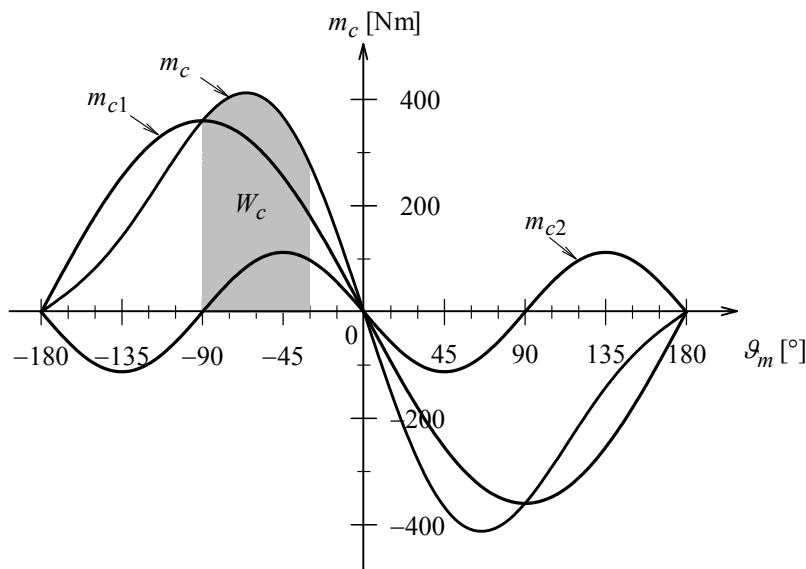
Na slici 20.2. su prikazane komponente momenta konverzije m_{c1} i m_{c2} .

Za položaj rotora $\vartheta_{m1} = -30^\circ$ momenat konverzije iznosi:

$$m_c = -360 \sin(-30^\circ) - 112,5 \sin(-60^\circ) = 277,43 \text{ Nm}. \quad (20.4)$$

Momenat konverzije za ovaj dvopobudni sistem je uvek usmeren tako da teži da rotor postavi u položaj maksimalne sopstvene induktivnosti, tj. u položaj $\vartheta_m = 0^\circ$ ili $\vartheta_m = 180^\circ$, što predstavlja njegov ravnotežni položaj. Rotor miruje na poziciji $\vartheta_{m1} = -30^\circ$ samo ako na njega

deluje mehanički momenat $m_m = m_c$. Očigledno je da kada se rotor pomera ka nultom položaju, $\vartheta_m = 0^\circ$, pretvara se električna energija u mehaničku, što odgovara motornom režimu rada.



Slika 20.2. Zavisnost momenta konverzije od položaja rotora.

c) Rotor će se zaustaviti kada se izjednače momenat opterećenja $m_m = 360 \text{ Nm}$ i momenat konverzije, pa se može napisati sledeća jednačina:

$$360 = m_m = m_c = -\frac{1}{2} \cdot 225 \sin 2\vartheta_{m2} - 360 \sin \vartheta_{m2}, \quad (20.5)$$

čija su rešenja $\vartheta_{m2} = -90^\circ$ ili $\vartheta_{m2} = -43,5^\circ$.

d) Energija konverzije pri promeni ugla od $\vartheta_{m1} = -30^\circ$ do $\vartheta_{m2} = -90^\circ$ je:

$$W_c = \int_{\vartheta_{m1}}^{\vartheta_{m2}} m_c(\vartheta_m) d\vartheta_m = \int_{-30^\circ}^{-90^\circ} \left(-\frac{225}{2} \sin 2\vartheta_m \right) d\vartheta_m + \int_{-30^\circ}^{-90^\circ} (-360 \sin \vartheta_m) d\vartheta_m, \quad (20.6)$$

$$W_c = \left[\frac{225}{4} \cos 2\vartheta_m \right]_{-30^\circ}^{-90^\circ} + [360 \cos \vartheta_m]_{-30^\circ}^{-90^\circ} = \frac{225}{4} \left(-1 - \frac{1}{2} \right) + 360 \left(0 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -396,145 \text{ J}.$$

Treba primetiti da je promena ugla od $\vartheta_{m1} = -30^\circ$ do $\vartheta_{m2} = -90^\circ$ u smeru od ravnotežnog položaja.

Na slici 20.2 prikazana je površina srazmerna energiji konverzije pri promeni ugla od $\vartheta_{m1} = -30^\circ$ do $\vartheta_{m2} = -90^\circ$.

Energija konverzije jednaka je mehaničkom radu. Predznak minus za izračunatu vrednost energije konverzije ukazuje da je spoljna (mehanička) sila izvršila rad od $A_{meh} = W_c$. Pri ovom pretvaranju energije dati dvopobudni sistem se nalazio u generatorskom režimu rada.

21. Zadatak: U dvopobudnom sistemu induktivnost namotaja statora je $L_{22} = 0,7$ H, induktivnost namotaja rotora je $L_{11} = 0,1$ H, a međusobna induktivnost, kada su ose namotaja poklopljene (po pravcu i smeru), ima vrednost $M = 0,04$ H. Naizmenična struja $i_2 = I_{m2} \cos(\omega_2 t)$ frekvencije 50 Hz protiče kroz statordi namotaj, a kroz rotorski namotaj $i_1 = I_{m1} \cos(\omega_1 t)$ frekvencije 60 Hz, gde je $I_{m1} = I_{m2} = 10$ A.

Odrediti koliki maksimalni srednji momenat može razvijati ovakav pretvarač i pod kojim uslovima ga može ostvariti.

Momenat konverzije dvopobudnog sistema sa cilindričnim statorom i rotorom ima samo osnovnu komponentu:

$$m_c = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}, \quad (21.1)$$

te kada se uvaži da su struje naizmenične i uvrsti međusobna induktivnost, momenat konverzije postaje:

$$m_c = -I_{m1} \cos \omega_1 t \cdot I_{m2} \cos \omega_2 t \cdot M \sin \vartheta_m. \quad (21.2)$$

Ako se rotor obrće konstantnom brzinom ω_m tada je pozicija rotora:

$$\vartheta_m = \int_0^t \omega_m dt = \omega_m t - \delta, \quad (21.3)$$

gde je δ ugao između ose rotora i statora u početnom trenutku. Kada se (21.3) uvrsti u (21.2) dobija se trenutna vrednost momenta konverzije datog dvopobudnog sistema:

$$m_c = -I_{m1} \cos \omega_1 t \cdot I_{m2} \cos \omega_2 t \cdot M \sin(\omega_m t - \delta), \quad (21.4)$$

$$m_c = -\frac{1}{4} I_{m1} I_{m2} M \left\{ \begin{aligned} &\sin[\omega_m t - \delta + (\omega_1 + \omega_2)t] + \sin[\omega_m t - \delta - (\omega_1 - \omega_2)t] + \\ &\sin[\omega_m t - \delta + (\omega_1 - \omega_2)t] + \sin[\omega_m t - \delta - (\omega_1 + \omega_2)t] \end{aligned} \right\}. \quad (21.5)$$

Srednja vrednost neke veličine, pa tako i momenta konverzije, definisana je kao:

$$M_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T m_c dt. \quad (21.6)$$

Obzirom na to da su svi sabirci u (21.5) sinusne funkcije, integral u (21.6), odnosno srednji momenat konverzije, biće različit od nule ako argument neke od sinusnih funkcija ne zavisi od vremena. Prema upravo navedenom zaključku i prema (21.5), srednji momenat konverzije različit od nule se može ostvariti ako je zadovoljeno:

$$\omega_m = \pm(\omega_1 \pm \omega_2), \quad (21.7)$$

i on tada iznosi:

$$M_{sr} = \frac{1}{4} I_{m1} I_{m2} M \sin \delta. \quad (21.8)$$

Maksimalna vrednost srednjeg momenta se može postići ako je ugao između ose rotora i statora u početnom trenutku $\delta = 90^\circ$, i tada je:

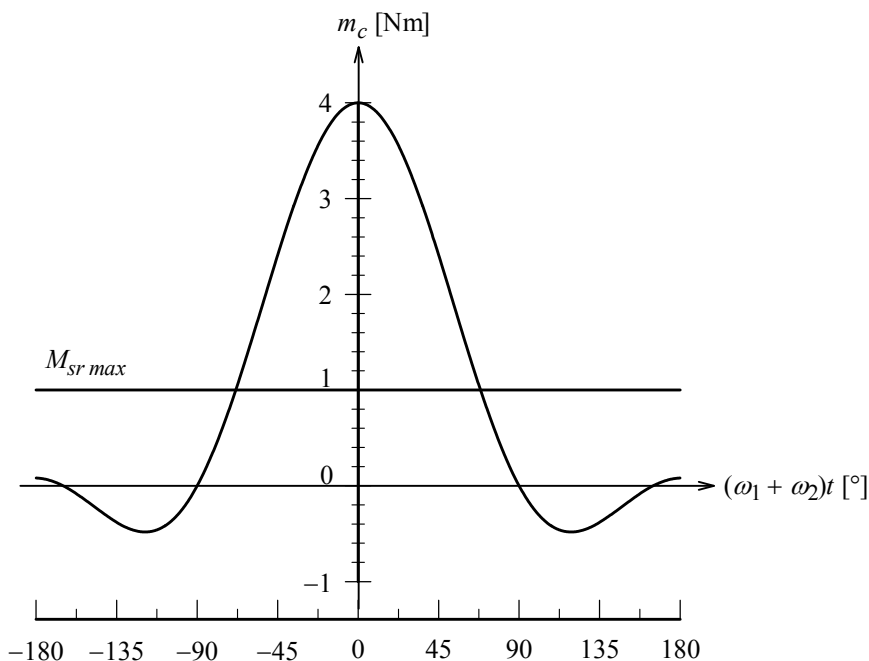
$$M_{sr\ max} = \frac{1}{4} I_{m1} I_{m2} M = \frac{1}{4} \cdot 10 \cdot 10 \cdot 0,04 = 1\ \text{Nm} . \quad (21.9)$$

Ugao δ naziva se još i ugao obrtnog momenta (ugao opterećenja), a kod sinhronih mašina on ima i fizičko značenje.

Ovaj dvopobudni sistem, kada brzina rotora, ω_m , i kružna frekvencija rotorskih ω_1 , i statoskih struja ω_2 , zadovoljavaju jednačinu (21.7) razvija srednju vrednost momenta konverzije različitu od nule, $M_{sr} \neq 0$. Dvopobudni sistem može da obavlja mehanički rad. Na vrednost srednjeg momenta konverzije može se uticati izborom ugla δ . Međutim, trenutna vrednost momenta konverzije je promenljiva u vremenu. Kao ilustracija navedenog neka je zadovoljen uslov da je $\omega_m = \omega_1 + \omega_2$ i neka je $\delta = 90^\circ$ tada se pomoću jednačine (21.5) i (21.9) dobija trenutna vrednost momenta konverzije:

$$m_c = M_{sr\ max} \cdot \{1 + \cos[2(\omega_1 + \omega_2)t] + \cos(2\omega_2 t) + \cos(2\omega_1 t)\} . \quad (21.10)$$

Na slici 21.1. je prikazana trenutna vrednost momenta konverzije pri jednoj punoj rotaciji rotora.



Slika 21.1. Promena momenta konverzije tokom jedne rotacije rotora.

22. Zadatak: Elektromehanički pretvarač se sastoji iz cilindričnog statora i rotora sa isturenim polovima. Na statoru se nalazi namotaj induktivnosti $L = A + B\cos(2\vartheta_m) + C\cos(4\vartheta_m)$ H, gde je $A = 0,2$, $B = 0,04$ i $C = 0,03$. Kroz namotaj protiče struja frekvencije 50 Hz efektivne vrednosti 5 A. Odrediti:

- Ugaone brzine obrtanja rotora pri kojima će mašina razvijati srednji momenat konverzije i srednje momente različite od nule za odgovarajuće ugaone brzine.
- Maksimalne vrednosti srednjih momenta.

- Momenat konverzije jednopobudnog sistema je:

$$m_c = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\vartheta_m}, \quad (22.1)$$

te kada se uvaži da je struja statora naizmenična $i = \sqrt{2}I\cos(\omega t)$ i uvrsti induktivnost dobija se:

$$m_c = -\frac{1}{2} (\sqrt{2}I \cos(\omega t))^2 \cdot (2B \sin(2\vartheta_m) + 4C \sin(4\vartheta_m)), \quad (22.2)$$

$$m_c = -\frac{I^2}{2} (1 + \cos(2\omega t)) \cdot (2B \sin(2\vartheta_m) + 4C \sin(4\vartheta_m)), \quad (22.3)$$

$$m_c = -\frac{I^2}{2} [2B \sin(2\vartheta_m) + 4C \sin(4\vartheta_m) + 2B \sin(2\vartheta_m) \cdot \cos(2\omega t) + 4C \sin(4\vartheta_m) \cdot \cos(2\omega t)], \quad (22.4)$$

$$m_c = -\frac{I^2}{2} \left[\begin{aligned} &2B \sin(2\vartheta_m) + 4C \sin(4\vartheta_m) + \\ &+ B(\sin 2(\vartheta_m + \omega t) + \sin 2(\vartheta_m - \omega t)) \\ &+ 2C(\sin(4\vartheta_m + 2\omega t) + \sin(4\vartheta_m - 2\omega t)) \end{aligned} \right]. \quad (22.5)$$

Kako se rotor obrće konstantnom brzinom, to je pozicija rotora:

$$\vartheta_m = \int_0^t \omega_m dt = \omega_m t - \delta, \quad (22.6)$$

gde je δ ugao između ose rotora i statora u početnom trenutku. Kada se (22.6) uvrsti u (22.5) dobija se trenutna vrednost momenta konverzije iskazana preko zbira prostoperiodičnih komponenti:

$$m_c = -\frac{I^2}{2} \left[\begin{aligned} &2B \sin 2(\omega_m t - \delta) + 4C \sin 4(\omega_m t - \delta) + \\ &+ B(\sin 2(\omega_m t - \delta + \omega t) + \sin 2(\omega_m t - \delta - \omega t)) \\ &+ 2C(\sin(4(\omega_m t - \delta) + 2\omega t) + \sin(4(\omega_m t - \delta) - 2\omega t)) \end{aligned} \right], \quad (22.7)$$

što daje mogućnost da se jednostavno dođe do srednje vrednosti momenta konverzije. Srednji momenat konverzije postoji pri onim brzinama za koje se argument trigonometrijske funkcije u (22.7) oslobađa od vremenske zavisnosti.

Za nekoliko vrednosti brzine ω_m postoji $M_{sr} \neq 0$.

Ako je $\omega_m = 0$, tada je srednji momenat konverzije:

$$M_{sr} = \frac{I^2}{2} [2B \sin 2\delta + 4C \sin 4\delta]. \quad (22.8)$$

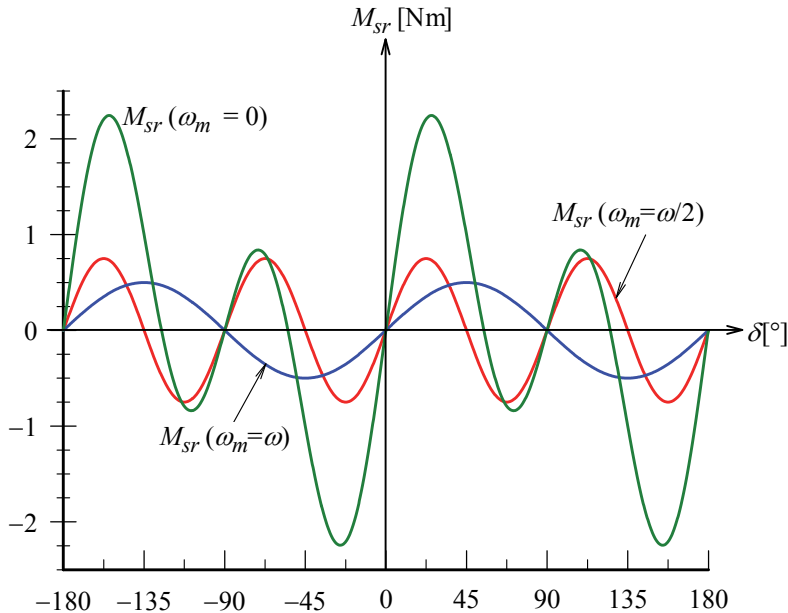
Ako je $\omega_m = \pm\omega$, tada je srednji momenat konverzije:

$$M_{sr} = \frac{I^2}{2} B \sin(2\delta). \quad (22.9)$$

Ako je $\omega_m = \pm\omega/2$, tada je srednji momenat konverzije:

$$M_{sr} = \frac{I^2}{2} 2C \sin(4\delta). \quad (22.10)$$

Na slici 22.1. su prikazane zavisnosti srednjeg momenta konverzije M_{sr} od ugla između ose rotora i statora u početnom trenutku (δ) tj. ugla opterećenja.



Slika 22.1. Zavisnost srednjeg momenta konverzije od ugla opterećenja.

b) Srednja vrednost momenta konverzije zavisi od ugla između ose rotora i statora u početnom trenutku (δ) tj. ugla opterećenja.

Ako je brzina obrtanja rotora $\omega_m = 0$, tada se prema (22.8) maksimalna vrednost srednjeg momenta konverzije ima za $\delta = 25,524$ ona iznosi:

$$M_{sr \max} = \frac{I^2}{2} (2B \sin 2 \cdot 25,524 + 4C \sin 4 \cdot 25,524), \quad (22.11)$$

$$M_{sr \max} = \frac{5^2}{2} (2 \cdot 0,04 \sin 2 \cdot 25,524 + 4 \cdot 0,03 \sin 4 \cdot 25,524) = 2,24 \text{ Nm}.$$

Ako je brzina obrtanja rotora $\omega_m = \pm\omega$, tada se prema (22.9) maksimalna vrednost srednjeg momenta konverzije ima za $\delta = \pi/4$ i ona iznosi:

$$M_{sr\ max} = \frac{I^2}{2} B = \frac{5^2}{2} \cdot 0,04 = 0,5\ \text{Nm} . \quad (22.12)$$

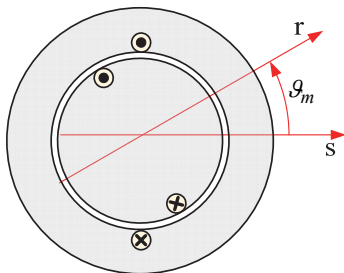
Ako je brzina obrtanja rotora $\omega_m = \pm\omega/2$, tada se prema (22.10) maksimalna vrednost srednjeg momenta konverzije ima za $\delta = \pi/8$ i ona iznosi:

$$M_{sr\ max} = \frac{I^2}{2} 2C = \frac{5^2}{2} \cdot 2 \cdot 0,03 = 0,75\ \text{Nm} . \quad (22.13)$$

23. Zadatak: U dvopobudnom sistemu induktivnost namotaja statora je $L_{22} = 12$ mH, induktivnost namotaja rotora je $L_{11} = 5$ mH, a međusobna induktivnost, kada su ose namotaja poklopljene (po pravcu i smeru), ima vrednost $M = 10$ mH.

- Skicirati izgled sistema.
- Kroz statorski namotaj protiče jednosmerna struja $I_2 = 10$ A, a kroz rotorski namotaj jednosmerna struja $I_1 = 20$ A. Rotor se spoljnom silom drži u ukočenom položaju $\vartheta_m = -30^\circ$. Odrediti momenat konverzije koji razvija sistem u ovakvim uslovima.
- Rotor se optereti radnom mašinom čiji je momenat $\sqrt{2}$ Nm. U kom položaju će se naći rotor pod dejstvom radne mašine? U kom položaju će se zaustaviti rotor kada se otkoči?
- Struja statorskog namotaja naglo se poveća na $I_2 = 20$ A. Koji položaj će sada zauzeti rotor?

a) Kako je induktivnost rotora konstantna, može se zaključiti da je stator cilindričan, a kako je induktivnost statora takođe konstanta može se zaključiti da je rotor cilindričan. Međusobna induktivnost statora i rotora je $L_{12} = M \cos \vartheta_m$. Na slici 23.1. prikazan je izgled ovog dvopobudnog sistema.



Slika 23.1. Izgled dvopobudnog sistema.

b) Momenat konverzije dvopobudnog sistema sa cilindričnim statorom i rotorom ima samo osnovnu komponentu momenta:

$$m_c = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}, \quad (23.1)$$

te kada se uvaži da su struje konstantne i uvrsti međusobna induktivnost, momenat konverzije postaje:

$$m_c = -I_1 I_2 M \sin \vartheta_m = -20 \cdot 10 \cdot 0,01 \sin \vartheta_m = -2 \sin \vartheta_m. \quad (23.2)$$

Momenat konverzije koji razvija ovaj dvopobudni sistem zavisi od pozicije rotora. Kako je rotor ukočen na položaju $\vartheta_m = -30^\circ$, to je momenat konverzije:

$$m_c = -2 \sin(-30^\circ) = 1 \text{ Nm}. \quad (23.3)$$

Ako se rotor otkoči on će spontano zauzeti položaj u kome se magnetne ose namotaja statora i rotora poklapaju, tj. $\vartheta_m = 0^\circ$.

c) Kada se rotor ovog dvopobudnog sistema optereti radnom mašinom mehaničkog momenta $m_m = \sqrt{2}$ Nm on će se zaustaviti na poziciji ϑ_m na kojoj će se izjednačiti momenat koji razvija ovaj dvopobudni sistem sa mehaničkim momentom tj. $m_m = m_c$:

$$\sqrt{2} = m_m = m_c = -2 \sin \vartheta_m \Rightarrow \vartheta_m = -45^\circ. \quad (23.4)$$

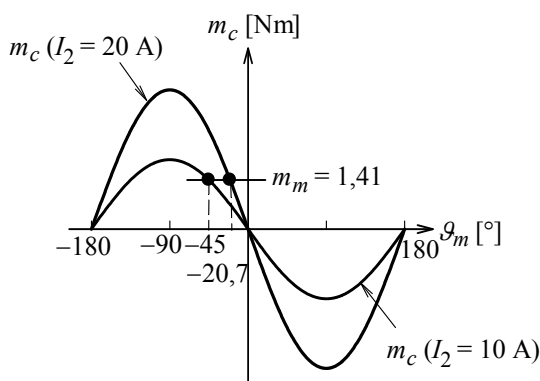
Ako se ukine mehaničko opterećenje tj. radna mašina otpusti, rotor će zauzeti položaj u kome se magnetne ose statora i rotora poklapaju, $\vartheta_m = 0^\circ$ – ravnotežni položaj.

d) Ako se struja statora naglo poveća na $I_2 = 20$ A, pri nepromenjenoj vrednosti mehaničkog opterećenja, promeniće se amplituda momenta konverzije, (23.2). Nova vrednost ugla ϑ_m na kojoj je momenat koji razvija ovaj dvopobudni sistem jednak sa mehaničkim momentom iznosi:

$$\sqrt{2} = m_m = m_c = -4 \sin \vartheta_m \Rightarrow \vartheta_m = -20,7^\circ. \quad (23.5)$$

Rotor će se zaustaviti na poziciji $\vartheta_m = -20,7^\circ$.

Zavisnost momenta konverzije ovog dvopobudnog sistema od položaja rotora za različite struje statora prikazana je na slici 23.2.

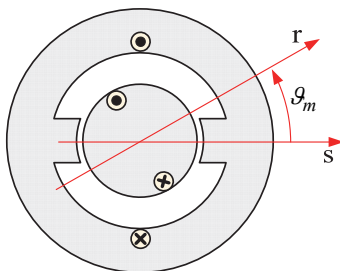


Slika 23.2. Zavisnost momenta konverzije od položaja rotora, za različite struje statora.

24. Zadatak: U dvopobudnom sistemu induktivnost namotaja statora je $L_{22} = 0,2$ H, induktivnost namotaja rotora je $L_{11} = 0,2 + \Delta L \cos(2\vartheta_m)$ H, gde je $\Delta L = 0,1$ a međusobna induktivnost kada su ose namotaja poklopljene (po pravcu i smeru), ima vrednost $M = 0,18$ H.

- Skicirati izgled sistema.
- Kroz namotaje protiče jednosmerna struja, kroz statorski $I_2 = 5$ A, a kroz rotorski $I_1 = 2$ A. Rotor se spoljnim momentom drži mehanički ukočen na poziciji $\vartheta_m = -30^\circ$. Odrediti momenat konverzije koji razvija sistem u ovakvim uslovima. U kom položaju će se zaustaviti rotor kada se otkoči?
- Dejstvom spoljnog momenta, rotor se obrće ugaonom brzinom od $\omega_m = 100\pi$ rad/s, a kroz namotaj statora protiče jednosmerna struja od $I_2 = 5$ A. Odrediti efektivnu vrednost indukovanu elektromotorne sile u otvorenom namotaju rotora.
- Dejstvom spoljnog momenta, rotor se i dalje obrće ugaonom brzinom od $\omega_m = 100\pi$ rad/s. Kroz rotorski namotaj protiče naizmenična struja efektivne vrednosti 2 A i frekvencije 50 Hz, a kroz statorski namotaj teče jednosmerna struja od 5 A. Odrediti trenutnu i srednju vrednost momenta konverzije.

a) Kako je induktivnost namotaja statora konstantna, može se zaključiti da je rotor cilindričan, a kako je induktivnost namotaja rotora data funkcijom $L_{11} = f(2\vartheta_m)$ može se zaključiti da je stator sa isturenim polovima. Međusobna induktivnost statorskog i rotorskog namotaja je uvek funkcija položaja rotora $L_{12} = M \cdot \cos \vartheta_m$. Na slici 24.1. prikazan je izgled ovog dvopobudnog sistema.



Slika 24.1. Izgled dvopobudnog sistema.

- b) U jednačini za momenat konverzije dvopobudnog sistema:

$$m_c = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}, \quad (24.1)$$

kada se uvaži da su konstantne: induktivnost statora L_{22} , struje statora i rotora, te kada se smene jednačine za induktivnosti L_{12} , L_{11} , dobija se:

$$m_c = \frac{1}{2} I_1^2 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + I_1 I_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} = -\frac{1}{2} I_1^2 \cdot 0,2 \cdot \sin(2\vartheta_m) - 0,18 \cdot I_1 \cdot I_2 \sin \vartheta_m. \quad (24.2)$$

Momenat konverzije ovog dvopobudnog sistema ima osnovnu i reluktantnu komponentu.

Kada je rotor ovog dvopobudnog sistema mehanički ukočen na poziciji $\vartheta_{m1} = -30^\circ$, on će razvijati momenat konverzije u iznosu od:

$$m_c(\vartheta_m = -30^\circ) = -\frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot 0,2 \sin(-60^\circ) - 0,18 \cdot 2 \cdot 5 \sin(-30^\circ) = 1,25 \text{ Nm} . \quad (24.3)$$

Ako se rotor otkoči, on će se, pod dejstvom momenta konverzije, zaustaviti u ravnotežnom položaju, tj. položaju u kome se magnetne ose namotaja poklapaju. U ovom položaju su se poklopili magnetni polovi statora i rotora i tada je $\vartheta_m = 0$. Da bi se rotor izveo iz ravnotežnog položaja i doveo na poziciju ϑ_m mora se ulagati mehanički rad.

c) Rotorski namotaj se mehanički obrće, spoljnim mehaničkim momentom, brzinom ω_m u magnetnom polju koje potiče od jednosmerne struje u statoskom namotaju, pa se u rotorskom namotaju indukuje elektromotorna sila:

$$-e_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \right) \cdot \omega_m . \quad (24.4)$$

Kada se uvaži da je: rotorski namotaj u praznom hodu (otvoren, $i_1 = 0$), a struja kroz statoski namotaj jednosmerna, dobija se trenutna vrednost indukovane elektromotorne sile:

$$e_1 = -I_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \cdot \omega_m = I_2 M \omega_m \sin \vartheta_m = 5 \cdot 0,18 \cdot 100 \cdot \pi \sin(\omega_m t) = \sqrt{2} \cdot 200 \sin(\omega_m t) \text{ V} . \quad (24.5)$$

Efektivna vrednost indukovane elektromotorne sile je $E_1 = 200 \text{ V}$.

d) Momenat konverzije predmetnog dvopobudnog sistema sa strujom statora $I_2 = 5 \text{ A}$, strujom rotora $i_1 = I_{1m} \cos(\omega_m t) \text{ A}$, gde je $I_{1m} = \sqrt{2} \cdot 2 \text{ A}$, i datim induktivnostima je:

$$\begin{aligned} m_c &= \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + i_1 I_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \\ m_c &= -\frac{1}{2} (I_{1m} \cos(\omega_m t))^2 \cdot \Delta L \cdot 2 \sin(2\vartheta_m) - I_{1m} \cos(\omega_m t) \cdot I_2 \cdot M \sin \vartheta_m \\ m_c &= -I_{1m}^2 \Delta L \frac{1 + \cos(2\omega_m t)}{2} \sin 2(\omega_m t - \delta) - I_{1m} I_2 M \cos(\omega_m t) \cdot \sin(\omega_m t - \delta) , \quad (24.6) \\ m_c &= -\frac{I_{1m}^2 \Delta L}{2} [\sin 2(\omega_m t - \delta) + \sin 2(\omega_m t - \delta) \cos(2\omega_m t)] - I_{1m} I_2 M \cos \omega_m t \cdot \sin(\omega_m t - \delta) \\ m_c &= -\frac{I_{1m}^2 \Delta L}{2} \left[\sin 2(\omega_m t - \delta) + \frac{1}{2} (\sin(4\omega_m t - 2\delta) + \sin(-2\delta)) \right] \\ &\quad - \frac{I_{1m} I_2 M}{2} [\sin(2\omega_m t - \delta) + \sin(-\delta)] \end{aligned} \quad (24.7)$$

Trenutna vrednost momenta konverzije data jednačinom (24.7) omogućuje da se jednostavno odredi srednja vrednost momenta konverzije u funkciji ugla opterećenja

$$M_{sr} = \frac{I_{1m}^2 \Delta L}{4} \sin(2\delta) + \frac{I_{1m} I_2 M}{2} \sin \delta . \quad (24.8)$$

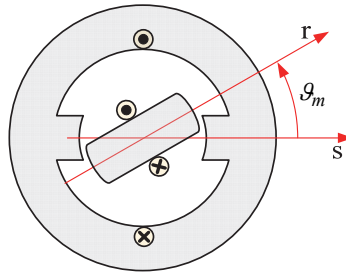
Prvi sabirak predstavlja reluktantnu komponentu momenta, a drugi osnovnu komponentu momenta. Kada se uvrste brojne vrednosti dobija se:

$$M_{sr} = 0,2 \sin(2\delta) + 1,27 \sin \delta . \quad (24.9)$$

25. Zadatak: U dvopobudnom sistemu sa induktivnostima rotora $L_{11} = 0,5 + 0,2\cos(2\vartheta_m)$ H, statora $L_{22} = 0,75 + 0,35\cos(2\vartheta_m)$ H, i međusobnom induktivnošću $L_{12} = 0,8\cos\vartheta_m$ H, kroz statorski namotaj teče struja $i_2 = \sqrt{2}\sin(\omega_2 t)$ A, rotorski namotaj je kratko spojen i rotor je ukočen u položaju $\vartheta_m = 45^\circ$. Omski otpori namotaja se mogu zanemariti.

- Skicirati izgled sistema.
- Odrediti struju u rotorskom namotaju.
- Odrediti trenutni i srednji momenat konverzije koji se razvija ovim sistemom.

a) Kako je induktivnost namotaja rotora data funkcijom $L_{11} = f(2\vartheta_m)$, može se zaključiti da je stator sa isturenim polovima, a kako je induktivnost namotaja statora data funkcijom $L_{22} = f(2\vartheta_m)$, može se zaključiti da je rotor takođe sa isturenim polovima. Na slici 25.1. prikazan je izgled ovog dvopobudnog sistema.



Slika 25.1. Izgled dvopobudnog sistema.

b) Statorskim namotajem protiče naizmjenična struja koja stvara vremenski promenljiv fluks. Takav fluks u rotorskom namotaju, koji je nepokretan, indukuje elektromotornu silu. Kako je rotorski namotaj kratko spojen, to je napon $u_1 = 0$. Kroz njega će proticati struja koja je takođe naizmjenična. Iz jednačine naponske ravnoteže za rotorski namotaj može se odrediti struja u tom namotaju:

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 - e_1 = 0. \quad (25.1)$$

Kada se u (25.1) uvaži da se otpornost namotaja zanemaruje, tada se za indukovanu ems rotora može napisati:

$$-e_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \right) \cdot \omega_m = 0, \quad (25.2)$$

i on je jednaka nuli, jer je rotorski namotaj kratko spojen. Kako je rotor ukočen, to je njegova brzina $\omega_m = 0$, pa postoje samo transformatorske ems, a nema ems rotacije. Pošto je $\omega_m = 0$ i $e_1 = 0$ tada su transformatorske ems u opoziciji:

$$L_{11} \frac{di_1}{dt} = -L_{12} \frac{di_2}{dt}.$$

Iz jednačine (25.2) može se doći do struje rotora:

$$0 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} \Rightarrow i_1 = -\frac{L_{12}}{L_{11}} \int \frac{di_2}{dt} dt + C. \quad (25.3)$$

Razmatrana konfiguracija dvopobudnog sistema sa ukočenim rotorom funkcioniše kao transformator, gde je primarni namotaj (statorski) priključen na naizmenični napon, a sekundarni namotaj (rotorski) je kratko spojen. U tom slučaju znamo da je i sekundarna (rotorska) struja takođe naizmenična. Zbog toga je konstanta C u (25.3) jednaka nuli.

Rotor je ukočen u položaju $\vartheta_m = 45^\circ$, pa su vrednosti odgovarajućih induktivnosti u (25.3) za tu poziciju rotora:

$$L_{11}(\vartheta_m = 45^\circ) = 0,5 + 0,2\cos(2 \cdot 45^\circ) = 0,5 \text{ H}, \quad (25.4)$$

$$L_{12}(\vartheta_m = 45^\circ) = 0,8\cos(45^\circ) = 0,8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ H}. \quad (25.5)$$

Konačno se struja rotora dobija smenom vrednosti (25.4) i (25.5) u (25.3):

$$i_1 = -\frac{L_{12}(\vartheta_m = 45^\circ)}{L_{11}(\vartheta_m = 45^\circ)} \cdot i_2 = -0,8\sqrt{2} \cdot i_2 = -1,6\sin(2\pi \cdot 50 \cdot t).$$

Treba primetiti da je kroz statorski namotaj dvopobudnog sistema, sa slike 25.1, tekla jednosmerna struja, tada bi u rotorskom namotaju izostalo indukovanje ems, pa bi struja u rotorskom namotaju bila nula.

c) Kada se u jednačinu za momenat konverzije dvopobudnog sistema:

$$m_c = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}, \quad (25.6)$$

uvrste date struje i induktivnosti dobija se:

$$m_c = \frac{1}{2} [-1,6\sin(\omega_2 t)]^2 \cdot [-2 \cdot 0,2\sin(2\vartheta_m)] + \frac{1}{2} [\sqrt{2}\sin(\omega_2 t)]^2 \cdot [-2 \cdot 0,35\sin(2\vartheta_m)] + [\sqrt{2}\sin(\omega_2 t)] \cdot [-1,6\sin(\omega_2 t)] \cdot [-0,8\sin\vartheta_m] \quad (25.7)$$

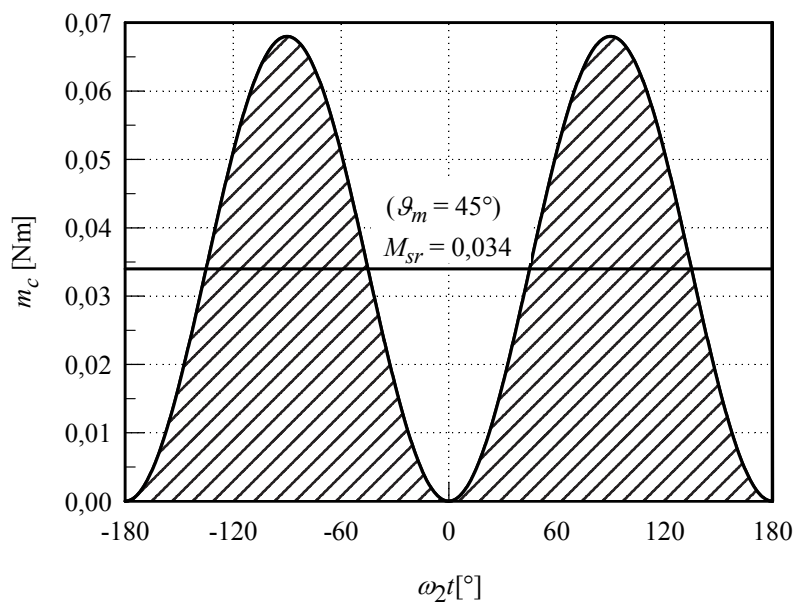
trenutna vrednost momenta konverzije koji je funkcija položaja rotora. Trenutna vrednost momenta konverzije za rotor ukočen na poziciji $\vartheta_m = 45^\circ$ je:

$$m_c(\vartheta_m = 45^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 1,6^2 \sin^2(\omega_2 t) \cdot (-0,4) + \frac{1}{2} \cdot 2\sin^2(\omega_2 t) \cdot (-0,7) - 1,6 \cdot \sqrt{2}\sin^2(\omega_2 t) \cdot (-0,8) \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,068 \sin^2(\omega_2 t) \quad (25.8)$$

Srednja vrednost momenta konverzije je:

$$M_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T 0,068 \sin^2(\omega_2 t) dt = \frac{1}{T} \cdot 0,068 \cdot \int_0^T \frac{1 - \cos(2\omega_2 t)}{2} dt = \frac{1}{T} \cdot 0,068 \cdot \frac{1}{2} \cdot T = 0,034 \text{ Nm} \quad (25.9)$$

Na slici 25.2. prikazana je vremenska zavisnost momenta konverzije data sa (25.8) kao i srednja vrednost momenta konverzije.



Slika 25.2. Vremenska zavisnost momenta konverzije kada je rotor ukočen na poziciji $g_m = 45^\circ$.

26. Zadatak: U dvopobudnom sistemu induktivnost namotaja statora je $L_{22} = 12$ mH, induktivnost namotaja rotora je $L_{11} = 5$ mH, a međusobna induktivnost, kada su ose namotaja poklopljene (po pravcu i smeru), ima vrednost $M = 10$ mH.

- Kroz statorski namotaj protiče naizmenična struja frekvencije 50 Hz, efektivne vrednosti 10 A, a rotorski namotaj je otvoren. Odrediti momenat konverzije koji razvija ovakav dvopobudni sistem. Šta je potrebno uraditi da bi se pri otvorenom rotorskom namotaju na njegovim krajevima dobio napon efektivne vrednosti 15 V. Da li je moguće dobiti različite vrednosti indukovano napona u rotorskom namotaju?
- Odrediti momenat konverzije ako se kratko spoji rotorski namotaj i rotor ukoči pri postignutom uslovu datom pod a). Skicirati vremensku zavisnost ovog momenta.

Kako su induktivnosti namotaja statora i rotora konstantne, može se zaključiti da ovaj dvopobudni sistem ima cilindričan i stator i rotor.

- Momenat konverzije dvopobudnog sistema sa cilindričnim statorom i rotorom ima samo osnovnu komponentu momenta:

$$m_c = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}, \quad (26.1)$$

koja je jednaka nuli jer je $i_1 = 0$. Dakle, na rotor nema dejstva sile koja bi ga pomerila iz postavljenog položaja. Sada se može zaključiti da je brzina obrtanja rotora $\omega_m = 0$, jer nema momenta konverzije.

Statorskim namotajem protiče naizmenična struja koja stvara vremenski promenljiv fluks. Takav fluks u rotorskom namotaju indukuje elektromotornu silu.

$$-e_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \right) \cdot \omega_m. \quad (26.2)$$

Kako je rotorski namotaj otvoren, to kroz njega ne teče struja $i_1 = 0$, a brzina obrtanja rotora je $\omega_m = 0$, jer nema momenta konverzije. Indukovana ems u rotorskom namotaju za ovaj dvopobudni sistem je:

$$-e_1 = L_{12} \frac{di_2}{dt}. \quad (26.3)$$

Struja statora je naizmenična i neka se menja po zakonu kosinusa $i_2 = \sqrt{2}I_2 \cos(\omega_2 t)$. Tada je indukovana ems rotora:

$$-e_1 = L_{12} \frac{di_2}{dt} = -\sqrt{2} \cdot M \omega_2 I_2 \cos \vartheta_m \sin(\omega_2 t) = -\sqrt{2} \cdot U_1 \sin(\omega_2 t), \quad (26.4)$$

gde je:

$$U_1 = M \omega_2 I_2 \cos \vartheta_m.$$

Iz jednačine (26.4) se vidi da je u rotorskom namotaju indukovani napon sinusnog oblika, čija efektivna vrednost zavisi od položaja rotora. Iz postavljenog uslova da je efektivna vrednost napona indukovano u rotorskom namotaju $U_1 = 15$ V dobija se traženi položaj rotora:

$$\vartheta_m = \arccos\left(\frac{U_1}{M\omega_2 I_2}\right) = \arccos\left(\frac{15}{0,1 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 10}\right) = 61,48^\circ. \quad (26.5)$$

Dakle, rotor je potrebno dovesti u položaj sa uglom od $\vartheta_m = 61,48^\circ$ da bi se postigao željeni napon.

Prema rezultatima datim u jednačini (26.4) može se zaključiti da se zakretanjem rotora može postići kontinualna promena napona i to promenom položaja rotora, od napona $U_1 = 0$ V za ugao $\vartheta_m = 90^\circ$, do napona $U_1 = 31,42$ V za ugao $\vartheta_m = 0^\circ$.

b) Ako se rotor mehanički ukoči na položaju $\vartheta_m = 61,48^\circ$ i kratko se spoji namotaj rotora, tada će i kroz rotorski namotaj proteći struja. Kako je rotorski namotaj kratko spojen, to je napon na njegovim krajevima $u_1 = 0$, a kroz njega će proticati struja koja je takođe naizmenična. Iz jednačine za naponsku ravnotežu može se odrediti struja rotorskog namotaja:

$$0 = u_1 = -e_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} \Rightarrow i_1 = -\frac{L_{12}}{L_{11}} i_2 = -\frac{L_{12}}{L_{11}} \sqrt{2} I_2 \cos(\omega_2 t). \quad (26.6)$$

Usled struje rotora, date jednačinom (26.6) a prema (26.1), pojaviće se osnovna komponenta momenta konverzije:

$$m_c = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} = -\frac{L_{12}}{L_{11}} i_2^2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} = \frac{M^2}{L_{11}} \cos \vartheta_m \sin \vartheta_m \cdot 2 \cdot I_2^2 \cos^2(\omega_2 t), \quad (26.7)$$

$$m_c = \frac{M^2 I_2^2}{2L_{11}} \sin 2\vartheta_m \cdot (1 + \cos(2\omega_2 t)) = M_{sr} (1 + \cos(2\omega_2 t)). \quad (26.8)$$

Srednju vrednost momenta konverzije, prema (26.8), daće samo prvi sabirak u iznosu:

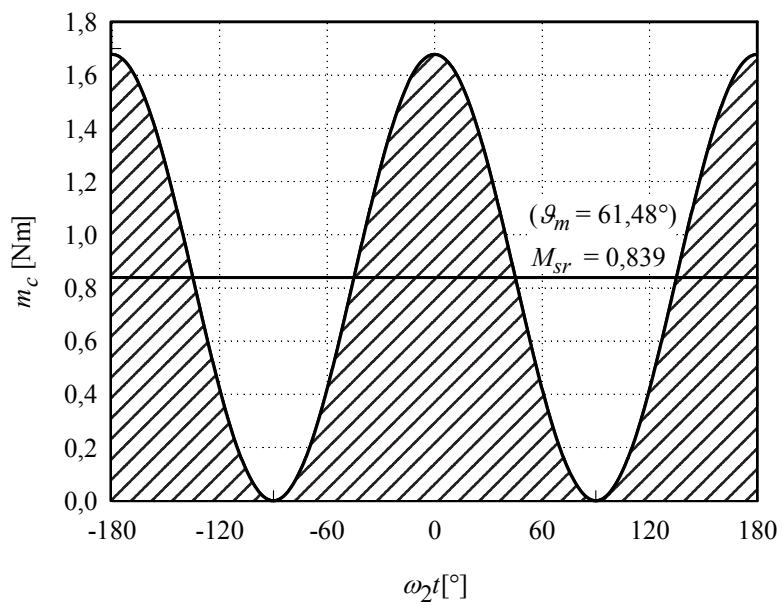
$$M_{sr} = \frac{M^2 I_2^2}{2L_{11}} \sin 2\vartheta_m = \frac{0,01^2 \cdot 10^2}{2 \cdot 0,005} \sin(2 \cdot 61,48^\circ) = 0,839 \text{ Nm}. \quad (26.9)$$

Iz jednačine (26.9) se vidi da srednja vrednost momenta konverzije zavisi od položaja (ugla ϑ_m) na kome je mehanički ukočen rotor, pri kratko spojenom namotaju rotora.

Maksimalna vrednost srednjeg momenta konverzije bi se postigla kada bi se rotor zakrenuo u novu poziciju tj. postavio na $\vartheta_m = 45^\circ$ i mehanički ukočio na toj poziciji. Tada bi se postigao maksimalni srednji momenat konverzije:

$$M_{sr \max} = \frac{M^2 I_2^2}{2L_{11}} = \frac{0,01^2 \cdot 10^2}{2 \cdot 0,005} = 1 \text{ Nm}. \quad (26.10)$$

Na slici 26.1. prikazana je vremenska zavisnost momenta konverzije data jednačinom (26.8) kao i srednja vrednost momenta konverzije data jednačinom (26.9), kada je rotor ukočen na poziciji $\vartheta_m = 61,48^\circ$.

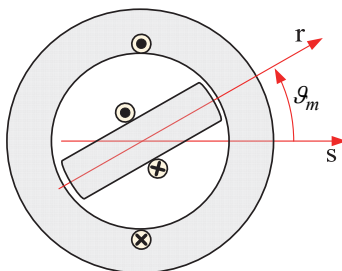


Slika 26.1. Vremenska zavisnost momenta konverzije kada je rotor ukočen na poziciji $g_m = 61,48^\circ$.

27. Zadatak: Dvopobudni sistem ima induktivnost namotaja rotora $L_{11} = 2$ H, međusobnu induktivnost $L_{12} = 0,8 \cdot \cos \vartheta_m$ H i induktivnost namotaja statora $L_{22} = 0,9 + 0,1 \cdot \cos(2\vartheta_m)$ H. Omski otpori namotaja se mogu zanemariti.

- Skicirati izgled sistema.
- Ako kroz namotaje rotora i statora teku jednosmerne struje 5 A i 10 A respektivno, odrediti momenat konverzije.
- Izračunati promene energija u sistemu pri promeni ugla ϑ_m od 30° do 90° .
- Ako kroz rotorski namotaj protiče naizmenična struja $i_1 = \sqrt{2} \cdot 5 \cdot \cos(\omega t)$ frekvencije 50 Hz, a kroz statorski namotaj jednosmerna struja $I_2 = 10$ A, u kom položaju treba ukočiti rotor da bi se razvijao maksimalni mogući srednji momenat konverzije? Koliko on iznosi? Skicirati vremensku zavisnost momenta konverzije za taj položaj rotora.

a) Kako je induktivnost namotaja rotora L_{11} konstantna, može se zaključiti da je stator cilindričan, induktivnost namotaja statora je data funkcijom $L_{22} = f(2\vartheta_m)$, pa se može zaključiti da je rotor sa isturenim polovima. Na slici 27.1. prikazan je izgled ovog dvopobudnog sistema.



Slika 27.1. Izgled dvopobudnog sistema.

- b) Kada se u jednačinu za momenat konverzije dvopobudnog sistema:

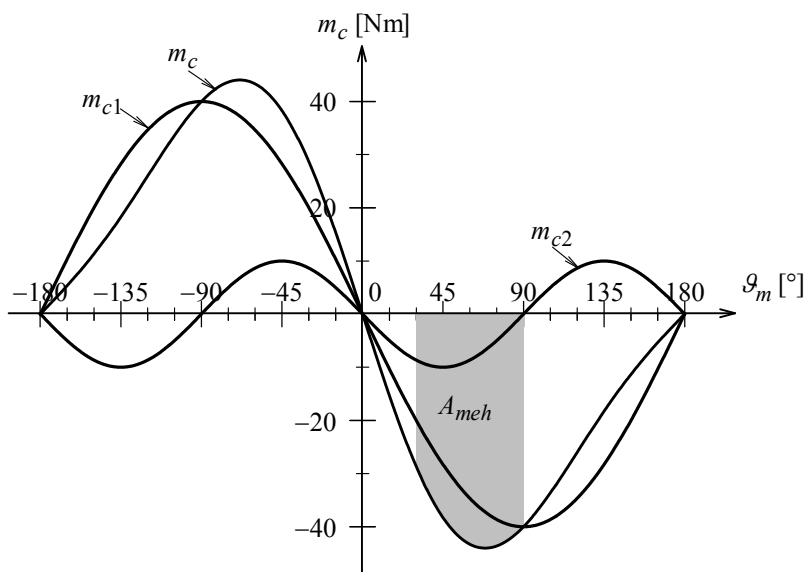
$$m_c = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}, \quad (27.1)$$

uvrste date struje i induktivnosti dobija se:

$$m_c = -\frac{1}{2} 10^2 \cdot 0,1 \cdot 2 \sin 2\vartheta_m - 5 \cdot 10 \cdot 0,8 \sin \vartheta_m = -40 \sin \vartheta_m - 10 \sin 2\vartheta_m = m_{c1} + m_{c2},$$

gde su: m_{c1} – osnovna komponenta momenta konverzije,
 m_{c2} – reluktantna komponenta momenta konverzije.

Na slici 27.2. su prikazane komponente momenta konverzije m_{c1} i m_{c2} .



Slika 27.2. Komponente momenta konverzije.

c) Promena mehaničke energije, tj. izvršeni mehanički rad, jednak je energiji konverzije pri promeni ugla od $\vartheta_{m1} = 30^\circ$ do $\vartheta_{m2} = 90^\circ$:

$$A_{meh} = \Delta W_m = \Delta W_c = \int_{\vartheta_{m1}}^{\vartheta_{m2}} m_c d\vartheta_m = -40 \int_{30^\circ}^{90^\circ} \sin \vartheta_m d\vartheta_m - 10 \int_{30^\circ}^{90^\circ} \sin 2\vartheta_m d\vartheta_m, \quad (27.2)$$

$$A_{meh} = (40 \cos \vartheta_m + 5 \cos 2\vartheta_m) \Big|_{30^\circ}^{90^\circ} = 40(\cos 90^\circ - \cos 30^\circ) + 5(\cos 180^\circ - \cos 60^\circ) = -42,141 \text{ J}$$

Na slici 27.2 prikazana je površina srazmerna izvršenom mehaničkom radu, odnosno energiji konverzije pri promeni ugla od $\vartheta_{m1} = 30^\circ$ do $\vartheta_{m2} = 90^\circ$.

Kada se u jednačini za energiju magnetnog polja dvopobudnog sistema:

$$W_p = \frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot \underline{\psi} = \frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot \underline{L} \cdot \underline{i}, \quad (27.3)$$

uvaži da su struje u namotajima jednosmerne, dobija se priraštaj energije magnetnog polja:

$$dW_p = \frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot d\underline{L} \cdot \underline{i}, \quad (27.4)$$

što omogućuje da se odredi promena energije magnetnog polja pri promeni ugla od $\vartheta_{m1} = 30^\circ$ do $\vartheta_{m2} = 90^\circ$:

$$\Delta W_p = \int_{\vartheta_{m1}}^{\vartheta_{m2}} dW_p = \frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot \int_{\vartheta_{m1}}^{\vartheta_{m2}} d\underline{L} \cdot \underline{i} = \frac{1}{2} \underline{i}^T \cdot \Delta \underline{L} \cdot \underline{i} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} I_1 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta L_{11} & \Delta L_{12} \\ \Delta L_{12} & \Delta L_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}, \quad (27.5)$$

pri čemu su promene induktivnosti:

$$\Delta L_{11} = L_{11}(\vartheta_m = 90^\circ) - L_{11}(\vartheta_m = 30^\circ) = 0,$$

$$\Delta L_{22} = L_{22}(\vartheta_m = 90^\circ) - L_{22}(\vartheta_m = 30^\circ) = 0,1 \cdot (\cos 2 \cdot 90^\circ - \cos 2 \cdot 30^\circ) = -0,15,$$

$$\Delta L_{12} = L_{12}(\vartheta_m = 90^\circ) - L_{12}(\vartheta_m = 30^\circ) = 0,8 \cdot (\cos 90^\circ - \cos 30^\circ) = -0,69282,$$

$$\text{pa je: } \Delta W_p = \frac{1}{2} I_1^2 \cdot \Delta L_{11} + \frac{1}{2} I_2^2 \cdot \Delta L_{22} + I_1 \cdot I_2 \cdot \Delta L_{12} = -\frac{1}{2} \cdot 10^2 \cdot 0,15 - 5 \cdot 10 \cdot 0,693 = -42,141 \text{ J}.$$

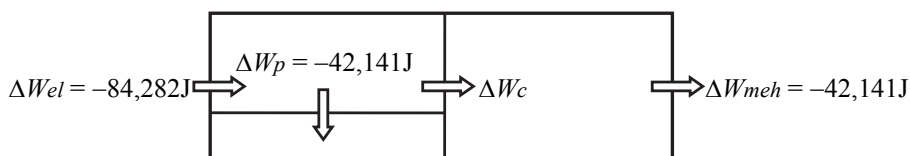
Promena električne energije (električna energija koja je uložena iz izvora u ovaj dvopobudni sistem) izračunata preko zakona o održanju energije iznosi :

$$\Delta W_{el} = \Delta W_{mag} + A_{meh}, \quad (27.6)$$

$$\Delta W_{el} = -42,141 + (-42,141) = -84,282 \text{ J}. \quad (27.7)$$

Predznak minus u (27.7) ukazuje da električna energija ima suprotan smer od referentnog i da ona teče iz dvopobudnog sistema, što odgovara generatorskom režimu rada. U izvor ovaj dvopobudni sistem injektuje električnu energiju u iznosu od 84,282 J, od kojih jedna polovina potiče od rada mehaničkih sila, a druga polovina iz magnetnog polja.

Na slici 27.3. prikazan je energetska bilans pretvarača pri zanemarenju mehaničkih gubitaka i mehaničke akumulacije. Na slici 27.3. su takođe prikazani i usvojeni pozitivni referentni smerovi za energiju.



Slika 27.3. Energetski bilans.

d) Ako se u jednačini za momenat konverzije (27.1) uvaži da je induktivnost namotaja rotora konstantna i da je rotorska struja naizmenična $i_1 = \sqrt{2} \cdot 5 \cdot \cos(\omega_1 t)$, frekvencije 50 Hz, a statorska jednosmerna $I_2 = 10 \text{ A}$:

$$m_c = \frac{1}{2} I_2^2 \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m} + i_1 I_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}, \quad (27.8)$$

dobija se trenutna vrednost momenta konverzije koja zavisi od položaja rotora:

$$m_c = -\frac{1}{2} 10^2 \cdot 0,1 \cdot 2 \sin 2\vartheta_m - \sqrt{2} \cdot 5 \cos \omega_1 t \cdot 10 \cdot 0,8 \sin \vartheta_m, \quad (27.9)$$

$$m_c = -40 \cos \omega_1 t \cdot \sin \vartheta_m - 10 \sin 2\vartheta_m = m_{c1} + m_{c2},$$

gde su: m_{c1} – osnovna komponenta momenta konverzije,
 m_{c2} – reluktantna komponenta momenta konverzije.

Pri ukočenom rotoru, $\vartheta_m = \text{const.}$, prema (27.9) srednju vrednost momenta konverzije daje samo reluktantna komponenta momenata, pošto je ona nezavisna od vremena. Osnovna komponenta momenta je prostoperiodična funkcija vremena. Prema tome, srednja vrednost momenta konverzije:

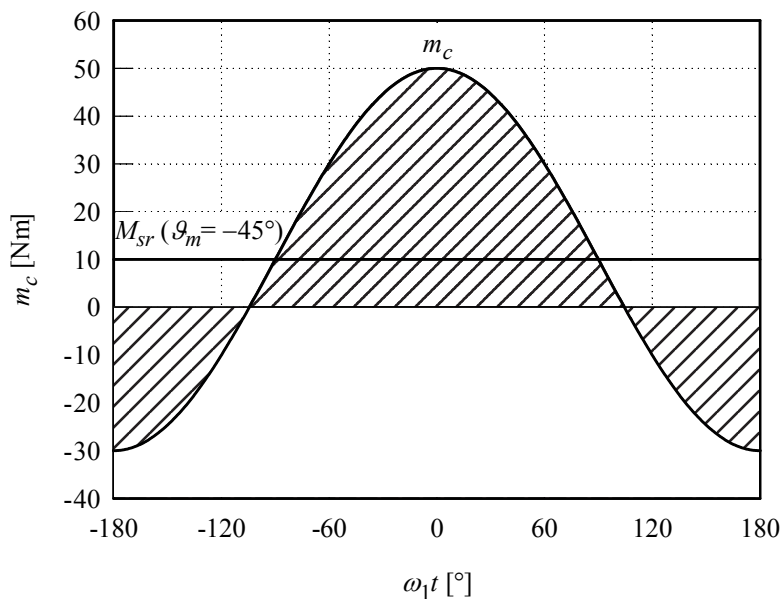
$$M_{sr} = -10 \sin 2\vartheta_m, \quad (27.10)$$

ima maksimalnu vrednost $M_{sr} = 10 \text{ Nm}$, kada je rotor ukočen na poziciji $\vartheta_m = -45^\circ$.

Pri ukočenom rotoru na poziciji $\vartheta_m = -45^\circ$ trenutna vrednost momenta konverzije je:

$$m_c = 10 - \sqrt{2} \cdot 40 \sin(-45^\circ) \cos \omega_1 t = 10 + 40 \cos \omega_1 t. \quad (27.11)$$

Na slici 27.4. su prikazane trenutna i srednja vrednost momenta konverzije ovog dvopobudnog sistema pri ukočenom rotoru u položaju $\vartheta_m = -45^\circ$.



Slika 27.4. Vremenska zavisnost momenta konverzije kada je rotor ukočen na poziciji $\vartheta_m = -45^\circ$.

28. Zadatak: Dvopobudni sistem ima induktivnost namotaja statora 200 mH, induktivnost namotaja rotora 80 mH, a međusobna induktivnost kada su ose namotaja poklopljene (po pravcu i smeru), iznosi 150 mH. Omske otpornosti namotaja se zanemaruju. Stator se napaja iz izvora naizmenične struje čija efektivna vrednost iznosi 12 A, a frekvencija se može menjati u širokom opsegu. Na rotorski namotaj se priključuje potrošač. Rotor se drži u zakočenom stanju.

- Sistem se udešava pri otvorenom rotorskom kolu tako da se na krajevima namotaja rotora obezbedi napon efektivne vrednosti 100 V i frekvencije 30 Hz. Objasniti šta treba da se podesi u sistemu i na koji način.
- Ako se pri tako podešenom sistemu na krajeve rotorskog namotaja priključi potrošač čija se impedansa može predstaviti omskim otporom od 50Ω , odrediti koliki će biti stvarni napon na potrošaču i kolika je srednja vrednost momenta konverzije koji razvija ovaj sistem.

Kako su induktivnosti namotaja statora i rotora konstantne, može se zaključiti da ovaj dvopobudni sistem ima cilindričan i stator i rotor. Međusobna induktivnost namotaja je naravno funkcija pozicije rotora i iznosi $L_{12} = M \cos \vartheta_m$.

- Kako se kod ovog dvopobudnog sistema rotor drži ukočen na nekoj poziciji, to postoje samo transformatorske elektromotorne sile.

$$-e_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt}. \quad (28.1)$$

Rotorski namotaj je otvoren, pa je struja rotora $i_1 = 0$, dok je struja statora naizmenična i neka se menja po zakonu sinusa $i_2 = \sqrt{2} I_2 \sin(\omega_2 t)$. Tada je trenutna vrednost indukovane ems rotora:

$$-e_1 = L_{12} \frac{di_2}{dt} = L_{12} \frac{d}{dt} (\sqrt{2} I_2 \sin(\omega_2 t)) = M \cos \vartheta_m \cdot \sqrt{2} I_2 \omega_2 \cos(\omega_2 t) = \sqrt{2} U_1 \cos(\omega_2 t), \quad (28.2)$$

gde je efektivna vrednost indukovanog napona na rotoru:

$$U_1 = M \cos \vartheta_m \cdot I_2 \omega_2. \quad (28.3)$$

Razmatrana konfiguracija dvopobudnog sistema sa ukočenim rotorom funkcioniše kao transformator, gde je primarni namotaj (statorski) priključen na naizmenični napon promenljive frekvencije, a sekundarni (rotorski) je otvoren. U tom slučaju znamo da se i u sekundarnom (rotorskom) namotaju indukuje takođe naizmeničan napon iste frekvencije kao i na statoru. Ako se želi da frekvencija napona u rotorskom namotaju bude 30 Hz, onda mora biti i frekvencija napajanja statorskog namotaja 30 Hz ($\omega_1 = \omega_2$). Time je u (28.3) određeno ω_2 , pa se na efektivnu vrednost indukovanog napona u rotorskom namotaju može uticati jedino promenom položaja rotora ϑ_m . Pomoću (28.3) se može odrediti pozicija rotora ϑ_m pri kojoj će se u namotaju rotora indukovati napon efektivne vrednosti $U_1 = 100$ V:

$$\cos \vartheta_m = \frac{U_1}{M \cdot I_2 \cdot \omega_2}, \quad (28.4)$$

$$\vartheta_m = \arccos\left(\frac{U_1}{M \cdot I_2 \cdot \omega_2}\right) = \arccos\left(\frac{100}{0,150 \cdot 12 \cdot 2\pi \cdot 30}\right) = 72,85^\circ.$$

Dakle, da bi se u rotorskom namotaju indukovao željeni napon $\sqrt{2} \cdot 100 \cdot \sin(2\pi \cdot 30)$ potrebno je držati rotor ukočen na poziciji $\vartheta_m = 72,85^\circ$, a frekvencija statorskih struja treba da iznosi 30 Hz.

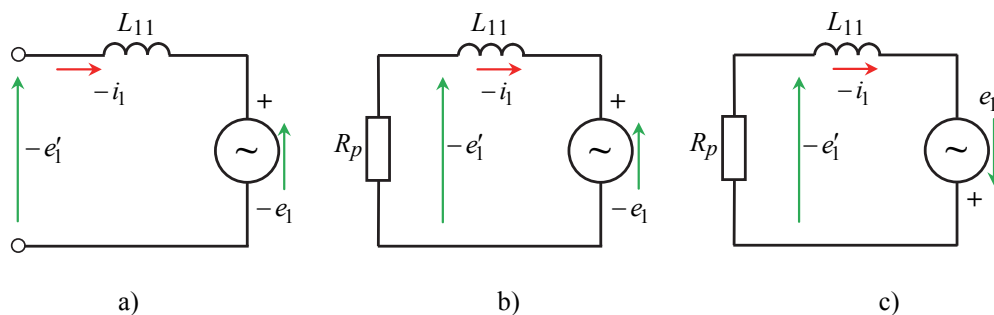
b) Kada se priključi potrošač, struja statora se nije promenila (definisano je uslovima zadatka), ali se promenila indukovana ems rotora jer sada u (28.1), pored drugog sabirka koji je definisan sa (28.2), postoji i prvi sabirak jer postoji struja rotora i_1 :

$$-e'_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt}, \quad (28.5)$$

$$-e'_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} - e_1. \quad (28.6)$$

U jednačinama (28.5) i (28.6) kod indukovane ems je dodat gornji indeks ' da ukaže na radni režim u kome je u kolo rotora priključen potrošač, kako bi se pravila razlika u odnosu na radni režim bez potrošača (opterećenja).

Jednačina (28.6) se može predstaviti putem ekvivalentne šeme kao na slici 28.1.



Slika 28.1. Ekvivalentno kolo rotora ovog dvopobudnog sistema.

Jednačina naponske ravnoteže za kolo rotora sa priključenim potrošačem, sa usvojenim referentnim smerom rotorske struje prikazanom na slici 28.1. u namotaju rotora i zanemarenim otporom rotorskog namotaja, glasi:

$$-R_p \cdot i_1 = u'_1 = -e'_1. \quad (28.7)$$

Ekvivalentna šema sa priključenim potrošačem u kolo rotora takođe je data na slici 28.1. Kada se u (28.7) uvrsti (28.6) dobija se:

$$-R_p \cdot i_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} - e_1, \quad (28.8)$$

a kada se (28.8) uvrsti e_1 definisano u (28.2) u obliku:

$$e_1 = -\sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos(\omega_2 t) = -\sqrt{2} \cdot U_1 \cdot \cos(\omega_2 t), \quad (28.9)$$

dobija se diferencijalna jednačina:

$$R_p \cdot i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} = -\sqrt{2} \cdot U_1 \cdot \cos(\omega_2 t), \quad (28.10)$$

čijim se rešavanjem može odrediti struja i_1 . Međutim, kako nas zanima ustaljeno stanje, jednačina (28.10) se može rešiti u kompleksnom domenu:

$$R_p \cdot \hat{I}_1 + j\omega_2 L_{11} \cdot \hat{I}_1 = -\hat{U}_1, \quad (28.11)$$

$$\hat{I}_1 = -\frac{\hat{U}_1}{R_p + j\omega_2 L_{11}}, \quad (28.12)$$

$$|\hat{I}_1| = I_1 = \frac{U_1}{\sqrt{R_p^2 + (\omega_2 L_{11})^2}} = \frac{100}{\sqrt{50^2 + (2\pi \cdot 30 \cdot 0,08)^2}} = 1,915 \text{ A}, \quad (28.13)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\omega_2 L_{11}}{R_p}\right) = \arctan\left(\frac{2\pi \cdot 30 \cdot 0,08}{50}\right) = 16,78^\circ. \quad (28.14)$$

Prema (28.12) – (28.14) struja rotora je $i_1 = -\sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \cos(\omega_2 t - \varphi)$, a prema (28.7) trenutna vrednost napona na potrošaču je:

$$u'_1 = -R_p \cdot i_1 = \sqrt{2} \cdot 50 \cdot 1,915 \cos(2\pi \cdot 30t - 16,78^\circ) = \sqrt{2} \cdot U_p \cos(2\pi \cdot 30t - 16,78^\circ), \quad (28.15)$$

dok je efektivna vrednost napona na potrošaču:

$$U_p = 50 \cdot 1,915 = 95,712 \text{ V}.$$

Da bi napon na potrošaču ponovo bio 100 V, potrebno je podesiti položaja rotora ϑ_m tako da efektivna vrednost struje I_1 iznosi 2 A.

Momenat konverzije dvopobudnog sistema sa cilindričnim satorom i rotorom ima samo osnovnu komponentu momenta:

$$m_c = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}. \quad (28.16)$$

Kada se u jednačinu (28.16) uvrste struje i međusobna induktivnost dobija se trenutna vrednost momenta konverzije:

$$m_c = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega_2 t - \varphi) \cdot \sqrt{2} I_2 \sin(\omega_2 t) M \sin \vartheta_m = I_1 I_2 M \sin \vartheta_m [\sin \varphi + \sin(2\omega_2 t - \varphi)], \quad (28.17)$$

Rotor se drži mehanički ukočen na poziciji $\vartheta_m = 72,85^\circ$. U jednačini (28.17) prvi sabirak je nezavisan od vremena i on ima srednju vrednost različitu od nule. Drugi sabirak je prostoperiodična funkcija po vremenu i njegova srednja vrednost je jednaka nuli, pa je srednja vrednost momenta konverzije:

$$M_{sr} = I_1 I_2 M \sin \vartheta_m \sin \varphi = 1,915 \cdot 12 \cdot 0,15 \cdot \sin 72,85^\circ \cdot \sin 16,78^\circ = 0,95 \text{ Nm}. \quad (28.18)$$

29. Zadatak: Dvopobudni sistem ima induktivnost namotaja statora $L_{22} = 0,5$ H, induktivnost namotaja rotora $L_{11} = 0,1$ H, a međusobna induktivnost je $L_{12} = M \cos \vartheta_m$ H, gde je $M = 0,3$. Rotor se obrće brzinom od $\omega_m = 220$ rad/s, a ugao između osa statora i rotora u početnom trenutku bio je nula. Odrediti:

- Trenutnu vrednost indukovane elektromotorne sile u otvorenom rotorskom namotaju ako kroz statorski namotaj teče naizmenična struja $i_2 = I_{2m} \cos(\omega_2 t)$, gde je $I_{2m} = 12$ A, a $\omega_2 = 200$ rad/s.
- Trenutnu vrednost struje u rotorskom namotaju, ako se na njegove krajeve priključi potrošač koji je redna veza otpornosti $R_p = 15 \Omega$ i induktivnosti $L_p = 0,1$ H, pri prethodno zadatim ω_m i i_2 .
- Srednju vrednost momenta konverzije koju razvija dvopobudni sistem sa priključenim potrošačem navedenim u delu zadatka pod b).

Kako su induktivnosti namotaja statora i rotora konstantne, može se zaključiti da ovaj dvopobudni sistem ima cilindričan i stator i rotor. Pošto se rotor obrće konstantnom brzinom i kada se uvaži da je ugao između osa statora i rotora u početnom trenutku jednak nuli, to je pozicija rotora:

$$\vartheta_m = \int_0^t \omega_m dt = \omega_m t - \delta = \omega_m t. \quad (29.1)$$

- Trenutna vrednost indukovane ems u namotaju rotora dvopobudnog sistema je:

$$-e_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \right) \cdot \omega_m. \quad (29.2)$$

Kada se u (29.2) uvrsti da je struja rotora $i_1 = 0$, dobija se:

$$-e_1 = L_{12} \frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \cdot \omega_m, \quad (29.3)$$

a sada se smenom struje statora $i_2 = I_{2m} \cos(\omega_2 t)$ i međusobne induktivnosti $L_{12} = M \cos \vartheta_m$ odnosno $L_{12} = M \cos(\omega_m t)$, dobija:

$$-e_1 = -M \cos(\omega_m t) \cdot I_{2m} \omega_2 \sin(\omega_2 t) - I_{2m} \cos(\omega_2 t) \cdot M \sin(\omega_m t) \cdot \omega_m, \quad (29.4)$$

$$e_1 = MI_{2m} (\omega_2 \cos(\omega_m t) \cdot \sin(\omega_2 t) + \omega_m \cos(\omega_2 t) \cdot \sin(\omega_m t)), \quad (29.5)$$

$$e_1 = MI_{2m} \left(\frac{\omega_m + \omega_2}{2} \sin(\omega_m t + \omega_2 t) + \frac{\omega_m - \omega_2}{2} \sin(\omega_m t - \omega_2 t) \right). \quad (29.6)$$

Trenutna vrednost indukovane ems u otvorenom namotaju rotora (u praznom hodu) sastoji se od dve harmonične (prostoperiodične, sinusne) komponente odgovarajuće frekvencije i amplitude. Smenom brojnih vrednosti u jednačinu (29.6) dobija se:

$$e_1 = e_1^1 + e_1^2 = 756 \sin(420t) + 36 \sin(20t) = \sqrt{2} E_1^1 \sin(\omega_1^1 t) + \sqrt{2} E_1^2 \sin(\omega_1^2 t), \quad (29.7)$$

gde je gornji indeks 1 ili 2 uveden da ukaže na odgovarajuću harmonijsku komponentu.

b) Kada se priključi potrošač, struja statora se nije promenila (definisano je uslovima zadatka), ali se promenila indukovana ems rotora. Sada u jednačini za indukovanu ems rotora (29.2), pored sabiraka navedenih u (29.3), postoji i prvi sabirak:

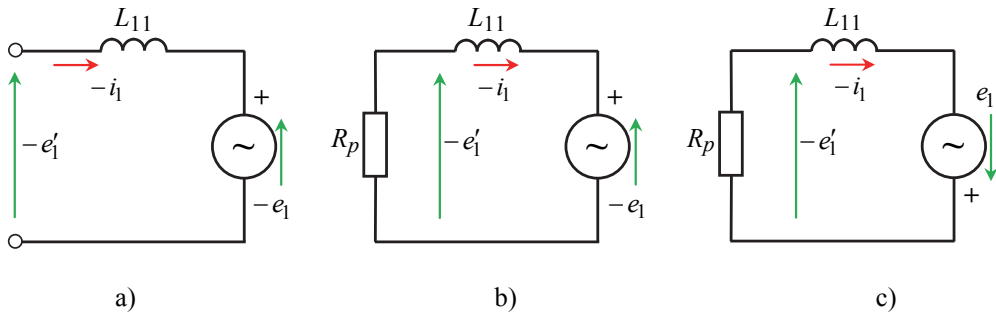
$$-e'_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \cdot \omega_m. \quad (29.8)$$

U jednačini (29.8) drugi i treći sabirak predstavljaju indukovani napon u namotaju rotora u praznom hodu e_1 , koji je definisan u jednačini (29.3) pa važi:

$$-e'_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} - e_1. \quad (29.9)$$

U jednačinama (29.8) i (29.9) je dodat gornji indeks ' da ukaže na radni režim u kome je u kolo rotora priključen potrošač kako bi se pravila razlika u odnosu na radni režim bez potrošača (opterećenja).

Jednačina (29.9) se može predstaviti putem ekvivalentne šeme kao na slici 29.1.



Slika 29.1. Ekvivalentno kolo rotora ovog dvopobudnog sistema.

Kako se omska otpornost namotaja rotora R_1 zanemaruje, to je indukovani napon $-e'_1$ ujedno i napon na krajevima rotorskog namotaja, odnosno napon na potrošaču. Ekvivalentna šema sa priključenim potrošačem u kolo rotora takođe je data na slici 29.1.

Jednačina naponske ravnoteže za kolo rotora sa priključenim potrošačem, sa usvojenim referentnim smerom rotorske struje i zanemarenom otpornošću rotorskog namotaja, glasi:

$$e_1 = R_p i_1 + (L_p + L_{11}) \cdot \frac{di_1}{dt}, \quad (29.10)$$

čijim se rešavanjem može odrediti vremenska zavisnost struje rotora i_1 . Kako je e_1 složenoperiodična funkcija, tj. zbir dve harmonične komponente odgovarajućih frekvencija, to i struja rotora u (29.10) ima dve harmonične komponente istih tih frekvencija.

Međutim, kako nas zanima ustaljeno stanje, jednačina (29.10) se može rešiti u kompleksnom domenu primenom principa superpozicije za svaku od harmonijskih funkcija navedenih u (29.7):

$$R_p \cdot \hat{I}_1 + j\omega_1 (L_p + L_{11}) \cdot \hat{I}_1 = \hat{E}_1, \quad (29.11)$$

$$\hat{I}_1 = \frac{E_1 \cdot e^{j0}}{R_p + j\omega_1 (L_p + L_{11})} = \frac{E_1}{\sqrt{R_p^2 + (\omega_1 (L_p + L_{11}))^2}} e^{-j \arctan \left(\frac{\omega_1 (L_p + L_{11})}{R_p} \right)}. \quad (29.12)$$

Prema (29.12) za prvi harmonijski član kružne frekvencije $\omega_1 = 420$ rad/s efektivna vrednost i fazni stav struje rotora su:

$$|\hat{I}_1^1| = \frac{E_1^1}{\sqrt{R_p^2 + (\omega_1^1(L_p + L_{11}))^2}} = \frac{756/\sqrt{2}}{\sqrt{15^2 + (420(0,1 + 0,1))^2}} = 6,265 \text{ A}, \quad (29.13)$$

$$\phi_1^1 = \arctan\left(\frac{\omega_1^1(L_p + L_{11})}{R_p}\right) = \arctan\left(\frac{420(0,1 + 0,1)}{15}\right) = 80^\circ. \quad (29.14)$$

Prema (29.13) i (29.14) u ustaljenom stanju vremenska zavisnost prvog harmonijskog člana struje rotora je:

$$i_1^1 = \sqrt{2} \cdot 6,265 \sin(420t - 80^\circ) = 8,86 \sin(420t - 80^\circ) = I_{1m}^1 \sin(\omega_1^1 t - \phi_1^1). \quad (29.15)$$

Prema (29.12) za drugi harmonijski član kružne frekvencije $\omega_1 = 20$ rad/s efektivna vrednost i fazni stav struje rotora su:

$$|\hat{I}_1^2| = \frac{E_1^2}{\sqrt{R_p^2 + (\omega_1^2(L_p + L_{11}))^2}} = \frac{36/\sqrt{2}}{\sqrt{15^2 + (20(0,1 + 0,1))^2}} = 1,64 \text{ A}, \quad (29.16)$$

$$\phi_1^2 = \arctan\left(\frac{\omega_1^2(L_p + L_{11})}{R_p}\right) = \arctan\left(\frac{20(0,1 + 0,1)}{15}\right) = 15^\circ. \quad (29.17)$$

Prema (29.16) i (29.17) u ustaljenom stanju vremenska zavisnost drugog harmonijskog člana struje rotora je:

$$i_1^2 = \sqrt{2} \cdot 1,64 \sin(20t - 15^\circ) = 2,32 \sin(20t - 15^\circ) = I_{1m}^2 \sin(\omega_1^2 t - \phi_1^2). \quad (29.18)$$

Struja rotora pri opterećenju potrošačem je:

$$i_1 = i_1^1 + i_1^2 = I_{1m}^1 \sin(\omega_1^1 t - \phi_1^1) + I_{1m}^2 \sin(\omega_1^2 t - \phi_1^2). \quad (29.19)$$

c) Momenat konverzije dvopobudnog sistema sa cilindričnim satorom i rotorom ima samo osnovnu komponentu momenta. Kada se uvrste struja statora $i_2 = I_{2m} \cos(\omega_2 t)$ gde je $I_{2m} = 12$ A, a $\omega_2 = 200$ rad/s i struja rotora data sa (29.19), dobija se trenutna vrednost momenta konverzije datog dvopobudnog sistema:

$$m_c = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\theta_m} = -(I_{2m} \cos \omega_2 t) [I_{1m}^1 \sin(\omega_1^1 t - \phi_1^1) + I_{1m}^2 \sin(\omega_1^2 t - \phi_1^2)] M \sin \omega_m t, \quad (29.20)$$

$$m_c = -I_{2m} M [I_{1m}^1 \cos \omega_2 t \cdot \sin(\omega_1^1 t - \phi_1^1) \cdot \sin \omega_m t + I_{1m}^2 \cos \omega_2 t \cdot \sin(\omega_1^2 t - \phi_1^2) \cdot \sin \omega_m t]. \quad (29.21)$$

Može se pokazati da je:

$$\cos \omega_2 t \cdot \sin(\omega_1^1 t - \phi_1^1) \cdot \sin \omega_m t = \frac{1}{4} \left\{ \begin{array}{l} \cos[(\omega_m + \omega_1^1 + \omega_2) \cdot t - \phi_1^1] + \\ \cos[(\omega_m - \omega_1^1 - \omega_2) \cdot t + \phi_1^1] + \\ \cos[(\omega_m + \omega_1^1 - \omega_2) \cdot t - \phi_1^1] + \\ \cos[(\omega_m - \omega_1^1 + \omega_2) \cdot t + \phi_1^1] \end{array} \right\}, \quad (29.22)$$

$$\cos \omega_2 t \cdot \sin(\omega_1^2 t - \phi_1^2) \cdot \sin \omega_m t = \frac{1}{4} \left\{ \begin{array}{l} \cos[(\omega_m + \omega_1^2 + \omega_2) \cdot t - \phi_1^2] + \\ \cos[(\omega_m - \omega_1^2 - \omega_2) \cdot t + \phi_1^2] + \\ \cos[(\omega_m + \omega_1^2 - \omega_2) \cdot t - \phi_1^2] + \\ \cos[(\omega_m - \omega_1^2 + \omega_2) \cdot t + \phi_1^2] \end{array} \right\}, \quad (29.23)$$

Kada se u (29.22) i (29.23) uvaži da je $\omega_1^1 = \omega_m + \omega_2$, $\omega_1^2 = \omega_m - \omega_2$, tada se lako pokaže da četvrti sabirak u (29.22) i drugi sabirak u (29.23) imaju argument koji ne zavisi od vremena tj. samo ovi sabirci daju srednju vrednost momenta konverzije različitu od nule. Konačno, srednja vrednost momenta konverzije iznosi:

$$M_{sr} = -\frac{I_{2m} M}{4} (I_{1m}^1 \cos \phi_1^1 + I_{1m}^2 \cos \phi_1^2), \quad (29.24)$$

$$M_{sr} = -\frac{12 \cdot 0,3}{4} (8,86 \cos 80^\circ + 2,32 \cos 15^\circ) = -3,4 \text{ Nm}. \quad (29.25)$$

Kako je srednji momenat konverzije negativan, zaključuje se da ovaj dvopobudni sistem radi u generatorskom režimu rada.

30. Zadatak: Dvopobudni sistem ima induktivnost namotaja statora $L_{22} = 0,8$ H, induktivnost namotaja rotora $L_{11} = 0,2$ H, a međusobna induktivnost je $L_{12} = M \cos \vartheta_m$ H, gde je $M = 0,4$. Rotor se obrće brzinom od $\omega_m = 110$ rad/s, a ugao između osa statora i rotora u početnom trenutku je nula.

Odrediti struju u rotorskom namotaju i srednju vrednost momenta konverzije koji razvija dvopobudni sistem ako kroz statorski namotaj teče jednosmerna struja $I_2 = 10$ A, a na krajeve namotaja rotora je priključena prigušnica induktivnosti 800 mH.

Kako su induktivnosti namotaja statora i rotora konstantne može se zaključiti da ovaj dvopobudni sistem ima cilindričan i stator i rotor. Pošto se rotor obrće konstantnom brzinom ω_m i kada se uvaži da je ugao između osa statora i rotora u početnom trenutku jednak nuli, to je pozicija rotora:

$$\vartheta_m = \int_0^t \omega_m dt = \omega_m t. \quad (30.1)$$

Iz jednačine naponske ravnoteže rotorskog namotaja sa priključenom prigušnicom, može se odrediti struja u tom namotaju:

$$0 = u_1 = -e_1 = (L_{11} + L_p) \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + \left(i_1 \frac{d(L_{11} + L_p)}{d\vartheta_m} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \right) \cdot \omega_m. \quad (30.2)$$

Kada se u (30.2) uvaži da je struja u statorskom namotaju jednosmerna I_2 , a induktivnost rotora L_{11} i potrošača L_p konstantna, dobija se:

$$0 = u_1 = -e_1 = (L_{11} + L_p) \frac{di_1}{dt} + I_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \cdot \omega_m, \quad (30.3)$$

odakle je struja rotora:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{I_2 M}{L_{11} + L_p} \omega_m \cdot \sin \vartheta_m = \frac{I_2 M}{L_{11} + L_p} \omega_m \cdot \sin(\omega_m t), \quad (30.4)$$

$$i_1 = \frac{I_2 M}{L_{11} + L_p} \omega_m \int \sin \omega_m t dt = -\frac{I_2 M}{L_{11} + L_p} \cos \omega_m t = -\frac{10 \cdot 0,4}{0,2 + 0,8} \cos(\omega_m t) = -4 \cos(\omega_m t). \quad (30.5)$$

Momenat konverzije ovog dvopobudnog sistema ima samo osnovnu komponentu:

$$m_c = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} = -\frac{I_2^2 M^2}{L_{11} + L_p} \cos(\omega_m t) \cdot \sin(\omega_m t) = -\frac{1}{2} \frac{I_2^2 M^2}{L_{11} + L_p} \sin(2\omega_m t), \quad (30.6)$$

$$m_c = -\frac{1}{2} \frac{10^2 \cdot 0,4^2}{0,2 + 0,8} \sin(2\omega_m t) = -8 \sin(2\omega_m t) \text{ Nm}. \quad (30.7)$$

Kako je trenutna vrednost momenta konverzije prostoperiodična veličina u vremenu to je njegova srednja vrednost:

$$M_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T m_c \cdot dt = 0. \quad (30.8)$$

31. Zadatak: Dvopobudni sistem ima induktivnost namotaja rotora $L_{11} = 1$ H, induktivnost namotaja statora $L_{22} = 0,75$ H i međusobnu induktivnost $L_{12} = M \cos \vartheta_m$ H, gde je $M = 0,8$. Omske otpornosti namotaja se zanemaruju.

- Kroz namotaj statora teče jednosmerna struja od $I_2 = 1$ A, a kroz namotaj rotora $I_1 = 1,5$ A. Odrediti i skicirati momenat konverzije. Koji položaj će zauzeti rotor ako se optereti sa momentom opterećenja $m_m = 0,6$ Nm?
- Odrediti iznos i smer mehaničkog rada za promenu položaja rotora iz prethodnog položaja u položaj $\vartheta_m = -90^\circ$.
- Odrediti trenutnu i srednju vrednost momenta konverzije pri naizmeničnoj struji efektivne vrednosti 2 A i učestanosti 50 Hz u statoru, kada je namotaj rotora kratko spojen i rotor je ukočen u položaju $\vartheta_m = 15^\circ$.
- Koliku efektivnu vrednost napona treba dovesti na stator da bi se ostvarile struje kao u delu zadatka pod c)?

Kako su induktivnosti namotaja statora i rotora konstantne, može se zaključiti da ovaj dvopobudni sistem ima cilindričan i stator i rotor.

- Momenat konverzije dvopobudnog sistema sa cilindričnim statorom i rotorom ima samo osnovnu komponentu:

$$m_c = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}. \quad (31.1)$$

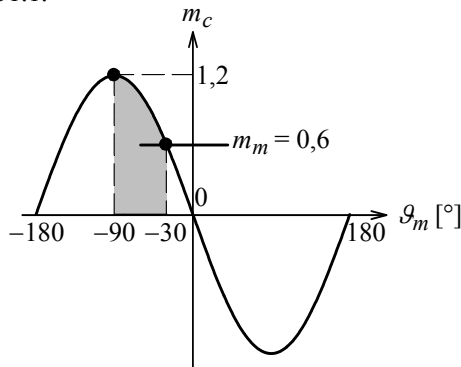
Ako se u (31.1) smene struje i uvrsti međusobna induktivnost dobija se momenat konverzije koji zavisi od pozicije rotora:

$$m_c = -I_1 I_2 \cdot M \sin \vartheta_m = -1,5 \cdot 1 \cdot 0,8 \sin \vartheta_m = -1,2 \sin \vartheta_m. \quad (31.2)$$

Kada se rotor ovog dvopobudnog sistema optereti radnom mašinom, mehaničkog momenta m_m , on će se zaustaviti na poziciji ϑ_m na kojoj će se izjednačiti momenat koji razvija ovaj dvopobudni sistemi sa mehaničkim momentom tj. $m_m = m_c$:

$$0,6 = m_m = m_c = -1,2 \sin \vartheta_m \Rightarrow \vartheta_m = -30^\circ. \quad (31.3)$$

Zavisnost momenta konverzije datog dvopobudnog sistema od položaja rotora prikazana je na slici 31.1.



Slika 31.1. Zavisnost momenta konverzije od položaja rotora.

Treba primetiti da ako se ukuje mehaničko opterećenje, tada će se rotor postaviti na poziciju $\vartheta_m = 0$ tj. na poziciju na kojoj se magnetne ose namotaja poklapaju.

b) Mehanički rad za promenu položaja rotora od $\vartheta_{m1} = -30^\circ$ do $\vartheta_{m2} = -90^\circ$ je:

$$A_{meh} = \Delta W_m = \Delta W_c = \int_{\vartheta_{m1}}^{\vartheta_{m2}} m_c d\vartheta_m = -1,2 \int_{-30^\circ}^{-90^\circ} \sin \vartheta_m d\vartheta_m = 1,2 \cos \vartheta_m \Big|_{-30^\circ}^{-90^\circ} = -1,04 \text{ J} \quad (31.4)$$

Predznak minus u (31.4) ukazuje da je potrebno uložiti mehanički rad da bi došlo do pomeranja rotora iz položaja $\vartheta_{m1} = -30^\circ$ do $\vartheta_{m2} = -90^\circ$. Mehanički rad A_{meh} srazmeran je osenčenoj površini na slici 31.1.

c) Statorskim namotajem protiče naizmenična struja $i_2 = \sqrt{2}I_2 \cos(\omega_2 t)$ gde je $I_2 = 2 \text{ A}$, a $\omega_2 = 2\pi f_2 = 100\pi \text{ rad/s}$ koja stvara vremenski promenljiv fluks. Takav fluks u rotorskom namotaju indukuje elektromotornu silu:

$$-e_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \right) \cdot \omega_m. \quad (31.5)$$

Kako je rotorski namotaj kratko spojen to je napon na njegovim krajevima $u_1 = 0$ i kroz njega će proticati struja i_1 koja je takođe naizmenična. Iz jednačine naponske ravnoteže za rotorski namotaj može se odrediti struja i_1 u tom namotaju:

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 - e_1 = 0. \quad (31.6)$$

Kada se u (31.6) uvaži da se otpornost namotaja zanemaruje, tada se za indukovanu ems rotora može napisati:

$$-e_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \right) \cdot \omega_m = 0. \quad (31.7)$$

Kako je rotor ukočen, to je njegova brzina $\omega_m = 0$, pa postoji samo transformatorska ems, a nema ems rotacije. Iz jednačine (31.7) može se doći do struje rotora:

$$0 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} \Rightarrow i_1 = -\frac{L_{12}}{L_{11}} \int \frac{di_2}{dt} dt + C. \quad (31.8)$$

Razmatrana konfiguracija dvopobudnog sistema sa ukočenim rotorom funkcioniše kao transformator, gde je primarni namotaj (statorski) priključen na naizmenični napon, a sekundarni (rotorski) je kratko spojen. U tom slučaju je i sekundarna (rotorska) struja takođe naizmenična. Zbog toga je konstanta C u (31.8) jednaka nuli u ustaljenom stanju.

Rotor je ukočen u položaju $\vartheta_m = 15^\circ$, pa je vrednosti međusobne induktivnosti za tu poziciju rotora:

$$L_{12}(\vartheta_m = 15^\circ) = 0,8 \cdot \cos(15^\circ) = 0,773 \text{ H}. \quad (31.9)$$

Konačno se struja rotora, pri kratko spojenom namotaju i rotorom ukočenim na poziciji $\vartheta_m = 15^\circ$, dobija smenom vrednosti (31.9) u (31.8):

$$i_1 = -\frac{L_{12}(\vartheta_m = 15^\circ)}{L_{11}} \cdot i_2 = -0,773 \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cos(\omega_2 t), \quad (31.10)$$

$$i_1 = -\sqrt{2} \cdot 1,546 \cos(\omega_2 t) = -\sqrt{2} \cdot I_1 \cos(\omega_2 t). \quad (31.10a)$$

Kada se u jednačinu za momenat konverzije (31.1) ovog dvopobudnog sistema, uvrste struje i induktivnosti, dobija se trenutna vrednost momenta konverzije, pri kratko spojenom namotaju rotora i rotorom ukočenim na poziciji $\vartheta_m = 15^\circ$:

$$m_c = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} = -i_1 i_2 \cdot M \sin \vartheta_m = -\left[-\sqrt{2} I_1 \cos(\omega_2 t)\right] \cdot \left[\sqrt{2} I_2 \cos(\omega_2 t)\right] \cdot M \sin \vartheta_m, \quad (31.11)$$

$$m_c = 2 I_1 I_2 M \cos^2(\omega_2 t) \sin \vartheta_m = 2 I_1 I_2 M \frac{1 + \cos(\omega_2 t)}{2} \sin \vartheta_m = M_{sr} (1 + \cos(\omega_2 t)). \quad (31.12)$$

Srednja vrednost momenta konverzije iznosi:

$$M_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T m_c dt = I_1 I_2 M \sin \vartheta_m = 2 \cdot 1,546 \cdot 0,8 \cdot \sin 15^\circ = 0,64 \text{ Nm}. \quad (31.13)$$

d) Iz jednačine naponske ravnoteže za statorski namotaj, može se odrediti potreban napon kako bi se postigle struje kao u delu pod c):

$$u_2 = R_2 \cdot i_2 - e_2. \quad (31.14)$$

Kada se u (31.14) uvaži da se otpornost statorskog namotaja zanemaruje i da je rotor nepokretan na poziciji $\vartheta_m = 15^\circ$, tada indukovana ems statora sadrži samo transformatorsku ems, pa se može napisati:

$$u_2 = -e_2 = \frac{d\psi_2}{dt} = L_{12} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt}. \quad (31.15)$$

Kada se u (31.15) uvrste struja rotora data jednačinom (31.10) i struja statora, dobija se trenutna vrednost potrebnog napona statora:

$$u_2 = -e_2 = \left[L_{22} - \frac{L_{12}^2}{L_{11}} \right] \frac{di_2}{dt} = -\left[L_{22} - \frac{L_{12}^2}{L_{11}} \right] \sqrt{2} I_2 \omega_2 \sin(\omega_2 t) = -\sqrt{2} U_2 \sin(\omega_2 t). \quad (31.16)$$

Efektivna vrednost potrebnog statorskog napona je:

$$U_2 = \left[L_{22} - \frac{L_{12}^2}{L_{11}} \right] I_2 \omega_2 = \left(0,75 - \frac{0,8^2 \cos^2 15^\circ}{1} \right) \cdot 2 \cdot 100\pi = 96,05 \text{ V}. \quad (31.17)$$

32. Zadatak: U dvopobudnom sistemu induktivnost namotaja rotora je $L_{11} = 1$ H, induktivnost namotaja statora $L_{22} = 1 + 0,5\cos(2\vartheta_m)$ H i međusobna induktivnost $L_{12} = 1,5\cos\vartheta_m$ H.

- Odrediti indukovanu elektromotornu silu na krajevima otvorenog namotaja statora kada se rotor obrće brzinom od $\omega_m = 377$ rad/s i kroz njegov namotaj teče jednosmerna struja od $I_1 = 1$ A. Kolika je efektivna vrednost i učestanost ove indukovane elektromotorne sile?
- Odrediti srednju vrednost momenta konverzije i potrebnu vrednost napona na rotoru pri naizmeničnoj struji u namotaju rotora efektivne vrednosti 20 A i učestanosti 60 Hz, kada je stator kratko spojen, a rotor ukočen u položaju $\vartheta_m = 60^\circ$.

Omske otpornosti namotaja se zanemaruju.

Kako je induktivnost namotaja rotora L_{11} konstantna, može se zaključiti da je stator cilindričan, a induktivnost namotaja statora je $L_{22} = f(2\vartheta_m)$, pa se može zaključiti da je rotor sa isturenim polovima. Pošto se rotor obrće konstantnom brzinom, to je pozicija rotora:

$$\vartheta_m = \int_0^t \omega_m dt = \omega_m t - \delta. \quad (32.1)$$

gde je δ ugao između ose rotora i statora u početnom trenutku.

- Indukovana elektromotorna sila u statorskom namotaju dvopobudnog sistema je:

$$-e_2 = \frac{d\psi_2}{dt} = L_{22} \frac{di_2}{dt} + L_{12} \frac{di_1}{dt} + \left(i_2 \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m} + i_1 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \right) \omega_m. \quad (32.2)$$

Kada se uvaži da je statorski namotaj otvoren (tj. u praznom hodu), $i_2 = 0$, i da kroz rotorski namotaj teče jednosmerna struja, u (32.2) će ostati samo sabirak koji predstavlja elektromotornu silu rotacije:

$$-e_2 = I_1 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \omega_m = -I_1 M \omega_m \sin \vartheta_m, \quad (32.3)$$

$$e_2 = I_1 M \omega_m \sin(\omega_m t - \delta) = 1 \cdot 1,5 \cdot 377 \sin(377t - \delta) = \sqrt{2} \cdot 400 \sin(2\pi \cdot 60 - \delta). \quad (32.4)$$

Dakle, efektivna vrednost indukovane elektromotorne sile u statorskom namotaju je 400 V, a njena frekvencija je 60 Hz.

- Kako bi se dao odgovor na postavljeno pitanje, najpre treba naći struju statora. Rotorskim namotajem protiče naizmenična struja $i_1 = \sqrt{2}I_1 \sin(\omega_1 t)$ gde je $I_1 = 20$ A, a $\omega_1 = 2\pi f_1 = 120\pi$ rad/s koja stvara magnetno polje nepokretno u odnosu na rotor, ali promenljivo u vremenu – pulsirajuće polje. Takav fluks u statorskom namotaju indukuje elektromotornu silu. Kako je statorski namotaj kratko spojen (napon $u_2 = 0$), kroz njega će proticati struja koja je takođe naizmenična. Iz jednačine naponske ravnoteže za statorski namotaj može se odrediti struja u tom namotaju:

$$u_2 = R_2 \cdot i_2 - e_2 = 0. \quad (32.5)$$

Kada se u (32.5) uvaži da se otpornost namotaja zanemaruje, tada se za indukovanu ems statora može napisati:

$$-e_2 = \frac{d\psi_2}{dt} = L_{22} \frac{di_2}{dt} + L_{12} \frac{di_1}{dt} + \left(i_2 \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m} + i_1 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \right) \cdot \omega_m = 0. \quad (32.6)$$

Kako je rotor ukočen, to je njegova brzina $\omega_m = 0$, pa postoji samo transformatorska ems, a nema ems rotacije. Iz jednačine (32.6) se može doći do struje statora:

$$0 = L_{22} \frac{di_2}{dt} + L_{12} \frac{di_1}{dt} \Rightarrow i_2 = -\frac{L_{22}}{L_{12}} \int \frac{di_1}{dt} dt + C. \quad (32.7)$$

Razmatrana konfiguracija dvopobudnog sistema sa ukočenim rotorom funkcioniše kao transformator, gde je primarni namotaj (rotorski) priključen na naizmenični napon, a sekundarni (statorski) je kratko spojen. U tom slučaju znamo da je i sekundarna (statorska) struja takođe naizmenična. Zbog toga je konstanta C u (32.7) jednaka nuli.

Rotor je ukočen u položaju $\vartheta_m = 60^\circ$, pa su vrednosti odgovarajućih induktivnosti u (32.7) za tu poziciju rotora:

$$L_{22}(\vartheta_m = 60^\circ) = 1 + 0,5 \cdot \cos(2 \cdot 60^\circ) = 0,75, \quad (32.8)$$

$$L_{12}(\vartheta_m = 60^\circ) = 1,5 \cdot \cos(60^\circ) = 0,75. \quad (32.9)$$

Konačno se struja statora dobija smenom vrednosti (32.8) i (32.9) u (32.7):

$$i_2 = -\frac{L_{22}(\vartheta_m = 60^\circ)}{L_{12}(\vartheta_m = 60^\circ)} \cdot i_1 = -i_1 = -\sqrt{2} \cdot 20 \sin(2\pi \cdot 60 \cdot t). \quad (32.10)$$

Sada se može naći momenat konverzije ovog dvopobudnog sistema:

$$m_c = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}, \quad (32.11)$$

kada se uvaži da je induktivnost rotor L_{11} konstantna i da je $i_2 = -i_1$ dobija se:

$$m_c = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m} - i_1^2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}. \quad (32.12)$$

Kada se nađu vrednosti izvoda odgovarajućih induktivnosti navedenih u (32.12) i uvaži da je rotor ukočen na poziciji $\vartheta_m = 60^\circ$:

$$\frac{dL_{22}}{d\vartheta_m}(\vartheta_m = 60^\circ) = -\sin(2 \cdot 60^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}(\vartheta_m = 60^\circ) = -1,5 \sin(60^\circ) = -1,3, \quad (32.13)$$

dobija se trenutna vrednost momenta konverzije:

$$m_c = \frac{1}{2} i_1^2 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + 1,3 i_1^2 = 0,8667 \cdot i_1^2,$$

$$m_c = 0,8667 \cdot (\sqrt{2} I_1 \sin(\omega_1 t))^2 = 693,6 \sin^2(\omega_1 t) = 693,6 \frac{1 - \cos 2\omega_1 t}{2} = M_{sr} (1 - \cos 2\omega_1 t), \quad (32.14)$$

gde je srednja vrednost momenta konverzije:

$$M_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T m_c dt = \frac{693,6}{2} = 346,8 \text{ Nm}. \quad (32.15)$$

Potreban napon napajanja rotorskog namotaja, uz zanemarenje omske otpornosti i kada se uvaži da je rotor ukočen, dobija se iz jednačine naponske ravnoteže za namotaj rotora:

$$u_1 = -e_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt}. \quad (32.16)$$

Kada se u (32.16) uvaži da je $i_2 = -i_1$, što je pokazano u (32.10), dobija se trenutna vrednost potrebnog napona na rotoru:

$$u_1 = -e_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = (L_{11} - L_{12}) \frac{di_1}{dt} = \sqrt{2}(L_{11} - L_{12}) I_1 \omega_1 \cos \omega_1 t, \quad (32.17)$$

$$u_1 = \sqrt{2}(1 - 0,75) \cdot 20 \cdot 377 \cos \omega_1 t = \sqrt{2} \cdot 1885 \cos \omega_1 t, \quad (32.18)$$

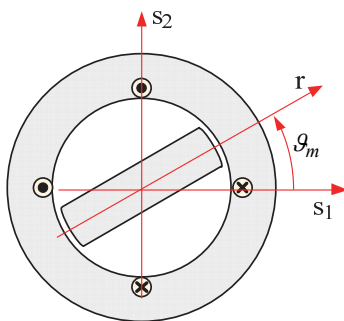
gde je međusobna induktivnost za rotor ukočen na poziciji $\vartheta_m = 60^\circ$:

$$L_{12}(\vartheta_m = 60^\circ) = 1,5 \cos(60^\circ) = 0,75. \quad (32.19)$$

33. Zadatak: Dvopobudni sistem sa oba namotaja na statoru ima sopstvene induktivnosti namotaja $L_{11} = A + 0,5\Delta L \cos(2\vartheta_m)$ H, $L_{22} = A - 0,5\Delta L \cos(2\vartheta_m)$ H, i međusobnu induktivnost $L_{12} = 0,5\Delta L \sin(2\vartheta_m)$ H, gde je $\Delta L = 1$. Kroz namotaje protiču naizmenične struje $i_1 = I_m \cos(\omega t)$, $i_2 = I_m \sin(\omega t)$ gde je $I_m = \sqrt{2} \cdot 5$ A, a frekvencija je 50 Hz.

- Skicirati izgled sistema i odrediti o kojoj vrsti rotacione električne mašine se radi.
- Odrediti trenutnu vrednost momenta konverzije koju razvija ovaj pretvarač. Pod kojim uslovima će se razvijati srednji momenat konverzije različit od nule?
- Kolikim maksimalnim momentom radna mašina može opteretiti ovaj sistem?
- Ako se ovaj sistem optereti mehaničkim momentom od $-12,5$ Nm, koliko iznosi ugao opterećenja?

a) Pošto su sopstvene induktivnosti namotaja statora $L = f(2\vartheta_m)$ može se zaključiti da je rotor sa isturenim polovima. Kako između sopstvenih induktivnosti namotaja statora postoji fazna pomenost od $\pi/2$, $L_{22} = L_{11}(\vartheta_m - \pi/2)$ zaključuje se da su namotaji prostorno pomereni za isti ugao tj. $\pi/2$. Na slici 33.1. prikazan je izgled ovog dvopobudnog sistema. Ovaj dvopobudni sistem predstavlja sinhronu reluktantnu mašinu.



Slika 33.1. Izgled dvopobudnog sistema – sinhrona reluktantna mašina.

Kako se rotor sinhronne mašine mora obrtati konstantnom brzinom to je pozicija rotora:

$$\vartheta_m = \int_0^t \omega_m dt = \omega_m t - \delta, \quad (33.1)$$

gde je δ ugao između ose rotora i statora u početnom trenutku.

- Kada se u jednačinu za momenat konverzije dvopobudnog sistema:

$$m_c = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\vartheta_m} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}, \quad (33.2)$$

uvrste struje i induktivnosti, dobija se:

$$m_c = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L \left[-\cos^2(\omega t) \cdot \sin(2\vartheta_m) + \sin^2(\omega t) \cdot \sin(2\vartheta_m) + 2 \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(2\vartheta_m) \right],$$

$$m_c = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L \left[-\frac{1 + \cos(2\omega t)}{2} \cdot \sin(2\vartheta_m) + \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} \cdot \sin(2\vartheta_m) + \sin(2\omega t) \cdot \cos(2\vartheta_m) \right],$$

$$m_c = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L [\sin(2\omega t) \cdot \cos(2\vartheta_m) - \cos(2\omega t) \cdot \sin(2\vartheta_m)] = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L \sin(2(\omega t - \vartheta_m)),$$

$$m_c = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L \sin(2(\omega t - \omega_m t + \delta)). \quad (33.3)$$

c) Da bi se ovaj dvopobudni sistem opteretio radnom mašinom potrebno je da se razvija srednji momenat konverzije različit od nule. Iz jednačine (33.3) je očigledno da argument trigonometrijske funkcije ne zavisi od vremena ako je $\omega_m = \omega = 100\pi$, tj. ako se rotor obrće sinhronom brzinom, čime se postiže da srednji momenat konverzije bude različit od nule. U prikazanom sistemu omogućen je proces elektromehaničke konverzije tako da je trenutna vrednost momenta konverzije jednaka srednjoj vrednosti momenta i da je momenat konverzije koji razvija sistem nezavisan od vremena. Tada srednja vrednost momenta konverzije zavisi samo od ugla opterećenja i iznosi:

$$m_c = M_{sr} = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L \sin(2\delta) = M_{max} \sin(2\delta) = 25 \sin(2\delta) \text{ Nm}. \quad (33.4)$$

Maksimalan momenat sa kojim radna mašina može opteretiti ovaj sistem je $m_m = M_{max} = 25 \text{ Nm}$. Sa ovom radnom mašinom sinhrona reluktantna mašina radi u motorskom režimu rada.

Ugao označen sa δ u (33.4) a koji je inicijalno uveden kao početna vrednost ugla ϑ_m u stvarnosti je mnogo više od toga. Ovaj ugao se naziva još i ugao opterećenja jer njegova vrednost zavisi od opterećenja sinhrona mašine.

d) Najpre je potrebno zapaziti da je zadati mehanički momenat negativan jer iznosi $m_m = -12,5 \text{ Nm}$. Negativan znak mehaničkog momenta ukazuje da on nije opterećenje ovom sistemu nego da se javlja kao pogonski momenat. Prethodno izneto određuje da data sinhrona reluktantna mašina radi u generatorskom režimu rada. U stacionarnom stanju uspostaviće se ravnoteža mehaničkog momenta i momenta konverzije tj. $m_c = m_m$, što omogućuje da se odredi ugao opterećenja:

$$\delta = \frac{1}{2} \arcsin \frac{m_m}{M_{max}} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{-12,5}{25} = -15^\circ. \quad (33.5)$$

34. Zadatak: Date su induktivnosti sinhronne mašine sa pobudom (mašina sa tri namotaja): $L_{s1} = L_{s2} = L_r = 5 \text{ H}$, $L_{s1s2} = 0 \text{ H}$, $L_{s1r} = M \cos \vartheta_m \text{ H}$, $L_{s2r} = M \sin \vartheta_m \text{ H}$, gde je $M = 4$. Kroz statorske namotaje protiču naizmenične struje $i_{s1} = I_m \cos(\omega t)$, $i_{s2} = I_m \sin(\omega t)$, gde je $I_m = 50 \text{ A}$, a frekvencija je 50 Hz . Struja u rotorskom namotaju je jednosmerna. Vratilo date sinhronne mašine sa pobudom je mehanički povezano sa vratilom motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom. Parametri motora jednosmerne struje su: $U_{an} = 400 \text{ V}$, $R_a = 0,16 \Omega$, $M_{ap} = 0,6059 \text{ H}$, $I_{pn} = 2 \text{ A}$.

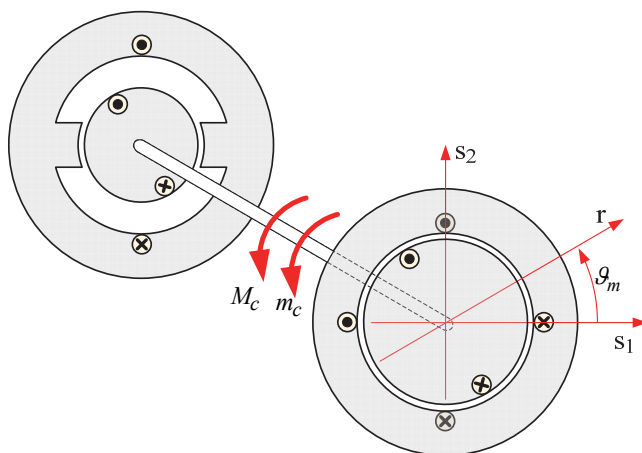
- Odrediti momenat konverzije sinhronne mašine sa pobudom ako se rotor obrće sa $\omega_m = 2\pi 50 \text{ rad/s}$.
- Izvesti jednačinu za mehaničku karakteristiku motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom ako mašina radi sa nominalnim pobudnim fluksom i naponom napajanja.
- Odrediti potrebnu jednosmernu struju rotora sinhronne mašine sa pobudom tako da se rotori mašina obrću brzinom $\omega_m = 2\pi 50 \text{ rad/s}$. Mašina jednosmerne struje radi sa nominalnim pobudnim fluksom i naponom napajanja, a sinhrona mašina ima ugao opterećenja $\delta = -45^\circ$.

Kako se rotor sinhronne mašine mora obrtati konstantnom brzinom, to je pozicija rotora:

$$\vartheta_m = \int_0^t \omega_m dt = \omega_m t - \delta, \quad (34.1)$$

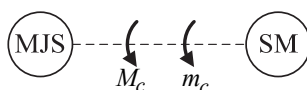
gde je δ ugao između ose rotora i statora u početnom trenutku.

Na slici 34.1. su prikazane sinhrona mašina sa pobudom i mašina jednosmerne struje čiji su rotori mehanički kruto povezani.



Slika 34.1. Sinhrona mašina i mašina jednosmerne struje.

Sprega krutim vratilom omogućava jedinstvenu brzinu obrtanja rotora obe mašine. Mehanička veza se u električnim šemama prikazuje tankom isprekidanom linijom kao što je prikazano na slici 34.2, a u nekim slučajevima sa dve tanke paralelne linije.



Slika 34.2. Šematski prikaz dve mašine čiji su rotori spregnuti krutim vratilom.

a) Data sinhrona mašina sa pobudom ima cilindričan i stator i rotor tako da u momentu konverzije postoji samo osnovna komponenta momenta.

$$m_c = i_{s1} I_r \frac{dL_{s1r}}{d\vartheta_m} + i_{s2} I_r \frac{dL_{s2r}}{d\vartheta_m}, \quad (34.2)$$

$$m_c = M I_r (-i_{s1} \sin \vartheta_m + i_{s2} \cos \vartheta_m). \quad (34.3)$$

Kada se u (34.3) uvrste staterske struje, dobija se:

$$m_c = M I_r I_m (\sin(\omega t) \cdot \cos \vartheta_m - \cos(\omega t) \cdot \sin \vartheta_m), \quad (34.4)$$

a kada se uvaži (34.1) i činjenica da je $\omega_m = \omega$, dolazi se do jednačine za momenat konverzije sinhronne mašine sa pobudom:

$$m_c = M I_r I_m \sin(\omega t - \vartheta_m) = M I_r I_m \sin \delta. \quad (34.5)$$

b) Ako se iz jednačine naponske ravnoteže armature mašine jednosmerne struje:

$$U_{an} = R_a \cdot I_a + E_a = R_a \cdot I_a + M_{ap} \cdot I_{pn} \cdot \omega_m, \quad (34.6)$$

izrazi struja indukta:

$$I_a = \frac{U_{an} - M_{ap} \cdot I_{pn} \cdot \omega_m}{R_a}, \quad (34.7)$$

i smeni u jednačinu za momenat konverzije, dobija se tražena zavisnost:

$$M_c = M_{ap} \cdot I_{pn} \cdot I_a = M_{ap} \cdot I_{pn} \cdot \frac{U_{an} - M_{ap} \cdot I_{pn} \cdot \omega_m}{R_a}. \quad (34.8)$$

c) Rotori obe mašine su mehanički povezani tj. imaju jedinstvenu brzinu od $\omega_m = 2\pi \cdot 50$ rad/s, pa prema (34.8) mašina jednosmerne struje razvija momenat konverzije od:

$$M_c = 0,6059 \cdot 2 \cdot \frac{400 - 0,6059 \cdot 2 \cdot 2\pi \cdot 50}{0,16} = 146,187 \text{ Nm}, \quad (34.9)$$

i radi u motorskom režimu rada (brzina obrtanja i M_c imaju isti smer). Ovaj momenat deluje kao pogonski momenat za sinhronu mašinu tj. za nju je on mehanički momenat m_m .

Na vratilu ove grupe mašina deluje još jedan momenat, a to je momenat konverzije sinhronne mašine. Njegov pozitivan referentni smer je definisan u smeru brzine obrtanja. Momenat konverzije koji razvija sinhrona mašina prema (34.5) uz uvažavanje da je $\delta = -45^\circ$ (generatorski je režim rada jer je $\delta < 0$, $m_c < 0$) iznosi:

$$m_c = M I_r I_m \sin \delta = -4 \cdot I_r \cdot 50 \frac{\sqrt{2}}{2} = -100\sqrt{2} I_r. \quad (34.10)$$

U stacionarnom stanju Njutnova jednačina kretanja za ovako definisane referentne smerove momenata, a koji su naznačeni na slici 34.1 glasi:

$$M_c + m_c = 0, \quad (34.11)$$

$$M_c - 100\sqrt{2}I_r = 0,$$

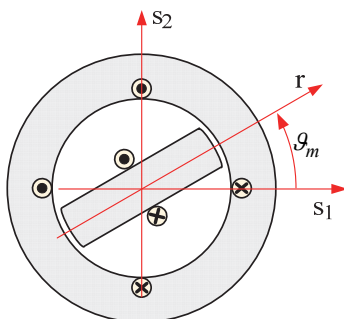
odakle se može doći do potrebne struje rotora sinhronne mašine sa pobudom:

$$I_r = \frac{M_c}{\sqrt{2} \cdot 100} = \frac{146,187}{\sqrt{2} \cdot 100} = 1,0337 \text{ A}. \quad (34.12)$$

35. Zadatak: Elektromehanički pretvarač ima dva namotaja na statoru, a treći namotaj se nalazi na rotoru. Sopstvene induktivnosti namotaja statora su $L_{s1} = A + 0,5\Delta L \cos(2\vartheta_m)$ H, $L_{s2} = A - 0,5\Delta L \cos(2\vartheta_m)$ H, i namotaja na rotoru $L_r = 1$ H. Međusobna induktivnost statorskih namotaja je $L_{12} = 0,5\Delta L \sin(2\vartheta_m)$ H, a međusobne induktivnosti statorsko rotorskih namotaja su $L_{s1r} = M \cos \vartheta_m$ H, $L_{s2r} = M \sin \vartheta_m$ H gde je $M = 0,8$ a $\Delta L = 1$. Kroz namotaje statora protiču naizmenične struje $i_1 = I_m \cos(\omega t)$, $i_2 = I_m \sin(\omega t)$, frekvencije 50 Hz gde je $I_m = \sqrt{2} \cdot 5$ A, dok kroz rotorski namotaj protiče jednosmerna struja od 10 A.

- Skicirati izgled sistema i odrediti o kojoj vrsti rotacione električne mašine se radi.
- Odrediti trenutnu vrednost momenta konverzije koju razvija ovaj pretvarač.
- Pod kojim uslovima će se razvijati srednji momenat konverzije različit od nule? Ako je ugao opterećenja 45° koliki je momenat opterećenja?

a) Pošto su sopstvene induktivnosti namotaja statora $L = f(2\vartheta_m)$, može se zaključiti da je rotor sa isturenim polovima. Kako između sopstvenih induktivnosti namotaja statora postoji fazna pomenost od $\pi/2$, $L_{s2} = L_{s1}(\vartheta_m - \pi/2)$ zaključuje se da su namotaji prostorno pomereni za isti ugao tj. $\pi/2$. Treći namotaj (pobudni) se nalazi na rotoru. Na slici 35.1. prikazan je izgled ovog elektromehaničkog pretvarača. Ovaj sistem predstavlja sinhronu mašinu sa pobudom i istaknutim polovima.



Slika 35.1. Sinhrona mašina sa pobudom i sa istaknutim polovima.

- b) Momenat konverzije datog elektromehaničkog pretvarača je:

$$m_c = \frac{1}{2} i^t \cdot \frac{dL}{d\vartheta_m} \cdot i = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & I_r \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{d\vartheta_m} \begin{bmatrix} L_{s1} & L_{12} & L_{s1r} \\ L_{12} & L_{s2} & L_{s2r} \\ L_{s1r} & L_{s2r} & L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ I_r \end{bmatrix}, \quad (35.1)$$

$$m_c = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{s1}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{s1}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} I_r^2 \frac{dL_r}{d\vartheta_m} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} + i_1 I_r \frac{dL_{1r}}{d\vartheta_m} + i_2 I_r \frac{dL_{2r}}{d\vartheta_m}, \quad (35.2)$$

a kada se uvaži da je induktivnost rotorskog namotaja konstantna, dobija se:

$$m_c = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{s1}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{s1}}{d\vartheta_m} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} + i_1 I_r \frac{dL_{1r}}{d\vartheta_m} + i_2 I_r \frac{dL_{2r}}{d\vartheta_m}, \quad (35.3)$$

gde su prva tri sabirka ista kao kod sinhronne reluktantne mašine, i oni predstavljaju reluktantnu komponentu momenta koja je u Zadatku 33. određena da iznosi:

$$m_{cr} = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{s1}}{d\vartheta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{s1}}{d\vartheta_m} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L \sin 2(\omega t - \omega_m t + \delta). \quad (35.4)$$

Kada se u (35.3) uvrste struje statora i rotora i ranije određena reluktantna komponenta momenta konverzije data sa (35.4), dobija se trenutna vrednost momenta konverzije sinhronne mašine sa pobudom i sa istaknutim polovima:

$$m_c = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L \sin 2(\omega t - \omega_m t + \delta) + I_m I_r M (-\cos(\omega t) \cdot \sin \vartheta_m + \sin(\omega t) \cdot \cos \vartheta_m), \quad (35.5)$$

$$m_c = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L \sin 2(\omega t - \omega_m t + \delta) + I_m I_r M [-\cos(\omega t) \cdot \sin(\omega_m t - \delta) + \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega_m t - \delta)] \quad (35.6)$$

$$m_c = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L \sin 2(\omega t - \omega_m t + \delta) + I_m I_r M \sin(\omega t - \omega_m t + \delta) = m_{cr} + m_{co}, \quad (35.7)$$

c) Da bi ovaj elektromehanički pretvarač obavljao rad potrebno je da se razvija srednji momenat konverzije različit od nule. Iz jednačine (35.7) je očigledno da argument trigonometrijske funkcije ne zavisi od vremena ako je $\omega_m = \omega = 100\pi$, tj. ako se rotor obrće sinhronom brzinom, čime se postiže da srednji momenat konverzije bude različit od nule. Ukoliko je to zadovoljeno, omogućen je proces elektromehaničke konverzije, tako da je trenutna vrednost momenta konverzije jednaka srednjoj vrednosti momenta, i da je momenat konverzije koji razvija sistem nezavisan od vremena. Tada srednja vrednost momenta konverzije zavisi od ugla opterećenja i iznosi:

$$m_c = M_{sr} = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L \sin 2\delta + I_m I_r M \sin \delta. \quad (35.8)$$

Za ugao opterećenja od 45° momenat konverzije je:

$$m_c = M_{sr} = \frac{1}{2} (\sqrt{2} \cdot 5)^2 \cdot 1 \cdot \sin(2 \cdot 45^\circ) + \sqrt{2} \cdot 5 \cdot 10 \cdot 0,8 \sin 45^\circ = 65 \text{ Nm}. \quad (35.9)$$

Ova mašina radi u motorskom režimu rada, jer je momenat konverzije pozitivan.

36. Zadatak: Dvopobudni sistem ima induktivnost namotaja statora $L_{22} = 0,02$ H, induktivnost namotaja rotora $L_{11} = 0,06$ H i međusobnu induktivnost $L_{12} = M \cos \vartheta_m$ H, gde je $M = 0,08$.

- Rotor se obrće brzinom $\omega_m = 300$ rad/s, a kroz statorski namotaj teče naizmenična struja $i_2 = I_{2m} \sin(\omega_2 t)$, gde je $I_{2m} = 15$ A a $\omega_2 = \omega_m$. Naći indukovanu elektromotornu silu u rotorskom namotaju, ako su njegovi krajevi otvoreni. U trenutku $t = 0$ s pozicija rotora je $\vartheta_m = 0$ rad.
- Struja definisana u delu zadatka pod a) protiče kroz oba namotaja (statorski i rotorski) vezana na red. Pri kojim brzinama će se imati srednji momenat konverzije različit od nule, koje su njegove maksimalne vrednosti, i pri kojim uglovima δ se postižu?

Kako su induktivnosti namotaja statora i rotora konstantne, može se zaključiti da ovaj dvopobudni sistem ima cilindričan stator i rotor.

Pošto se rotor obrće konstantnom brzinom to je pozicija rotora:

$$\vartheta_m = \int_0^t \omega_m dt = \omega_m t - \delta = \omega_m t, \quad (36.1)$$

jer je početni ugao $\delta = 0$.

- Trenutna vrednost indukovane ems u namotaju rotora dvopobudnog sistema je:

$$-e_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + \left(i_1 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \right) \cdot \omega_m. \quad (36.2)$$

Kada se u (36.2) uvrsti da je struja rotora $i_1 = 0$ (otvoren namotaj rotora), dobija se:

$$-e_1 = L_{12} \frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m} \cdot \omega_m, \quad (36.3)$$

a sada smenom struje statora $i_2 = I_{2m} \sin(\omega_m t)$ i međusobne induktivnosti $L_{12} = M \cos \vartheta_m$ odnosno $L_{12} = M \cos(\omega_m t)$, dobija se:

$$-e_1 = M \cos(\omega_m t) \cdot I_{2m} \omega_m \cos(\omega_m t) - I_{2m} \sin(\omega_m t) \cdot M \sin(\omega_m t) \cdot \omega_m, \quad (36.4)$$

$$e_1 = MI_{2m} \omega_m \cos(2\omega_m t) = \sqrt{2} E_1 \cos(\omega_1 t). \quad (36.5)$$

U rotorskom namotaju se indukuje elektromotorna sila efektivne vrednosti i frekvencije:

$$E_1 = \frac{MI_{2m}\omega_m}{\sqrt{2}} = \frac{0,08 \cdot 15 \cdot 300}{\sqrt{2}} = \frac{360}{\sqrt{2}} = 254,56 \text{ V} \quad f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{2\omega_m}{2\pi} = \frac{600}{2\pi} = 95,5 \text{ Hz}. \quad (36.6)$$

- Momenat konverzije dvopobudnog sistema sa cilindričnim statorom i rotorom ima samo osnovnu komponentu:

$$m_c = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\vartheta_m}. \quad (36.7)$$

Kada se uvaži da ista prostoperiodična struja protiče kroz namotaje statora i rotora, jer su vezani na red, i kada se uvrsti međusobna induktivnost dobija se:

$$m_c = -(I_{2m} \sin \omega_2 t)^2 \cdot M \sin(\omega_m t - \delta) = -I_{2m}^2 M \cdot \frac{1 - \cos 2\omega_2 t}{2} \cdot \sin(\omega_m t - \delta). \quad (36.8)$$

Trenutna vrednost momenta konverzije iskazana preko zbira prostoperiodičnih komponenti je:

$$m_c = -\frac{I_{2m}^2 M}{2} \left[\sin(\omega_m t - \delta) - \frac{1}{2} \sin(2\omega_2 t + \omega_m t - \delta) + \frac{1}{2} \sin(2\omega_2 t - \omega_m t + \delta) \right]. \quad (36.9)$$

Prethodni jednačina omogućuje da se jednostavno dođe do srednje vrednosti momenta konverzije. Srednji momenat konverzije različit od nule, postoji pri onim brzinama kojima se eliminiše vremenska zavisnost u argumentu trigonometrijske funkcije u jednačini (36.9).

Prvi sabirak u (36.9), daće $M_{sr} \neq 0$ ako je $\omega_m = 0$, pa je tada srednji momenat konverzije:

$$M_{sr} = -\frac{I_{2m}^2 M}{2} \sin(-\delta) = \frac{I_{2m}^2 M}{2} \sin \delta. \quad (36.10)$$

Srednja vrednost momenta konverzije zavisi od ugla δ (ugao između ose rotora i statora u početnom trenutku). Maksimalna vrednost srednjeg momenta je za $\delta = \pi/2$ i ona iznosi:

$$M_{sr \max} = \frac{I_{2m}^2 M}{2} = \frac{15^2 \cdot 0,08}{2} = 9 \text{ Nm}. \quad (36.11)$$

Drugi sabirak u (36.9), daće $M_{sr} \neq 0$ ako je $\omega_m = -2\omega_2 = -600 \text{ rad/s}$, pa je tada srednji momenat konverzije:

$$M_{sr} = \frac{I_{2m}^2 M}{4} \sin(-\delta) = -\frac{I_{2m}^2 M}{4} \sin \delta. \quad (36.12)$$

Treći sabirak u (36.9), daće $M_{sr} \neq 0$ ako je $\omega_m = 2\omega_2 = 600 \text{ rad/s}$, pa je tada srednji momenat konverzije:

$$M_{sr} = -\frac{I_{2m}^2 M}{4} \sin(\delta) = -\frac{I_{2m}^2 M}{4} \sin \delta. \quad (36.13)$$

Srednja vrednost momenta konverzije data sa (36.12) i (36.13) takođe zavisi od ugla između ose rotora i statora u početnom trenutku (ugao δ). Maksimalna vrednost srednjeg momenta je za $\delta = -\pi/2$ i ona iznosi:

$$M_{sr \max} = \frac{I_{2m}^2 M}{4} = \frac{15^2 \cdot 0,08}{4} = 4,5 \text{ Nm}. \quad (36.14)$$

Iz jednačina (36.10), (36.12) i (36.13) se može izvesti zaključak da je srednja vrednost momenta konverzije različita od nule pri brzinama $\omega_m = 0$ ili $\omega_m = \pm 2\omega_2$ pri čemu mora biti $\delta \neq 0$. U zavisnosti od ugla δ (pozitivan ili negativan), ovaj elektromehanički pretvarač će raditi u motorskom ili generatorskom režimu rada.

37. Zadatak: Induktivnosti dva magnetno spregnuta namotaja date su jednačinama: $L_{11} = 1 - x$ H, $L_{22} = 4(1 - x)$ H, i $L_{12} = 1 + x$ H, gde se linearna koordinata pokretnog dela menja u vremenu $x = (1/4) \cdot \sin t$.

Odrediti elektromotornu silu indukovanu u drugom namotaju, čiji su krajevi otvoreni, ako kroz prvi namotaj teče struja $i_1 = I_{1m} \sin(\omega_1 t)$, gde je $I_{1m} = 5$ A, $\omega_1 = 1$ rad/s.

Primenom Faradejevog zakona elektromagnetne indukcije može se doći do trenutne vrednosti indukovane elektromotorne sile u drugom namotaju:

$$-e_2 = \frac{d\psi_2}{dt} = \frac{d}{dt}(L_{22}i_2 + L_{12}i_1) = L_{22} \frac{di_2}{dt} + L_{12} \frac{di_1}{dt} + \left(i_2 \frac{dL_{22}}{dx} + i_1 \frac{dL_{12}}{dx} \right) \cdot \frac{dx}{dt}. \quad (37.1)$$

Kada se u (37.1) uvaži da je drugi namotaj otvoren, tj. da je $i_2 = 0$:

$$-e_2 = \frac{d\psi_2}{dt} = \frac{d}{dt}(L_{22}i_2 + L_{12}i_1) = L_{12} \frac{di_1}{dt} + i_1 \frac{dL_{12}}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}. \quad (37.1a)$$

i kada se smene odgovarajuće induktivnosti, dobija se:

$$-e_2 = (1 + x)I_{1m}\omega_1 \cos(\omega_1 t) + I_{1m} \sin(\omega_1 t) \cdot \frac{1}{4} \cos t, \quad (37.2)$$

$$-e_2 = \left(1 + \frac{1}{4} \sin t \right) I_{1m}\omega_1 \cos(\omega_1 t) + I_{1m} \sin(\omega_1 t) \cdot \frac{1}{4} \cos t, \quad (37.3)$$

$$-e_2 = I_{1m}\omega_1 \cos(\omega_1 t) + \frac{I_{1m}}{4} \omega_1 \sin t \cdot \cos(\omega_1 t) + \frac{I_{1m}}{4} \cos t \cdot \sin(\omega_1 t), \quad (37.4)$$

$$-e_2 = I_{1m}\omega_1 \cos(\omega_1 t) + \frac{I_{1m}}{8} [(\omega_1 + 1) \sin((1 + \omega_1)t) + (\omega_1 - 1) \sin((1 - \omega_1)t)]. \quad (37.5)$$

Za $\omega_1 = 1$ rad/s i $I_{1m} = 5$ A, dobija se trenutna vrednost indukovanog napona:

$$e_2 = -5 \cos t - \frac{5}{4} \sin 2t = e_2^1(t) + e_2^2(t). \quad (37.6)$$

Indukovani napon u drugom namotaju, dat jednačinom (37.5), ima dve harmonične komponente, koje su u jednačini (37.6) označene gornjim indeksima (1) i (2).

Ukoliko se pretpostavi da je $\omega_1 \gg 1$ rad/s i $I_{1m} = 5$ A, dobija se trenutna vrednost indukovanog napona u drugom namotaju:

$$e_2 = -5\omega_1 \cos \omega_1 t. \quad (37.7)$$

Ukoliko se pretpostavi da je $\omega_1 \ll 1$ rad/s i $I_{1m} = 5$ A, dobija se trenutna vrednost indukovanog napona:

$$e_2 = 0. \quad (37.8)$$

2. SINHRONE MAŠINE

38. Zadatak: Za trofaznu mašinu naizmjenične struje odrediti vrednosti koje nedostaju u Tabeli I.

Tabela I

Veličina	Varijanta									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Broj pari polova: p	4	2	–	3	4	2	–	3	2	1
Brzina: n_s [o/min]	–	1500	3000	1000	–	1800	3600	1200	–	1000
Frekvencija: f [Hz]	50	–	50	–	60	–	60	–	$16\frac{2}{3}$	–

Brzina Teslinog obrtnog polja (sinhrona mehanička brzina – n_s) zavisi od broja pari polova mašine (p) i frekvencije izvora napajanja (f) i data je sledećom jednačinom:

$$n_s = \frac{60f}{p}. \quad (38.1)$$

Broj pari polova određen je izvedbom namotaja i može se za datu mašinu smatrati da predstavlja geometrijski parametar namotaja. Frekvencija izvora napajanja je određena mrežnim naponom, ako je napajanje iz distributivne mreže, i tada iznosi 50 Hz ili 60 Hz. Za potrebe električne vuče u pojedinim državama (npr. Švedska, Norveška) postoje elektroenergetske mreže čija je frekvencija $16\frac{2}{3}$ Hz. Frekvencija napona napajanja može biti i nekih drugih vrednosti u odnosu na navedene, ako je napajanje iz pretvarača energetske elektronike ili nekog drugog izvora promenljivog napona.

Na osnovu (38.1) određene su nedostajuće vrednosti navedenih veličina u Tabeli I i date su u Tabeli II.

Tabela II

Veličina	Varijanta									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Broj pari polova: p	4	2	1	3	4	2	1	3	2	1
Brzina: n_s [o/min]	750	1500	3000	1000	900	1800	3600	1200	500	1000
Frekvencija: f [Hz]	50	50	50	50	60	60	60	60	$16\frac{2}{3}$	$16\frac{2}{3}$

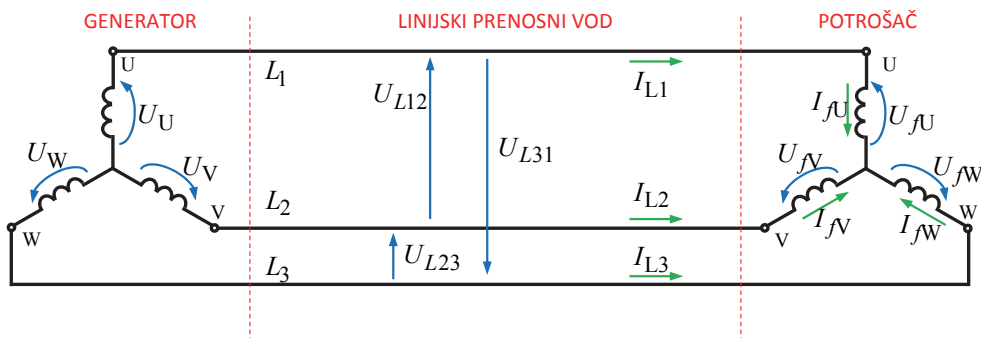
39. Zadatak: U trofaznom sistemu:

- Dati su fazni naponi $u_U(t)$, $u_V(t)$ i $u_W(t)$ trofaznog namotaja spojenog u zvezdu. Odrediti linijske napone.
- Za date fazne struje $i_U(t)$, $i_V(t)$ i $i_W(t)$ trofaznog namotaja spojenog u trougao, odrediti linijske struje.

a) Teslino obrtno magnetno polje je osnovni argument za postojanje trofaznih sistema. U ovom trenutku za nas interesantni elementi trofaznih sistema su generatori kao proizvođači električne energije i motori kao potrošači električne energije. Električna energija se od trofaznih generatora do potrošača prenosi putem trofaznog voda. Na putu prenosa električne energije nalaze se i trofazni transformatori. Namotaji trofaznog generatora su gotovo bez izuzetaka vezani (spojeni, spregnuti) u zvezdu. Namotaji potrošača mogu biti vezani kako u zvezdu tako i u trougao. Primarni i sekundarni namotaji transformatora takođe mogu biti vezani bilo u zvezdu bilo u trougao.

Provodnici kojima su priključci generatora U, V i W vezani sa priključcima potrošača U_1 , V_1 i W_1 nazivaju se faznim provodnicima ili kratko fazama, a označavaju se sa L_1 , L_2 i L_3 (gde slove L dolazi od engleskog naziva *Line*). Naziv "faza" ne upotrebljava se samo kao naziv za pojedine provodnike voda, nego i za pojedine cele strujne krugove trofaznih sistema, kao i za pojedine delove tih strujnih krugova. Tako se i pojedini namotaji trofaznog namotaja generatora, motora i transformatora nazivaju fazama.

Na slici 39.1. prikazan je trofazni sistem koga čine trofazni generator i motor sa namotajima vezanim u zvezdu. Generator i motor su povezani trofaznim vodom.



Slika 39.1. Fazni i linijski (međufazni) naponi trofaznog sistema vezanog u zvezdu.

U trofaznim sistemima podrazumeva se da je:

Fazni napon je napon jedne faze (namota) generatora, odnosno napona na jednoj fazi motora (u širem smislu potrošača).

Fazna struja je struja koja prolazi kroz namot jedne faze (namota) generatora, odnosno motora (u širem smislu potrošača).

Linijski napon je napon između dva linijska provodnika trofaznog voda. Linijski napon se naziva i međufazni napon.

Linijska struja je struja koja prolazi jednim provodnikom (linijom) trofaznog voda.

- Sa slike 39.1 je očigledno da se linijski napon mreže pojavljuje na priključkama trofaznog potrošača U, V i W. Međutim, kod sprege zvezda napon na namotaju (fazi)

potrošača je različit od napona na priključkama. Odnosi ovih napona se lako mogu dobiti primenom Kirhofovih pravila na kolo sa slike 39.1.

Analitički izrazi tri fazna napona (naponi na faznim namotajima) trofaznog namotaja električne mašine (generatora, motora) su:

$$u_U(t) = \sqrt{2}U_f \sin(\omega t), \quad (39.1)$$

$$u_V(t) = \sqrt{2}U_f \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad (39.2)$$

$$u_W(t) = \sqrt{2}U_f \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right). \quad (39.3)$$

gde je:

- U_f efektivna vrednost faznog napona (napona jedne faze) prikazanog na slici 39.1,
- ω ugaona učestanost (kružna frekvencija), $\omega = 2\pi f$.

Po definiciji linijski (međufazni) napon je napon između dva fazna provodnika. Trenutne vrednosti linijskih (međufaznih) napona u trofaznom sistemu su:

$$u_{L12}(t) = u_U(t) - u_V(t), \quad (39.4)$$

$$u_{L23}(t) = u_V(t) - u_W(t), \quad (39.5)$$

$$u_{L31}(t) = u_W(t) - u_U(t). \quad (39.6)$$

Na osnovu (39.4) dobija se:

$$u_{L12}(t) = \sqrt{2}U_f \sin(\omega t) - \sqrt{2}U_f \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2}U_f \left(\sin \omega t - \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \right). \quad (39.7)$$

Primenom identiteta za rastavljanje zbira trigonometrijskih funkcija u proizvod:

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad (39.8)$$

dobija se trenutna vrednost linijskog (međufaznog) napona:

$$u_{L12}(t) = \sqrt{2}U_f \cdot 2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \sqrt{2}U_f \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right), \quad (39.9)$$

$$u_{L12}(t) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}U_f \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}U_f \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right), \quad (39.10)$$

$$u_{L12}(t) = \sqrt{2}U_l \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right), \quad (39.11)$$

gde je: $U_l = \sqrt{3} \cdot U_f$.

Za namotaj spojen u zvezdu efektivna vrednost linijskog napona je $\sqrt{3}$ puta veća od efektivne vrednosti faznog napona. Tako je u distributivnoj mreži za neposredne potrošače (stambeni i poslovni objekti) fazni napon 230 V dok je linijski napon $\sqrt{3} \cdot 230 = 400$ V. Prethodno navedene vrednosti odnose se na efektivne vrednosti napona.

Kako su fazni naponi međusobno fazno pomereni za 120° , to su i linijski naponi fazno pomereni za isti ugao, pa se lako može pokazati da je:

$$u_{L23}(t) = \sqrt{2}U_l \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3}\right), \quad (39.12)$$

$$u_{L31}(t) = \sqrt{2}U_l \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \frac{4\pi}{3}\right). \quad (39.13)$$

Tri fazna prostoperiodična napona data jednačinama (39.1) – (39.3) se mogu predstaviti pomoću tri fazora:

$$\hat{U}_U = U, \quad (39.14)$$

$$\hat{U}_V = U \cdot e^{-j120^\circ} = \hat{U}_U \cdot a^{-1}, \quad (39.15)$$

$$\hat{U}_W = U \cdot e^{-j240^\circ} = \hat{U}_U \cdot a^{-2}, \quad (39.16)$$

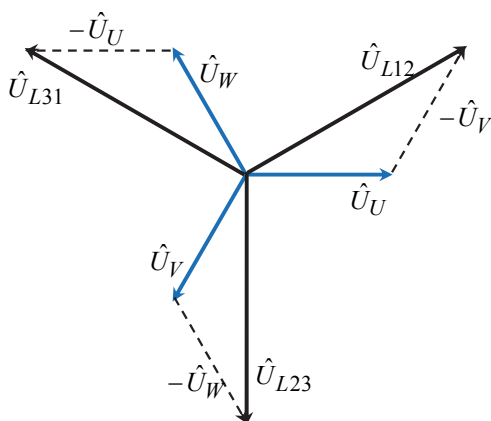
gde je $a = e^{j120^\circ}$ operator rotacije (rotator) u pozitivnom smeru (smer suprotan od smera kazaljke na satu). Fazorski dijagram faznih napona trofaznog sistema vezanog u zvezdu prikazan je na slici 39.2. U fazorskoj interpretaciji za linijske napone se može zapisati:

$$\hat{U}_{L12} = \hat{U}_U - \hat{U}_V, \quad (39.17)$$

$$\hat{U}_{L23} = \hat{U}_V - \hat{U}_W, \quad (39.18)$$

$$\hat{U}_{L31} = \hat{U}_W - \hat{U}_U. \quad (39.19)$$

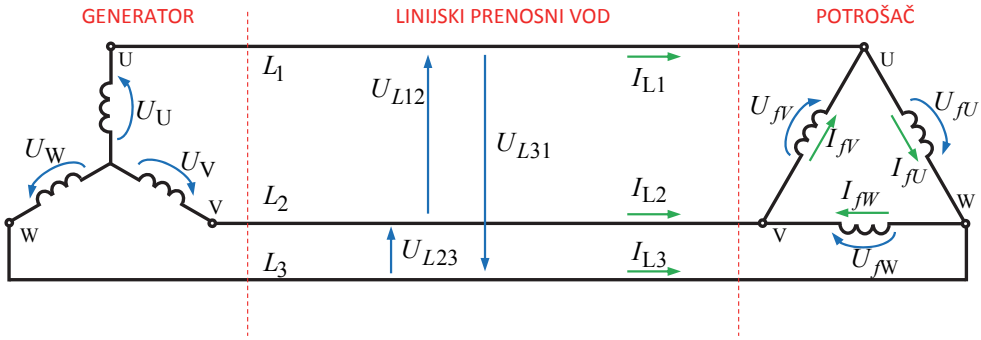
Na osnovu ovih jednačina može se nacrtati i fazorski dijagram linijskih napona, što je takođe prikazano na slici 39.2.



Slika 39.2. Fazorski dijagram faznih i linijskih napona trofaznog sistema vezanog u zvezdu.

b) Namoti motora, transformatora kao i delovi potrošača u širem smislu mogu biti vezani u trougao.

Na slici 39.3. prikazan je trofazni sistem koga čine trofazni generator i motor. Namoti generatora su spojeni u zvezdu, dok je namot motora spojen u trougao. Generator i motor su povezani trofaznim vodom.



Slika 39.3. Fazni i linijski (međufazni) naponi trofaznog sistema spregnutog u trougao

Sa slike 39.3 je očigledno da je kod sprege trougao linijski napon mreže koji se pojavljuje na priključkama trofaznog potrošača u suštini napon na namotaju (fazi), pa su naponi na namotima (fazama) i linijski naponi identični. Sa slike 39.3 se vidi da se struja koju potrošač povlači iz napojne mreže deli na dva fazna namotaja. Veza između linijske struje i struje kroz namotaje (faze) dobija se prostom primenom Kirhofovih pravila.

Analitički izrazi tri fazne struje (struje kroz fazne namotaje) trofaznog namotaja električne mašine (generatora, motora) su:

$$i_U(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t), \quad (39.20)$$

$$i_V(t) = \sqrt{2}I_f \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad (39.21)$$

$$i_W(t) = \sqrt{2}I_f \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right), \quad (39.22)$$

gde je I_f efektivna vrednost struje koja protiče kroz jednu fazu trofaznog namotaja vezanog u trougao, slika 39.3.

Linijske struje se određuju po prvom Kirhofovom zakonu:

$$i_{L1}(t) = i_U(t) - i_V(t), \quad (39.23)$$

$$i_{L2}(t) = i_V(t) - i_W(t), \quad (39.24)$$

$$i_{L3}(t) = i_W(t) - i_U(t). \quad (39.25)$$

Na osnovu jednačine (39.23) dobija se:

$$i_{L1}(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t) - \sqrt{2}I_f \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2}I_f \left(\sin \omega t - \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \right). \quad (39.26)$$

Primenom trigonometrijskog identiteta za rastavljanje zbira trigonometrijskih funkcija u proizvod (39.8) dobija se:

$$i_{L1}(t) = \sqrt{2}I_f \cdot 2 \cdot \cos \frac{\omega t + \omega t - \frac{2\pi}{3}}{2} \cdot \sin \frac{\omega t - \omega t + \frac{2\pi}{3}}{2}, \quad (39.27)$$

$$i_{L1}(t) = \sqrt{2}I_f \cdot 2 \cdot \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{2}I_f \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right), \quad (39.28)$$

$$i_{L1}(t) = \sqrt{2}I_f \cdot \sqrt{3} \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot I_f \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right). \quad (39.29)$$

Dobijena linijska struja se piše u obliku:

$$i_{L1}(t) = \sqrt{2}I_l \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right), \quad (39.30)$$

gde je $I_l = \sqrt{3}I_f$.

Na potpuno isti način se dobija linijska struja i_{L2} :

$$i_{L2}(t) = i_U(t) - i_V(t) = \sqrt{2}I_f \left(\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right), \quad (39.31)$$

$$i_{L2}(t) = \sqrt{2}I_f \cdot 2 \cdot \cos(\omega t - \pi) \cdot \sin\frac{\pi}{3} = \sqrt{2}I_f \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (-\cos\omega t), \quad (39.32)$$

$$i_{L2}(t) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot I_f \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{2} + \omega t\right) = \sqrt{2} \cdot I_l \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3}\right). \quad (39.33)$$

Linijska struja i_{L3} će biti:

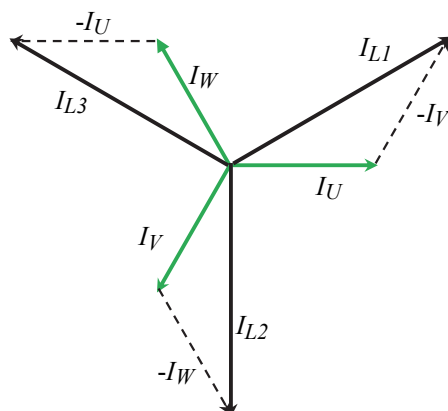
$$i_{L3}(t) = i_W(t) - i_U(t) = \sqrt{2}I_f \left(\sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) - \sin\omega t \right), \quad (39.34)$$

$$i_{L3}(t) = \sqrt{2}I_f \cdot 2 \cdot \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2}I_f \cdot 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad (39.35)$$

$$i_{L3}(t) = -\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot I_f \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad (39.36)$$

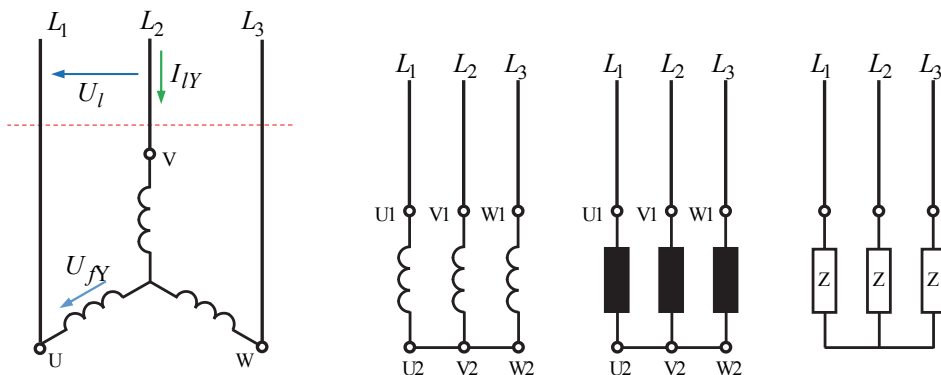
$$i_{L3}(t) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot I_f \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{2} + \omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2} \cdot I_l \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \frac{4\pi}{3}\right). \quad (39.37)$$

Fazorski dijagram struja je sličan kao dijagram napona u zvezdi i prikazan je na slici 39.4.

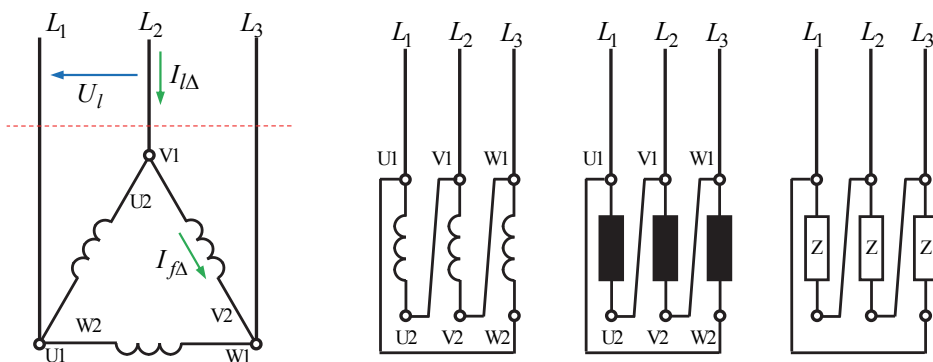


Slika 39.4. Fazorski dijagram faznih i linijskih struja trofaznog sistema spregnutog u trougao.

Na osnovu prethodnog se vidi da je međusobni odnos efektivnih vrednosti linijskog i faznog napona kod sprege zvezda $\sqrt{3}$, isto kao i odnos efektivnih vrednosti linijske i fazne struje u sprezi trougao. Ova činjenica se ne naglašava na električnim šemama već se podrazumeva da korisnik ovu problematiku poznaje. Na slici 39.5 je prikazana električna šema namotaja motora vezanog u zvezdu sa naznačenim priključkama tri fazna namota. Uobičajeno je da se priključke ne obeležavaju na šemama već se podrazumevaju. Na ovoj slici krajnje levo je šema koja se crta samo u edukativne svrhe. Na slici desno je prikazana šema gde su prikazani namoti, a krajnja šema predstavlja prikaz uravnoteženog trofaznog potrošača bilo koje vrste koji je karakterisan svojom faznom impedansom. Naravno, sve gore navedeno važi i u slučaju ovakvog opšteg trofaznog uravnoteženog potrošača. Ova razmatranja važe i za trofazni motor spregnut u trougao čija je šema prikazana na slici 39.6.



Slika 39.5. Šematski prikaz trofaznog namotaja spregnutog u zvezdu.



Slika 39.6. Šematski prikaz trofaznog namotaja spregnutog u trougao.

Za distributivnu mrežu, za motor, generator, transformator, odnosno trofazni potrošač uopšte, kao podatak o njihovom naponu uvek se daje podatak o linijskom naponu. Tako da kada se navede podatak o mreži, motoru, generatoru, transformatoru od: 400 V, 3 kV, 6 kV, 10 kV... uvek se podrazumeva da je to vrednost linijskog napona. Podatak o nominalnom naponu je linijski napon.

40. Zadatak: O sinhronom turbogeneratoru poznati su sledeći podaci: 8 MVA, 6 kV, $X_s = 2,45 \, \Omega$, 3000 o/min, linijska vrednost elektromotorne sile praznog hoda je $E_0 = 8350 \, \text{V}$, $\eta = 92 \, \%$, $\delta = 20^\circ$. Ovaj generator treba uključiti u paralelan rad sa mrežom napona 6 kV i učestanosti 50 Hz. Odrediti:

- Aktivnu snagu generatora i snagu koju on dobija od pogonske mašine.
- Mehanički momenat na vratilu ovog generatora.

U postavci ovog zadatka nije naveden podatak o vezi namotaja sinhronne mašine. Kako su namotaji sinhronih mašina najčešće vezani u zvezdu, to se ova veza podrazumeva. Kada su namotaji vezani u trougao, tada se ova činjenica posebno navodi.

Podaci o struji, naponu i indukovanom naponu – ems se običajeno daju za linijske vrednosti.

- Pomoću ugaone karakteristike sinhronne mašine može se odrediti aktivna snaga datog generatora:

$$P = \frac{3U_f E_{0f}}{X_s} \sin \delta = \frac{3 \frac{U}{\sqrt{3}} \frac{E_0}{\sqrt{3}}}{X_s} \sin \delta = \frac{6000 \cdot 8350}{2,45} \sin 20^\circ = 7 \text{ MW} . \quad (40.1)$$

Kako je poznat koeficijent korisnog dejstva, moguće je odrediti mehaničku snagu na vratilu generatora:

$$P_{meh} = \frac{P}{\eta} = \frac{7}{0,92} = 7,608 \text{ MW} . \quad (40.2)$$

- Mehanički momenat na vratilu generatora iznosi:

$$m_{meh} = \frac{P_{meh}}{\omega} = \frac{P_{meh}}{2\pi \cdot n/60} = \frac{60 \cdot 7608 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 3000} = 24,217 \text{ kNm} . \quad (40.3)$$

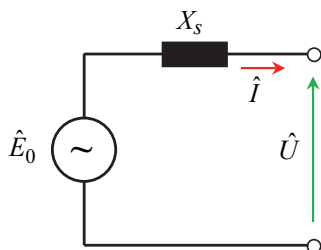
41. Zadatak: Trofazni sinhroni turbogenerator čiji je statorski namotaj spregnut u zvezdu, ima sledeće podatke: $S_n = 120 \text{ MVA}$, $U_n = 15 \text{ kV}$, $X_s = 1,2 \Omega$. Generator radi nominalno opterećen, a faktor snage je $\cos\varphi = 0,8$ i induktivnog je karaktera. Za navedeni režim rada generatora:

- Nacrtati odgovarajući vektorski dijagram.
- Odrediti indukovanu elektromotornu silu i ugao opterećenja.

a) Struja, napon, indukovana elektromotorna sila su skalarne fizičke veličine. U ustaljenom stanju ove veličine su prostoperiodične i mogu se predstaviti obrtnim vektorima – fazorima. Njihove vrednosti i međusobni fazni pomeraj pokazuje fazorski dijagram. Jednačina naponske ravnoteže sinhronog generatora u domenu fazorskih veličina glasi:

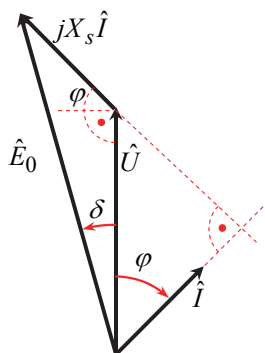
$$\hat{E}_0 = \hat{U} + jX_s \hat{I}.$$

Ova jednačina se može predstaviti ekvivalentnom šemom datom na slici 41.1.



Slika 41.1. Ekvivalentna šema sinhrona mašine.

Jednačina naponske ravnoteže i ekvivalentna šema mogu poslužiti za crtanje fazorskog dijagrama sinhronog generatora. Sve veličine u jednačini naponske ravnoteže, na ekvivalentnoj šemi i na fazorskom dijagramu su fazne veličine i ova činjenica se ne naglašava posebnim indeksom. Faktor snage datog generatora je induktivan, pa se može zaključiti da je generator natpobuđen. Fazorski dijagram je prikazan na slici 41.2.



Slika 41.2. Fazorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora.

b) Da bi se odredila elektromotorna sila praznog hoda, potrebno je prethodno odrediti struju generatora. Nominalna struja generatora je:

$$I_{nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = \frac{120 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3} = 4618,8 \text{ A} . \quad (41.1)$$

Indukovana ems se dobija jednostavno iz vektorskog dijagrama na slici 41.2. primenom kosinusne teoreme na trougao $U, X_s I, E_0$:

$$E_{0f} = \sqrt{U_{nf}^2 + X_s^2 I_{nf}^2 - 2U_{nf} X_s I_{nf} \cos(90^\circ + \varphi)} , \quad (41.2)$$

$$E_{0f} = \sqrt{U_{nf}^2 + X_s^2 I_{nf}^2 + 2U_{nf} X_s I_{nf} \sin \varphi} ,$$

$$E_{0f} = \sqrt{\left(15000/\sqrt{3}\right)^2 + 1,2^2 \cdot 4618,8^2 + 2 \cdot \left(15000/\sqrt{3}\right) \cdot 1,2 \cdot 4618,8 \cdot 0,6} = 12,78 \text{ kV} .$$

Do elektromotorne sile praznog hoda može se doći i iz odgovarajućeg pravouglog trougla:

$$E_{0f} = \sqrt{\left(U_{nf} \cos \varphi\right)^2 + \left(U_{nf} \sin \varphi + X_s I_{nf}\right)^2} , \quad (41.3)$$

$$E_{0f} = \sqrt{\left(15000/\sqrt{3} \cdot 0,8\right)^2 + \left(15000/\sqrt{3} \cdot 0,6 + 1,2 \cdot 4618,8\right)^2} = 12,78 \text{ kV} .$$

Linijska vrednost elektromotorne sile praznog hoda je $E_0 = \sqrt{3}E_{0f} = 22,14 \text{ kV}$.

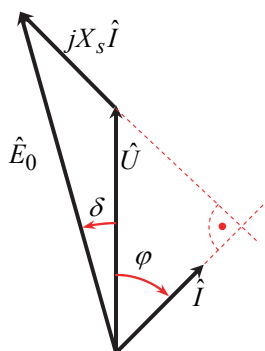
Sa vektorskog dijagrama na slici 41.2. jednostavno se može napisati jednačina pomoću koje se dolazi do vrednosti ugla opterećenja:

$$\delta = \arcsin \frac{X_s I_{nf} \cos \varphi}{E_{0f}} = \arcsin \frac{1,2 \cdot 4618,8 \cdot 0,8}{12780} = 20,3^\circ . \quad (41.4)$$

42. Zadatak: Četvoropolni turbogenerator nominalnih podataka: $S_n = 63$ MVA, 50 Hz, $\cos \varphi_n = 0,8$, $U_n = 15,5$ kV, $X_s = 4 \Omega$, povezan je na krutu mrežu svog nominalnog napona. Pobudni sistem generatora je podešen tako da efektivna vrednost indukovane elektromotorne sile generatora može varirati između $E_{max} = E_{0n} \cdot \sqrt{3}$ i $E_{min} = E_{0n} / \sqrt{3}$.

- Nacrtati odgovarajući vektorski dijagram generatora u nominalnom režimu i odrediti vrednosti indukovane elektromotorne sile i ugla opterećenja.
- Ako je struja generatora sistemom zaštite ograničena na nominalnu vrednost odrediti kolika je maksimalna aktivna snaga koju generator može da daje mreži, nacrtati vektorski dijagram i izračunati sve elemente vektorskog dijagrama. Odrediti kolika je reaktivna snaga po iznosu i smeru.
- Ponoviti postupak pod b) pod uslovom da sistem ograničenja struje statora ne postoji.
- Na koji način se postižu radna stanja pod b) i c)?

a) Nominalan faktor snage sinhronih mašina je induktivan, pa se lako zaključuje da je dati generator natpobuđen. Vektorski dijagram natpobuđenog generatora prikazan je na slici 42.1.



Slika 42.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora.

Nominalni fazni napon i struja generatora su:

$$U_{nf} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{15500}{\sqrt{3}} = 8949 \text{ V}, \quad I_{nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = \frac{63 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 15500} = 2346,6 \text{ A}. \quad (42.1)$$

Indukovana ems se dobija jednostavno iz vektorskog dijagrama na slici 42.1. primenom kosinusne teoreme na trougao $U, X_s I, E_0$:

$$E_{0nf} = \sqrt{U_{nf}^2 + X_s^2 I_{nf}^2 + 2U_{nf} X_s I_{nf} \sin \varphi_n}, \quad (42.2)$$

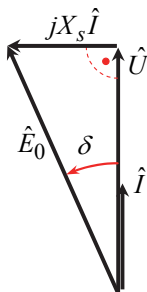
$$E_{0nf} = \sqrt{8949^2 + 4^2 \cdot 2346,6^2 + 2 \cdot 8949 \cdot 4 \cdot 2346,6 \cdot 0,6} = 16,4 \text{ kV}.$$

Linijaska vrednost indukovanog napona je $E_{0n} = \sqrt{3} E_{0nf} = 28,407 \text{ kV}$.

Sa vektorskog dijagrama na slici 42.1. lako se može napisati jednačina pomoću koje se dolazi do vrednosti ugla opterećenja:

$$\delta = \arcsin \frac{X_s I_{fn} \cos \varphi_n}{E_{0nf}} = \arcsin \frac{4 \cdot 2346,6 \cdot 0,8}{16400} = \arcsin 0,4579 = 27,25^\circ. \quad (42.3)$$

b) Prema uslovu iz ovog dela zadatka struja generatora je sistemom zaštite ograničena na nominalnu vrednost. Ograničenje struje na nominalnu vrednost vrši se kako bi se sprečilo pregrevanja generatora. Struja generatora ima dve komponente: aktivnu i reaktivnu. Podešavanjem pobudne struje može se postići da celokupna struja generatora bude aktivna, odnosno da generator predaje mreži samo aktivnu snagu u iznosu $P = S = 63 \text{ MW}$ tj. bez razmene reaktivne snage, $Q = 0$. Tada je faktor snage $\cos \varphi = 1$. Vektorski dijagram sinhronog generatora u ovom režimu prikazan je na slici 42.2.



Slika 42.2. Vektorski dijagram sinhronog generatora sa $\cos \varphi = 1$.

Sa vektorskog dijagrama na slici 42.2. lako se može doći do indukovano napona:

$$E_{0f1} = \sqrt{U_{nf}^2 + X_s^2 I_{nf}^2} = \sqrt{8949^2 + 4^2 \cdot 2346,6^2} = 12969 \text{ V}. \quad (42.4)$$

Linijska vrednost indukovano napona je $E_{01} = \sqrt{3} E_{0f1} = 22,462 \text{ kV}$.

Ugao opterećenja u ovom režimu je:

$$\delta_1 = \arccos \frac{U_{nf}}{E_{0f1}} = \arccos \frac{8949}{12969} = 46,37^\circ. \quad (42.5)$$

c) Ukoliko ne postoji ograničenje po struji, maksimalna snaga koju generator može predati dobija se iz ugaone karakteristike i iznosi :

$$P_{max} = 3 \frac{U_{nf} E_{0maxf}}{X_s} = 3 \frac{U_{nf} \sqrt{3} E_{0nf}}{X_s} = 3 \frac{8949 \cdot \sqrt{3} \cdot 16400}{4} = 190,65 \text{ MW}. \quad (42.6)$$

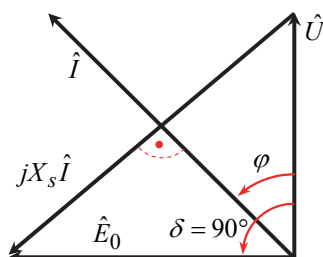
Kada sinhroni generator predaje maksimalnu snagu ugao opterećenja je $\delta = 90^\circ$. Vektorski dijagram sinhronog generatora koji predaje maksimalnu snagu prikazan je na slici 42.3.

Pomoću vektorskog dijagrama na slici 42.3. može se napisati jednačina:

$$X_s^2 I_{f2}^2 = U_{nf}^2 + E_{0maxf}^2, \quad (42.7)$$

iz koje se može odrediti struja generatora kada predaje maksimalnu snagu:

$$I_{f2} = \frac{1}{X_s} \sqrt{U_{nf}^2 + E_{0maxf}^2} = \frac{1}{4} \sqrt{8949^2 + 3 \cdot 16400^2} = 7445,5 \text{ A} > I_{fn}. \quad (42.8)$$



Slika 42.3. Vektorski dijagram sinhronog generatora koji predaje maksimalnu snagu.

Faktor snage i reaktivna snaga generatora u ovom režimu su:

$$\cos \varphi_2 = \frac{P_{max}}{\sqrt{3} U_n I_{f2}} = \frac{190,65}{\sqrt{3} \cdot 15,5 \cdot 7,4455} = 0,9538, \quad (42.9)$$

$$Q_2 = 3 \frac{U_{nf}}{X_s} (E_{0maxf} \cos \delta - U_{nf}) = -3 \frac{U_{nf}^2}{X_s} = -\frac{15,5^2}{4} = -60,0625 \text{ Mvar}. \quad (42.10)$$

Treba primetiti da kada generator radi sa maksimalnom mogućom snagom da je on potpobuđen, tj. troši reaktivnu snagu. U praktičnom radu ne dopušta se rad sa $\delta = 90^\circ$.

d) Da bi se postigao radni režim pod b) turbina generatora mora biti u mogućnosti da generatoru preda mehaničku snagu koja je jednaka nominalnoj prividnoj snazi (naravno uvećanu za snagu gubitaka u generatoru). Kako pod takvim uslovima struja generatora ne bi premašila nominalnu vrednost, potrebno je smanjivati pobudu generatora sve dok proizvodnja reaktivne energije ne postane jednaka nuli. U stvarnosti se ovo ne može postići, jer je snaga turbine uobičajeno manja od nominalne prividne snage generatora $P_t < S_n$. Obično se za date uslove (protoka, pada, termopotencijala) bira snaga turbine. Zatim se prividna snaga generatora bira prema potrebnom naponu mreže, željenoj reaktivnoj snazi tj. $\cos \varphi_n$.

Ukoliko ne postoji ograničenje po struji generatora, maksimalna snaga koju generator može predati određena je snagom na granici stabilnog rada tj. $\delta = 90^\circ$. Ova snaga zavisi od elektromotorne sile praznog hoda, odnosno pobude. Za maksimalnu vrednost pobude, odnosno elektromotorne sile, postiže se najveća vrednost maksimalne predate snage generatora. Pri tome generator radi u potpobuđenom režimu tj. troši reaktivnu snagu. Ovaj režim rada je hipotetičan jer je praćen strujom generatora koja je višestruko veća od nominalne struje $I_{f2} / I_{nf} = 3,17$. Postavlja se pitanje zašto ova vrednost struje nije dozvoljena za rad mašine? Struja je praćena Džulovim gubicima u namotajima mašine, koji su od nje kvadratno zavisni. Snaga Džulovih gubitaka je toplota koja podiže temperaturu u mašini. Prevelika temperatura dovodi do oštećenja izolacije ili do ubrzanog starenja izolacije namotaja mašine.

43. Zadatak: Turbogenerator nominalne snage $S_n = 400$ MVA, $U_n = 20$ kV ima sinhronu reaktansu $x_s = 100$ %. Elektromotorna sila praznog hoda je $e_0 = 125$ %, a ugao opterećenja je $\delta = 30^\circ$. Naći aktivnu i reaktivnu snagu u apsolutnim i relativnim jedinicama.

U ovom zadatku kao polazni podatak data je vrednost sinhrona reaktanse u relativnim jedinicama (procentima). U tehnici se često koriste relativne vrednosti koje ukazuju na međusobni odnos datih veličina. Relativne jedinice su vrednosti koje su normalizovane u odnosu na odabrane bazne veličine, koje se u opštem slučaju mogu uzeti proizvoljno:

$$y = \frac{Y}{Y_b} \text{ r.j. ili } y = \frac{Y}{Y_b} \cdot 100\%, \quad (43.1)$$

gdje je Y_b bazna veličina kojom se normalizuje data veličina.

U analizi stacionarnih stanja sinhronih mašina uobičajeno je da se za bazne vrednosti odgovarajućih veličina uzimaju nominalne vrednosti. Iz ovog razloga odgovarajuće nominalne vrednosti sinhronih mašina su jednake jedinici kada su izražene u relativnim vrednostima, pri čemu normalizovane vrednosti parametara (reaktanse i otpornosti) nisu jednake jedinici. Relativne vrednosti često se prikazuju i u procentima množenjem relativne vrednosti sa 100. Mogući izbor baznih veličina i njihovih vrednosti je sledeći:

- za snagu: $S_b = S_n$,
- za struje $I_b = I_n$,
- za linijske napone i elektromotorne sile $U_b = U_n$,
- za fazne napone i elektromotorne sile $U_{bf} = U_{nf}$,
- za reaktanse i omske otpore $Z_b = \frac{U_b}{I_b} = \frac{U_{nf}}{I_n}$.

Osnovne bazne veličine su snaga, struja i napon. Sve ostale bazne veličine, ukoliko su potrebne, su izvedene. Bazna veličina za impedansu je izvedena bazna veličina. Kako je statorski namotaj sinhronih mašina vezan u zvezdu, to je fazna struja jednaka sa linijskom strujom, pa nema potreba za uvođenjem bazne fazne struje.

Za impedansu kao izvedenu baznu veličinu lako se pokazuje da je:

$$Z_b = \frac{U_b}{I_b} = \frac{U_{nf}}{I_n} = \frac{3 \cdot U_{nf} \cdot U_{nf}}{3 \cdot U_{nf} \cdot I_n} = \frac{U_n^2}{S_n}. \quad (43.2)$$

Definiše se samo bazna prividna snaga $S_b = S_n$, a aktivna i reaktivna snaga se normalizuju pomoću nje:

$$s = \frac{S}{S_b} = \frac{S}{S_n}, \quad p = \frac{P}{S_b} = \frac{P}{S_n}, \quad q = \frac{Q}{S_b} = \frac{Q}{S_n}. \quad (43.3)$$

Normalizovane, nominalne vrednosti aktivne i reaktivne snage su:

$$p_n = \frac{P_n}{S_n} = \cos \varphi_n, \quad q_n = \frac{Q_n}{S_n} = \sin \varphi_n. \quad (43.4)$$

Kako bi zadatak bio rešen na osnovu podataka datih u postavci, najpre će se izvršiti normalizacija ugaone karakteristike $P(\delta)$ i $Q(\delta)$ sinhrona mašine:

$$p = \frac{P}{S_b} = \frac{3U_f E_{0f}}{X_s \cdot 3U_{nf} I_n} \sin \delta = \frac{U_f}{U_{nf}} \cdot \frac{E_{0f}}{U_{nf}} \cdot \frac{1}{\frac{I_n}{U_{nf}} \cdot X_s} \sin \delta, \quad (43.5)$$

$$p = \frac{u \cdot e_0}{x_s} \sin \delta \text{ r.j.}, \quad (43.6)$$

$$q = \frac{Q}{S_b} = \frac{3U_f}{3U_{nf} I_n \cdot X_s} (E_{0f} \cos \delta - U_f) = \frac{U_f}{U_{nf}} \cdot \frac{1}{\frac{I_n}{U_{nf}} \cdot X_s} \cdot \frac{1}{U_{nf}} (E_{0f} \cos \delta - U_f), \quad (43.7)$$

$$q = \frac{u}{x_s} (e_0 \cos \delta - u) \text{ r.j.}, \quad (43.8)$$

gde su normalizovane odgovarajuće veličine: $u = \frac{U_f}{U_{nf}}$, $e_0 = \frac{E_0}{U_{nf}}$, $x_s = \frac{X_s}{Z_b} = \frac{I_n}{U_{nf}} \cdot X_s$.

Sada se za poznate podatke iz postavke zadatka mogu odrediti aktivna, reaktivna i prividna snaga:

$$p = \frac{u \cdot e_0}{x_s} \sin \delta = \frac{1 \cdot 1,25}{1} \sin 30^\circ = 0,625 \text{ r.j.}, \quad (43.9)$$

$$q = \frac{u}{x_s} (e_0 \cos \delta - u) = \frac{1}{1} (1,25 \cos 30^\circ - 1) = 0,0825 \text{ r.j.}, \quad (43.10)$$

$$s = \sqrt{p^2 + q^2} = \sqrt{0,625^2 + 0,0825^2} = 0,63 \text{ r.j.}, \quad (43.11)$$

odnosno, u apsolutnim jedinicama:

$$P = p \cdot S_b = p \cdot S_n = 0,625 \cdot 400 = 250 \text{ MW}, \quad (43.12)$$

$$Q = q \cdot S_b = q \cdot S_n = 0,0825 \cdot 400 = 33 \text{ Mvar}, \quad (43.13)$$

$$S = s \cdot S_b = s \cdot S_n = 0,63 \cdot 400 = 252 \text{ MVA}. \quad (43.14)$$

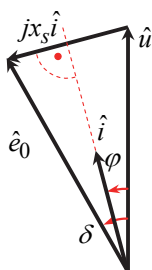
44. Zadatak: Trofazni sinhroni turbogenerator nominalne snage 16 MVA, napona 6300 V, učestanosti 50 Hz i sprege Y, ima sinhronu reaktansu 100 %. Generator je pobuđen tako da je u praznom hodu napon na njegovim priključkama jednak nominalnoj vrednosti. Zanimajući gubitke odrediti:

- Faktor snage pri kome se ovaj generator može opteretiti nominalnim opterećenjem pri nepromenjenoj pobudnoj struji i naponu.
- Maksimalnu snagu opterećenja, struju generatora i odgovarajući faktor snage pri datim vrednostima pobudne struje i napona.

a) Kako je indukovana elektromotorna sila praznog hoda jednaka nominalnom naponu mreže, $e_0 = u = 1$, to se iz nejednačine:

$$e_0 \cdot \cos \delta \leq u, \quad (44.1)$$

može zaključiti da je generator potpobuđen. Vektorski dijagram potpobuđenog sinhronog generatora kod koga je $e_0 = u = 1$, prikazan je na slici 44.1.



Slika 44.1. Vektorski dijagram potpobuđenog sinhronog generatora.

Faktor snage, pri kome se ovaj generator može opteretiti nominalnim opterećenjem pri nepromenjenoj pobudnoj struji i naponu, lako se može odrediti sa vektorskog dijagrama:

$$\sin \varphi = \frac{x_s i / 2}{u} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 0,5, \quad (44.2)$$

odnosno faktor snage je $\cos \varphi = \sqrt{3}/2 = 0,866$.

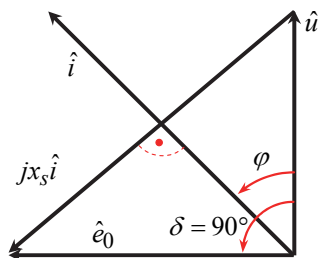
b) Maksimalna snaga kojom se može opteretiti dati generator, izražena u relativnim jedinicama, iznosi:

$$p_{max} = \frac{u \cdot e_0}{x_s} = \frac{1 \cdot 1}{1} = 1 \text{ r.j.}, \quad (44.3)$$

odnosno u apsolutnim jedinicama:

$$P_{max} = p_{max} \cdot S_b = p_{max} \cdot S_n = 16 \text{ MW}. \quad (44.4)$$

Kada sinhroni generator predaje maksimalnu snagu, ugao opterećenja je $\delta = 90^\circ$. Vektorski dijagram sinhronog generatora koji predaje maksimalnu snagu prikazan je na slici 44.2.



Slika 44.2. Vektorski dijagram sinhronog generatora koji predaje maksimalnu snagu.

Pomoću vektorskog dijagrama na slici 44.2. može se napisati jednačina:

$$x_s^2 i_2^2 = u^2 + e_0^2, \quad (44.5)$$

pomoću koje se može odrediti struja generatora kada se predaje maksimalna snaga:

$$i_2 = \frac{1}{x_s} \sqrt{u^2 + e_0^2} = \frac{1}{1} \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ r.j.} \quad (44.6)$$

Faktor snage i reaktivna snaga generatora u ovom režimu iznose:

$$\cos \varphi_2 = \frac{p_{\max}}{u \cdot i_2} = \frac{1}{1 \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad (44.7)$$

$$q = \frac{u}{x_s} (e_0 \cos \delta - u) = -\frac{u^2}{x_s} = -1 \text{ r.j.} \quad (44.8)$$

45. Zadatak: Turbogenerator je priključen na krutu mrežu. Odrediti:

- Maksimalni momenat generatora u nominalnom režimu rada.
- Generator radi u režimu u kome je opterećen aktivnom snagom od 0,625 r.j. uz napon od 0,762 r.j. i $\cos\varphi = 0,6$. Odrediti vrednost maksimalne snage koja bi se mogla ostvariti, uz nepromenjenu pobudnu struju.

Podaci o generatoru: 16 MVA, 3000 o/min, $\cos\varphi_n = 0,8$, sprega Y, $x_s = 200 \%$.

Gubici i zasićenje magnetnog kola turbogeneratora se mogu zanemariti.

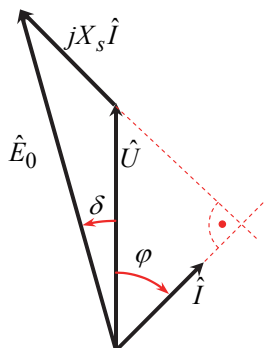
a) Ako se za baznu vrednost brzine usvoji sinhrona brzina, tada vrednost brzine sinhronne mašine izražena u relativnim jedinicama iznosi jedan. Lako se pokazuje da je momenat sinhronne mašine izražen u relativnim jedinicama jednak snazi:

$$m = \frac{p}{\omega} = \frac{p}{1} = p \text{ r.j.} \quad (45.1)$$

Da bi se odredio maksimalan momenat generatora u nominalnom režimu:

$$m_{max} = p_{max} = \frac{u \cdot e_0}{x_s} \text{ r.j.}, \quad (45.2)$$

potrebno je odrediti elektromotornu silu praznog hoda u nominalnom režimu rada. Nominalni režim podrazumeva natpobuđen rad, tj. induktivan faktor snage. Odgovarajući vektorski dijagram dat je na slici 45.1.



Slika 45.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora.

Indukovana ems se dobija jednostavno iz vektorskog dijagrama na slici 45.1. primenom kosinusne teoreme na trougao $U, X_s I, E_0$:

$$e_0 = \sqrt{u^2 + x_s^2 i^2 + 2u \cdot x_s i \sin \varphi_n} = \sqrt{1^2 + 2^2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0,6} = 2,72 \text{ r.j.}, \quad (45.3)$$

Sada se primenom (45.2) može odrediti maksimalan momenat odnosno snaga generatora u nominalnom režimu:

$$m_{max} = p_{max} = \frac{u \cdot e_0}{x_s} = \frac{1 \cdot 2,72}{2} = 1,36 \text{ r.j.},$$

$$M_{max} = m_{max} \frac{S_n}{\omega_b} = m_{max} \frac{S_n}{2\pi f} = 1,36 \frac{16 \cdot 10^6}{100\pi} = 69264 \text{ Nm}. \quad (45.4)$$

b) Lako se pokazuje da je normalizovana snaga:

$$p = \frac{P}{S_b} = \frac{3U_f I_f \cos \varphi}{3U_{nf} I_n} = u \cdot i \cos \varphi \text{ r.j.}, \quad (45.5)$$

pa struja generatora za dati režim rada iznosi:

$$i = \frac{p}{u \cdot \cos \varphi} = \frac{0,625}{0,762 \cdot 0,6} = 1,37 \text{ r.j.} \quad (45.6)$$

Indukovana elektromotorna sila praznog hoda u ovom režimu rada dobija se na isti način kao i u prethodnom delu zadatka:

$$e_0 = \sqrt{u^2 + x_s^2 i^2 + 2u \cdot x_s i \sin \varphi_n} = \sqrt{0,762^2 + 2^2 \cdot 1,37^2 + 2 \cdot 0,762 \cdot 2 \cdot 1,37 \cdot 0,8} = 3,38 \text{ r.j.} \quad (45.7)$$

Maksimalna snaga generatora pri datim uslovima bi iznosila:

$$p_{max} = \frac{u \cdot e_0}{x_s} = \frac{0,762 \cdot 3,38}{2} = 1,29 \text{ r.j.}, \quad (45.8)$$

$$P_{max} = p_{max} \cdot S_n = 1,29 \cdot 16 \cdot 10^6 = 20,64 \text{ MW}. \quad (45.9)$$

46. Zadatak: Trofazni sinhroni turbogenerator nominalne snage 60 MVA, priključen je na mrežu konstantnog napona 13,2 kV. Sinhrona reaktansa generatora je 120 %. Ako turbina predaje generatoru snagu od 50 MW, a pobudna struja je u početku podešena tako da je faktor snage $\cos\varphi = 1$, odrediti:

- Za koliko procenata treba povećati pobudnu struju da bi struja statora dostigla nominalnu vrednost? Koliko tada iznosi ugao opterećenja?
- Pri datoj snazi turbine (50 MW) izračunati za koliko procenata treba smanjiti struju pobude tako da generator radi pri maksimalno mogućem uglu opterećenja (na granici stabilnog rada).

Svi gubici u generatoru i zasićenje magnetnog kola se mogu zanemariti.

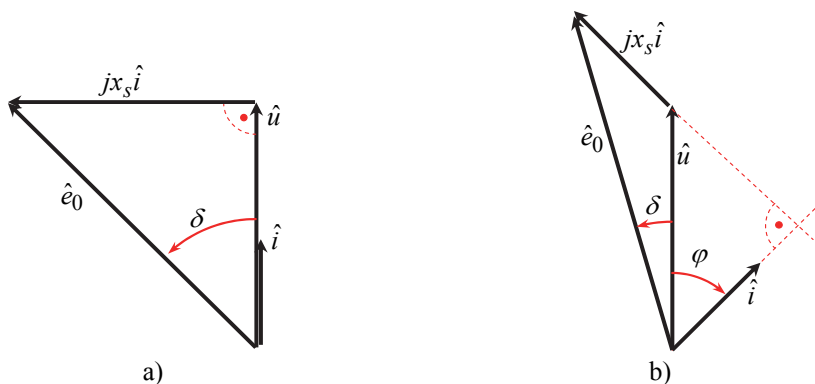
Kako su svi gubici u generatoru zanemareni, to je električna snaga jednaka mehaničkoj snazi. Snaga generatora izražena u relativnim vrednostima iznosi:

$$p = \frac{P}{S_n} = \frac{50 \cdot 10^3}{60 \cdot 10^3} = 0,833 \text{ r.j.} \quad (46.1)$$

Po uslovu zadatka faktor snage generatora iznosi $\cos\varphi = 1$, te je za poznatu snagu moguće odrediti struju generatora:

$$i = \frac{p}{u \cdot \cos\varphi} = \frac{0,833}{1 \cdot 1} = 0,833 \text{ r.j.} \quad (46.2)$$

Vektorski dijagram sinhronog generatora sa $\cos\varphi = 1$ prikazan je na slici 46.1a.



Slika 46.1a. Vektorski dijagram sinhronog generatora:
a) $\cos\varphi = 1$, b) $\cos\varphi$ induktivno.

Sa vektorskog dijagrama na slici 46.1a. se lako može doći do indukovano napona i ugla opterećenja:

$$e_0 = \sqrt{u^2 + x_s^2 i^2} = \sqrt{1^2 + 1,2^2 \cdot 0,833^2} = \sqrt{2} \text{ r.j.}, \quad (46.3)$$

$$\delta = \arccos \frac{u}{e_0} = \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} = 45^\circ. \quad (46.4)$$

a) Povećanjem struje pobude promeniće se faktor snage i generator će postati natpobuđen, tj. radiće sa faktorom snage koji je induktivan. Struja generatora treba da se poveća i da dostigne nominalnu vrednost, što će se desiti zbog pojave reaktivne komponente struje. Pošto je mehanička snaga generatora (snaga koju turbina predaje generatoru) ostala nepromenjena, time je i aktivna električna snaga generatora takođe nepromenjena. Promenom pobudne struje promenila se reaktivna snaga generatora. Analogan zaključak se može izvesti za komponente struje statora. Aktivna komponenta struje je ostala nepromenjena, dok se promenila reaktivna komponenta struje statora, tako da je struja statora postala nominalna. Faktor snage generatora je induktivan i on iznosi:

$$\cos \varphi_1 = \frac{p}{u \cdot i_1} = \frac{0,833}{1 \cdot 1} = 0,833 \text{ r.j.} \quad (46.5)$$

Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora prikazan je na slici 46.1b. Indukovani napon se dobija jednostavno iz ovog vektorskog dijagrama primenom kosinusne teoreme na trougao $u, x_s \cdot i, e_0$:

$$e_{01} = \sqrt{u^2 + x_s^2 \cdot i_1^2 + 2u \cdot x_s \cdot i_1 \sin \varphi_1} = \sqrt{1^2 + 1,2^2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 1,2 \cdot 1 \cdot 0,553} = 1,94 \text{ r.j.} \quad (46.6)$$

Elektromotorna sila praznog hoda je srazmerna struji pobude, pa se potrebno povećanje struje pobude može lako dobiti iz količnika:

$$\frac{e_{01}}{e_0} = \frac{1,94}{\sqrt{2}} = 1,37. \quad (46.7)$$

Struju pobude je potrebno povećati za 37 % da bi se postigla nominalna struja generatora uz zadatu snagu turbine.

Ugao opterećenja se može odrediti iz ugaone karakteristike uvažavajući da je snaga generatora ostala nepromenjena:

$$p = \frac{u \cdot e_{01}}{x_s} \sin \delta \text{ r.j.} \quad (46.8)$$

$$\delta_1 = \arcsin \frac{p \cdot x_s}{e_{01}} = \frac{0,833 \cdot 1,2}{1,94} = 31,03^\circ. \quad (46.9)$$

b) Po uslovu zadatka generatoru se smanjuje struja pobude, odnosno elektromotorna sila praznog hoda, kako bi se postiglo da zadata snaga turbine bude maksimalna snaga kojom se generator može opteretiti i tada generator radi sa maksimalnim uglom opterećenja $\delta_{max} = \pi/2$:

$$p = p_{max} = \frac{u \cdot e_{02}}{x_s} \text{ r.j.} \quad (46.10)$$

Potrebna elektromotorna sila praznog hoda iznosi:

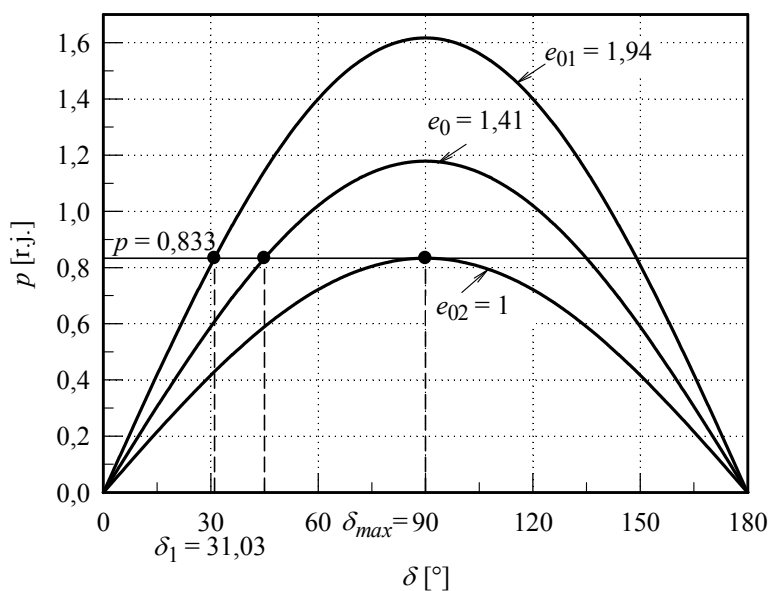
$$e_{02} = \frac{p \cdot x_s}{u} = \frac{0,833 \cdot 1,2}{1} = 1 \text{ r.j.} \quad (46.11)$$

Potrebno smanjenje struje pobude može lako dobiti iz količnika:

$$\frac{e_{02}}{e_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707. \quad (46.12)$$

Struju pobude je potrebno smanjiti za 29,3 % da bi se postiglo da generator radi sa maksimalno mogućim uglom opterećenja.

Na slici 46.1. prikazana je familija ugaonih karakteristika $p(\delta)$ za različite vrednosti struje pobude odnosno elektromotorne sile praznog hoda. Prikazana je karakteristika turbine $p = 0,833$ r.j.



Slika 46.1. Familija ugaonih karakteristika sinhronog generatora za različite vrednosti elektromotorne sile praznog hoda e_0 .

47. Zadatak: Turbogenerator $S_n = 200$ MVA, $U_n = 10$ kV ima sinhronu reaktansu $x_s = 100\%$. Elektromotorna sila praznog hoda je $e_0 = 125\%$, a ugao opterećenja je 30° .

- Naći aktivnu i reaktivnu snagu u apsolutnim i relativnim jedinicama.
- Ukoliko je maksimalno moguća vrednost elektromotorne sile praznog hoda $e_0 = 2$ r.j., odrediti opseg ugla opterećenja i elektromotorne sile pri kojima će generator moći da odaje izračunatu aktivnu snagu.

Svi gubici u generatoru i zasićenje magnetnog kola se mogu zanemariti.

- Pomoću ugaonih karakteristika moguće je odrediti aktivnu i reaktivnu snagu datog turbogeneratorsa:

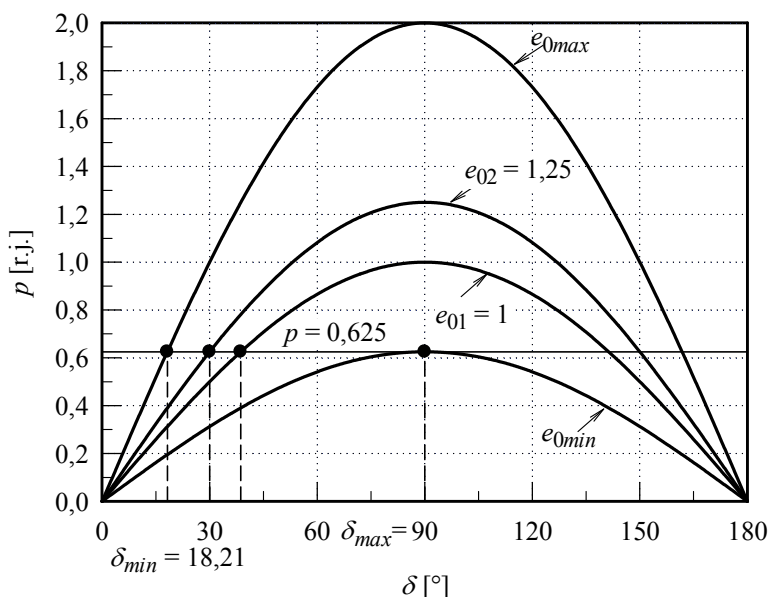
$$p = \frac{u \cdot e_0}{x_s} \sin \delta = \frac{1 \cdot 1,25}{1} \sin 30^\circ = 0,625 \text{ r.j.}, \quad (47.1)$$

$$q = \frac{u}{x_s} (e_0 \cos \delta - u) = \frac{1}{1} (1,25 \cos 30^\circ - 1) = 0,0825 \text{ r.j.}, \quad (47.2)$$

$$P = p \cdot S_n = 0,625 \cdot 200 = 125 \text{ MW}, \quad (47.3)$$

$$Q = q \cdot S_n = 0,0825 \cdot 200 = 16,5 \text{ Mvar} \quad (47.4)$$

- Promenom struje pobude, odnosno elektromotorne sile praznog hoda, za zadatu aktivnu snagu prema (47.1) promeniće se ugao opterećenja. Zahtevanu aktivnu snagu moguće je ostvariti pri različitim vrednostima indukovane elektromotorne sile, odnosno ugla opterećenja. Ovo je prikazano na slici 47.2. u vidu familije ugaonih karakteristika za različite vrednosti struje pobude.



Slika 47.1. Familija ugaonih karakteristika sinhronog generatora za različite vrednosti elektromotorne sile praznog hoda e_0 .

Maksimalnoj elektromotornoj sili praznog hoda $e_{0max} = 2$ r.j., odgovara najmanja vrednost ugla opterećenja:

$$p = \frac{u \cdot e_{0max}}{x_s} \sin \delta_{min} \Rightarrow \delta_{min} = \arcsin \frac{p \cdot x_s}{u \cdot e_{0max}} = \arcsin \frac{0,625 \cdot 1}{1 \cdot 2} = 18,21^\circ \quad (47.5)$$

Za minimalnu elektromotornu silu praznog hoda e_{0min} , ugao opterećenja je maksimalan i iznosi $\delta_{max} = 90^\circ$:

$$p = \frac{u \cdot e_{0min}}{x_s} \sin \delta_{max} \Rightarrow e_{0min} = \frac{p \cdot x_s}{u \cdot \sin \delta_{max}} = \frac{0,625 \cdot 1}{1 \cdot \sin 90^\circ} = 0,625 \text{ r.j.} \quad (47.6)$$

Reaktivna snaga generatora za ove dve vrednosti elektromotorne sile praznog hoda je:

$$q_1 = \frac{u}{x_s} (e_{0max} \cdot \cos \delta_{min} - u) = \frac{1}{1} (2 \cdot \cos 18,21^\circ - 1) = 0,9 \text{ r.j.}, \quad (47.7)$$

$$q_2 = \frac{u}{x_s} (e_{0min} \cdot \cos \delta_{max} - u) = \frac{1}{1} (0,625 \cdot \cos 90^\circ - 1) = -1 \text{ r.j.} \quad (47.8)$$

Prividna snaga za ove dve granične vrednosti elektromotorne sile praznog hoda e_{0max} i e_{0min} , iznosi:

$$s = \sqrt{p^2 + q^2}, \quad (47.9)$$

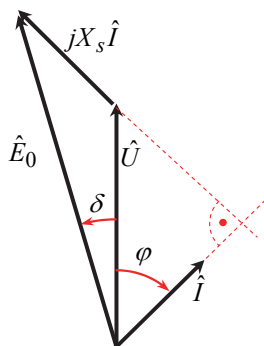
$$s_{e_{0max}} = \sqrt{0,625^2 + 0,9^2} = 1,1 \text{ r.j.}, \quad (47.10)$$

$$s_{e_{0min}} = \sqrt{0,625^2 + (-1)^2} = 1,18 \text{ r.j.} \quad (47.11)$$

48. Zadatak: Trofazni sinhroni generator spregnut u zvezdu radi na mreži napona 3,3 kV i opterećen je sa 500 kVA uz faktor snage 0,8 induktivno. Sinhrona reaktansa generatora iznosi 5,5 Ω . Ako se pobudni fluks poveća za 20 % odrediti struju i faktor snage u novom režimu.

Svi gubici u generatoru i zasićenje magnetnog kola se mogu zanemariti.

Faktor snage je induktivan pa se zaključuje da je generator natpobuđen. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora prikazan je na slici 48.1.



Slika 48.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora.

Da bi se odredila elektromotorna sila praznog hoda generatora, u radnom režimu pre povećanja pobudnog fluksa, potrebno je prethodno odrediti struju generatora. Struja generatora u datom radnom režimu iznosi:

$$I_f = \frac{S}{\sqrt{3}U} = \frac{500}{\sqrt{3} \cdot 3,3} = 87,5 \text{ A.} \quad (48.1)$$

Indukovana EMS se dobija jednostavno iz vektorskog dijagrama na slici 48.1. primenom kosinusne teoreme na trougao $U_f, X_s I_f, E_{0f}$:

$$E_{0f} = \sqrt{U_f^2 + X_s^2 I_f^2 + 2U_f X_s I_f \sin \varphi}, \quad (48.2)$$

$$E_{0f} = \sqrt{\frac{3300^2}{3} + 5,5^2 \cdot 87,5^2 + 2 \frac{3300}{\sqrt{3}} 5,5 \cdot 87,5 \cdot 0,6} = 2227,5 \text{ V.}$$

Ako se pobudni fluks poveća za 20 %, povećaće se i elektromotorna sila praznog hoda na $E_{0f1} = 1,2 \cdot E_{0f} = 2673 \text{ V}$. Pri povećanju elektromotorne sile generator ostaje u natpobuđenom režimu i proizvodi istu aktivnu snagu čiju vrednost diktira pogonska mašina. Pošto se nije promenila aktivna snaga generatora, time je i aktivna komponenta struje generatora ($I \cos \varphi$) ostala ista kao i u prethodnom radnom režimu. Sa vektorskog dijagrama na slici 48.1. se lako može doći do nove vrednosti ugla opterećenja:

$$\delta = \arcsin \frac{X_s I \cos \varphi}{E_{0f1}} = \arcsin \frac{5,5 \cdot 87,5 \cdot 0,8}{2673} = 8,28^\circ. \quad (48.3)$$

Primenom kosinusne teoreme na trougao $U_f, X_s I_f, E_{0f}$ sa slike 48.1. može se doći do vrednosti pada napona:

$$X_s I = \sqrt{E_{0f1}^2 + U_f^2 - 2 \cdot E_{0f1} U_f \cos \delta}, \quad (48.4)$$

$$X_s I = \sqrt{2673^2 + \frac{3300^2}{3} - 2 \cdot 2673 \cdot \frac{3300}{\sqrt{3}} \cdot \cos 8,28^\circ} = 834 \text{ V},$$

odnosno struje generatora u novom radnom režimu:

$$I = \frac{X_s I}{X_s} = \frac{834}{5,5} = 151,6 \text{ A} \quad (48.5)$$

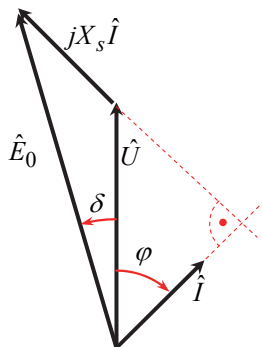
Faktor snage generatora u novom radnom režimu iznosi:

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3}UI} = \frac{400}{\sqrt{3} \cdot 3,3 \cdot 151,64} = 0,46. \quad (48.6)$$

49. Zadatak: Četvoropolni sinhroni turbogenerator sprege zvezda ima nominalne podatke: 400 kVA, 50 Hz, 3 kV, $\cos \varphi_n = 0,85$ i sinhronu reaktansu 10Ω . Svi gubici se mogu zanemariti.

- Nacrtati vektorski dijagram i odrediti sve njegove elemente ako generator radi u nominalnom režimu rada. Koliku maksimalnu snagu bi generator mogao da preda mreži?
- Koliku maksimalnu snagu bi generator mogao da preda ako je priključen na mrežu napona 3,15 kV, a predaje joj reaktivnu snagu od 100 kvar uz $\cos \varphi_1 = 0,866$.

a) Nominalan faktor snage sinhronih mašina je induktivan, pa se lako zaključuje da je generator natpobuđen. Vektorski dijagram natpobuđenog generatora je prikazan na slici 49.1.



Slika 49.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora.

Nominalni fazni napon i struja generatora su:

$$U_{nf} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \text{ kV}, \quad I_{nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = \frac{400000}{\sqrt{3} \cdot 3000} = 76,98 \text{ A}. \quad (49.1)$$

Do elektromotorne sile praznog hoda, kada sinhroni generator radi u nominalnom režimu, može se doći primenom kosinusne teoreme na trougao $U_f, X_s I_f, E_{0f}$ sa vektorskog dijagrama na slici 49.1:

$$E_{0f} = \sqrt{U_{nf}^2 + X_s^2 I_{nf}^2 + 2U_{nf} X_s I_{nf} \sin \varphi_n}, \quad (49.2)$$

$$E_{0f} = \sqrt{3000^2 + 10^2 \cdot 76,98^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 76,98 \cdot 0,5268} = 2235,5 \text{ V}.$$

Linijiska vrednost ems praznog hoda je $E_0 = \sqrt{3} E_{0f} = 3871,9 \text{ V}$.

Sa vektorskog dijagrama na slici 49.1. se lako može doći do ugla opterećenja:

$$\delta = \arcsin \frac{X_s I_{nf} \cos \varphi_n}{E_{0f}} = \arcsin \frac{10 \cdot 76,98 \cdot 0,85}{2235,5} = 17,02^\circ. \quad (49.3)$$

Maksimalna snaga koju generator može da preda mreži iznosi:

$$P_{max} = 3 \frac{U_f E_{0f}}{X_s} = 3 \frac{\sqrt{3} \cdot 2,2355}{10} = 1,162 \text{ MW}. \quad (49.4)$$

b) U novom režimu generator predaje $Q_1 = 100$ kvar uz $\cos\varphi_1 = 0,866$, dok je mrežni napon veći i iznosi $U_{f1} = 3150/\sqrt{3} = 1818,6$ V. Pošto generator predaje reaktivnu snagu on je i dalje natpobuđen, oblik vektorskog dijagrama je ostao isti, a promenili su se pojedini vektori.

Struja generatora sada iznosi:

$$I_{f1} = \frac{Q_1}{\sqrt{3}U_1 \sin\varphi_1} = \frac{100000}{\sqrt{3} \cdot 3150 \cdot 0,5} = 36,66 \text{ A}. \quad (49.5)$$

Da bi generator radio u ovom režimu mora, se promeniti indukovana elektromotorna sila praznog hoda, kao i ugao opterećenja čije vrednosti se mogu odrediti pomoću vektorskog dijagrama prikazanog na slici 49.1:

$$E_{0f1} = \sqrt{U_{f1}^2 + X_s^2 I_{f1}^2 + 2U_{f1}X_s I_{f1} \sin\varphi_1}, \quad (49.6)$$

$$E_{0f1} = \sqrt{1818,6^2 + 10^2 \cdot 36,66^2 + 2 \cdot 1818,6 \cdot 10 \cdot 36,66 \cdot 0,5} = 2026,9 \text{ V},$$

$$\delta = \arcsin \frac{X_s I_{f1} \cos\varphi_1}{E_{0f1}} = \arcsin \frac{10 \cdot 36,66 \cdot 0,85}{2026,9} = 8,84^\circ. \quad (49.7)$$

Linijaska vrednost indukovanog napona je $E_0 = \sqrt{3} E_{0f1} = 3510,7$ V.

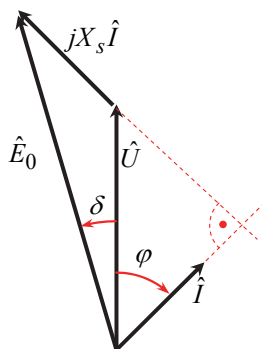
U ovom režimu maksimalna snaga koju generator može da preda mreži iznosi:

$$P_{max} = 3 \frac{U_{f1} E_{0f1}}{X_s} = 3 \frac{1,8186 \cdot 2,0269}{10} = 1,106 \text{ MW}. \quad (49.8)$$

50. Zadatak: Trofazni sinhroni generator nominalnih podataka 10 kVA, 230 V, sprega zvezda, $X_s = 8 \Omega$ radi na mreži sa nominalnim naponom i strujom koja iznosi 1/2 nominalne struje. Faktor snage je takav da je efektivna vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda 1,5 puta veća od napona ($E_0 = 1,5U$). Odrediti faktor snage i navesti da li je generator u datom režimu rada potpobuđen ili natpobuđen.

Svi gubici i zasićenje magnetnog kola se mogu zanemariti.

Kako je elektromotorna sila praznog hoda veća od napona na generatoru zaključuje se da je generator natpobuđen. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora prikazan je na slici 50.1.



Slika 50.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora.

Nominalni fazni napon i struja generatora su:

$$U_{nf} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{230}{\sqrt{3}} = 132,8 \text{ V}, \quad I_f = \frac{1}{2} I_{nf} = \frac{1}{2} \frac{S_n}{\sqrt{3} U_n} = \frac{1}{2} \frac{10}{\sqrt{3} \cdot 0,23} = 12,55 \text{ A}. \quad (50.1)$$

Za vektorski dijagram na slici 50.1, primenom kosinusne teoreme na trougao U_f , $X_s I_f$, E_{0f} može se napisati jednačina:

$$E_{0f}^2 = U_f^2 + X_s^2 I_f^2 + 2U_f X_s I_f \sin \varphi, \quad (50.2)$$

iz koje se može doći do:

$$\sin \varphi = \frac{E_{0f}^2 - U_f^2 - X_s^2 I_f^2}{2U_f X_s I_f} = \frac{(1,5 \cdot 132,8)^2 - 132,8^2 - 8^2 \cdot 12,55^2}{2 \cdot 132,8 \cdot 8 \cdot 12,55} = 0,45, \quad (50.3)$$

odnosno, do traženog faktora snage. Faktor snage iznosi $\cos \varphi = 0,89$ induktivno. Generator je natpobuđen.

51. Zadatak: Četvoropolni sinhroni generator ima nominalne podatke: 10 kVA, 400 V, 50 Hz, $X_s = 8 \Omega$, sprega zvezda. Generator je priključen na krutu mrežu nominalnog napona.

- Generator radi sa nominalnom strujom sa takvim faktorom snage da je moduo indukovane elektromotorne sile praznog hoda jednak modulu napona.
- Pobudna struja se poveća tako da generator i dalje radi sa nominalnom strujom i uz istu vrednost faktora snage, ali tako da sada odaje reaktivnu snagu.

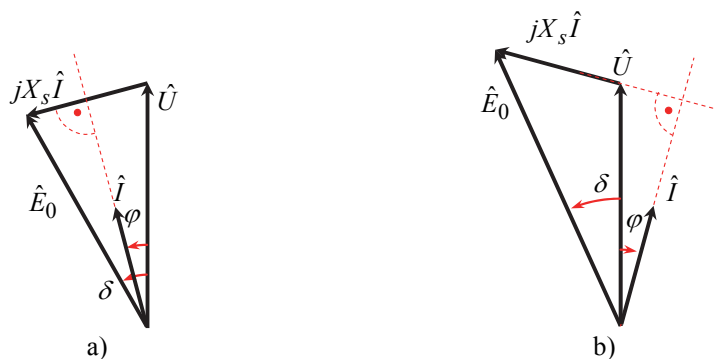
Za oba radna režima odrediti sve elemente vektorskog dijagrama, kao i razmenu aktivne i reaktivne snage sa mrežom.

Zanemariti gubitke, a magnetno kolo smatrati linearnim.

- Kako je indukovana elektromotorna sila praznog hoda jednaka naponu mreže $E_{0f} = U_n / \sqrt{3}$, to se iz nejednačine:

$$E_{0f} \cos \delta < U_f, \quad (51.1)$$

može zaključiti da je generator potpobuđen. Vektorski dijagram potpobuđenog sinhronog generatora kod koga je indukovana elektromotorna sila praznog hoda jednaka naponu, prikazan je na slici 51.1a.



Slika 51.1. Vektorski dijagram: a) potpobuđenog sinhronog generatora, b) natpobuđenog sinhronog generatora.

Nominalni fazni napon i struja generatora su:

$$U_{nf} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230,94 \text{ V}, \quad I_{nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = \frac{10}{\sqrt{3} \cdot 0,4} = 14,43 \text{ A}. \quad (51.2)$$

Sa vektorskog dijagrama na slici 51.1a. se može lako odrediti ugao opterećenja:

$$\sin \varphi = \sin \frac{\delta}{2} = \frac{X_s I_{nf} / 2}{U_{nf}} = \frac{8 \cdot 14,43 / 2}{230,94} = 0,25 \Rightarrow \delta = 28,955^\circ. \quad (51.3)$$

Očigledno da je $\varphi = \delta/2$, pa je faktor snage generatora:

$$\cos \varphi = \cos \frac{\delta}{2} = 0,968 \text{ kapacitivno}. \quad (51.4)$$

Aktivna i reaktivna snaga generatora su:

$$P = 3 \frac{U_{nf} E_{0f}}{X_s} \sin \delta = 3 \frac{230,94^2}{8} \sin 28,955^\circ = 9682,5 \text{ W}, \quad (51.5)$$

$$Q = 3 \frac{U_{nf}}{X_s} (E_{0f} \cos \delta - U_{nf}) = 3 \frac{230,94^2}{8} (\cos 28,955^\circ - 1) = -2500 \text{ var}. \quad (51.6)$$

b) Povećanjem pobudne struje postignuto je da generator počne proizvoditi reaktivnu snagu, da pređe iz potpobuđenog u natpobuđen režim rada, tj. da faktor snage promeni karakter iz kapacitivnog u induktivni. Do elektromotorne sile praznog hoda može se doći primenom kosinusne teoreme na trougao $U_f, X_s \cdot I_f, E_{0f}$ sa vektorskog dijagrama prikazanog na slici 51.1b:

$$E_{0f} = \sqrt{U_{nf}^2 + X_s^2 I_{nf}^2 + 2 U_{nf} X_s I_{nf} \sin \varphi}, \quad (51.7)$$

$$E_{0f} = \sqrt{230,94^2 + 8^2 \cdot 14,43^2 + 2 \cdot 230,94 \cdot 8 \cdot 14,43 \cdot 0,25} = 282,82 \text{ V}.$$

Linijska vrednost indukovanog napona je $E_0 = \sqrt{3} E_{0f} = 489,87 \text{ V}$.

Ugao opterećenja je:

$$\delta = \arcsin \frac{X_s I_{nf} \cos \varphi}{E_{0f}} = \arcsin \frac{8 \cdot 14,43 \cdot 0,968}{282,82} = \arcsin 0,395 = 23,27^\circ. \quad (51.8)$$

Aktivna snaga generatora se nije promenila, ali se promenila reaktivna snaga generatora po smeru, dok je iznos ostao nepromenjen:

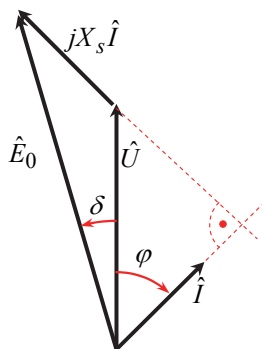
$$Q = 3 \frac{U_{nf}}{X_s} (E_{0f} \cos \delta - U_{nf}) = 3 \frac{230,94}{8} (282,82 \cdot \cos(23,27^\circ) - 230,94) = 2500 \text{ var}. \quad (51.9)$$

Generator sada predaje reaktivnu snagu u mrežu na koju je priključen.

52. Zadatak: Trofazni sinhroni generator ima nominalne podatke: 400 kW, 6,3 kV, 50 Hz, 45,8 A, $\cos\varphi = 0,8$, 1500 o/min i sinhronu reaktansu $X_s = 18 \Omega$. Svi gubici se mogu zanemariti. Generator je predviđen da napaja nekoliko potrošača u jednoj fabrici, i njegov rotor se obrće konstantnom i nominalnom brzinom.

- Prvo je u praznom hodu podešen napon od 6210 V, a zatim su priključeni potrošači i protekla je struja od 38 A uz $\cos\varphi = 0,8$ induktivno. Izračunati napon na priključkama generatora, aktivnu i reaktivnu snagu koju generator odaje, kao i ekvivalentnu impedansu potrošača. Smatrati da je ta impedansa konstantna.
- Napon na priključkama generatora treba podesiti na 6 kV. Na koji način će se podesiti napon? Odrediti struju generatora i sve elemente vektorskog dijagrama.
- Odrediti procentualnu promenu momenta pogonske mašine koja pokreće vratilo generatora pri promeni režima iz a) u b). Objasniti zašto je ta promena momenta neophodna.

Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora prikazan je na slici 52.1.



Slika 52.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora.

U radu sinhronih generatora međusobno se razlikuje režim rada generatora povezanog na krutu mrežu od rada na sopstvenu mrežu. Ako sinhroni generator samostalno napaja individualne potrošače, tada se govori o radu na sopstvenu mrežu. Sinhroni generator u radu na sopstvenu mrežu treba da obezbedi nominalnu frekvenciju i nominalan napon na potrošaču, u uslovima promenljive potrošnje, što se postiže odgovarajućim upravljanjem.

Promenom struje pobude I_p menja se elektromotorna sila praznog hoda E_{0f} , a time i napon potrošača, a brzinom obrtanja pogonske mašine održava se nominalna frekvencija. Da bi frekvencija ostala konstantna, pogonska mašina treba da daje onoliku snagu kolika se troši na aktivnoj komponenti potrošača. Na indukovanu elektromotornu silu praznog hoda utiče i brzina obrtanja rotora odnosno, frekvencija:

$$E_{0f} = \frac{\omega \cdot M \cdot I_p}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi \cdot f \cdot M \cdot I_p}{\sqrt{2}},$$

gde je M međusobna induktivnost pobudnog i statorskog namotaja.

Svaka promena aktivne komponente potrošača zahteva novu aktivnu snagu koju generatoru mora predati pogonska mašina. Ako se ne promeni pogonski momenat (pri promenjenoj aktivnoj komponenti potrošača) uspostaviće se novo stacionarno stanje sa

novom veličinom brzine obrtanja, odnosno frekvencijom napona. Ovaj zaključak sledi iz Njutnove jednačine kretanja. Kako bi u datoj situaciji dobili željeni napon (nominalni), treba regulisati pobudnu struju generatora.

Za razliku od rada na krutoj mreži kad mreža "guta" sve što joj generator može dati, u radu na sopstvenoj mreži potrošač diktira aktivnu i reaktivnu snagu (potrošač diktira faktor snage).

a) U prvom režimu podešeni napon predstavlja linijsku vrednost elektromotorne sile praznog hoda. Obzirom na spregu namotaja, njena fazna vrednost je $E_{0f} = 6210/\sqrt{3} = 3585,3$ V. Napon na priključkama generatora se može odrediti iz sledeće jednačine napisane prema vektorskom dijagramu sa slike 52.1:

$$E_{0f}^2 = U_f^2 + X_s^2 I_f^2 + 2U_f X_s I_f \sin \varphi. \quad (52.1)$$

Kada se u (52.1) uvrste brojne vrednosti, dobija se kvadratna jednačina po nepoznatom naponu:

$$3585,3^2 = U_f^2 + 18^2 \cdot 38^2 + 2U_f \cdot 18 \cdot 38 \cdot 0,6, \\ U_f^2 + 820,8 \cdot U_f - 12386520 = 0, \quad (52.2)$$

čijim rešavanjem se dobija fazni $U_f = 3132,9$ V odnosno linijski napon $U = \sqrt{3}U_f = 5426,3$ V. Drugo rešenje kvadratne jednačine je negativno, pa nije fizički prihvatljivo da bude efektivna vrednost napona.

Aktivna i reaktivna snaga generatora iznose:

$$P = \sqrt{3}UI_f \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 5426,3 \cdot 38 \cdot 0,8 = 285,7 \text{ kW}, \quad (52.3)$$

$$Q = \sqrt{3}UI_f \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 5426,3 \cdot 38 \cdot 0,6 = 214,3 \text{ kvar}. \quad (52.4)$$

Ekvivalentna impedansa potrošača je:

$$Z_p = \frac{U_f}{I_f} = \frac{3132,9}{38} = 82,44 \, \Omega, \quad (52.5)$$

$$\hat{Z}_p = Z_p \cdot e^{j\varphi} = 82,44 \cdot e^{j\arccos(0,8)} = 82,44 \cdot e^{j36,87^\circ} = (66 + j \cdot 49,5) \, \Omega/\text{fazi}. \quad (52.6)$$

b) Da bi se podigao napon na $U_1 = 6000$ V, potrebno je povećati struju pobude, čime se povećava i elektromotorna sila praznog hoda. Usled promene napona na potrošaču promeniće se struja potrošača. Faktor snage kada sinhroni generator radi na sopstvenu mrežu određen je potrošačem. Kako se potrošač nije menjao, to je faktor snage ostao nepromenjen. Vektorski dijagram je sličan kao na slici 52.1, s tim da su se promenile veličine pojedinih fazora i uglovi.

Željenom linijskom naponu od $U_1 = 6000$ V odgovara fazni napon $U_{f1} = U_1/\sqrt{3} = 3464,1$ V. Usled ovog napona na potrošaču koji je ekvivalentiran impedansom Z_p teći će struja u iznosu:

$$I_{f1} = \frac{U_{f1}}{Z_p} = \frac{3464,1}{82,44} = 42,02 \text{ A}. \quad (52.7)$$

Sada se pomoću jednačine (52.1) može odrediti elektromotorna sila praznog hoda:

$$E_{0f1} = \sqrt{U_{f1}^2 + X_s^2 I_{f1}^2 + 2U_{f1} X_s I_{f1} \sin \varphi}, \quad (52.8)$$

$$E_{0f1} = \sqrt{3464,1^2 + 18^2 \cdot 42,02^2 + 2 \cdot 3464,1 \cdot 18 \cdot 42,02 \cdot 0,6} = 3964 \text{ V},$$

$$E_{01} = \sqrt{3} E_{0f1} = \sqrt{3} \cdot 3974 = 6866 \text{ V}.$$

Sa vektorskog dijagrama na slici 52.1. se jednostavno može napisati jednačina pomoću koje se dolazi do ugla opterećenja:

$$\delta = \arcsin \frac{X_s I_{f1} \cos \varphi}{E_{0f1}} = \arcsin \frac{18 \cdot 42,02 \cdot 0,8}{3964} = 8,8^\circ. \quad (52.9)$$

Aktivna i reaktivna snaga potrošača pri ovom naponu i struji iznose:

$$P_1 = \sqrt{3} U_1 I_{f1} \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 6000 \cdot 42,02 \cdot 0,8 = 349,3 \text{ kW}, \quad (52.10)$$

$$Q_1 = \sqrt{3} U_1 I_{f1} \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 6000 \cdot 42,02 \cdot 0,6 = 263,1 \text{ kvar}. \quad (52.11)$$

c) Iz jednačina (52.3) i (52.10) je očigledno da je došlo do povećanja aktivne snage potrošača, koja predstavlja izlaznu snagu generatora. Kako su svi gubici zanemareni, to je ulazna snaga generatora jednaka izlaznoj snazi. Na osnovu iznetog zaključuje se da mora doći do povećanja mehaničke snage na vratilu sinhronog generatora kako bi se održala konstantna brzina obrtanja rotora. Procentualna promena momenta pogonske mašine jednaka je procentualnoj promeni ulazne mehaničke snage, jer je brzina obrtanja rotora konstantna.

$$\frac{m_{m1}}{m_m} = \frac{P_{m1}}{P_m} = \frac{P_1}{P} = \frac{\sqrt{3} U_1 I_{f1} \cos \varphi}{\sqrt{3} U I_f \cos \varphi} = \frac{U_1 \cdot I_{f1}}{U \cdot I_f} = \frac{3464,1 \cdot 42,02}{3132,9 \cdot 38} = 1,223 \quad (52.12)$$

Moment pogonske mašine potrebno je povećati za 22,3 %.

Sada se može postaviti pitanje šta bi se desilo, da sa povećanjem napona ne dođe do povećanja mehaničkog momenta na vratilu generatora? Iz Njutnove jednačine kretanja:

$$J \frac{d\omega}{dt} = m_m - m_{c1}, \quad (52.13)$$

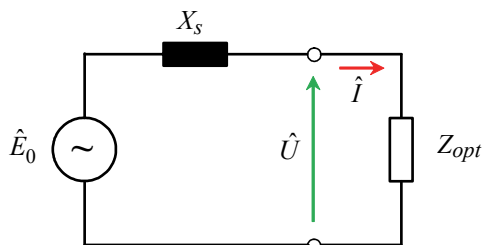
očigledno je da bi bila narušena ravnoteža momenata, jer bi mehanički momenat na vratilu generatora ostao nepromenjen, a momenat konverzije bi se uvećao usled povećanja napona i struje potrošača. Usled razlike momenata koja bi se javila ($m_c > m_m$) generator bi počeo da usporava, jer ne može ista ulazna snaga da ostvari veću izlaznu snagu. Smanjenje brzine bi, uz konstantnu struju pobude, vodilo ka smanjenju elektromotorne sile odnosno napona na potrošaču.

Sada se može postaviti novo pitanje, a dokle bi rotor usporavao? Smanjenje brzine rotora ima za posledicu smanjenje napona na potrošaču, što je dalje praćeno sa smanjenjem snage potrošača. Rotor bi usporavao sve dok se ponovo ne izjednače mehanički momenat (koji je određen pogonskom mašinom) i momenat konverzije (na koga utiče potrošač), $m_c = m_m$. Tada bi nastalo novo stacionarno stanje.

53. Zadatak: Dvopolni trofazni sinhroni generator za 60 Hz, sa namotajem statora vezanim u zvezdu, ima sinhronu reaktansu $80 \, \Omega$. Svi gubici se mogu zanemariti. Pobuda je tako podešena da je fazni napon u praznom hodu 2300 V. Generator je potom opterećen trofaznom uravnoteženom impedansom u iznosu $Z_{opt} = (100 + j80) \, \Omega/\text{fazi}$.

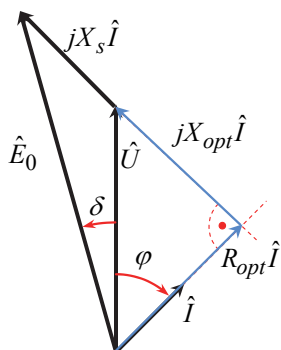
- Nacrtati vektorski dijagram.
- Odrediti: faznu vrednost indukovane elektromotorne sile i napona na priključkama, struju generatora, ugao opterećenja, aktivnu snagu koju generator odaje, faktor snage i momenat na vratilu.

a) Dati generator radi na sopstvenu mrežu i opterećen je potrošačem koji je ekvivalentiran impedansom, što je prikazano ekvivalentnom šemom na slici 53.1.



Slika 53.1. Ekvivalentna šema sinhronog generatora opterećenog impedansom.

Na osnovu poznate impedanse potrošača se može zaključiti da je potrošač induktivnog karaktera, tj. da troši reaktivnu snagu, a da je generator proizvodi i da radi u natpobuđenom režimu. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora opterećenog impedansom prikazan je na slici 53.2.



Slika 53.2. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora opterećenog impedansom.

b) U praznom hodu promenom struje pobude podešena je elektromotorna sila praznog hoda na vrednost $E_{0f} = 2300$ V. Fazna struja generatora se jednostavno može odrediti pomoću ekvivalentnog kola sa slike 53.2:

$$I_f = \frac{E_{0f}}{\sqrt{R_{opt}^2 + (X_{opt} + X_s)^2}} = \frac{2300}{\sqrt{100^2 + 160^2}} = 12,19 \text{ A.} \quad (53.1)$$

Fazni napon je:

$$U_f = Z_{opt} \cdot I_f = \sqrt{100^2 + 80^2} \cdot 12,19 = 1561 \text{ V} . \quad (53.2)$$

Faktor snage generatora koji radi na sopstvenu mrežu određen je potrošačem i iznosi:

$$\cos \varphi = \frac{\operatorname{Re}\{\hat{Z}_{opt}\}}{Z_{opt}} = \frac{100}{\sqrt{100^2 + 80^2}} = 0,78 \text{ ind} . \quad (53.3)$$

Sa vektorskog dijagrama na slici 53.2. se jednostavno može napisati jednačina pomoću koje se određuje ugao opterećenja:

$$\delta = \arcsin \frac{X_s I_f \cos \varphi}{E_{0f}} = \arcsin \frac{80 \cdot 12,19 \cdot 0,78}{2300} = 19,31^\circ . \quad (53.4)$$

Aktivna električna snaga sinhronog generatora je:

$$P_{el} = 3 \frac{U_f E_{0f}}{X_s} \sin \delta = 3 \frac{1561 \cdot 2300}{80} \sin 19,31^\circ = 44,527 \text{ kW} . \quad (53.5)$$

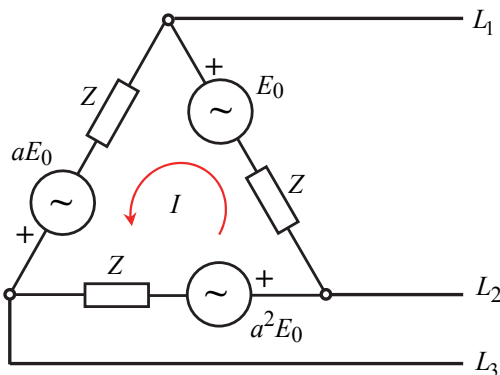
Kako su svi gubici zanemareni to je ulazna (mehanička) snaga generatora jednaka izlaznoj (električnoj) snazi, pa je mehanički momenat na vratilu generatora:

$$M_m = \frac{P_{meh}}{\omega} = \frac{P_{el}}{2\pi \cdot f_n} = \frac{44527}{2\pi \cdot 60} = 118,11 \text{ Nm} . \quad (53.6)$$

54. Zadatak: Sinhroni generator 100 kVA, 240 V, 60 Hz, 1800 o/min ima namotaj statora vezan u trougao. Sinhrona reaktansa je $2,13 \Omega$. Na generator se priključuje uravnotežen trofazni potrošač vezan u trougao, koji se može predstaviti rednom vezom otpornosti 10Ω i kapacitivnosti $600 \mu\text{F}$.

- Da li postoji struja kroz trougao koji čine fazni namotaji generatora ako na generator nije priključen potrošač?
- Odrediti nominalnu struju generatora.
- Generator radi tako da su mu napon i frekvencija jednaki nominalnim vrednostima. Izračunati struju generatora, indukovanu elektromotornu silu praznog hoda, prividnu, aktivnu i reaktivnu snagu generatora kao i momenat pogonske mašine u navedenom režimu. Da li će se generator pregrijati? Da li može doći do proboja izolacije generatora?
- Generatoru je indukovana elektromotorna sila u praznom hodu podešena na 300 V, a potrošači aktivne snage su isključeni (ostali su samo kondenzatori), frekvencija je nominalna. Izračunati struju generatora, aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu generatora kao i momenat pogonske mašine u navedenom režimu. Da li može doći do proboja izolacije generatora?

- Principska šema trofaznog generatora vezanog u trougao u praznom hodu prikazana je na slici 54.1, gde je sa E_0 označena indukovana elektromotorna sila.



Slika 54.1. Principska šema generatora vezanog u trougao.

Ako se pretpostavi da kroz trougao od faznih namotaja ovog sinhronog generatora teče cirkulaciona struja I (zatvorena kontura za tok te struje postoji), tada drugi Kirhofov zakon za posmatranu konturu glasi:

$$\hat{Z} \cdot \hat{I} + \hat{Z} \cdot \hat{I} + \hat{Z} \cdot \hat{I} = \hat{E}_0 + a\hat{E}_0 + a^2\hat{E}_0, \quad a = e^{j2\pi/3}. \quad (54.1)$$

Kada je trofazni generator uravnotežen, tada je zbir $1 + a + a^2 = 0$, pa se iz jednačine (54.1) lako zaključuje da ne može postojati struja cirkulacije, tj. $I = 0$. U praksi, zbog nesavršenosti izrade, može se desiti da se pojavi struja cirkulacije

$$\hat{I} = \frac{\hat{E}_a + \hat{E}_b + \hat{E}_c}{\hat{Z}_a + \hat{Z}_b + \hat{Z}_c} \neq 0. \quad (54.1a)$$

Zbog ovog, kao i zbog manjeg napona na namotajima (faznog napona), namotaji sinhronih mašina se vezuju u zvezdu.

b) Nominalna struja generatora je:

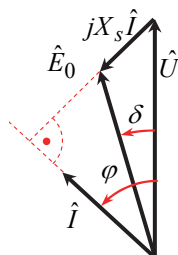
$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}U} = \frac{100000}{\sqrt{3} \cdot 240} = 240,6 \text{ A} . \quad (54.2)$$

c) Napon na krajevima generatora je nominalan, a na njega je priključen $R - C$ potrošač, tako da struja potrošača, odnosno generatora iznosi:

$$I_l = \sqrt{3}I_f = \sqrt{3} \frac{U_f}{\left| R_{opt} + \frac{1}{j\omega C} \right|} = \sqrt{3} \frac{240}{\left| 10 - \frac{1}{120\pi \cdot 600 \cdot 10^{-6} j} \right|} = \sqrt{3} \cdot 21,94 = 38 \text{ A} . \quad (54.3)$$

Struja generatora je manja od nominalne pa se generator neće pregrijati.

Kako je potrošač kapacitivne prirode to se može zaključiti da je generator u potpobuđenom režimu. Na slici 54.2. je prikazan vektorski dijagram potpobuđenog sinhronog generatora.



Slika 54.2. Vektorski dijagram potpobuđenog sinhronog generatora.

Faktor snage i ugao faktora snage generatora koji radi na sopstvenu mrežu određen je potrošačem i on iznosi:

$$\cos \varphi = \cos(\arctan \frac{1}{\frac{120\pi \cdot 600 \cdot 10^{-6}}{10}}) = 0,915 \text{ cap} \quad \varphi = 23,79^\circ . \quad (54.4)$$

Indukovana EMS se dobija jednostavno iz vektorskog dijagrama na slici 54.1. primenom kosinusne teoreme na trougao $U_f, X_s \cdot I_f, E_{0f}$:

$$E_{0f} = \sqrt{X_s^2 I_f^2 + U_f^2 - 2 \cdot X_s I_f U_f \cos(\pi/2 - \varphi)} , \quad (54.5)$$

$$E_{0f} = \sqrt{(2,13 \cdot 21,94)^2 + 240^2 - 2 \cdot 2,13 \cdot 21,94 \cdot 240 \cdot 0,404} = 225,2 \text{ V} .$$

Prividna, aktivna i reaktivna snaga generatora su:

$$S = \sqrt{3} \cdot U_n I = \sqrt{3} \cdot 240 \cdot 38 = 15796,3 \text{ VA} , \quad (54.6)$$

$$P_{el} = \sqrt{3} \cdot U_n I \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 240 \cdot 38 \cdot 0,915 = 14453,6 \text{ W} , \quad (54.7)$$

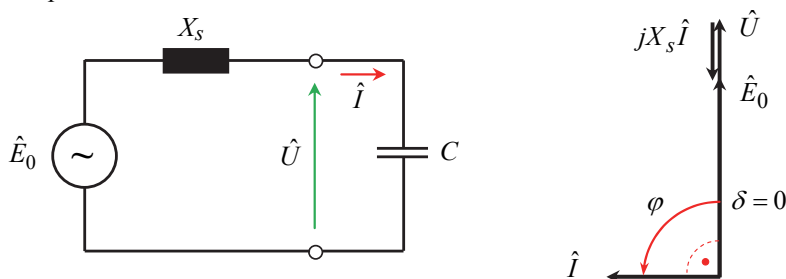
$$Q = \sqrt{3} \cdot U_n I \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 240 \cdot 38 \cdot 0,915 = 6372 \text{ var} . \quad (54.8)$$

Ako se zanemare gubici u mašini, tada je mehanička snaga jednaka električnoj snazi pa je moment pogonske mašine:

$$M = \frac{P_{meh}}{\omega} = \frac{P_{el}}{\frac{2\pi}{60}n} = \frac{14453,6}{\frac{2\pi}{60} \cdot 1800} = 76,7 \text{ Nm} . \quad (54.9)$$

Napon generatora je jednak nominalnom (nije veći od njega) pa nema opasnosti od proboja izolacije namotaja.

d) U ovom režimu generatoru je indukovana elektromotorna sila u praznom hodu podešena na 300 V, a potrošači aktivne snage su isključeni (ostali su samo kondenzatori) što je naznačeno na pofaznom ekvivalentnom kolu na slici 54.3. Kako su isključeni aktivni (termogeni) potrošači to je ugao opterećenja nula tj. napon i indukovana elektromotorna sila su u fazi kao što je prikazano na vektorskom dijagramu datom na slici 54.3. Na generator su kao potrošači priključeni samo kondenzatori tako da struja potrošača prednjači za ugao $\pi/2$ u odnosu na napon.



Slika 54.3. Pofazno ekvivalentno kolo i vektorski dijagram sinhronog generatora opterećenog kondenzatorima. Potpobuđen radni režim.

Struja potrošača odnosno generatora sada iznosi:

$$I_l = \sqrt{3} I_f = \sqrt{3} \frac{E_{0f}}{\left| jX_s + \frac{1}{j\omega \cdot C} \right|} = \sqrt{3} \frac{300}{\frac{1}{2\pi \cdot 60 \cdot 600 \cdot 10^{-6}} - 2,13} = \sqrt{3} \cdot 130,95 = 226,8 \text{ A} . \quad (54.10)$$

Sa vektorskog dijagrama na slici 54.3. se može odrediti napon generatora:

$$U_f = E_{0f} + X_s I_f = 300 + 2,13 \cdot 130,95 = 578,92 \text{ V} . \quad (54.11)$$

Napon na generatoru je osetno veći od nominalnog napona pa postoji opasnost od proboja izolacije.

Prividna, aktivna i reaktivna snaga generatora su:

$$S = \sqrt{3} \cdot U_f I_l = \sqrt{3} \cdot 578,92 \cdot 226,8 = 227,4 \text{ kVA} , \quad (54.12)$$

$$P_{el} = \sqrt{3} \cdot U_n I \cos(-\pi/2) = 0 \text{ W} , \quad (54.13)$$

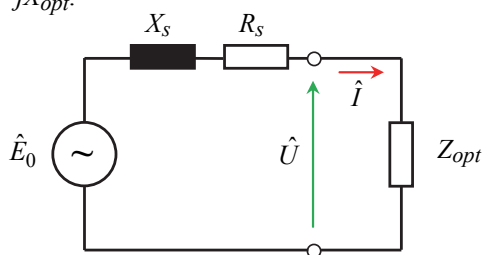
$$Q = \sqrt{3} \cdot U_n I \sin(-\pi/2) = -227,4 \text{ kvar} . \quad (54.14)$$

Kako su mehanički gubici zanemareni, to je s obzirom na (54.13) mehanički moment na vratilu generatora jednaka nuli.

55. Zadatak: Trofazni sinhroni generator sa nominalnim podacima: Y, 3600 o/min, sinhrona reaktansa $X_s = 60 \Omega$, otpornost namotaja statora $R_s = 10 \Omega$, opterećen je trofaznom simetričnom impedansom $Z_{opt} = (100 - j80) \Omega/\text{fazi}$. Fazni napon generatora u praznom hodu je 2000 V. Zanimariti gubitke u gvožđu i mehaničke gubitke.

- Nacrtati vektorski dijagram.
- Odrediti: faktor snage, ugao opterećenja, efektivnu vrednost struje generatora, efektivne vrednosti faznog i linijskog napona generatora, aktivnu i reaktivnu snagu koju odaje generator.
- Da li se i čime može postići da generator proizvodi reaktivnu snagu?

Na slici 55.1. prikazana je ekvivalentna šema sinhronog generatora opterećenog impedansom $Z_{opt} = R_{opt} - jX_{opt}$.



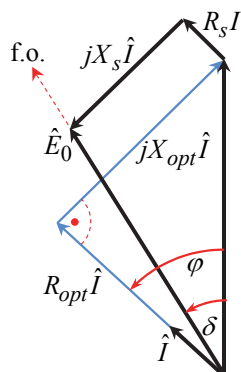
Slika 55.1. Ekvivalentna šema sinhronog generatora opterećenog impedansom.

Za ekvivalentnu šemu sa slike 55.1, jednačina naponske ravnoteže u domenu fazorskih veličina, glasi:

$$\hat{E}_0 = \hat{U} + R_s \hat{I} + jX_s \hat{I}.$$

$$\hat{U} = \hat{Z}_{opt} \hat{I} = R_{opt} \hat{I} - jX_{opt} \hat{I}.$$

- Iz impedanse potrošača se može zaključiti da je potrošač kapacitivnog karaktera tj. da proizvodi reaktivnu snagu, a da je generator troši i da radi u potpobuđenom režimu. Vektorski dijagram potpobuđenog sinhronog generatora opterećenog impedansom prikazan je na slici 55.2.



Slika 55.2. Vektorski dijagram potpobuđenog sinhronog generatora opterećenog impedansom.

Na slici 55.2. nacrtan je vektorskom dijagram sa $\delta < \varphi$. Bitno je da se pri crtanju vektorskog dijagrama postavi kapacitivan $\cos \varphi$, a da li će δ biti veće ili manje od φ , utvrdiće se nakon proračuna.

b) Faktor snage i ugao faktora snage generatora koji radi na sopstvenu mrežu određen je potrošačem i on iznosi:

$$\cos \varphi = \frac{\operatorname{Re}\{\hat{Z}_{opt}\}}{Z_{opt}} = \frac{100}{\sqrt{100^2 + 80^2}} = 0,7809 \text{ cap}, \Rightarrow \varphi = 38,66^\circ. \quad (55.1)$$

Pomoću vektorskog dijagrama sa slike 55.2. se mogu napisati jednačine:

$$E_{0f} \cdot \sin(\varphi - \delta) = (X_{opt} - X_s)I, \quad (55.2)$$

$$E_{0f} \cdot \cos(\varphi - \delta) = (R_{opt} + R_s)I, \quad (55.3)$$

koje će omogućiti da se odredi razlika uglova faktora snage i ugla opterećenja:

$$\varphi - \delta = \arctg \frac{X_{opt} - X_s}{R_{opt} + R_s} = \arctg \frac{80 - 60}{100 + 10} = 10,3^\circ, \quad (55.4)$$

a zatim i ugla opterećenja:

$$\delta = \varphi - (\varphi - \delta) = 38,66^\circ - 10,3^\circ = 28,36^\circ. \quad (55.5)$$

Sada se pomoću jednačina (55.1) i (55.5) može konstatovati da je $\delta < \varphi$, kao što je prikazano na vektorskom dijagramu sa slike 55.2.

Pomoću jednačine (55.3) se može odrediti fazna struja generatora:

$$I = \frac{E_{0f} \cdot \cos(\varphi - \delta)}{R_{opt} + R_s} = \frac{2000 \cdot \cos 10,3^\circ}{100 + 10} = 17,89 \text{ A}. \quad (55.6)$$

Fazni i linijski napon generatora su:

$$U_f = Z_{opt} \cdot I = \sqrt{R_{opt}^2 + X_{opt}^2} \cdot I = \sqrt{100^2 + 80^2} \cdot 17,89 = 2291,04 \text{ V}, \quad (55.7)$$

$$U_l = \sqrt{3} \cdot U_f = \sqrt{3} \cdot 2291,04 = 3968,19 \text{ V}. \quad (55.8)$$

Aktivna i reaktivna električna snaga generatora su:

$$P_{elg} = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 3968,19 \cdot 17,89 \cdot 0,78 = 95,908 \text{ kW}, \quad (55.9)$$

$$Q_{elg} = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 3968,19 \cdot 17,89 \cdot \left(-\sqrt{1 - 0,78^2}\right) = -76,945 \text{ kvar}. \quad (55.10)$$

Negativna reaktivna snaga u (55.10) ukazuje da generator ne proizvodi, već troši reaktivnu snagu.

Do rešenja koja su upravo dobijena došlo se polazeći od vektorskog dijagrama sinhronog generatora. Isto se može dobiti rešavanjem ekvivalentnog kola sinhronog generatora opterećenog impedansom, što je prikazano na slici 55.2. Iz ekvivalentnog kola sinhronog generatora opterećenog impedansom može se odrediti fazna struja i napon:

$$\hat{I} = \frac{E_{0f}}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_{opt}} = \frac{2000}{(10 + j60) + (100 - j80)} = 17,6 + j3,2 = 17,89 \cdot e^{j10,3^\circ}, \quad (55.11)$$

$$\hat{U}_f = \hat{Z}_p \cdot \hat{I} = (100 - j80) \cdot (17,6 + j3,2) = 2291 \cdot e^{-j28,36^\circ}. \quad (55.12)$$

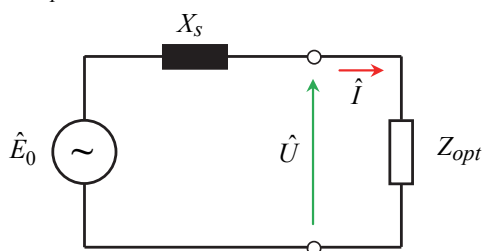
Fazna osa (f.o.) je postavljena u pravac indukovane elektromotorne sile praznog hoda, slika 55.2. Iz jednačina (55.11) i (55.12) se vidi da je fazna struja $I = 17,89$ A, fazni napon $U_f = 2291$ V i ugao opterećenja $\delta = 28,35^\circ$.

c) Proizvodnju reaktivne snage od strane sinhronog generatora koji radi na sopstvenu mrežu moguće je ostvariti jedino promenom prirode potrošača. Kada generator radi na sopstvenoj mreži, mora u stacionarnom stanju proizvoditi / trošiti tačno onoliko reaktivne snage koliko mreža troši / proizvodi.

56. Zadatak: Trofazni sinhroni generator sa nominalnim podacima: Y, 3600 o/min, sinhrona reaktanse $X_s = 80 \, \Omega$, $R = 0 \, \Omega$, opterećen je trofaznim uravnoteženim potrošačem impedanse $Z_{opt} = (100 + j80) \, \Omega$ po fazi. Fazni napon generatora u praznom hodu je 2300 V. Odrediti efektivne vrednosti faznog i linijskog napona generatora, struju generatora, aktivnu snagu, faktor snage, momenat, ugao opterećenja i maksimalnu snagu generatora.

Zanemariti gubitke u gvožđu i mehaničke gubitke.

Na slici 56.1. prikazana je ekvivalentna šema sinhronog generatora opterećenog impedansom $Z_{opt} = R_{opt} + jX_{opt}$.



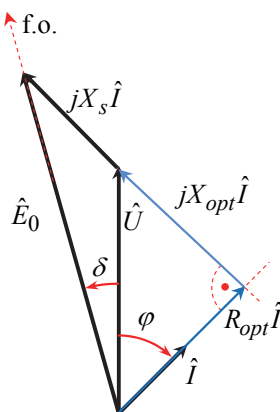
Slika 56.1. Ekvivalentna šema sinhronog generatora opterećenog impedansom.

Za ekvivalentnu šemu sa slike 56.1, jednačina naponske ravnoteže u domenu fazorskih veličina, glasi:

$$\hat{E}_0 = \hat{U} + jX_s \hat{I}.$$

$$\hat{U} = \hat{Z}_{opt} \hat{I} = R_{opt} \hat{I} + jX_{opt} \hat{I}.$$

Iz impedanse potrošača se može zaključiti da je potrošač induktivnog karaktera tj. da troši reaktivnu snagu, a da je generator proizvodi i da radi u natpobuđenom režimu. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora opterećenog impedansom prikazan je na slici 56.2.



Slika 56.2. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora opterećenog impedansom.

Faktor snage i ugao faktora snage generatora koji radi na sopstvenu mrežu određen je potrošačem i on iznosi:

$$\cos \varphi = \frac{\operatorname{Re}\{Z_{opt}\}}{|Z_{opt}|} = \frac{R_{opt}}{R_{opt}^2 + X_{opt}^2} = \frac{100}{\sqrt{100^2 + 80^2}} = 0,78 \text{ ind}, \Rightarrow \varphi = 38,74^\circ. \quad (56.1)$$

Pomoću ekvivalentnog kola sa slike 56.1, ili pomoću vektorskog dijagrama sa slike 56.2. mogu se odrediti fazna struja i fazni napon generatora:

$$I_f = \frac{E_{0f}}{\sqrt{R_{opt}^2 + (X_s + X_{opt})^2}} = \frac{2300}{\sqrt{100^2 + 160^2}} = 12,19 \text{ A}, \quad (56.2)$$

$$U_f = I_f \cdot |Z_{opt}| = I_f \sqrt{R_{opt}^2 + X_{opt}^2} = 12,19 \cdot \sqrt{100^2 + 80^2} = 1561 \text{ V}. \quad (56.3)$$

Kako je namotaj generatora vezan u zvezdu, to je linijski napon generatora:

$$U_l = \sqrt{3} \cdot U_f = \sqrt{3} \cdot 1561 = 2703,7 \text{ V}. \quad (56.4)$$

Prema vektorskom dijagramu na slici 56.2. je očigledno:

$$\operatorname{tg}(\varphi + \delta) = \frac{X_s + X_{opt}}{R_{opt}} = 1,6 \Rightarrow \varphi + \delta = 58^\circ \Rightarrow \delta = 19,26^\circ. \quad (56.5)$$

Aktivna snaga generatora je:

$$P = 3 \frac{U_f E_{0f}}{X_s} \sin \delta = 3 \frac{1561 \cdot 2300}{80} \sin 19,26^\circ = 44,4 \text{ kW}. \quad (56.6)$$

Kada se zanemari snaga gubitaka sinhronog generatora tada je mehanički momenat na vratilu generatora:

$$M = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{\frac{2\pi \cdot n}{60p}} = \frac{44,4 \cdot 10^3}{\frac{2\pi \cdot 60}{1}} = 117,8 \text{ Nm}. \quad (56.7)$$

Maksimalna snaga generatora je:

$$P_{max} = 3 \frac{U_f E_{0f}}{X_s} = 3 \frac{1561 \cdot 2300}{80} = 134,6 \text{ kW}. \quad (56.8)$$

Do rešenja koja su upravo dobijena došlo se polazeći od vektorskog dijagrama sinhronog generatora sa slike 56.2. Isto se može dobiti i rešavanjem ekvivalentnog kola, sinhronog generatora opterećenog impedansom, prikazanog na slici 56.1. Fazna osa (f.o.) je postavljena u pravac indukovane elektromotorne sile praznog hoda, slika 55.2. Iz ekvivalentnog kola sinhronog generatora opterećenog impedansom može se odrediti fazna struja i napon:

$$\hat{I} = \frac{E_{0f}}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_{opt}} = \frac{2300}{j80 + (100 + j80)} = 6,46 - j10,34 = 12,19 \cdot e^{-j58^\circ} = I_f \cdot e^{-j(\varphi + \delta)}, \quad (56.9)$$

$$\hat{U}_f = \hat{Z}_p \cdot \hat{I} = (100 + j80) \cdot (6,46 - j10,34) = 1561 \cdot e^{-j19,26^\circ} = U_f e^{-j\delta}. \quad (56.10)$$

57. Zadatak: Trofazni sinhroni generator nominalnih podataka 400 kW, 500 kVA, 6300 V, 42 Hz, $\cos\varphi_n = 0,8$, $2p = 4$, $X_s = 18 \Omega$ predviđen je da napaja nekoliko pasivnih potrošača unutar jedne fabrike. Prilikom puštanja u rad u praznom hodu podešen je napon od 6120 V. Nakon priključenja potrošača izmerena je struja generatora od 38 A uz $\cos\varphi = 0,75$ induktivno.

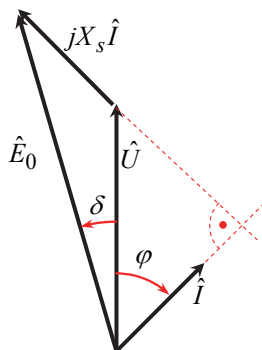
- Kolika je mehanička brzina obrtanja rotora $\omega_m(n_m)$ ako je učestanost nominalna?
- Koliki je napon na priključkama generatora nakon priključenja potrošača i kolika je ekvivalentna impedansa kojom je opterećen generator?
- Da bi potrošači radili sa svojim nominalnim karakteristikama, napon na priključkama generatora se mora podesiti na vrednost od 6120 V. Izračunati struju generatora i sve elemente vektorskog dijagrama pri ovoj vrednosti napona. Na koji način se podešava napon?
- Izračunati aktivnu i reaktivnu snagu koju generator predaje potrošačima u oba radna režima.

- a) Ugaona brzina obrtanja rotora sinhrona mašine odnosno sinhrona brzina iznosi:

$$\omega = \frac{2\pi f}{p} = \frac{2\pi \cdot 42}{2} = 131,94 \text{ rad/s} , \quad (57.1)$$

$$n = \frac{60 f}{p} = \frac{60 \cdot 42}{2} = 1260 \text{ o/min} . \quad (57.2)$$

- b) Da bi se došlo do napona na potrošaču potrebno je nacrtati vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora. Vektorski dijagram je dat na slici 57.1.



Slika 57.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora.

Poznata je ems praznog hoda E_{0f} , koja ostaje nepromenjena kada je generator opterećen:

$$E_{0f} = \frac{E_0}{\sqrt{3}} = \frac{6120}{\sqrt{3}} = 3533 \text{ V} , \quad (57.3)$$

i struja generatora, pa se sa vektorskog dijagrama može lako odrediti ugao opterećenja:

$$\delta = \arcsin \frac{X_s I_f \cos\varphi}{E_{0f}} = \arcsin \frac{18 \cdot 38 \cdot 0,75}{3533} = \arcsin 0,1452 = 8,35^\circ . \quad (57.4)$$

Pomoću vektorskog dijagrama sa slike 57.1. moguće je odrediti napon na generatoru:

$$U_f = E_{0f} \cos \delta - X_s I_f \sin \varphi = 3533 \cos 8,35^\circ - 18 \cdot 38 \cdot \sin 41,41^\circ = 3043 \text{ V} . \quad (57.5)$$

Linijska vrednost napona na generatoru u iznosu $U = U_f \sqrt{3} = 5271 \text{ V}$ osetno je manja od napona koji očekuju potrošači (6120 V).

Ekvivalentna impedansa opterećenja generatora je:

$$|\hat{Z}_p| = \frac{U_f}{I_f} = \frac{3043}{38} = 80,1 \, \Omega , \quad (57.6)$$

$$\hat{Z}_p = |\hat{Z}_p| \cos \varphi + j |\hat{Z}_p| \sin \varphi = 80,1 \cdot 0,75 + j 80,1 \cdot 0,66 = 60,1 + j 53 \, \Omega . \quad (57.7)$$

c) Da bi se povećao napon na potrošaču sa 5271 V na željenih 6120 V potrebno je povećati struju pobude čime, se povećava indukovana elektromotorna sila. Usled povećanja napona povećaće se i struja generatora, odnosno potrošača. Faktor snage je određen potrošačima (ekvivalentnom impedansom) i on se nije promenio. Struja potrošača pri željenom naponu na potrošaču od 6120 V (imati na umu da je ovo linijski napon) iznosi:

$$I_{f2} = \frac{U_f}{|\hat{Z}_p|} = \frac{6120/\sqrt{3}}{80,1} = 44,1 \text{ A} . \quad (57.8)$$

Do potrebne elektromotorne sile praznog hoda može se doći primenom kosinusne teoreme na trougao $U_f, X_s I_f, E_{0f}$ sa vektorskog dijagrama na slici 57.1:

$$E_{0f} = \sqrt{U_f^2 + X_s^2 I_f^2 + 2 U_f X_s I_f \sin \varphi} , \quad (57.9)$$

$$E_{0f} = \sqrt{3533^2 + 18^2 \cdot 44,1^2 + 2 \cdot 3533 \cdot 18 \cdot 44,1 \cdot 0,66} = 4100 \text{ V} .$$

Takođe, sa vektorskog dijagrama može se lako proveriti da se ugao opterećenja nije promenio:

$$\delta = \arcsin \frac{X_s I_f \cos \varphi}{E_{0f}} = \arcsin \frac{18 \cdot 44,1 \cdot 0,75}{4100} = \arcsin 0,1452 = 8,35^\circ . \quad (57.10)$$

d) Aktivne i reaktivne snage potrošača se mogu dobiti pomoću dobro znanih jednačina:

$$P = \sqrt{3} U \cdot I_f \cos \varphi , \quad Q = \sqrt{3} U \cdot I_f \sin \varphi . \quad (57.11)$$

Za radni režim pod a) snage su:

$$P = \sqrt{3} \cdot 5271 \cdot 38 \cdot 0,75 = 260,2 \text{ kW} , \quad (57.12)$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot 5271 \cdot 38 \cdot 0,66 = 229,3 \text{ kvar} . \quad (57.13)$$

Za radni režim pod b) snage su:

$$P = \sqrt{3} \cdot 6120 \cdot 44,1 \cdot 0,75 = 350,6 \text{ kW} , \quad (57.14)$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot 6120 \cdot 44,1 \cdot 0,66 = 309 \text{ kvar} . \quad (57.15)$$

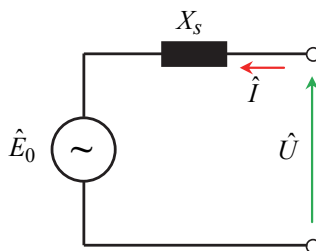
58. Zadatak: Sinhroni motor sprege Y, sinhronne reaktanse 10Ω , priključen je na mrežu $U_n = 3 \text{ kV}$, $f_n = 50 \text{ Hz}$ i opterećen na kraju vratila momentom od 1500 Nm . Motor mreži predaje reaktivnu snagu od 200 kvar . Gubici motora se mogu zanemariti. Odrediti elektromotornu silu praznog hoda i ugao opterećenja.

Zanemariti gubitke, a magnetno kolo smatrati linearnim.

Jednačina naponske ravnoteže sinhronog motora u domenu fazorskih veličina glasi:

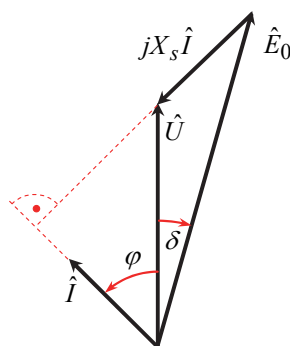
$$\hat{U} = \hat{E}_0 + jX_s \hat{I}.$$

Ova jednačina se može predstaviti ekvivalentnom šemom datom na slici 58.1.



Slika 58.1. Ekvivalentna šema sinhronne mašine.

Kako ovaj sinhroni motor proizvodi reaktivnu snagu zaključuje se da je on u natpobuđenom režimu. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora nacrtan za fazne veličine dat je na slici 58.1.



Slika 58.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora.

Sa vektorskog dijagrama sa slike 58.1. može se odrediti elektromotorna sila praznog hoda:

$$E_{0f} = \sqrt{(U_{nf} \cos \varphi)^2 + (X_s \cdot I_f + U_{nf} \sin \varphi)^2}, \quad (58.1)$$

ako se prethodno odrede struja motora i faktor snage.

Kako su zanemareni svi gubici u sinhronom motoru, to je električna (ulazna) snaga:

$$P_{el} = P_{meh} = M_{RM} \cdot \omega = M_{RM} \frac{2\pi \cdot f}{p} = 1500 \frac{2\pi \cdot 50}{2} = 235,6 \text{ kW} . \quad (58.2)$$

S obzirom na proizvodnju reaktivne snage, faktor snage je kapacitivan. Ugao faktora snage je:

$$\varphi = \arctan \frac{Q}{P_{el}} = \arctan \frac{200}{235,6} = 40,33^\circ . \quad (58.3)$$

Poznavajući električnu snagu i faktor snage moguće je odrediti struju motora:

$$I_f = \frac{P_{el}}{\sqrt{3}U_n \cos \varphi} = \frac{235600}{\sqrt{3} \cdot 3000 \cdot \cos 40,33^\circ} = 59,48 \text{ A} . \quad (58.4)$$

Sada se pomoću jednačine (58.1) može odrediti fazna i linijska vrednost elektromotorne sile praznog hoda:

$$E_{0f} = \sqrt{\left(3000/\sqrt{3} \cdot 0,762\right)^2 + \left(10 \cdot 59,48 + 3000/\sqrt{3} \cdot 0,647\right)^2} = 2,164 \text{ kV} , \quad (58.5)$$

$$E_{0l} = \sqrt{3}E_{0f} = \sqrt{3} \cdot 2,164 = 3,75 \text{ kV} . \quad (58.6)$$

Ugao opterećenja se može odrediti iz sledeće jednačine, napisane na osnovu vektorskog dijagrama prikazanog na slici 58.1:

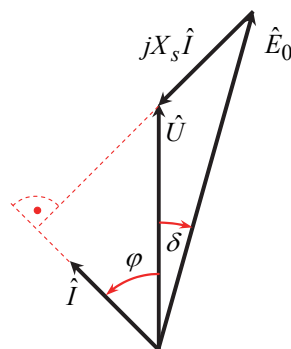
$$E_{0f} \cdot \sin \delta = X_s I_f \cdot \cos \varphi , \quad (58.7)$$

$$\delta = \arcsin \left(\frac{X_s I_f \cdot \cos \varphi}{E_{0f}} \right) = \arcsin \left(\frac{10 \cdot 59,48 \cdot 0,762}{2164} \right) = 12,1^\circ . \quad (58.8)$$

59. Zadatak: Trofazni šestopolni sinhroni motor nominalne ulazne snage $S_n = 6$ MVA, za napon $U_n = 11$ kV i frekvenciju $f_n = 50$ Hz, opterećen je tako da je struja nominalna. Namotaj statora spregnut je u zvezdu. Motor radi u natpobuđenom režimu, sa nominalnim faktorom snage $\cos \varphi_n = 0,8$. Sinhrona reaktansa je $X_s = 14 \Omega$. Svi gubici se mogu zanemariti.

- Odrediti momenat motora i ugao opterećenja u nominalnom režimu.
- Koliki je maksimalni mogući momenat pri nominalnom naponu i nominalnoj elektromotornoj sili? Kolika će tada biti struja?

- Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora dat je na slici 59.1.



Slika 59.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora.

Nominalna fazna struja motora se može odrediti iz poznate nominalne prividne snage:

$$I_{nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{6 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 11 \cdot 10^3} = 314,9 \text{ A} . \quad (59.1)$$

Nominalna, fazna vrednost elektromotorne sile praznog hoda je:

$$E_{0nf} = \sqrt{(U_{nf} \cdot \cos \varphi_n)^2 + (U_{nf} \cdot \sin \varphi_n + X_s \cdot I_{nf})^2} , \quad (59.2)$$

$$E_{0nf} = \sqrt{(11000/\sqrt{3} \cdot 0,8)^2 + (11000/\sqrt{3} \cdot 0,6 + 14 \cdot 314,9)^2} = 9662,7 \text{ V} .$$

Pomoću vektorskog dijagrama sa slike 59.1, može se napisati jednačina iz koje se dolazi do vrednosti ugla opterećenja:

$$E_{0nf} \cdot \sin \delta_n = X_s I_{nf} \cdot \cos \varphi_n , \quad (59.3)$$

$$\delta_n = \arcsin \left(\frac{X_s I_{nf} \cdot \cos \varphi_n}{E_{0nf}} \right) = \arcsin \left(\frac{14 \cdot 314,9 \cdot 0,8}{9662,7} \right) = 21,4^\circ . \quad (59.4)$$

Ako su svi gubici zanemareni, tada je izlazna snaga (mehanička) jednaka ulaznoj snazi, pa je nominalni momenat motora:

$$M_n = \frac{P_n}{\omega} = \frac{S_n \cdot \cos \varphi_n}{\frac{2\pi \cdot f_n}{p}} = \frac{6 \cdot 10^6 \cdot 0,8}{\frac{2\pi \cdot 50}{3}} = 45,84 \text{ kNm} . \quad (59.5)$$

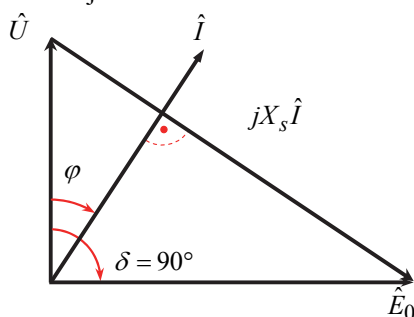
Do nominalnog momenta motora može se doći i pomoću ugaone karakteristike:

$$M_n = \frac{3 \cdot U_{nf} \cdot E_{0nf}}{\omega \cdot X_s} \cdot \sin \delta_n = \frac{3 \cdot 11000 / \sqrt{3} \cdot 9662,7}{\frac{100\pi}{3} \cdot 14} \sin 21,4^\circ = 45,82 \text{ kNm}. \quad (59.6)$$

b) Maksimalna vrednost momenta kojom se može opteretiti ovaj motor je:

$$M_{max} = \frac{3 \cdot U_{nf} \cdot E_{0nf}}{\omega \cdot X_s} = \frac{3 \cdot 11000 / \sqrt{3} \cdot 9662,7}{\frac{2\pi \cdot 50}{3} \cdot 14} = 125,57 \text{ kNm}. \quad (59.7)$$

Kada je sinhroni motor opterećen maksimalnim momentom ugao, opterećenja je 90° , a motor tada radi u potpobuđenom režimu. Vektorski dijagram sinhronog motora koji je opterećen maksimalnim momentom prikazan je na slici 59.2.



Slika 59.2. Vektorski dijagram sinhronog motora opterećenog maksimalnim momentom.

Sa slike 59.2. se može napisati jednačina:

$$X_s^2 I_{f1}^2 = U_{nf}^2 + E_{0nf}^2, \quad (59.8)$$

pomoću koje se može odrediti struja motora pri opterećenju maksimalnim momentom:

$$I_{f1} = \frac{1}{X_s} \sqrt{U_{nf}^2 + E_{0nf}^2} = \frac{1}{14} \sqrt{(11000/\sqrt{3})^2 + 9662,7^2} = 825,9 \text{ A}. \quad (59.9)$$

U odnosu na nominalnu struju, ova struja je $I_{f1} / I_{nf} = 2,62$ puta veća, što je nedozvoljeno puno za trajan rad motora.

Do rešenja se može doći i upotrebom relativnih jedinica, što će biti prikazano u nastavku.

Vrednost sinhronne reaktansa u relativnim jedinicama iznosi:

$$x_s = \frac{X_s}{Z_b} = \frac{X_s}{\frac{U_n^2}{S_n}} = \frac{14}{\frac{11^2 \cdot 10^6}{6 \cdot 10^6}} = 0,694 \text{ r.j.} \quad (59.10)$$

Elektromotorna sila praznog hoda u nominalnom režimu je:

$$e_0 = \sqrt{u^2 + x_s^2 \cdot i^2 + 2u \cdot x_s \cdot i \cdot \sin \varphi} = \sqrt{1^2 + 0,694^2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 0,694 \cdot 1 \cdot 0,6} = 1,52 \text{ r.j.}, \quad (59.11)$$

Ugao opterećenja pri nominalnom opterećenju je:

$$\delta_n = \arcsin\left(\frac{x_s i \cdot \cos \varphi_n}{e_0}\right) = \arcsin\left(\frac{0,694 \cdot 1 \cdot 0,8}{1,52}\right) = 21,4^\circ. \quad (59.12)$$

Nominalan momenat, odnosno snaga, u relativnim jedinicama je:

$$m_n = p_n = \frac{u \cdot e_0}{x_s} \sin \delta_n = \frac{1 \cdot 1,52}{0,694} \sin 21,4^\circ = 0,8 \text{ r.j.}, \quad (59.13)$$

$$P_n = p_n \cdot S_b = p_n \cdot S_n = 0,8 \cdot 6 = 4,8 \text{ MW}, \quad (59.14)$$

$$M_n = m_n \cdot \frac{S_b}{\omega} = m_n \cdot \frac{S_n}{2\pi \cdot n/60} = 0,8 \cdot \frac{6 \cdot 10^6}{2\pi \cdot 1000/60} = 45,84 \text{ kNm}. \quad (59.15)$$

Maksimalni momenat u relativnim jedinicama je:

$$m_{max} = p_{max} = \frac{u \cdot e_0}{x_s} = \frac{1 \cdot 1,52}{0,694} = 2,19 \text{ r.j.} \quad (59.16)$$

Reaktivna i prividna snaga kada motor radi sa maksimalnom snagom ($\delta = 90^\circ$) iznosi:

$$q = \frac{u}{x_s} (e_0 \cos 90^\circ - u) = -\frac{u^2}{x_s} = -\frac{1}{0,694} = -1,44 \text{ r.j.}, \quad (59.17)$$

$$s = \sqrt{p_{max}^2 + q^2} = \sqrt{2,19^2 + (-1,44)^2} = 2,62 \text{ r.j.} \quad (59.18)$$

Struja motora je:

$$i = \frac{s}{u} = 2,62 \text{ r.j.} \quad (59.19)$$

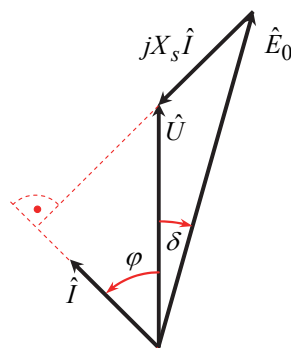
Upotrebom relativnih jedinica odmah se iz jednačine (59.19) vidi da je struja motora prevelika za trajan rad.

60. Zadatak: Trofazni sinhroni motor sa cilindričnim rotorom ima trofazni namotaj spregnut u zvezdu, priključen je na krutu mrežu napona 400 V. Sinhrona reaktansa motora je 5Ω , a zanemareni su svi gubici u motoru. Motor je opterećen tako da radi sa strujom $I = 10 \text{ A}$ pri $\cos\varphi = 0,866$ kapacitivno. Ako se motor naglo rastereti na vratilu, i pri tome se ne menja pobudna struja, koliku reaktivnu snagu motor daje mreži u praznom hodu i kolika je tada struja motora?

Reaktivna snaga koju daje ovaj sinhroni motor nakon rasterećenja (tj. u praznom hodu) može se odrediti iz ugaone karakteristike sinhronog motora sa cilindričnim rotorom kada u se uvaži da je ugao opterećenja $\delta = 0$:

$$Q = \frac{3U_f}{X_s} (E_{0f} \cos\delta - U_f). \quad (60.1)$$

U jednačini (60.1) nepoznate je elektromotorna sila praznog hoda, a njena vrednost određena je strujom pobude koja se nije promenila pri rasterećenju motora. Ova indukovana elektromotorna sila se može odrediti iz vektorskog dijagrama natpobuđenog sinhronog motora iz režima pre rasterećenja prikazanog na slici 60.1.



Slika 60.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora.

Sa vektorskog dijagrama na slici 60.1. pomoću kosinusne teoreme jednostavno se može odrediti elektromotorna sila praznog hoda:

$$E_{0f} = \sqrt{U_f^2 + X_s^2 I_f^2 + 2U_f X_s I_f \sin\varphi}, \quad (60.2)$$

$$E_{0f} = \sqrt{230^2 + 5^2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 230 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 0,5} = 258,6 \text{ V}.$$

Sada se pomoću (60.1) može odrediti reaktivna snaga koju motor daje u praznom hodu:

$$Q = \frac{3U_f}{X_s} (E_{0f} \cos\delta - U_f) = \frac{3 \cdot 230}{5} (258,6 \cdot \cos 0 - 230) = 3953,7 \text{ var}. \quad (60.3)$$

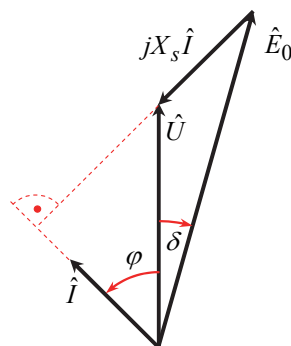
Kako su svi gubici zanemareni može se smatrati da je struja datog motora u praznom hodu čisto reaktivna i iznosi:

$$I_{f1} = \frac{Q}{\sqrt{3}U_n \sin \varphi} = \frac{3953,7}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot \sin 90^\circ} = 5,7 \text{ A.} \quad (60.4)$$

61. Zadatak: Trofazni sinhroni motor sa podacima: $U_n = 11 \text{ kV}$, $f_n = 50 \text{ Hz}$, $p = 3$, $X_s = 14,5 \Omega$, $\cos \varphi_n = 0,8$, Y, priključen je na mrežu konstantnog nominalnog napona i frekvencije i opterećen je radnom mašinom čiji je moment $M_{RM} = 40 \text{ kNm}$. Svi gubici se mogu zanemariti.

- Odrediti faznu i linijsku vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda tako da motor odaje u mrežu reaktivnu snagu od 3 Mvar.
- Šta treba uraditi da bi motor počeo da troši reaktivnu snagu i da li se nakon te promene izmenio maksimalni moment motora.

Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora nacrtan za fazne veličine dat je na slici 61.1.



Slika 61.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora.

- Sa vektorskog dijagrama sa slike 61.1. može se odrediti elektromotorna sila praznog hoda:

$$E_{0f}^2 = (U_{nf} \cos \varphi)^2 + (X_s \cdot I_f + U_{nf} \sin \varphi)^2, \quad (61.1)$$

ako se prethodno odrede struja motora i faktor snage.

Kako su zanemareni svi gubici u sinhronom motoru, to je električna (ulazna) snaga jednaka izlaznoj (mehaničkoj) snazi, koja se jednostavno može izračunati iz momenta opterećenja:

$$P_{el} = P_{meh} = M_{RM} \cdot \omega = M_{RM} \frac{2\pi \cdot f}{p} = 40 \cdot 10^3 \frac{2\pi \cdot 50}{3} = 4,189 \text{ MW}. \quad (61.2)$$

Faktor snage je:

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{4,189}{\sqrt{4,189^2 + 3^2}} = 0,813. \quad (61.3)$$

Poznavajući električnu snagu i faktor snage moguće je odrediti struju motora:

$$I_f = \frac{P}{\sqrt{3} U_n \cos \varphi} = \frac{4,189 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 11 \cdot 10^3 \cdot 0,813} = 270,4 \text{ A}. \quad (61.4)$$

Sada se pomoću jednačine (61.1) može odrediti fazna i linijska vrednost elektromotorne sile praznog hoda:

$$E_{0f} = \sqrt{(U_{nf} \cos \varphi)^2 + (X_s \cdot I_f + U_{nf} \sin \varphi)^2}, \quad (61.5)$$

$$E_{0f} = \sqrt{(11000/\sqrt{3} \cdot 0,813)^2 + (14,5 \cdot 270,4 + 11000/\sqrt{3} \cdot 0,582)^2} = 9,2 \text{ kV}, \quad (61.6)$$

$$E_{0l} = \sqrt{3} E_{0f} = \sqrt{3} \cdot 9,2 = 15,9 \text{ kV}. \quad (61.7)$$

b) Na tokove reaktivne snage sinhrona mašine može se uticati pobudnom strujom. Potrošnja reaktivne snage od strane sinhronog motora može se postići smanjenjem napona pobude, odnosno pobudne struje. Ovo je praćeno smanjenjem indukovane elektromotorne sile praznog hoda. Kako maksimalni momenat (snaga) zavisi od elektromotorne sile praznog hoda:

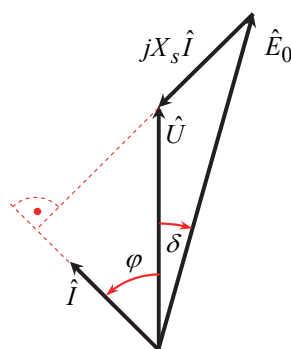
$$M_{max} = \frac{P_{max}}{\omega} = \frac{3 \cdot E_{0f} \cdot U_{nf}}{X_s \cdot \omega}, \quad (61.8)$$

to će se sa smanjenjem elektromotorne sile praznog hoda smanjiti i maksimalan momenat kojim radna mašina može da optereti sinhroni motor.

62. Zadatak: Dvopolni sinhroni motor sprege zvezda ima sinhronu reaktansu $X_s = 20 \, \Omega$ i nominalni napon $U_n = 7,1 \, \text{kV}$, 50 Hz. Otpornost statora i mehanički gubici se zanemaruju.

- Motor je priključen na mrežu napona 6,3 kV i opterećen na kraju vratila konstantnim momentom. Mreži predaje reaktivnu snagu 300 kvar i pri tome je izmerena struja kroz namotaj statora od 80 A. Nacrtati vektorski dijagram i odrediti elektromotornu silu praznog hoda, ugao opterećenja i momenat radne mašine.
- U toku rada došlo je do povećanja napona mreže od 10 %. Pri tome je momenat opterećenja ostao isti, a na motoru se nije vršila nikakva manipulacija. Odrediti ugao opterećenja.

a) Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora nacrtan za fazne veličine dat je na slici 62.1.



Slika 62.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora.

Kako je namotaj statora spregnut u zvezdu, tada fazni napon motora, kada je on priključen na mrežu napona 6,3 kV, iznosi:

$$U_f = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{6300}{\sqrt{3}} = 3637,3 \text{ V}. \quad (62.1)$$

S obzirom na spregu namotaja statora (zvezda), data struja (80 A), je i struja koju motor povlači iz mreže. Prividna snaga motora iznosi:

$$S = \sqrt{3}UI = \sqrt{3} \cdot 6300 \cdot 80 = 872,95 \text{ kVA}. \quad (62.2)$$

Aktivna snaga motora je:

$$P = \sqrt{S^2 - Q^2} = \sqrt{872,95^2 - 300^2} = 819,78 \text{ kW}, \quad (62.3)$$

dok su ugao faktora snage i faktor snage:

$$\varphi = \arctan \frac{Q}{P} = \arctan \frac{300}{819,78} = 20,1 \Rightarrow \cos \varphi = 0,939 \Rightarrow \sin \varphi = 0,344. \quad (62.4)$$

Sa vektorskog dijagrama na slici 62.1, može se napisati sledeća jednačina kako bi se odredila elektromotorna sila praznog hoda:

$$E_{0f} = \sqrt{(U_f + X_s I_f \sin \varphi)^2 + (X_s I_f \cos \varphi)^2}, \quad (62.5)$$

$$E_{0f} = \sqrt{(3637,3 + 20 \cdot 80 \cdot 0,344)^2 + (20 \cdot 80 \cdot 0,939)^2} = 4448,6 \text{ V}, \quad (62.6)$$

$$E_{0l} = \sqrt{3} E_{0f} = \sqrt{3} \cdot 4448,6 = 7705,2 \text{ V}. \quad (62.7)$$

Pomoću vektorskog dijagrama sa slike 62.1, lako se može napisati jednačina iz koje se može odrediti ugao opterećenja:

$$E_{0f} \cdot \sin \delta = X_s I_f \cdot \cos \varphi, \quad (62.8)$$

$$\delta = \arcsin \left(\frac{X_s I_f \cdot \cos \varphi}{E_{0f}} \right) = \arcsin \left(\frac{20 \cdot 80 \cdot 0,939}{4448,6} \right) = 19,74^\circ. \quad (62.9)$$

Do ugla opterećenja se moglo doći i iz ugaone karakteristike:

$$P = 3 \frac{U_f E_{0f}}{X_s} \sin \delta. \quad (62.10)$$

$$\delta = \arcsin \frac{P X_s}{3 U_f E_{0f}} = \arcsin \frac{819780 \cdot 20}{3 \cdot 3637,3 \cdot 4448,6} = 19,74^\circ. \quad (62.11)$$

Ako su zanemareni svi gubici u sinhronom motoru, tada je izlazna (mehanička) snaga jednaka ulaznoj (električnoj snazi), pa se jednostavno može odrediti momenat opterećenja:

$$m_m = \frac{P}{\omega} = \frac{819780}{2\pi \cdot 50/1} = 2609,45 \text{ Nm}. \quad (62.12)$$

b) Ako je momenat opterećenja sinhronog motora ostao konstantan, a svi gubici su zanemareni, može se zaključiti da je ulazna aktivna snaga takođe ostala konstantna (nepromenjena), iako je napon napajanja promenjen.

Kako je struja pobude ostala konstantna (jer nije bilo manipulacija sa motorom), može se zaključiti da je elektromotorna sila praznog hoda ostala konstantna.

Usled promene napona mreže promenio se ugao opterećenja:

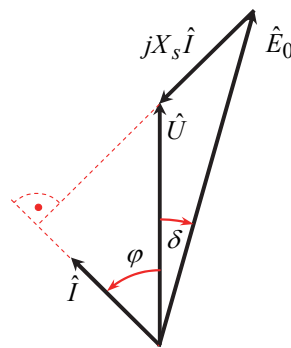
$$\delta = \arcsin \frac{P X_s}{3 \cdot 1,1 \cdot U_f E_{0f}} = \arcsin \frac{819780 \cdot 20}{3 \cdot 1,1 \cdot 3637,3 \cdot 4448,6} = 17,88^\circ, \quad (62.13)$$

kao i struja motora, reaktivna snaga i faktor snage. Povećanjem napona mreže pri datoj (konstantnoj) aktivnoj snazi, ugao opterećenja se smanjuje

63. Zadatak: Trofazni dvopolni sinhroni motor sprege zvezda ima nominalne podatke: 7,1 kV, 50 Hz, i sinhronu reaktansu $X_s = 30 \Omega$. Gubici u ovom motoru se mogu zanemariti.

- Kada je motor opterećen obrtnim momentom od 1350 Nm, merenjem je ustanovljeno da odaje reaktivnu snagu od 246 kvar. Nacrtati vektorski dijagram, odrediti sve njegove elemente, kao i aktivnu i reaktivnu snagu motora.
- Koje veličine sinhronog motora će se promeniti ukoliko jedino dođe do promene momenta opterećenja na vrednost 1600 Nm?
- Koliki je maksimalni momenat opterećenja kojim se motor sme opteretiti?
- Na koji način bi se postiglo da motor troši reaktivnu snagu?

- Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora prikazan je na slici 63.1.



Slika 63.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora.

Kada je poznat mehanički momenat na vratilu motora i kada su zanemare svi gubici u sinhronom motoru, tada je električna (ulazna) snaga:

$$P_{el} = P_{meh} = m_m \cdot \omega = m_m \frac{2\pi \cdot f}{p} = 1350 \frac{2\pi \cdot 50}{1} = 424,1 \text{ kW} . \quad (63.1)$$

Ugao faktora snage i faktor snage iznose:

$$\varphi = \arctan \frac{Q}{P_{el}} = \arctan \frac{246}{424,1} = 30,1^\circ \Rightarrow \cos \varphi = 0,865 \Rightarrow \sin \varphi = 0,502 . \quad (63.2)$$

Poznavajući električnu snagu i faktor snage moguće je odrediti struju motora:

$$I_f = \frac{P_{el}}{\sqrt{3}U_n \cos \varphi} = \frac{424100}{\sqrt{3} \cdot 7100 \cdot 0,865} = 39,86 \text{ A} . \quad (63.3)$$

Sa vektorskog dijagrama na slici 63.1, može se napisati jednačina da bi se odredila elektromotorna sila praznog hoda:

$$E_{0f} = \sqrt{(U_f + X_s I_f \sin \varphi)^2 + (X_s I_f \cos \varphi)^2} , \quad (63.4)$$

$$E_{0f} = \sqrt{(7100/\sqrt{3} + 30 \cdot 39,86 \cdot 0,502)^2 + (30 \cdot 39,86 \cdot 0,865)^2} = 4812 \text{ V} ,$$

$$E_{0f} = \sqrt{3}E_{0f} = \sqrt{3} \cdot 4812 = 8,33 \text{ kV}. \quad (63.5)$$

Da bi se odredio ugao opterećenja, pomoću vektorskog dijagrama na slici 63.1. može se napisati:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{X_s I \cos \varphi}{U_f + X_s I \sin \varphi} = \frac{30 \cdot 39,86 \cdot 0,865}{7100/\sqrt{3} + 30 \cdot 39,86 \cdot 0,502} = 0,22 \Rightarrow \delta = 12,41^\circ. \quad (63.6)$$

b) Novom momentu opterećenja odgovara veća električna snaga:

$$P_{el1} = P_{meh} = m_{m1} \cdot \omega = m_{m1} \frac{2\pi \cdot f}{p} = 1600 \frac{2\pi \cdot 50}{1} = 502,655 \text{ kW}. \quad (63.7)$$

Kako se pobuda nije menjala, to je elektromotorna sila praznog hoda ostala konstantna, pa se iz ugaone karakteristike može odrediti ugao opterećenja:

$$P_{el1} = 3 \frac{U_f E_{0f}}{X_s} \sin \delta_1, \quad (63.8)$$

$$\delta_1 = \arcsin \frac{P_{el1} \cdot X_s}{3 \cdot U_f \cdot E_{0f}} = \arcsin \frac{502655 \cdot 30}{3 \cdot 7100/\sqrt{3} \cdot 4812} = 14,76^\circ. \quad (63.9)$$

Usled promene ugla opterećenja došlo je do promene reaktivne snage koju motor odaje u mrežu jer se promenio ugao opterećenja, i ona se može odrediti iz ugaone karakteristike:

$$Q_1 = \frac{3U_f}{X_s} (E_{0f} \cos \delta_1 - U_f), \quad (63.10)$$

$$Q_1 = \frac{3 \cdot 7100/\sqrt{3}}{30} (4812 \cdot \cos(14,76^\circ) - 7100/\sqrt{3}) = 227,104 \text{ kvar}.$$

Ugao faktora snage i faktor snage u ovom radnom režimu iznose:

$$\varphi = \arctan \frac{Q_1}{P_{el1}} = \arctan \frac{227,104}{502,655} = 24,3^\circ \Rightarrow \cos \varphi = 0,911 \Rightarrow \sin \varphi = 0,412. \quad (63.11)$$

Usled promene opterećenja promenila se struja motora i ona sada iznosi:

$$I_f = \frac{P_{el1}}{\sqrt{3}U_n \cos \varphi_1} = \frac{502655}{\sqrt{3} \cdot 7100 \cdot 0,911} = 44,87 \text{ A}. \quad (63.12)$$

c) Maksimalan momenat kojim se motor može opteretiti iznosi:

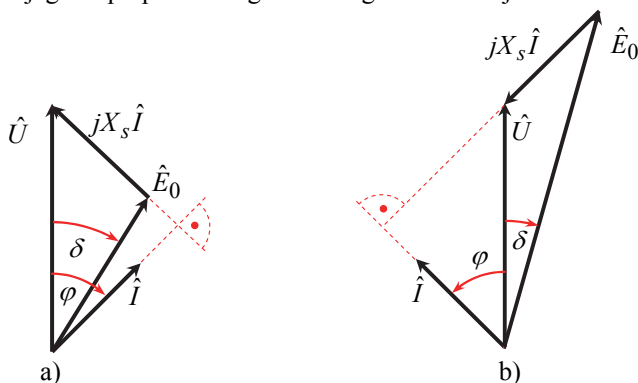
$$m_{max} = \frac{P_{max}}{\omega} = \frac{3U_f E_{0f}}{\omega X_s} = \frac{3 \cdot 7100/\sqrt{3} \cdot 4812}{2\pi \cdot 50 \cdot 30} = 6279 \text{ Nm}. \quad (63.13)$$

d) Situacija u kojoj motor troši reaktivnu snagu iz mreže (potpobuđen režim) može se postići smanjivanjem pobudne struje. Tada, ako se karakteristika magnećenja smatra linearnom, indukovana elektromotorna sila opada proporcionalno pobudnoj struji, čime fazor struje statora počinje da kasni za fazorom napona statora. Međutim, smanjenjem pobude raste ugao opterećenja i smanjuje se maksimalna snaga, što može da ugrozi stabilan rad mašine.

64. Zadatak: Trofazni četvoropolni sinhroni motor sprege zvezda, sledećih podataka: $P_n = 75 \text{ kW}$, $U_n = 380 \text{ V}$, $f_n = 50 \text{ Hz}$, $X_s = 1,5 \Omega$, u potpobuđenom režimu razvija momenat od 250 Nm i pri tome iz mreže povlači snagu od 65 kVA . Zanemarujući gubitke odrediti:

- Faktor snage, elektromotornu silu praznog hoda i ugao opterećenja za navedeni radni režim. Nacrtati vektorski dijagram.
- Koeficijent preopterećenja (P_{max}/P).
- Faktor snage i ugao opterećenja ako se momenat radne mašine smanji na 150 Nm , a vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda poveća dva puta.

- a) Vektorski dijagram potpobuđenog sinhronog motora dat je na slici 64.1a.



Slika 64.1. Vektorski dijagram sinhronog motora: a) potpobuđen b) natpobuđen.

Kada je poznat mehanički momenat na vratilu motora i kada su zanemareni svi gubici u sinhronom motoru, tada je električna (ulazna) snaga:

$$P_{el} = P_{meh} = m_m \cdot \omega = m_m \frac{2\pi \cdot f}{p} = 250 \frac{2\pi \cdot 50}{2} = 39,27 \text{ kW} . \quad (64.1)$$

Poznajući prividnu snagu moguće je odrediti struju motora:

$$I_f = \frac{S}{\sqrt{3}U_n} = \frac{65000}{\sqrt{3} \cdot 380} = 98,76 \text{ A} . \quad (64.2)$$

Faktor snage je:

$$\cos \varphi = \frac{P_{el}}{S} = \frac{39270}{65000} = 0,604 \Rightarrow \sin \varphi = 0,797 . \quad (64.3)$$

Sa vektorskog dijagrama na slici 64.1, može se napisati jednačina da bi se odredila elektromotorna sila praznog hoda:

$$E_{0f} = \sqrt{(U_f \cos \varphi)^2 + (U_f \sin \varphi - X_s I_f)^2} , \quad (64.4)$$

$$E_{0f} = \sqrt{(220 \cdot 0,604)^2 + (220 \cdot 0,797 - 1,5 \cdot 98,76)^2} = 135,6 \text{ V} ,$$

$$E_{0l} = \sqrt{3} E_{0f} = \sqrt{3} \cdot 135,6 = 235 \text{ V} . \quad (64.5)$$

Da bi se odredio ugao opterećenja, pomoću vektorskog dijagrama na slici 64.1. može se napisati:

$$\delta = \arcsin \frac{X_s I \cos \varphi}{E_{0f}} = \arcsin \frac{1,5 \cdot 98,6 \cdot 0,604}{135,6} = 41,2^\circ . \quad (64.6)$$

b) Koeficijent preopterećenja predstavlja količnik maksimalne snage kojom se može opteretiti motor i aktuelne snage motora:

$$\nu = \frac{P_{max}}{P} = \frac{P_{max}}{P_{max} \sin \delta} = \frac{1}{\sin \delta} = \frac{1}{\sin 41,2^\circ} = 1,52 . \quad (64.7)$$

c) Ako se momenat opterećenja, smanji tada je električna (ulazna) snaga motora:

$$P_{el1} = P_{meh1} = m_{m1} \cdot \omega = m_{m1} \frac{2\pi \cdot f}{p} = 150 \frac{2\pi \cdot 50}{2} = 23,56 \text{ kW} . \quad (64.8)$$

Iz ugaone karakteristike $P(\delta)$, uz uvažavanje da je elektromotorna sila praznog hoda postala dvostruko veća, može se odrediti ugao opterećenja:

$$\delta_1 = \arcsin \frac{P_{el1} \cdot X_s}{3U_f \cdot E_{0f1}} = \arcsin \frac{23560 \cdot 1,5}{3 \cdot 220 \cdot 271,2} = \arcsin 0,1974 = 11,4^\circ . \quad (64.9)$$

Povećanje elektromotorne sile praznog hoda praćeno je prelaskom iz potpobuđenog u natpobuđen režim rada. Fazorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora prikazan je na slici 64.1b. Primenom kosinusne teoreme na trougao $U_f, X_s I_f, E_{0f}$ sa vektorskog dijagrama na slici 64.1b, lako se može doći do struje motora:

$$I_{f1} = \frac{1}{X_s} \sqrt{U_f^2 + E_{0f1}^2 - 2U_f E_{0f1} \cos \delta_1} , \quad (64.10)$$

$$I_{f1} = \frac{1}{1,5} \sqrt{220^2 + 271,2^2 - 2 \cdot 220 \cdot 271,2 \cdot \cos 11,4^\circ} = 47 \text{ A} .$$

Faktor snage u ovom radnom režimu iznosi:

$$\cos \varphi = \frac{P_{el}}{\sqrt{3} U_n I_{f1}} = \frac{23560}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 47} = 0,76 . \quad (64.11)$$

65. Zadatak: Sinhroni motor sa cilindričnim rotorom priključen je na mrežu stalnog napona i frekvencije. Posmatraju se sledeća dva režima rada datog motora:

I: Pobudna struja I_{pI} podešena je tako da motor uzima reaktivnu snagu sa $\cos\varphi_I = \cos 30^\circ$ induktivno. Motor radi sa momentom jednakim polovini maksimalnog momenta koji se može imati pri datoj pobudnoj struji.

II: Pobudna struja promenjena je na vrednost I_{pII} i to tako da mašina daje reaktivnu snagu pri istoj vrednosti faktora snage $\cos\varphi_{II} = \cos 30^\circ$ kapacitivno. Momenat radne mašine takođe je promenjen, tako da motor sada radi sa momentom koji odgovara polovini maksimalnog momenta za novu vrednost pobudne struje I_{pII} .

- a) Nacrtati vektorske dijagrame koji odgovaraju opisanim radnim stanjima.
- b) Odrediti odnos pobudnih struja u režimima I i II, kao i odnos snaga koje motor odaje radnoj mašini u režimima I i II.

Napomena: Svi gubici se zanemaruju, a karakteristika magnećenja mašine se može smatrati linearnom.

a) Maksimalan momenat kojim se sinhroni motor može opteretiti zavisi od elektromotorne sile praznog hoda, odnosno struje pobude:

$$M_{max} = 3 \frac{U_f E_0 f}{\omega X_s}. \quad (65.1)$$

U oba navedena radna režima momenat opterećenja motora m_m jednak je polovini maksimalnog momenta M_{max} . Iz ugaone karakteristike sinhronne mašine sa cilindričnim rotorom, za oba radna režima, može zapisati:

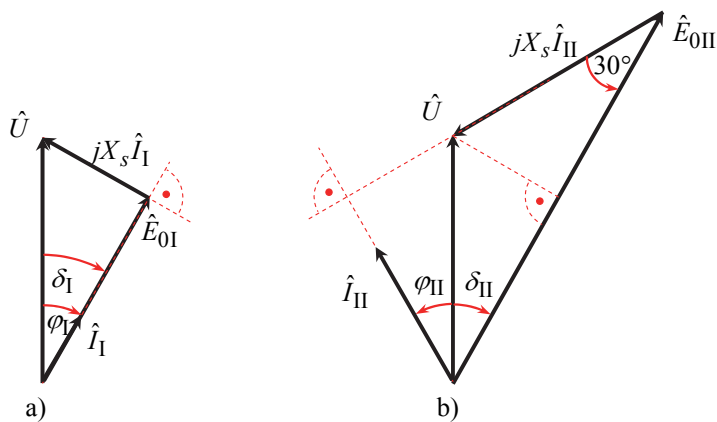
$$m_{mI} = \frac{1}{2} M_{maxI} = M_{maxI} \cdot \sin \delta_I, \quad (65.2)$$

$$m_{mII} = \frac{1}{2} M_{maxII} = M_{maxII} \cdot \sin \delta_{II}, \quad (65.3)$$

odakle se može zaključiti da je ugao opterećenja u oba radna režima isti i da iznosi:

$$\delta = \delta_I = \delta_{II} = \arcsin \frac{M}{M_{max}} = \arcsin \frac{1}{2} = 30^\circ. \quad (65.4)$$

Prema uslovima iz postavke zadatka, s obzirom na zadati faktor snage ($\cos\varphi = \cos 30^\circ$) i jednačinu (65.4), zaključuje se da ugao faktora snage i ugao opterećenja imaju istu vrednost. U režimu I sinhroni motor je potpobuđen dok je u režimu II natpobuđen što je prikazano na vektorskim dijagramima na slici 65.1.



Slika 65.1. Vektorski dijagram za navedene radne režime.

b) Struja pobude određuje vrednost elektromotorne sile praznog hoda, pa je traženi odnos struja pobude, uz linearnu karakteristiku magnećenja, jednak odnosu indukovanih elektromotornih sila praznog hoda:

$$\frac{I_{pII}}{I_{pI}} = \frac{E_{0II}}{E_{0I}} = \frac{2U \cos \delta_{II}}{U \cos \delta_I} = 2. \quad (65.4)$$

Odnos snaga u ovim režimima rada sinhronog motora je:

$$\frac{P_{II}}{P_I} = \frac{3 \frac{UE_{0II}}{X_s}}{3 \frac{UE_{0I}}{X_s}} = 2. \quad (65.5)$$

66. Zadatak: Nominalna snaga trofazne sinhronne mašine je 50 kVA, pri učestanosti 50 Hz i naponu na stezaljkama 220 V. Ova sinhrona mašina pogoni radnu mašine čija je snaga $P = 34$ kW. Odrediti koliku najveću kapacitivnu struju (reaktivna komponenta struje statora) može dati ova mašina? Omski otpor po fazi namotaja statora je $R_s = 0,05 \Omega$, gubici usled pobude $P_p = 1,2$ kW, gubici u gvožđu i na trenje i ventilaciju $P_{Fe} + P_{fv} = 2,2$ kW. Namotaj statora je vezan u zvezdu.

Kako je poznata nominalna prividna snaga, moguće je odrediti nominalnu struju motora:

$$I_{nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = \frac{50000}{\sqrt{3} \cdot 220} = 131,2 \text{ A} . \quad (66.1)$$

Po uslovu zadatka, od motora se očekuje da pokrije opterećenje na vratilu motora i da u mrežu injektuje reaktivnu komponentu struje. Pri tome struja motora treba da bude maksimalno moguća za trajan rad tj. da bude nominalna. Uz poznatu snagu na vratilu motora i gubitke moguće je odrediti aktivnu električnu snagu motora i faktor snage:

$$P_{el} = P + P_{Fe} + P_{fv} + P_p + 3R_s I_{nf}^2 = 34000 + 2200 + 1200 + 3 \cdot 0,05 \cdot 131,2^2 = 39982 \text{ W} , \quad (66.2)$$

$$\cos \varphi = \frac{P_{el}}{S} = \frac{39982}{50000} = 0,8 . \quad (66.3)$$

Reaktivna snaga koju motor može da injektuje u mrežu iznosi:

$$Q = \sqrt{S^2 - P_{el}^2} = \sqrt{50^2 - 39,982^2} = 30,024 \text{ kvar} . \quad (66.4)$$

Reaktivna komponenta struje motora je:

$$I_r = I_{nf} \sin \varphi = 131,2 \cdot 0,6 = 78,72 \text{ A} . \quad (66.5)$$

67. Zadatak: Jedna fabrika angažuje 500 kVA snage, sa faktorom snage 0,8. U fabriku se dodaje nova radna mašina koja zahteva 150 kW. Radi kompenzacije reaktivne energije u fabrici, odlučeno je da se za pogon nove radne mašine koristi trofazni sinhroni motor sa sledećim podacima: 200 kW, 400 V, 300 A, Y, 50 Hz, $X_s = 2 \Omega$. Kolika treba da bude indukovana elektromotorna sila ovog motora da bi faktor snage cele fabrike iznosio 0,95? Svi gubici se zanemaruju.

Ako fabrika uzima prividnu snagu od $S = 500$ kVA sa faktorom snage $\cos \varphi = 0,8$, tada ona uzima aktivnu i reaktivnu snagu u iznosu:

$$P = S \cos \varphi = 500 \cdot 0,8 = 400 \text{ kW}, \quad Q = S \sin \varphi = 500 \cdot 0,6 = 300 \text{ kvar}. \quad (67.1)$$

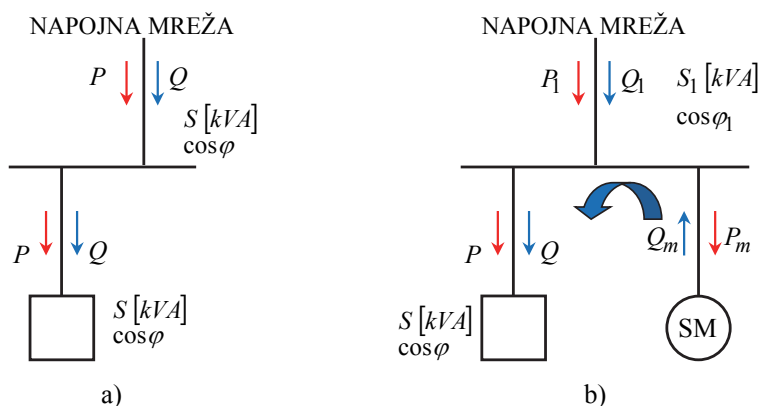
Ukoliko se u fabrici dodatno instalira sinhroni motor, koji će biti opterećen radnom mašinom koja zahteva 150 kW, tada ukupna angažovana aktivna snaga fabrike (uz zanemarene gubitke u motoru) iznosi: $P_1 = 400 + 150 = 550$ kW. Da bi faktor snage cele fabrike tada iznosio $\cos \varphi_1 = 0,95$ angažovana reaktivna snaga iz mreže treba da bude:

$$Q_1 = P_1 \tan \varphi_1 = 550 \cdot 0,3287 = 180,8 \text{ kvar}. \quad (67.2)$$

Sinhroni motor treba da proizvodi reaktivnu snagu u iznosu:

$$Q_m = Q - Q_1 = 300 - 180,8 = 119,2 \text{ kvar}. \quad (67.3)$$

Tokovi snaga fabrike su dati na slici 67.1.



Slika 67.1. Blok šema napajanja fabrike bez a) i sa dodatim sinhronim motorom b)

Faktor snage i struja motora su:

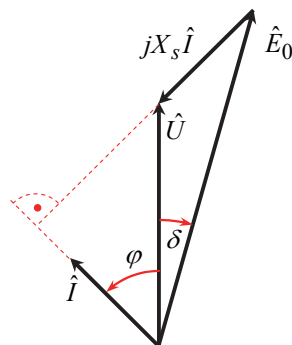
$$\cos \varphi_m = \frac{P_m}{\sqrt{P_m^2 + Q_m^2}} = \frac{150}{\sqrt{150^2 + 119,2^2}} = 0,783, \quad (67.4)$$

$$I = \frac{S}{\sqrt{3}U} = \frac{\sqrt{P_m^2 + Q_m^2}}{\sqrt{3}U} = \frac{\sqrt{150^2 + 119,2^2}}{\sqrt{3} \cdot 0,4} = 276,5 \text{ A}. \quad (67.5)$$

Na osnovu vektorskog dijagrama natpobuđenog sinhronog motora prikazanog na slici 67.1, može se odrediti potrebna vrednost indukovane elektromotorne sila praznog hoda:

$$E_{0f} = \sqrt{U_f^2 + X_s^2 I_f^2 + 2U_f X_s I_f \sin \varphi}, \quad (67.6)$$

$$E_{0f} = \sqrt{230^2 + 4 \cdot 276,5^2 + 2 \cdot 230 \cdot 2 \cdot 276,5 \cdot 0,622} = 719,7 \text{ V}.$$



Slika 67.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora.

3. ASINHRONE MAŠINE

68. Zadatak: Za dati trofazni asinhroni motor odrediti:

- a) Broj pari polova.
- b) Klizanje.
- c) Frekvenciju struje u rotoru.
- d) Brzinu obrtnog polja rotora u odnosu na rotor.

Frekvencija mreže na koju je priključen asinhroni motor iznosi $f = 50$ Hz, a brzina obrtanja rotora je $n = 2900$ o/min.

a) Brzina rotora asinhrona mašine je različita u odnosu na brzinu obrtnog polja statora tj. sinhronu brzinu. Pošto se rotor asinhrona mašine obrće različitom brzinom u odnosu na sinhronu brzinu, otud potiče naziv asinhrona mašina. Sinhrona brzina i brzina rotora asinhrona mašine su različite, ali bliske. Na osnovu navedene brzine $n = 2900$ o/min zaključuje se da je sinhrona brzina $n_s = 3000$ o/min.

Sada se broj pari polova asinhrona mašine može izračunati na osnovu sledeće jednačine:

$$p = \frac{60f}{n_s} = \frac{60 \cdot 50}{3000} = 1. \quad (68.1)$$

b) Razlika između brzine obrtnog polja – sinhrona brzine, i brzine obrtanja rotora, definiše apsolutno klizanje, $n_{kl} = n_s - n$. Klizanje se izražava i u procentima i/ili u relativnim jedinicama, u odnosu na sinhronu brzinu. Kada su brzine date u o/min klizanje se izračunava na sledeći način:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \text{ r.j. ili } s = \frac{n_s - n}{n_s} \cdot 100 \%. \quad (68.2)$$

Za $p = 1$ i $f = 50$ Hz, odnosno sinhronu brzinu $n_s = 3000$ o/min, na osnovu (68.2) klizanje iznosi:

$$s = \frac{3000 - 2900}{3000} \cdot 100 = 3,33 \%. \quad (68.3)$$

c) Na osnovu definicije klizanja, odnosno jednačine (68.2), može se zapisati:

$$n_s = n + sn_s / \cdot \frac{2\pi}{60}, \quad (68.4)$$

$$\omega_s = \omega + s\omega_s, \quad (68.5)$$

$$\omega_s = \omega + \omega_r. \quad (68.6)$$

gde su: ω_s – ugaona brzina obrtnog polja, električna sinhrona brzina, kružna frekvencija napona napajanja ($\omega_s = 2\pi f$),

ω – električna ugaona brzina rotora u odnosu na stator,

ω_r – električna ugaona brzina rotora u odnosu na obrtno polje, kružna frekvencija struja i ems u rotoru.

Prema (68.5) i (68.6) frekvencija struja u rotoru asinhrona mašine je:

$$f_r = sf = 0,0333 \cdot 50 = 1,665 \text{ Hz.} \quad (68.7)$$

Zaključak koji je dat u (68.6) je saglasan sa uslovima za razvijanja srednjeg momenta različitog od nule $\omega = \pm(\omega_s \pm \omega_r)$, koji važi za asinhronu mašine.

d) Obrtno polje statora u odnosu na stator se kreće brzinom ω_s . Rotorske struje imaju kružnu frekvenciju ω_r , što definiše da njihovo obrtno polje u odnosu na rotor ima brzinu ω_r . Kako rotor u odnosu na stator ima brzinu ω , to je brzina obrtnog polja rotora u odnosu na stator zbir prethodno pomenutih brzina, što je sinhrona brzina $\omega_r + \omega = \omega_s$. Može se zaključiti da se obrtna polja statora i rotora obrću istom brzinom tj. sinhronom brzinom. Između polja rotora i statora nema relativnog kretanja. Ovaj zaključak je opšti u smislu razvijanja srednjeg momenta konverzije različitog od nule.

Brzina obrtnog polja rotora u odnosu na rotor je n_r :

$$n_r = n_s - n = 3000 - 2900 = 100 \text{ o/min,} \quad (68.8)$$

dok je brzina obrtanja obrtnog polja rotora u odnosu na stator sinhrona, $n_s = 3000 \text{ o/min}$.

69. Zadatak: Odrediti brzinu obrtanja rotora asinhronog motora kod koga broj pari polova i klizanje uzimaju vrednosti kako je to naznačeno u narednoj tabeli. Frekvencija mreže na koju je priključen asinhroni motor iznosi 50 Hz. Nominalni napon motora je 380 V♣.

Tabela I

Veličina	Varijanta						
	1	2	3	4	5	6	7
Broj pari polova	1	2	2	3	4	5	6
Klizanje [%]	2,3	2,7	3,2	4,1	3,7	6,7	4,6

Da bi se na osnovu poznatog klizanja odredila brzina obrtanja rotora asinhronog motora primenom sledećih izraza:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}, \quad (69.1)$$

$$n = n_s - sn_s = (1 - s)n_s, \quad (69.2)$$

potrebno je odrediti sinhronu brzinu za različit broj pari polova. Sinhrona brzina se može odrediti na osnovu sledeće jednačine:

$$n_s = \frac{60f}{p}. \quad (69.3)$$

Na osnovu (69.2) i (69.3) određena je brzina obrtanja rotora, a rezultati su dati u Tabeli II.

Tabela II

Veličina	Varijanta						
	1	2	3	4	5	6	7
Broj pari polova	1	2	2	3	4	5	6
Klizanje [%]	2,3	2,7	3,2	4,1	3,7	6,7	4,6
n_s [o/min]	3000	1500	1500	1000	750	600	500
n [o/min]	2931	1460	1452	959	722	560	477

♣ Nominalna (nazivna) vrednost napona od 380 V odnosi se na motore proizvedene za priključak na standardnu niskonaponsku mrežu, koja je kod nas bila u upotrebi do kraja prošlog veka. Ove mreže sa četvorožičnim napajanjem su se označavale sa 220/380 V gde se vrednost 220 V odnosila na napon između linijskog i neutralnog provodnika. Kod nas je ovaj sistem promenjen u sistem napona 230/400 V zaključno sa 2004. godinom, kao što je to već ranije učinjeno u Evropskim zemljama. Međutim postojeći potrošači (proizvedeni ranije) predviđeni za napon 220 V, odnosno 380 V su se zadržali u upotrebi sve do danas. Ovo se naročito odnosi na asinhronne motore sa dužim vekom upotrebe. Povećanje napona napajanja od cca 5% (380 → 400 V) zahvaljujući dobrom kvalitetu izolacije nije predstavljalo posebnu poteškoću za njihovu primenu u mrežama napona 400 V. Slično se odnosi i na niskonaponske mreže 380/660 V koje su se kod nas koristile isključivo za napajanje potrošača većih snaga u industrijskim pogonima. Ove mreže su prerasle u mreže 400/690 V.

S obzirom da je ova zbirka zadataka namenjena budućim inženjerima, savetuje se čitaocu da usvoji i primenjuje ove standardne vrednosti napona, 230/400 V, a u budućem radu prati dešavanja i usvaja promene koje se dešavaju u tehničkoj regulativi.

70. Zadatak: Četvoropolnom asinhronom motoru klizanje se menja od s_0 do s_n pri promeni opterećenja od praznog hoda do nominalnog. Odrediti u kojim granicama će se menjati brzina obrtanja rotora pri frekvencijama mreže $f = 50$ Hz i $f = 60$ Hz, ako je $s_0 = 0,75$ % a $s_n = 5$ %.

Sinhrona brzina za četvoropolni motor pri frekvenciji $f = 50$ Hz iznosi:

$$n_s = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ o/min}, \quad (70.1)$$

dok je pri $f = 60$ Hz:

$$n_s = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 60}{2} = 1800 \text{ o/min}. \quad (70.2)$$

U stanju praznog hoda motor na mehaničkom prolazu je neopterećen. Iz mreže uzima reaktivnu snagu potrebnu za magnećenje vazdušnog zazora i feromagnetnog jezgra, i aktivnu snagu potrebnu za pokrivanje gubitaka praznog hoda. U stanju praznog hoda brzina obrtanja rotora asinhronog motora je vrlo bliska sinhronoj brzini i u slučaju ovog motora pri $f = 50$ Hz iznosi:

$$n_0 = (1 - s_0)n_s = \left(1 - \frac{0,75}{100}\right) \cdot 1500 = 1489 \text{ o/min}, \quad (70.3)$$

dok pri $f = 60$ Hz brzina praznog hoda iznosi:

$$n_0 = (1 - s_0)n_s = \left(1 - \frac{0,75}{100}\right) \cdot 1800 = 1786 \text{ o/min}. \quad (70.4)$$

Kada je opterećen nominalnim momentom pri nominalnom naponu napajanja i frekvenciji, motor radi sa nominalnim klizanjem. Tada je brzina obrtanja rotora takođe nominalna i za $f = 50$ Hz iznosi:

$$n_n = (1 - s_n)n_s = \left(1 - \frac{5}{100}\right) \cdot 1500 = 1425 \text{ o/min}, \quad (70.5)$$

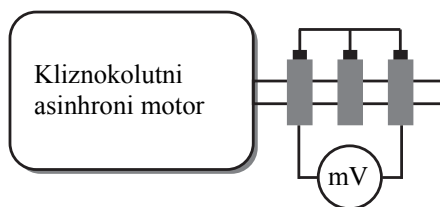
dok je pri $f = 60$ Hz nominalna brzina obrtanja rotora:

$$n_n = (1 - s_n)n_s = \left(1 - \frac{5}{100}\right) \cdot 1800 = 1710 \text{ o/min}. \quad (70.6)$$

71. Zadatak: Šestopolni kliznokolutni asinhroni motor sa namotanim rotorom napaja se iz mreže čija je frekvencija $f = 50$ Hz. Na njegove klizne prstenove priključen je voltmetar sa kretnim kalemom sa nulom u sredini skale. Kazaljka ampermetra za $t = 50$ s, napravi $m = 80$ punih oscilacija. Odrediti brzinu obrtanja rotora ovog motora.

Instrumenti sa kretnim kalemom rade na principu delovanja elektromagnetne sile na provodnik kroz koji protiče struja, a koji se nalazi u magnetnom polju. Ako se instrumenti namenjeni za merenje vremenski nepromenljivih veličina koriste za merenje promenljivih veličina, tada se očitana vrednost obično ne može korelisati sa merenom veličinom. Samo pri vrlo sporim promenama merene veličine instrument će pratiti pozitivnu (negativnu) poluperiodu promena, sa greškom koja zavisi od dinamičkih (inercijalnih) karakteristika uređaja.

Na slici 71.1. je prikazana principna šema za merenje klizanja kliznokolutnog asinhronog motora merenjem napona na kliznim kolotovima.



Slika 71.1. Principna šema za merenje klizanja.

Na osnovu merenja napona na kliznim kolotovima ovog motora, može se odrediti frekvencija veličina u rotorskom kolu:

$$f_r = \frac{m}{t} = \frac{80}{50} = 1,6 \text{ Hz.} \quad (71.1)$$

Pošto je frekvencija rotorskih veličina asinhrona mašine $f_r = s \cdot f_s$, time klizanje izraženo u procentima iznosi:

$$s = \frac{f_r}{f} = \frac{1,6}{50} = 0,032 = 3,2\%. \quad (71.2)$$

Na osnovu prethodno izračunate vrednosti klizanja i podataka datih u postavci zadatka moguće je izračunati brzinu obrtanja rotora asinhronog motora putem sledećeg izraza:

$$n = (1 - s)n_s = (1 - s)\frac{60f}{p} = (1 - 0,032)\frac{60 \cdot 50}{3} = 968 \text{ o/min.} \quad (71.3)$$

72. Zadatak: Elektromotorna sila među prstenovima otvorenog rotora četvoropolnog kliznokolutnog asinhronog motora iznosi $E_{kr} = 285 \text{ V}$. Odrediti:

- Kolika će biti ova elektromotorna sila pri brzini rotora $n = 1420 \text{ o/min}$.
- Kolika će biti ova elektromotorna sila ukoliko rotor motora dovedemo u obrtanje u suprotnom smeru od smera obrtnog polja sa brzinom $n = 1420 \text{ ob/min}$.

Stator motora napaja se iz mreže frekvencije $f = 50 \text{ Hz}$.

Kada je asinhroni motor priključen na mrežu, a rotorski namotaj kliznokolutne asinhronne mašine otvoren, kroz njega ne teče struja, ne razvija se elektromagnetni momenat i rotor stoji – ne obrće se. Na kliznim kolutovima tada se meri indukovana elektromotorna sila E_{kr} .

Pri svakom pokretanju asinhronog motora, motor kreće iz stanja mirovanja. U stanju kratkog spoja rotor je mehanički ukočen, ne obrće se, klizanje je $s = 1 \text{ r.j.}$ Tada se u rotoru indukuje elektromotorna sila E_{kr} čija je frekvencija jednaka frekvenciji napona na statoru.

Kada rotor počne da se obrće indukovana elektromotorna sila rotora, pri klizanju s , srazmerna je relativnoj brzini kretanja rotora u odnosu na magnetnu indukciju (obratno polje). Ovo znači da je indukovana elektromotorna sila pri klizanju s srazmerna frekvenciji veličina u rotoru, zbog čega je:

$$E_r = s \cdot E_{kr} \quad (72.1)$$

- Na osnovu (72.1) pri brzini rotora $n = 1420 \text{ o/min}$ može se odrediti vrednost indukovane elektromotorne sile rotora:

$$E_r = s \cdot E_{kr} = \frac{1500 - 1420}{1500} \cdot 285 = 15,2 \text{ V} . \quad (72.2)$$

- Kada se rotor obrće u suprotnom smeru od smera obrtnog polja (brzinom $n = -1420 \text{ o/min}$) indukovana elektromotorna sila rotora iznosi:

$$E_r = s \cdot E_{kr} = \frac{1500 - (-1420)}{1500} \cdot 285 = 555 \text{ V} . \quad (72.3)$$

73. Zadatak: Namotaj statora trofaznog šestopolnog asinhronog motora priključen je na trofaznu mrežu frekvencije $f = 50$ Hz. Izračunati frekvenciju rotorskih struja:

- a) U trenutku priključenja statora motora na mrežu.
- b) Kod brzine rotora koja je jednaka trećini sinhronne brzine.
- c) Kod brzine rotora za 3 % manjoj od sinhronne brzine.

a) U trenutku priključenja namotaja statora asinhronog motora na mrežu, rotor miruje, klizanje je $s = 1$ r.j. Frekvencija rotorskih struja (f_r) jednaka frekvenciji statorskih struja:

$$f_r = s \cdot f = 1 \cdot 50 = 50 \text{ Hz.} \quad (73.1)$$

b) Pri brzini obrtanja rotora koja je jednaka trećini sinhronne brzine, klizanje iznosi:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{n_s - \frac{1}{3}n_s}{n_s} = \frac{1000 - 333}{1000} = 66,7 \%, \quad (73.2)$$

pa je frekvencija rotorskih struja:

$$f_r = s \cdot f = 0,667 \cdot 50 = 33,35 \text{ Hz.} \quad (73.3)$$

c) Pri klizanju od $s = 3 \%$ frekvencija rotorskih struja je:

$$f_r = s \cdot f = 0,03 \cdot 50 = 1,5 \text{ Hz.} \quad (73.4)$$

74. Zadatak: Za motor iz prethodnog zadatka izračunati brzine obrtanja:

- Statorskog polja u odnosu na stator.
- Statorskog polja u odnosu na rotor za brzine navedene pod a), b) i c) prethodnog zadatka.
- Rotorskog polja u odnosu na rotor za brzine navedene pod a), b) i c) prethodnog zadatka.
- Rotorskog polja u odnosu na stator.

a) Brzina statorskog obrtnog polja prema statoru n_{ss} (gde prvi indeks ukazuje na obrtno polje statora, a drugi indeks ukazuje u odnosu na šta je definisana brzina – stator), nezavisna je od brzine obrtanja rotora. Ova brzina n_{ss} je zapravo sinhrona brzina. Ona zavisi od frekvencije nametnutog napona i broja polova motora:

$$n_{ss} = n_s = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ o/min.} \quad (74.1)$$

b) Brzina statorskog obrtnog polja u odnosu na jednu fiksnu tačku rotora n_{sr} (gde prvi indeks ukazuje na obrtno polje statora, a drugi indeks ukazuje u odnosu na šta je definisana brzina – rotor):

$$n_{sr} = n_s - n = n_r = sn_s, \quad (74.2)$$

predstavlja apsolutno klizanje n_r . Ova brzina iznosi:

– u kratkom spoju $n = 0$ o/min, klizanje $s = 1$ r.j.:

$$n_{sr} = n_r = sn_s = s \cdot \frac{60f}{p} = 1 \cdot \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ o/min,} \quad (74.3)$$

– pri klizanju $s = 2/3 = 66,7 \%$:

$$n_{sr} = n_r = sn_s = s \cdot \frac{60f}{p} = \frac{2}{3} \cdot \frac{60 \cdot 50}{3} = 667 \text{ o/min,} \quad (74.4)$$

– pri klizanju $s = 3 \%$:

$$n_{sr} = n_r = sn_s = s \cdot \frac{60f}{p} = 0,03 \cdot \frac{60 \cdot 50}{3} = 30 \text{ o/min.} \quad (74.5)$$

c) Brzina rotorskog obrtnog polja u odnosu na jednu fiksnu tačku na rotoru n_{rr} (gde prvi indeks ukazuje na obrtno polje rotora, a drugi indeks ukazuje u odnosu na šta je definisana brzina – rotor) je:

$$n_{rr} = \frac{60f_r}{p} = \frac{60 \cdot s \cdot f}{p} = n_r, \quad (74.6)$$

ova brzina n_{rr} je zapravo sinhrona brzina rotorskih struja, i ona iznosi:

– u kratkom spoju $n = 0$ o/min, klizanje $s = 1$ r.j.:

$$n_{rr} = \frac{60f_r}{p} = \frac{60 \cdot s \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 1 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ o/min}, \quad (74.7)$$

– pri klizanju $s = \frac{2}{3} = 66,7 \%$:

$$n_{rr} = \frac{60f_r}{p} = \frac{60 \cdot s \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 0,667 \cdot 50}{3} = 667 \text{ o/min}, \quad (74.8)$$

– pri klizanju $s = 3 \%$:

$$n_{rr} = \frac{60f_r}{p} = \frac{60 \cdot s \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 0,03 \cdot 50}{3} = 30 \text{ o/min}. \quad (74.9)$$

d) Do brzine obrtnog polja rotora u odnosu na stator n_{rs} (gde prvi indeks ukazuje na obrtno polje rotora, a drugi indeks ukazuje u odnosu na šta je definisana brzina – stator) dolazi se sabiranjem brzine obrtanja rotorskog polja prema fiksnoj tački na rotoru n_{rr} i brzine obrtanja rotora u odnosu na stator n :

$$n_{rs} = n_{rr} + n = sn_s + (1-s)n_s = n_s. \quad (74.10)$$

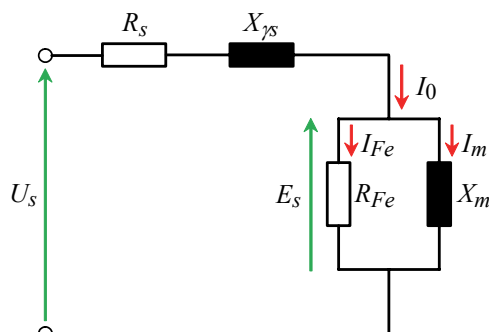
Kao što je već pokazano izrazom (74.1), brzina obrtanja statorskog polja u odnosu na stator jednaka je sinhronoj brzini n_s . Uvažavajući (74.10) može se izvesti zaključak da je brzina rotorskog obrtnog polja u odnosu na stator jednaka brzini statorskog polja u odnosu na tu istu tačku. Prostorni vektori obrtnih polja statora i rotora rotiraju međusobno sinhrono, njihova relativna brzina kretanja jednaka je nuli.

75. Zadatak: Trofazni asinhroni motor sprege zvezda, $U_n = 380$ V, $2p = 4$, 50 Hz ispituje se u ogledu praznog hoda. Izmerena je struja praznog hoda $I_0 = 6$ A i snaga praznog hoda $P_0 = 600$ W. Mehanički gubici iznose 120 W. Na kraju ogleda praznog hoda motor je odspojen od mreže i U – I metodom sa jednosmernom strujom izmeren je otpornost jedne faze namotaja statora $R_s = 0,8$ Ω .

Odrediti parametre grane magnećenja ekvivalentne šeme datog motora.

Prazan hod predstavlja radni režim asinhronne mašine u kome na mehaničkom prolazu (vratilu) mašine nema opterećenja. Prazan hod takođe predstavlja i eksperiment koji se sprovodi radi određivanja karakteristika praznog hoda. Iz ogleda praznog hoda mogu se odrediti i parametri ekvivalentnog kola – grana magnećenja. U ogledu praznog hoda motor se priključuje na izvor napona stalne frekvencije i promenljivog napona $(0,5 \div 1,2)U_n$.

U stanju praznog hoda, brzina obrtanja rotora asinhronne mašine je veoma bliska sinhronoj brzini, odnosno klizanje je blisko nuli, što za posledicu ima da element ekvivalentne šeme asinhronne mašine $R'_r/s \rightarrow \infty$. Ovim se ekvivalentna šema asinhronne mašine za stanje praznog hoda svodi se na šemu prikazanu na slici 75.1.



Slika 75.1. Ekvivalentna šema asinhronog motora u praznom hodu.

U praznom hodu asinhrona mašina povlači reaktivnu snagu potrebnu za magnećenje (koja je bliska nominalnoj reaktivnoj snazi) i aktivnu snagu neophodnu samo za pokrivanje gubitaka praznog hoda. Faktor snage praznog hoda može biti određen na sledeći način:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{P_0^2 + Q_0^2}} = \frac{P_0}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_0} = \frac{600}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 6} = 0,152. \quad (75.1)$$

U praznom hodu zbog $s \rightarrow 0$ stuja rotora je $I_{r0} \approx 0$, pa su električni gubici u rotorskom namotaju u praznom hodu $P_{Cu0} \approx 0$. Tokom praznog hoda asinhroni motor iz izvora uzima aktivnu snagu da pokrije gubitke u bakru usled struje praznog hoda, gubitke u gvožđu i mehaničke gubitke. Gubici praznog hoda su:

$$P_0 = P_{Cu0} + P_{Fe} + P_{gmeh}. \quad (75.2)$$

Na osnovu (75.2) moguće je odrediti snagu gubitaka u gvožđu:

$$P_{Fe} = P_0 - P_{gmeh} - 3 \cdot R_s \cdot I_0^2 = 600 - 120 - 3 \cdot 0,8 \cdot 6^2 = 393,6 \text{ W}. \quad (75.3)$$

Gubici u gvožđu zavise od frekvencije i magnetne indukcije, zbog čega su za dati napon konstanti i ne zavise od opterećenja. Gubici u gvožđu rotora se zanemaruju zbog male učestanosti rotorskih struja kako u praznom hodu, tako i pri nominalnom opterećenju. Može se zaključiti da će gubici u gvožđu biti isti pri nazivnom opterećenju kao i u praznom hodu pri nominalnom naponu napajanja. Na osnovu prethodnog, ekvivalentne šeme sa slike 75.1, uz zanemarenje pada napona na statoru, važi da je:

$$P_{Fe} = \frac{3 \cdot E_s^2}{R_{Fe}} \approx \frac{3 \cdot U_{nf}^2}{R_{Fe}}, \quad (75.4)$$

odakle se izračunava vrednosti otpornosti u grani magnećenja:

$$R_{Fe} = \frac{3 \cdot U_{nf}^2}{P_{Fe}} = \frac{3 \cdot 220^2}{393,6} = 368,9 \, \Omega. \quad (75.5)$$

Ne treba smetnuti sa uma da je R_{Fe} fiktivna otpornost kojom se ekvivalentiraju gubici u gvožđu. Električnim parametrom se ekvivalentiraju gubici čija je priroda nastanka magnetna.

Struja praznog hoda I_0 , sa slike 75.1, ima dominantnu reaktivnu komponentu I_m koja opisuje reaktivnu snagu potrebnu za magnećenje mašine i znatno manju aktivnu komponentu I_{Fe} koja opisuje gubitke u gvožđu.

Reaktivna komponenta struje magnećenja I_m može se odrediti kao:

$$I_m = I_0 \cdot \sin \varphi_0 = 6 \cdot \sqrt{1 - 0,152^2} = 5,9 \, \text{A}, \quad (75.6)$$

pa je vrednost reaktanse magnećenja:

$$X_m = \frac{U_{nf}}{I_m} = \frac{220}{5,9} = 37,29 \, \Omega. \quad (75.7)$$

Kako ekvivalentna šema asinhronog motora ne uzima u obzir mehaničke gubitke, to je ulazna (električna) snaga u ekvivalentnu šemu sa slike 75.1. $(P_0 - P_{gmeh})/3$, odnosno ne može se primeniti analogna jednačina za određivanje aktivne komponente struje magnećenja tj. $I_{Fe} \neq I_0 \cdot \cos \varphi_0$. Zbog mehaničkih gubitaka ne mogu se izjednačiti struja kroz granu magnećenja i struja praznog hoda, što bi se moglo zaključiti iz ekvivalentne šeme sa slike 75.1.

Vrednost aktivne komponente struje magnećenja ako se zanemari pad napona na statoru iznosi:

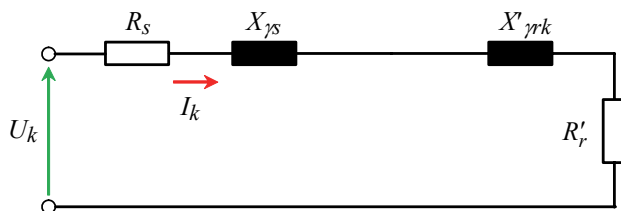
$$I_{Fe} = \frac{E_s}{R_{Fe}} \approx \frac{U_{nf}}{R_{Fe}} = \frac{220}{368,9} = 0,59 \, \text{A}. \quad (75.8)$$

76. Zadatak: Trofazni asinhroni motor sprege zvezda, $U_n = 380$ V, $2p = 6$, 50 Hz, $n_n = 970$ ob/min ispituje se u ogledu kratkog spoja (zakočeno stanje). Kada je priključen na napon $U_k = 150$ V, izmerena je struja koju mašina povlači iz mreže $I_k = 27$ A i snaga $P_k = 2350$ W. Otpornost jedne faze namotaja na statoru je $R_s = 0,8 \Omega$. Odrediti:

- Parametre ekvivalentne šeme.
- Vrednost polaznog momenta pri datom naponu.
- Vrednost polazne struje pri napajanju motora nominalnim naponom.
- Vrednost polaznog momenta pri napajanju motora nominalnim naponom.

a) Kratak spoj asinhronne mašine predstavlja stanje u kojem je na stator doveden trofazni sistem napona, a rotor se ne obrće – mehanički je ukočen dejstvom spoljnog kočionog momenta. Pri svakom pokretanju asinhronog motora iz stanja mirovanja, motor polazi iz kratkog spoja. Ovaj kratak spoj traje vrlo kratko.

U ogledu kratkog spoja, pri ukočenom rotoru, mašina se priključuje na sniženi napon, dovoljan da se postigne struja koja je od interesa u tom ogledu. Ogled kratkog spoja omogućava određivanje parametara ekvivalentne šeme – redne grane, a služi i za konstrukciju tzv. kružnog dijagrama. U kratkom spoju brzina obrtanja rotora mašine je $n = 0$, a klizanje je $s = 1$ r.j. Ekvivalentna šema asinhronne mašine u ogledu kratkog spoja svodi se na šemu prikazanu na slici 76.1.



Slika 76.1. Ekvivalentna šema asinhronog motora u ogledu kratkog spoja.

Snaga koju asinhroni motor povlači iz izvora napajanja u kratkom spoju je:

$$P_k = P_{Cus} + P_{Cur} + P_{Fe} + P_{gmeh}. \quad (76.1)$$

Treba uvažiti činjenicu da je zbog $n = 0$, $P_{gmeh} = 0$, kao i da se zbog sniženog napona u ovom ogledu gubici u gvožđu mašine mogu zanemariti, $P_{Fe} \approx 0$, tako da je ulazna snaga u asinhroni motor tokom kratkog spoja:

$$P_k = P_{Cus} + P_{Cur} = 3 \cdot (R_s + R'_r) \cdot I_k^2 = 3 \cdot R_k \cdot I_k^2. \quad (76.2)$$

Jednačina (76.2) omogućava izračunavanje zbira omske otpornosti statora i svedene vrednosti omske otpornosti rotora $R_k = R_s + R'_r$ na osnovu izmerene snage i struje kratkog spoja:

$$R_k = R_s + R'_r = \frac{P_k}{3 \cdot I_k^2} = \frac{2350}{3 \cdot 27^2} = 1,07 \Omega. \quad (76.3)$$

S obzirom na to da se otpornost statora R_s lako može izmeriti (na primer U–I metodom jednosmernom strujom) svedena otpornost rotora R'_r se može izračunati:

$$R'_r = R_k - R_s = 1,07 - 0,8 = 0,27 \Omega. \quad (76.4)$$

Na osnovu ekvivalentne šeme asinhronog motora u kratkom spoju, slika 76.1, može se odrediti impedansa:

$$Z_k = \frac{U_k f}{I_k} = \frac{150/\sqrt{3}}{27} = 3,2 \, \Omega, \quad (76.5)$$

a zatim izračunati vrednost zbira reaktanse rasipanja statora i svedene reaktanse rasipanja rotora:

$$X_k = X_{js} + X'_{rk} = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{3,2^2 - 1,07^2} = 3 \, \Omega. \quad (76.6)$$

Razdvajanje zbira reaktansi na reaktansu rasipanja statora i svedenu reaktansu rasipanja rotora vrši se, ako nisu poznati neki dodatni podaci koji omogućavaju precizniju podelu, tako što se smatra da su X_{js} i X'_{rk} jednake, tj:

$$X_{js} = X'_{rk} = \frac{X_k}{2} = 1,5 \, \Omega. \quad (76.7)$$

b) Momenat koji mašina razvija u stanju kratkog spoja naziva se polazni (startni, potezni) momenat. Da bi se odredila vrednost polaznog momenta pri datom naponu ogleda kratkog spoja, neophodno je prvo izračunati snagu obrtnog polja (P_{ob}). Snaga obrtnog polja (snaga koja se prenosi kroz vazdušni zazor na rotor mašine) izračunava se tako što se od ulazne snage oduzmu gubici u statoru mašine uz uvažavanje činjenice da je u ovom slučaju $P_{Fe} \approx 0$:

$$P_{ob} = P_k - P_{Cus} = 2350 - 3 \cdot 0,8 \cdot 27^2 = 600 \, \text{W}, \quad (76.8)$$

$$M_{pol k} = \frac{P_{ob}}{\omega_s} = \frac{P_{ob}}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{600}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 5,73 \, \text{Nm}. \quad (76.9)$$

c) U slučaju priključenja asinhronog motora iz stanja mirovanja na mrežu nazivnog napona, motor će povlačiti struju koja je višestruko veća od nazivne struje. Ovo je struja polaska motora i tipično je tri do osam puta veća od nazivne struje. Polaznu struju pri napajanju mašine nominalnim naponom $I_{pol n}$ je jednostavno moguće izračunati, ako se na osnovu (76.5) uspostavi odnos $I_{pol n}/I_k$, gde je I_k polazna struja pri napajanju motora sniženim naponom:

$$I_{pol n} = \frac{U_n}{U_k} \cdot I_k = \frac{380}{150} \cdot 27 = 68,4 \, \text{A}. \quad (76.10)$$

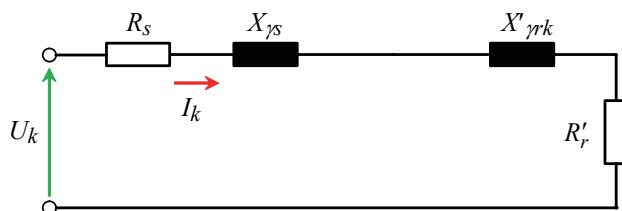
d) Vrednost polaznog momenta pri napajanju motora nominalnim naponom $M_{pol n}$ jednostavno je moguće izračunati, ako se uspostavi odnos $M_{pol n}/M_{pol k}$, gde je $M_{pol k}$ polazni momenta pri napajanju motora sniženim naponom:

$$M_{pol n} = \frac{U_n^2}{U_k^2} \cdot M_{pol k} = \frac{380^2}{150^2} \cdot 5,73 = 36,77 \, \text{Nm}. \quad (76.11)$$

77. Zadatak: Trofazni asinhroni kavezni motor nominalnih podataka: 660 V, $2p = 8$, sprege zvezda, ispituje se u praznom hodu i kratkom spoju. Prazan hod je obavljen sa nominalnim naponom i izmerena je aktivna snaga motora od 600 W i struja od 8 A. Kratak spoj je obavljen sa sniženim naponom od 100 V i izmerena je struja od 12 A i snaga od 1000 W. Posebno je izmerena snaga gubitaka na trenje i ventilaciju od 150 W. Usvojena je pretpostavka da se izmerena omska otpornost namotaja statora od 1Ω ne menja u toku ovih ogleda.

- Odrediti parametre ekvivalentne šeme.
- Pretpostavljajući da se impedansa kratkog spoja ne menja sa promenom napona, odrediti polaznu struju i momenat pri nominalnom naponu napajanja.
- Uz zanemarenje grane magnećenja, odrediti prevalno klizanje, prevalni momenat, kao i brzinu pri opterećenju od 80 Nm.

a) Iz oglada kratkog spoja se mogu odrediti parametri redne grane ekvivalentne šeme prikazane na slici 77.1.



Slika 77.1. Ekvivalentna šema asinhronog motora u ogledu kratkog spoja.

Snaga koju asinhroni motor povlači iz izvora napajanja u ogledu kratkog spoja je:

$$P_k = P_{Cus} + P_{Cur} + P_{Fe} + P_{gmeh}. \quad (77.1)$$

Treba uvažiti činjenicu da je zbog $n = 0$, $P_{gmeh} = 0$ kao i da se zbog sniženog napona u ovom ogledu gubici u gvožđu mašine mogu zanemariti, $P_{Fe} \approx 0$, tako da je ulazna snaga u asinhroni motor tokom ogleda kratkog spoja:

$$P_k = 3 \cdot (R_s + R'_r) \cdot I_k^2 = 3 \cdot R_k \cdot I_k^2. \quad (77.2)$$

Jednačina (77.2) omogućava izračunavanje zbira omskog otpora statora i svedene vrednosti omskog otpora rotora $R_k = R_s + R'_r$ na osnovu izmerenih snage i struje kratkog spoja:

$$R_k = R_s + R'_r = \frac{P_k}{3 \cdot I_k^2} = \frac{1000}{3 \cdot 12^2} = 2,315 \Omega. \quad (77.3)$$

S obzirom na to da je da je otpornost statora R_s izmerena (na primer U – I metodom jednosmernom strujom), svedena otpornost rotora R'_r se može izračunati:

$$R'_r = R_k - R_s = 2,315 - 1 = 1,315 \Omega. \quad (77.4)$$

Na osnovu ekvivalentne šeme asinhronog motora u ogledu kratkog spoja, slika 77.1, može se odrediti impedansa:

$$Z_k = \frac{U_{kf}}{I_k} = \frac{100/\sqrt{3}}{12} = 4,811 \Omega, \quad (77.5)$$

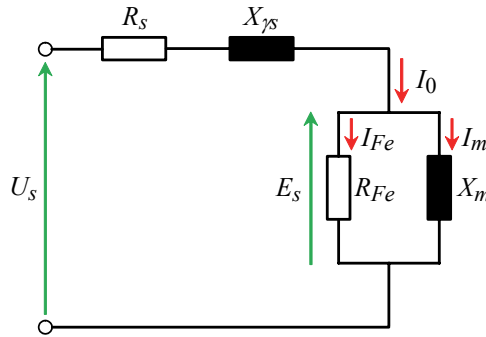
a zatim izračunati vrednost zbira reaktanse rasipanja statora i svedene reaktanse rasipanja rotora:

$$X_k = X_{\gamma s} + X'_{\gamma rk} = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{4,811^2 - 2,315^2} = 4,217 \Omega. \quad (77.6)$$

Razdvajanje zbira reaktansi na reaktansu rasipanja statora i svedenu reaktansu rasipanja rotora vrši se, ako nisu poznati neki dodatni podaci koji omogućavaju precizniju podelu, tako što se smatra da su $X_{\gamma s}$ i $X'_{\gamma rk}$ jednake, tj:

$$X_{\gamma s} = X'_{\gamma rk} = \frac{X_k}{2} = 2,1085 \Omega. \quad (77.7)$$

Iz oglada praznog hoda se određuju parametri grane magnećenja. Ekvivalentna šema asinhronog motora tokom praznog hoda prikazana je na slici 77.2.



Slika 77.2. Ekvivalentna šema asinhronog motora u praznom hodu.

Tokom praznog hoda asinhroni motor iz izvora uzima aktivnu snagu da pokrije gubitke u bakru usled struje praznog hoda, gubitke u gvožđu i mehaničke gubitke. Gubici praznog hoda su:

$$P_0 = P_{Cu0} + P_{Fe} + P_{gmeh}. \quad (77.8)$$

Na osnovu (77.8) moguće je odrediti snagu gubitaka u gvožđu:

$$P_{Fe} = P_0 - P_{gmeh} - 3 \cdot R_s \cdot I_0^2 = 600 - 150 - 3 \cdot 1 \cdot 8^2 = 258 \text{ W}. \quad (77.9)$$

Na osnovu prethodnog, ekvivalentne šeme sa slike 77.2, uz zanemarenje pada napona na statoru, važi da je:

$$P_{Fe} = \frac{3 \cdot E_s^2}{R_{Fe}} \approx \frac{3 \cdot U_{nf}^2}{R_{Fe}}, \quad (77.10)$$

odakle se izračunava vrednosti otpornosti u grani magnećenja:

$$R_{Fe} = \frac{3 \cdot U_{nf}^2}{P_{Fe}} = \frac{3 \cdot (660/\sqrt{3})^2}{258} = 1688,37 \, \Omega. \quad (77.11)$$

Faktor snage praznog hoda iznosi:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_{s0}} = \frac{600}{\sqrt{3} \cdot 660 \cdot 8} = 0,0656, \quad (77.12)$$

pa je sada moguće odrediti reaktivnu komponentu struje magnećenja I_m :

$$I_m = I_0 \cdot \sin \varphi_0 = 8 \cdot \sqrt{1 - 0,0656^2} = 7,98 \, \text{A}, \quad (77.13)$$

kao i vrednost reaktanse magnećenja:

$$X_m = \frac{U_{nf}}{I_m} = \frac{660/\sqrt{3}}{7,98} = 47,73 \, \Omega. \quad (77.14)$$

b) Pri polasku asinhronog motora iz mirovanja, motor kreće iz stanja kratkog spoja. Struja polaska motora, pri nominalnom naponu napajanja, može se odrediti pomoću ekvivalentne šeme sa slike 77.1. Znajući moduo ulazne impedanse (77.5), za ekvivalentnu šemu asinhronog motora u kratkom spoju, slika 77.1, moguće je odrediti struju polaska asinhronog motora pri nominalnom naponu napajanja:

$$I_{pol} = \frac{U_{nf}}{Z_k} = \frac{660/\sqrt{3}}{4,811} = 79,2 \, \text{A}. \quad (77.15)$$

Momenat konverzije asinhronog motora je:

$$m_c = \frac{P_{ob}}{\frac{\omega_s}{p}} = \frac{p}{\omega_s} \cdot 3 \frac{R'_r}{s} I_r'^2. \quad (77.16)$$

Ako se zanemari grana magnećenja, tada je $I'_r = I_s$. Polazni momenat se može odrediti iz (77.16) ako se uvrsti $s = 1$:

$$M_{pol} = m_c = \frac{p}{\omega_s} \cdot 3 R'_r \cdot I_{pol}^2, \quad (77.17)$$

$$M_{pol} = m_c = \frac{4}{100\pi} \cdot 3 \cdot 1,315 \cdot 79,2^2 = 315,07 \, \text{Nm}.$$

c) Prevalno klizanje asinhronne mašine je:

$$s_{pr} = \frac{R'_r}{\sqrt{R_s^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2}} = \frac{1,315}{\sqrt{1^2 + 4,217^2}} = 0,303. \quad (77.18)$$

Prevalni momenat ima različite vrednosti u motorskom odnosno, generatorskom režimu rada.

$$M_{pr} = \pm \frac{3}{2} \cdot \frac{p}{\omega_s} \cdot \frac{U_{nf}^2}{R_s + \sqrt{\pm R_s^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2}}, \quad (77.19)$$

U (77.19) znak + se odnosi na motorski, a znak – na generatorski režim rada. Prevalni momenat ovog motora u motorskom režimu rada iznosi:

$$M_{pr} = \frac{3}{2} \cdot \frac{p}{\omega_s} \cdot \frac{U_{nf}^2}{R_s + \sqrt{R_s^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2}}, \quad (77.20)$$

$$M_{pr} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{100\pi} \cdot \frac{(660/\sqrt{3})^2}{1 + \sqrt{1^2 + 4,217^2}} = 519,9 \text{ Nm}.$$

Do klizanja pri momentu opterećenja od $m_m = 80 \text{ Nm}$, može se doći polazeći od jednačine za momenat konverzije asinhronog motora preko parametara ekvivalentne šeme:

$$m_m = m_c = \frac{3p}{\omega_s} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{R'_r/s}{(R_s + R'_r/s)^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2}, \quad (77.21)$$

koju treba rešiti po klizanju:

$$s^2 \cdot (R_s^2 + X_k^2) + s \cdot \left(2R_s R'_r - \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{R'_r}{m_m} \right) + R_r'^2 = 0, \quad (77.22)$$

$$18,7831s^2 - 88,5362s + 1,7292 = 0. \quad (77.23)$$

Fizički prihvatljivo rešenje za klizanje iz jednačine (77.23) je $s = 0,0196$ r.j. Drugo rešenje $s_2 = 970 \%$ odgovara kočnom režimu (režim protivstrujnog kočenja).

Kada je poznato klizanje može se odrediti brzina obrtanja motora:

$$n = (1 - s) \cdot n_s = (1 - 0,0196) \cdot 750 = 735,3 \text{ o/min}. \quad (77.24)$$

78. Zadatak: Trofazni dvopolni asinhroni motor radi sa klizanjem od $s = 2,8 \%$. Pri navedenom klizanju snaga obrtnog polja iznosi $P_{ob} = 5800$ W. Snaga gubitaka u statoru pri tome je $P_{Cus} + P_{Fe} = 180$ W, dok su mehanički gubici $P_{gmeh} = 138$ W. Odrediti:

- Snagu koju motor uzima iz mreže.
- Izlazna snaga i stepen korisnog dejstva.

a) Kada se od ulazne snage (P_{el}) koju motor uzima iz mreže oduzmu gubici u statoru, dobija se snaga koja se kroz vazdušni zazor mašine prenosi na rotor. Ova snaga naziva se snaga obrtnog polja, tj. važi da je:

$$P_{ob} = P_{el} - P_{Cus} - P_{Fe}. \quad (78.1)$$

Na osnovu prethodnog izraza dolazi se do snage koju motor uzima iz mreže:

$$P_{el} = P_{ob} + P_{Cus} + P_{Fe} = 5800 + 180 = 5980 \text{ W}. \quad (78.2)$$

b) Stepen korisnog dejstva (η), definisan je kao odnos izlazne, i ulazne snage mašine:

$$\eta = \frac{P_{izlazno}}{P_{ulazno}} = \frac{P_{meh}}{P_{el}}. \quad (78.3)$$

Imajući u vidu da se ulazna i izlazna snaga razlikuju za iznos gubitaka (P_g), stepen korisnog dejstva se može izračunati i kao:

$$\eta = \frac{P_{izlazno}}{P_{izlazno} + P_g} = \frac{P_{ulazno} - P_g}{P_{ulazno}} = \frac{P_{el} - P_g}{P_{el}}. \quad (78.4)$$

Da bi se izračunao iznos gubitaka u asinhronoj mašini, potrebno je pored snage gubitaka u statoru i mehaničkih gubitaka datih u postavci zadatka, odrediti i snagu gubitka u rotoru. U rotoru asinhronne mašine snaga se disipira u namotaju i ovi gubici mogu se izračunati:

$$P_{CuR} = sP_{ob} = \frac{2,8}{100} \cdot 5800 = 162 \text{ W}. \quad (78.5)$$

Na osnovu prethodnog sledi da je iznos gubitaka snage datog motora jednak:

$$P_g = P_{CuS} + P_{Fe} + P_{CuR} + P_{gmeh} = 180 + 162 + 138 = 480 \text{ W}. \quad (78.6)$$

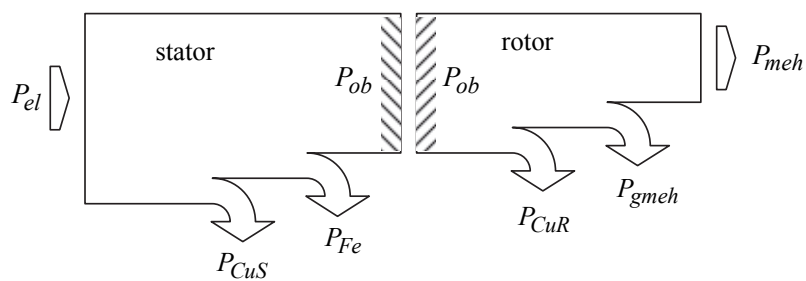
Izlazna snaga je:

$$P_{izlazno} = P_{el} - P_g = 5980 - 480 = 5500 \text{ W}. \quad (78.7)$$

Sada se na osnovu (78.4) i (78.7) može odrediti stepen korisnog dejstva ovog asinhronog motora:

$$\eta = \frac{P_{el} - P_g}{P_{el}} = \frac{5500}{5980} = 0,92. \quad (78.8)$$

Bilans snage ovog motora prikazan je na slici 78.1.



Slika 78.1. Bilans snage asinhronog motora.

79. Zadatak: Trofazna asinhrona mašina ima sinhronu brzinu od 3000 o/min. Kada mašina radi sa klizanjem od -2% , u električnu mrežu na koju je povezana, predaje aktivnu snagu u iznosu od 15 kW. Gubici u bakru statora mašine pri datom opterećenju su $P_{Cus} = 636$ W. Gubici u gvožđu u nominalnom režimu rada su $P_{Fe} = 194$ W, a mehanički gubici mašine se mogu zanemariti. Odrediti:

- Brzinu obrtanja rotora.
- Mehaničku snagu i stepen korisnog dejstva mašine.

a) Na osnovu negativne vrednosti klizanja date u postavci zadatka zaključuje se da asinhrona mašina radi u generatorskom režimu rada. Za datu vrednost sinhronne brzine i klizanja, brzine obrtanja rotora asinhronog generatora izračunava se na sledeći način:

$$n = (1 - s)n_s = (1 - (-0,02)) \cdot 3000 = 3060 \text{ o/min.} \quad (79.1)$$

b) Asinhrona mašina radi u generatorskom režimu, snaga koje se razmenjuje sa električnom mrežom je izlazna snaga. Kada se na izlaznu snagu dodaju gubici u statoru mašine, dobija se snaga koja se prenosi kroz vazdušni zazor (sa rotora na stator mašine) – snaga obrtnog polja:

$$P_{ob} = P_{iz} + P_{Cus} + P_{Fe} = P_{el} + P_{Cus} + P_{Fe} = 15000 + 636 + 194 = 15830 \text{ W.} \quad (79.2)$$

Gubici u bakru rotora zavise od klizanja i srazmerni su sa snagom obrtnog polja:

$$P_{Cur} = s \cdot P_{ob} = 0,02 \cdot 15830 = 316,6 \text{ W.} \quad (79.3)$$

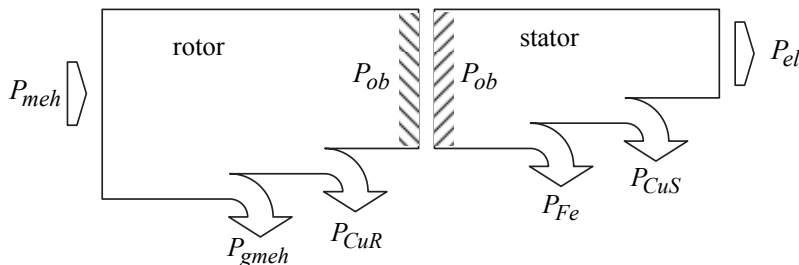
Mehanička (ulazna) snaga koja se dovodi na vratilo generatora, uz zanemarene mehaničke gubitke, iznosi:

$$P_{ul} = P_{meh} = P_{ob} + P_{Cur} = 15830 + 316,6 = 16146,6 \text{ W.} \quad (79.4)$$

Koeficijent korisnog dejstva generatora pri datom opterećenju je:

$$\eta = \frac{P_{iz}}{P_{ul}} = \frac{P_{el}}{P_{meh}} = \frac{15000}{16146,6} = 93\%. \quad (79.5)$$

Bilans snage asinhronog generatora prikazan je na slici 79.1.



Slika 79.1. Bilans snage asinhronog generatora.

80. Zadatak: Poznati su podaci trofaznog kaveznog asinhronog motora: $U_n = 380$ V, 50 Hz, $s_n = 3$ %, namotaj statora ima jedan par polova i vezan je u trougao. Parametri ekvivalentne šeme su: $R_s = 0,707 \Omega$, $R'_r = 0,771 \Omega$, $X_k = X_{js} + X'_{rk} = 2,113 \Omega$. Grana magnećenja se može izostaviti, a gubici u gvožđu i mehanički gubici se mogu zanemariti.

- Odrediti nominalnu struju i faktor snage motora.
- Odrediti nominalni momenat motora, nominalnu snagu motora, ulaznu snagu i gubitke u bakru statora i rotora, koeficijent korisnog dejstva.
- Koliko maksimalno može iznositi momenat radne mašine koju motor može da pokrene, u uslovima napajanja nominalnim naponom?
- Koliko maksimalno može iznositi momenat radne mašine koju motor može da pokrene, u uslovima napajanja naponom čija efektivna vrednost iznosi 400 V?
- Nacrtati momentne karakteristike i obeležiti proračunate radne tačke.

Dobijene rezultate uporediti sa tabličnim podacima za motor: $P_n = 15$ kW, $I_n = 30$ A, $\cos \varphi_n = 0,85$, nominalni koeficijent korisnog dejstva iznosi $\eta_n = 0,87$.

- a) Kako je poznato nominalno klizanje i parametri ekvivalentne šeme motora, to se na osnovu šeme date na slici 80.1. nominalna struja motora može lako odrediti kao:

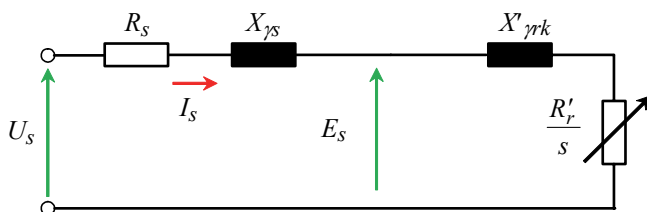
$$I_{nf} = \frac{U_n f}{Z_e} = \frac{U_n f}{\sqrt{(R_s + R'_r/s_n)^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2}}, \quad (80.1)$$

$$I_{nf} = \frac{380}{\sqrt{(0,707 + 0,771/0,03)^2 + 2,113^2}} = 14,3 \text{ A}.$$

Treba primetiti da je zbog spoja namotaja statora u trougao, linijska struja motora $\sqrt{3} \cdot I_f$. Nominalna struja motora (nominalna struja motora je linijska struja) iznosi:

$$I_n = \sqrt{3} \cdot I_{nf} = 24,8 \text{ A}. \quad (80.2)$$

Prema natpisnoj pločici, za motor iz postavke zadatka, nominalna struja motora iznosi 30 A. Može se postaviti pitanje zbog čega se javila razlika vrednosti, izračunate pomoću jednačina (80.1) i (80.2) i podatka sa natpisne pločice motora? Jednačina (80.1) je napisana na osnovu ekvivalentne šeme sa izostavljenom granom magnećenja, datom na slici 80.1.



Slika 80.1. Ekvivalentna šema asinhronog motora sa izostavljenom granom magnećenja.

Izostavljanjem grane magnećenja zanemarena je struja magnećenja i gubici u gvožđu, pa je pomoću jednačine (80.1) određena struja asinhronog motora u kojoj ne figurišu struja

magnećenja i aktivna komponenta struje zbog gubitaka u gvožđu. Ovo je glavni razlog ne slaganja navedenih vrednosti.

Ako se za ekvivalentnu šemu sa slike 80.1. odredi faktor snage:

$$\cos \varphi = \frac{R_s + R'_r/s_n}{\sqrt{(R_s + R'_r/s_n)^2 + X_k^2}}, \quad (80.3)$$

$$\cos \varphi = \frac{0,707 + 0,771/0,03}{\sqrt{(0,707 + 0,771/0,03)^2 + 2,113^2}} = 0,997, \quad (80.4)$$

dobija se neprimereno velika vrednost, jer je na slici 80.1. zanemarena reaktansa (struja) magnećenja koja ekvivalentira potrebnu reaktivnu energiju asinhronog motora. Prema natpisnoj pločici, za motor iz postavke zadatka, nominalna vrednost faktora snage asinhronog motora je $\cos \varphi_n = 0,85$.

b) Kako je poznato nominalno klizanje, kao i parametri ekvivalentne šeme motora, to se nominalni momenat motora može lako odrediti:

$$M_n = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_n^2 \cdot \frac{R'_r/s_n}{(R_s + R'_r/s_n)^2 + (X_{js} + X'_{jr})^2}, \quad (80.5)$$

$$M_n = \frac{3 \cdot 1}{100\pi} \cdot 380^2 \cdot \frac{0,771/0,03}{(0,707 + 0,771/0,03)^2 + 2,113^2} = 50,5 \text{ Nm}.$$

Nominalna brzina i snaga motora su:

$$n_n = (1 - s_n) \cdot n_s = (1 - 0,03) \cdot 3000 = 2910 \text{ o/min}, \quad (80.6)$$

$$P_n = M_n \cdot \omega_n = M_n \cdot \frac{2\pi \cdot n_n}{60} = 50,5 \cdot \frac{2\pi \cdot 2910}{60} = 15,39 \text{ kW}. \quad (80.7)$$

Prema natpisnoj pločici, za motor iz postavke zadatka, nominalna snaga motora iznosi 15 kW. Razlika u izračunatoj vrednosti jednačinom (80.7) i katalošskog podatka potiče zbog usvojenih zanemarenja pri određivanju nominalnog momenta jednačinom (80.5) tj. zanemareni su gubici u gvožđu izostavljanjem grane magnećenja i zanemareni su mehanički gubici.

Može se smatrati da približno gubici u gvožđu i mehanički gubici iznose $15390 - 15000 = 390 \text{ W}$.

Gubici u bakru stora i rotora ovog motora pri nominalnoj struji sa tablice motora iznose:

$$P_{Cusn} = 3 \cdot R_s \cdot I_{nf}^2 = 3 \cdot 0,707 \cdot (30/\sqrt{3})^2 = 636,3 \text{ W}, \quad (80.8)$$

$$P_{Curn} = 3 \cdot R'_r \cdot I_{nf}^2 = 3 \cdot 0,771 \cdot (30/\sqrt{3})^2 = 693,9 \text{ W}. \quad (80.9)$$

Ukupni gubici u asinhronom motoru su:

$$P_g = P_{Fe} + P_{gmeh} + P_{Cusn} + P_{Curn}. \quad (80.10)$$

$$P_g = 390 + 636,3 + 693,9 = 1720,2 \text{ W}. \quad (80.11)$$

Ulazna nominalna (električna) snaga je:

$$P_{el} = P_n + P_g, \quad (80.12)$$

$$P_{el} = 15000 + 1720,2 = 16720,2 \text{ W}.$$

Do ulazne nominalne (električne) snaga se moglo doći i ovako:

$$P_{el} = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_n \cdot \cos \varphi_n = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 30 \cdot 0,85 = 16783,6 \text{ W}. \quad (80.13)$$

Nominalni koeficijent korisnog dejstva ovog motora je:

$$\eta = \frac{P_{iz}}{P_{ul}} = \frac{P_n}{P_{el}} = \frac{15000}{16783,6} = 89,7 \%. \quad (80.14)$$

S obzirom na učinjena zanemarenja, izračunati koeficijent korisnog dejstva neznatno odstupa od nominalne vrednosti, $\eta_n = 87\%$. Koeficijent korisnog dejstva asinhronih motora se kreće u rasponu $70 \div 97 \%$.

c) Asinhroni motor može uspešno pokrenuti samo radnu mašinu čiji je momenat manji od polaznog momenta asinhronog motora pri tom naponu napajanja. Polazni momenat datog motor iznosi:

$$M_{pol n} = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{R'_r}{(R_s + R'_r)^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2}, \quad (80.15)$$

$$M_{pol n} = \frac{3 \cdot 1}{100\pi} \cdot 380^2 \cdot \frac{0,771}{(0,707 + 0,771)^2 + 2,113^2} = 159,9 \text{ Nm}.$$

Da bi došlo do pokretanja motora pri datom naponu napajanja, momenat radne mašine mora biti manji od 159,9 Nm.

d) Ovaj motor je projektovan i napravljen za nominalan napon od $U_n = 380 \text{ V}$. Upotrebom u standardnoj trofaznoj mreži nominalnog napona $U_{n mreze} = 400 \text{ V}$, polazni momenat postaje veći. Momenat koji asinhroni motor razvija srazmeran sa kvadratom napona napajanja:

$$m_c \propto U^2. \quad (80.16)$$

Na osnovu (80.16) se može uspostaviti odnos polaznih momenata pri sniženom i pri nominalnom naponu napajanja:

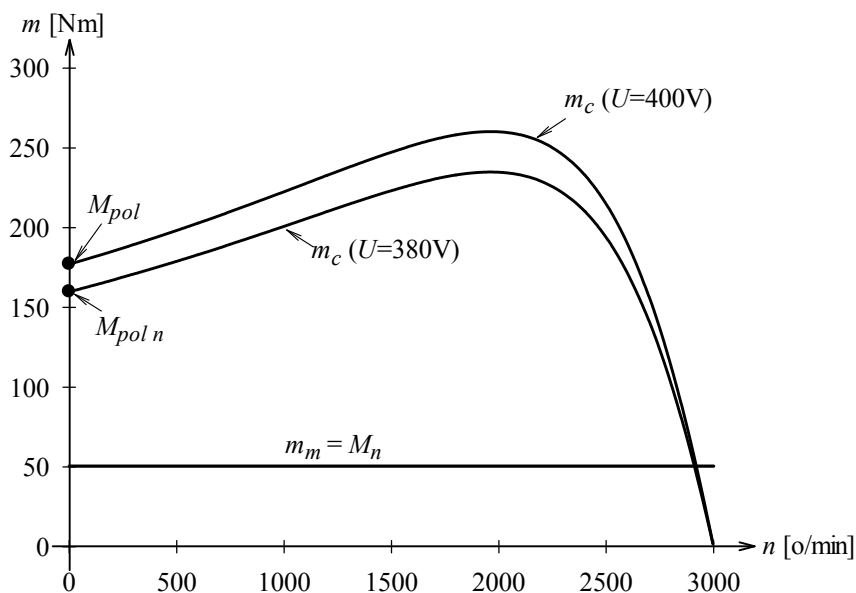
$$\frac{M_{pol}}{M_{pol n}} = \left(\frac{U_{n mreze}}{U_n} \right)^2. \quad (80.17)$$

Prema (80.17) polazni momenat motora je:

$$M_{pol} = M_{pol n} \cdot \left(\frac{U_{n mreze}}{U_n} \right)^2, \quad (80.18)$$

$$M_{pol} = M_{pol n} \cdot \left(\frac{400}{380} \right)^2 = 1,11 \cdot M_{pol n}.$$

e) Na slici 80.2. su prikazane mehaničke karakteristike asinhronog motora za nominalni napon motora i za nominalni napon mreže, kao i mehanička karakteristika radne mašine. Na mehaničkoj karakteristici su naznačene i polazne radne tačke.

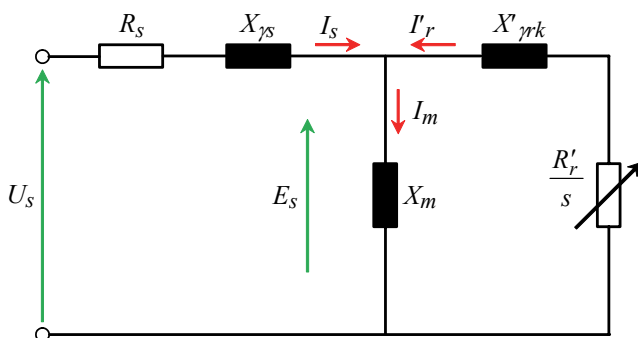


Slika 80.2. Mehaničke karakteristike asinhronog motora za različite napone napajanja.

81. Zadatak: Poznati su podaci trofaznog asinhronog kaveznog motora: $U_n = 220 \text{ V}$, $n_n = 1650 \text{ o/min}$. Namotaj statora vezan je u trougao. Parametri ekvivalentne šeme su $R_s = 0,65 \Omega$, $R'_r = 0,65 \Omega$, $X_{js} = X'_{rk} = 0,361 \Omega$ i $X_m = 17,3 \Omega$. Mehanički gubici i gubici u gvožđu se mogu zanemariti. Motor radi u nazivnom režimu, sa konstantnim nazivnim momentom radne mašine.

- Nacrtati ekvivalentnu šemu i odrediti nominalnu struju motora i faktor snage.
- Odrediti nominalni momenat motora, nominalnu snagu motora, ulaznu snagu i gubitke u bakru statora i rotora.
- Koliki je koeficijent korisnog dejstva pri nominalnom opterećenju motora?
- Ponoviti delove pod a), b) i c) ako se zanemari reaktansa magnećenja, i uporediti rezultate.

- Ekvivalentna šema asinhronog motora uz zanemarene gubitke u gvožđu, prikazana je na slici 81.1.



Slika 81.1. Ekvivalentna šema asinhronog motora uz zanemarene gubitke u gvožđu.

Nominalna brzina motora je $n_n = 1650 \text{ o/min}$, a njoj najbliža sinhrona brzina je $n_s = 1800 \text{ o/min}$, pa je nominalno klizanje motora:

$$s_n = \frac{1800 - 1650}{1800} \cdot 100 = 8,33\%, \quad (81.1)$$

pa zaključujemo da je mašina namenjena za učestanost od 60 Hz.

Kako je u ekvivalentnom kolu uvažena grana magnećenja, to se do nominalne struje motora može doći pomoću jednačine:

$$I_{nf} = \frac{U_n}{|\hat{Z}_e|}. \quad (81.2)$$

Sada je potrebno odrediti ulaznu impedansu za ekvivalentnu šemu asinhronog motora sa slike 81.1.

$$\hat{Z}_e = R_s + jX_{js} + \frac{jX_m \cdot (R'_r/s + jX'_{rk})}{R'_r/s + j(X_m + X'_{rk})}, \quad (81.3)$$

$$\hat{Z}_e = R_s + jX_{js} + \frac{X_m^2 (R'_r/s) + j[(R'_r/s)^2 + X'_{rk}(X_m + X'_{rk})] X_m}{(R'_r/s)^2 + (X_m + X'_{rk})^2},$$

$$\hat{Z}_e = (6,91 + j3,48)\Omega \Rightarrow |\hat{Z}_e| = \sqrt{6,91^2 + 3,48^2} = 7,74 \Omega. \quad (81.4)$$

Sada se može odrediti nominalna (fazna) struja motora:

$$I_{nf} = \frac{U_n}{|\hat{Z}_e|} = \frac{220}{7,74} = 28,42 \text{ A},$$

kako su namotaji motora vezani u trougao to je nominalna struja motora $I_n = \sqrt{3} \cdot I_{nf} = 49,23 \text{ A}$.

Nominalna vrednost faktora snage uz zanemarene gubitke u gvožđu, se može odrediti pomoću jednačine (81.4):

$$\cos \varphi_n = \frac{\operatorname{Re}\{\hat{Z}_e\}}{|\hat{Z}_e|} = \frac{6,91}{7,74} = 0,89. \quad (81.5)$$

b) Ulazna električna snaga je:

$$P_{el} = \sqrt{3} U_n I_n \cos \varphi_n = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 49,23 \cdot 0,89 = 16695,6 \text{ W}. \quad (81.6)$$

Kako je snaga gubitaka u gvožđu zanemarena to je snaga obrtnog polja:

$$P_{ob} = P_{el} - P_{Cusn} = P_{el} - 3 I_{nf}^2 \cdot R_s = 16695,6 - 3 \cdot 28,42^2 \cdot 0,65 = 15120,6 \text{ W}. \quad (81.7)$$

Gubici u bakru rotora iznose:

$$P_{Curn} = s_n \cdot P_{ob} = 0,0833 \cdot 15120,6 = 1260 \text{ W}. \quad (81.8)$$

Kako su mehanički gubici zanemareni, to ovako izračunata mehanička snaga koja se dobija na vratilu motora predstavlja nominalnu snagu motora:

$$P_n = P_{meh} = P_{ob} - P_{Cur} - P_{gmeh} = (1 - s_n) \cdot P_{ob} = (1 - 0,083) \cdot 15120,6 = 13860,5 \text{ W}. \quad (81.9)$$

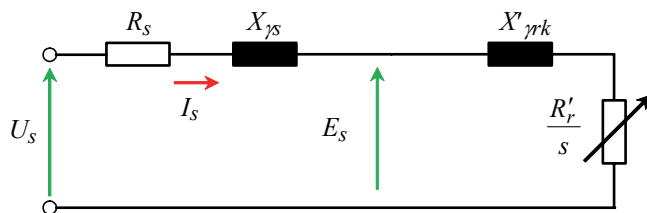
Nominalni momenat motora je:

$$M_n = \frac{P_{meh}}{\omega_n} = \frac{P_n}{\frac{2\pi \cdot n_n}{60}} = \frac{13860,5}{\frac{2\pi \cdot 1650}{60}} = 80,2 \text{ Nm}. \quad (81.10)$$

c) Koeficijent korisnog dejstva pri nominalnom opterećenju motora iznosi:

$$\eta = \frac{P_n}{P_{el}} = \frac{13860,5}{16695,6} = 83\%. \quad (81.11)$$

d) Ekvivalentna šema asinhronog motora sa zanemarenom granom magnećenja prikazana je na slici 81.2.



Slika 81.2. Ekvivalentna šema asinhronog motora sa zanemarenom granom magnećenja.

Moduo ulazne impedanse za ekvivalentnu šemu asinhronog motora sa zanemarenom granom magnećenja prikazanom na slici 81.2. iznosi:

$$Z_e = \sqrt{\left(R_s + \frac{R'_r}{s_n}\right)^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2} = \sqrt{\left(0,65 + \frac{0,65}{0,0833}\right)^2 + (0,361 + 0,361)^2} = 8,48 \, \Omega \quad (81.12)$$

Sada se može odrediti nominalna (fazna) struja motora:

$$I_{nf} = \frac{U_n}{|\hat{Z}_e|} = \frac{220}{8,48} = 25,94 \, \text{A},$$

kako su namotaji motora vezani u trougao to je nominalna struja motora $I_n = \sqrt{3} \cdot I_{nf} = 44,93 \, \text{A}$.

Nominalna vrednost faktora snage asinhronog motora sa zanemarenom granom magnećenja je:

$$\cos \varphi_n = \frac{R_e \{\hat{Z}_e\}}{|\hat{Z}_e|} = \frac{R_s + \frac{R'_r}{s_n}}{Z_e} = \frac{0,65 + \frac{0,65}{0,0833}}{8,48} = 0,996. \quad (81.13)$$

Ulazna električna snaga je:

$$P_{el} = \sqrt{3} U_n I_n \cos \varphi_n = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 44,93 \cdot 0,996 = 17052 \, \text{W}. \quad (81.14)$$

Kako je snaga gubitaka u gvožđu zanemarena to je snaga obrtnog polja:

$$P_{ob} = P_{el} - P_{Cusn} = P_{el} - 3I_{nf}^2 \cdot R_s = 17052 - 3 \cdot 25,94^2 \cdot 0,65 = 15739,9 \, \text{W}. \quad (81.15)$$

Gubici u bakru rotora iznose:

$$P_{Curn} = s_n \cdot P_{ob} = 0,0833 \cdot 15739,9 = 1311,7 \, \text{W}. \quad (81.16)$$

Kako su mehanički gubici zanemareni to ovako izračunata mehanička snaga koja se dobija na vratilu motora predstavlja nominalnu snagu motora:

$$P_n = P_{meh} = P_{ob} - P_{Curn} - P_{gmeh} = (1 - s_n) \cdot P_{ob} = (1 - 0,083) \cdot 15739,9 = 14428,2 \, \text{W}, \quad (81.17)$$

Nominalni momenat motora je:

$$M_n = \frac{P_{meh}}{\omega_n} = \frac{P_n}{\frac{2\pi \cdot n_n}{60}} = \frac{14428,2}{\frac{2\pi \cdot 1650}{60}} = 83,5 \, \text{Nm}. \quad (81.18)$$

Koeficijent korisnog dejstva pri nominalnom opterećenju motora iznosi:

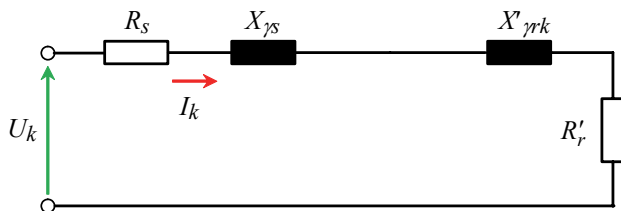
$$\eta = \frac{P_n}{P_{el}} = \frac{14428,2}{17052} = 84,6\%. \quad (81.19)$$

Zanemarenjem reaktanse magnećenja uobičajeno se pri izračunavanju čine prihvatljivo male greške, osim kada se izračunava faktor snage. Razlika u faktoru snage je logična jer se zanemarenjem reaktanse magnećenja znatno smanjuje reaktivna energija, a koja je inače neophodna za magnećenje magnetnog kola asinhrona mašine.

82. Zadatak: Trofazni kavezni dvopolni asinhroni motor sprege zvezda nominalnog napona 690 V, 50 Hz ima otpornost namotaja statora 1,75 Ω . Ispitivanjem motora u kratkom spoju pri naponu od 68 V izmerena je struja motora koja je jednaka nominalnoj, 8,7 A, i aktivna snaga od 810 W. Odrediti:

- Parametre redne grane ekvivalentne šeme.
- Brzinu obrtanja, mehaničku snagu i struju motora ako je motor opterećen obrtnim momentom od 25 Nm pri nominalnom naponu napajanja.
- Izračunati snagu koju motor vuče iz mreže za vrednosti određene u delu zadatka pod b), ako je poznato da je $P_{Fe} + P_{gmeh} = 566$ W.
- Izračunati stepen korisnog dejstva.

a) Iz oglada kratkog spoja se mogu odrediti parametri redne grane ekvivalentne šeme prikazane na slici 82.1.



Slika 82.1. Ekvivalentna šema asinhronog motora u ogledu kratkog spoja.

Snaga koju asinhroni motor povlači iz izvora napajanja u ogledu kratkog spoja:

$$P_k = P_{Cus} + P_{Cur} + P_{Fe} + P_{gmeh}. \quad (82.1)$$

Treba uvažiti činjenicu da je zbog $n = 0$, $P_{gmeh} = 0$ kao i da se zbog sniženog napona u ovom ogledu gubici u gvožđu mašine mogu zanemariti, $P_{Fe} \approx 0$, tako da je ulazna snaga u asinhroni motor tokom oglada kratkog spoja:

$$P_k = 3 \cdot (R_s + R'_r) \cdot I_k^2 = 3 \cdot R_k \cdot I_k^2. \quad (82.2)$$

Jednačina (82.2) omogućava izračunavanje zbira omske otpornosti statora i svedene vrednosti omske otpornosti rotora, $R_k = R_s + R'_r$ na osnovu izmerene snage i struje kratkog spoja:

$$R_k = R_s + R'_r = \frac{P_k}{3 \cdot I_k^2} = \frac{810}{3 \cdot 8,7^2} = 3,57 \Omega. \quad (82.3)$$

S obzirom na to da je otpor statora R_s izmeren (na primer U–I metodom jednosmernom strujom) svedena otpornost rotora R'_r se može izračunati:

$$R'_r = R_k - R_s = 3,57 - 1,75 = 1,82 \Omega. \quad (82.4)$$

Na osnovu ekvivalentne šeme asinhronog motora u kratkom spoju, slika 82.1, može se odrediti impedansa:

$$Z_k = \frac{U_k}{I_k} = \frac{68/\sqrt{3}}{8,7} = 4,51 \Omega, \quad (82.5)$$

a zatim izračunati vrednost zbira reaktanse rasipanja statora i svedene reaktanse rasipanja rotora:

$$X_k = X_{js} + X'_{rk} = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{4,51^2 - 3,57^2} = 2,76 \Omega. \quad (82.6)$$

Razdvajanje zbira reaktansi na reaktansu rasipanja statora i svedenu reaktansu rasipanja rotora vrši se, ako nisu poznati neki dodatni podaci koji omogućavaju precizniju podelu, tako što se smatra da su reaktanse X_{js} i X'_{rk} jednake, tj:

$$X_{js} = X'_{rk} = \frac{X_k}{2} = 1,38 \Omega. \quad (82.7)$$

b) Iz jednačine za momenat konverzije motora pri datom momentu opterećenja:

$$m_m = m_c = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_n^2 \cdot \frac{R'_r/s}{(R_s + R'_r/s)^2 + X_k^2}, \quad (82.8)$$

se može doći do klizanja rešavanjem kvadratne jednačine:

$$s^2 \cdot (R_s^2 + X_k^2) + s \cdot \left(2R_s R'_r - \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_n^2 \cdot \frac{R'_r}{m_m} \right) + R_r'^2 = 0, \quad (82.9)$$

$$10,6801s^2 - 103,9565s + 3,3124 = 0. \quad (82.10)$$

Fizički prihvatljivo rešenje za klizanje iz (82.10) je $s = 3,197 \%$, jer drugo rešenje $s_2 = 970 \%$ odgovara kočnom režimu (režim protiv strujnog kočenja).

Za poznato klizanje, brzina obrtanja dvopolnog asinhronog motora je:

$$n = (1 - s) \cdot n_s = (1 - s) \cdot \frac{60f}{p}, \quad (82.11)$$

$$n = (1 - 0,03197) \cdot \frac{60 \cdot 50}{1} = 2904,1 \text{ o/min}, \quad (82.12)$$

a mehanička snaga na vratilu motora iznosi:

$$P_{meh} = M \cdot \omega = M \cdot \frac{2\pi \cdot n}{60} = 25 \cdot \frac{2\pi \cdot 2904,1}{60} = 7602,9 \text{ W}. \quad (82.13)$$

Struja motora pri datom momentu opterećenju iznosi:

$$I_f = \frac{U_{nf}}{Z_e} = \frac{U_{nf}}{\sqrt{(R_s + R'_r/s)^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2}}, \quad (82.14)$$

$$I_f = \frac{690/\sqrt{3}}{\sqrt{(1,75 + 1,82/0,03197)^2 + (2,76)^2}} = 6,99 \text{ A}.$$

- c) Snaga gubitaka u namotajima motora pri datom opterećenju iznosi:

$$P_{Cus} + P_{Cur} = 3 \cdot (R_s + R'_r) \cdot I_f^2 = 3 \cdot R_k \cdot I_f^2 = 3 \cdot 3,57 \cdot 6,99^2 = 523,3 \text{ W} . \quad (82.15)$$

Ulazna električna snaga je zbir mehaničke (izlazne) snage i snage gubitaka:

$$P_{el} = P_{meh} + P_{Fe} + P_{gmeh} + P_{Cus} + P_{Cur} = 7602,9 + 566 + 523,3 = 8692,2 \text{ W} . \quad (82.16)$$

- d) Koeficijent korisnog dejstva za dato opterećenje na vratilu motora iznosi:

$$\eta = \frac{P_{iz}}{P_{ul}} = \frac{P_{meh}}{P_{el}} = \frac{7602,9}{8692,2} = 87,5 \% . \quad (82.17)$$

83. Zadatak: Trofazni asinhroni motor sprege trougao ima reaktansu kratkog spoja $X_k = 5,363 \Omega$. Izmerena otpornost namotaja jedne faze statora iznosi $2,044 \Omega$. Kada se motor priključi na mrežu i opteretiti na kraju vratila mehaničkom snagom od $7,5 \text{ kW}$, povlači iz mreže struju od 12 A i obrće se brzinom od 1440 o/min .

- Odrediti nazivni naponski nivo mreže na koju se priključuje ovaj motor. Pri određivanju napona mreže može se zanemariti grana magnećenja i mehanički gubici.
- Koliku snagu motor povlači iz mreže ako su gubici u gvožđu $P_{Fe} = 258 \text{ W}$, a mehanički gubici $P_{meh} = 80 \text{ W}$?
- Koliki je koeficijent korisnog dejstva ovog motora?
- Nakon ovakvog rada došlo je do sniženja napona u mreži, a opterećenje na kraju vratila je ostalo $7,5 \text{ kW}$, tako da je nova brzina obrtanja 1380 o/min . Izračunati struju motora, kao i vrednost sniženog napona na koji je motor sada priključen. Zanemariti granu magnećenja i mehaničke gubitke.
- Šta je potrebno uraditi da se uz ovaj sniženi napon zadrži struja motora od 12 A . Izračunati brzinu obrtanja rotora i mehaničku snagu na vratilu u tom slučaju?

- a) Za poznatu brzinu obrtanja $n = 1440 \text{ o/min}$ klizanje motora je:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1500 - 1440}{1500} = 4 \% \quad (83.1)$$

Mehanička snaga je jednaka sa snagom konverzije ako se zanemare mehanički gubici. Mehanička snaga na vratilu motora tada je:

$$P_{meh} = P_c = 3 \frac{1-s}{s} R'_r \cdot I_r'^2. \quad (83.2)$$

Struja rotora u (83.2) mogla bi se odrediti iz kompletne ekvivalentne šeme asinhronog motora, što je relativno složeno. Zbog toga se obično posmatra uprošćena ekvivalentna šema u kojoj je zanemarena grana magnećenja. Na taj način je $I'_r = I_s$. Kada se uvaži da je namotaj statora vezan u trougao dobija se fazna struja rotora svedena na stator:

$$I'_r = I_s = \frac{12}{\sqrt{3}} \text{ A}. \quad (83.3)$$

Jednačine (83.1) – (83.3) omogućuju da se odredi otpornost rotorskog namotaja:

$$R'_r = \frac{s}{1-s} \cdot \frac{P_{meh}}{3I_r'^2} = \frac{0,04}{1-0,04} \cdot \frac{7500}{12^2} = 2,17 \Omega. \quad (83.4)$$

Napon kojim se napaja asinhroni motor može se odrediti iz jednačine za struju statora na osnovu ekvivalentne šeme sa zanemarenom granom magnećenja:

$$I_s = \frac{U_f}{\sqrt{(R_s + R'_r/s)^2 + X_k^2}}, \quad (83.5)$$

$$U_f = I_s \cdot \sqrt{(R_s + R'_r/s)^2 + X_k^2} = \frac{12}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{(2,044 + 2,17/0,04)^2 + 5,363^2} = 391,8 \text{ V}. \quad (83.6)$$

Kako su namotaji statora vezani u trougao, to je $U_l = U_f$, pa se na osnovu rezultata u (83.6) zaključuje da je nominalni napon mreže na koju je priključen ovaj motor 400 V.

b) Aktivna električna snaga (ulazna snaga) koju motor uzima iz mreže je:

$$P_{el} = P_{meh} + P_{gmeh} + P_{Cur} + P_{Fe} + P_{Cus}, \quad (83.7)$$

$$P_{el} = (1-s)P_{ob} + sP_{ob} + P_{Fe} + P_{Cus}, \quad (83.8)$$

$$P_{el} = P_{ob} + P_{Fe} + P_{Cus}, \quad (83.9)$$

Do snage obrtnog polja se dolazi iz:

$$P_{meh} = P_{ob} - P_{Cur} - P_{gmeh} = P_{ob} - sP_{ob} - P_{gmeh}, \quad (83.10)$$

$$P_{ob} = \frac{P_{meh} + P_{gmeh}}{1-s} = \frac{7500 + 80}{1-0,04} = 7895,83 \text{ W}. \quad (83.11)$$

Gubici u namotajima statora su:

$$P_{Cus} = 3R_s \cdot I_s^2 = 3 \cdot 2,044 \cdot \frac{12^2}{3} = 294,34 \text{ W}. \quad (83.12)$$

Iz (83.9) se dolazi do ulazne električne snage:

$$P_{el} = P_{ob} + P_{Fe} + P_{Cus} = 7895,83 + 258 + 294,34 = 8448,17 \text{ W}. \quad (83.13)$$

c) Koeficijent korisnog dejstva za dato opterećenje na vratilu motora je:

$$\eta = \frac{P_{iz}}{P_{ul}} = \frac{P_{meh}}{P_{el}} = \frac{7500}{8448,17} = 88,8 \%. \quad (83.14)$$

d) Kako je došlo do sniženja napona, a mehanička snaga na vratilu motora ostala nepromenjena $P_{meh} = 7,5 \text{ kW}$, dolazi do smanjenja brzine obrtanja na 1380 o/min i povećanja struje motora da bi se pri sniženom naponu ostvarila zahtevana snaga.

Za poznatu brzinu obrtanja $n = 1380 \text{ o/min}$ klizanje motora je:

$$s_1 = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1500 - 1380}{1500} = 0,08 \text{ r.j.} \quad (83.15)$$

Iz jednačine (83.2) se može odrediti (fazna) struja rotora, odnosno struja motora:

$$I_{s1} = I'_{r1} = \sqrt{\frac{P_{meh}}{3 \cdot R'_r} \cdot \frac{s_1}{1-s_1}} = \sqrt{\frac{7500}{3 \cdot 2,17} \cdot \frac{0,08}{1-0,08}} = 10 \text{ A}. \quad (83.16)$$

Kada se uvaži da je namotaj statora vezan u trougao dobija se (linijska) struja koju motor povlači iz mreže:

$$I_{s1} = 10 \cdot \sqrt{3} = 17,3 \text{ A}. \quad (83.17)$$

Vrednost sniženog napon na koji je priključen asinhroni motor može se odrediti pomoću jednačine (83.6):

$$U_{I1} = U_{f1} = I_{s1} \cdot \sqrt{(R_s + R'_r/s_1)^2 + X_k^2}, \quad (83.18)$$

$$U_{I1} = U_{f1} = 10 \cdot \sqrt{(2,044 + 2,17/0,08)^2 + 5,363^2} = 296,6 \text{ V}.$$

Gubici u namotajima su postali veći zbog veće struje motora, dok su gubici u gvožđu postali manji zbog sniženog napona, odnosno manje indukcije.

e) Ako se pri sniženom naponu želi smanjiti struja motora sa 17,3 A na 12 A, (navedene su linijske struje motora), mora se smanjiti opterećenje motora. Usled smanjenja opterećenja doći će do promene brzine obrtanja motora. Iz jednačine za struju motora (83.5) može se odrediti vrednost klizanja pri sniženom naponu i struji motora od 12 A:

$$s_2 = \frac{R'_r}{\sqrt{\left(\frac{U_{f1}}{I_s}\right)^2 - X_k^2 - R_s}}, \quad (83.19)$$

$$s_2 = \frac{2,17}{\sqrt{\left(\frac{296,6}{12/\sqrt{3}}\right)^2 - 5,363^2 - 2,044}} = 5,37\%.$$

Za poznato klizanje, brzina obrtanja četvoropolnog asinhronog motora je:

$$n = (1 - s) \cdot n_s = (1 - 0,0537) \cdot 1500 = 1419,5 \text{ o/min}. \quad (83.20)$$

Mehanička snaga na vratilu motora se može odrediti primenom jednačine (83.2):

$$P_{meh} = P_c - P_{gmeh} = 3 \frac{1-s_2}{s_2} R'_r \cdot I_r'^2 - P_{gmeh}, \quad (83.21)$$

$$P_{meh} = 3 \cdot \frac{1-0,0537}{0,0537} \cdot 2,17 \cdot \left(\frac{12}{\sqrt{3}}\right)^2 - 80 = 5426,5 \text{ W}.$$

84. Zadatak: Trofazni asinhroni šestopolni motor ima poznate sledeće podatke: stator i rotor su spregnuti u zvezdu, otpor između dva klizna koluta rotora iznosi $0,032 \Omega$, a reaktansa rasipanja rotora po fazi $X_{rk} = 0,265 \Omega$. Pri statorskom namotaju priključenom na napon 380 V , 50 Hz , izmeren je napon između otvorenih kliznih kolutova rotora u iznosu od 217 V .

Rotorski namotaj je potom kratko spojen, motor je opterećen i rotira brzinom od 950 o/min . Ukupni gubici u statoru iznose $2,2 \text{ kW}$, a gubici na trenje i ventilaciju su $1,2 \text{ kW}$. Za dati režim rada ovog motora odrediti:

- Klizanje u %.
- Frekvenciju rotorskih struja.
- Struju rotora.
- Gubitke u bakru rotora.
- Snagu obrtnog polja.
- Razvijeni elektromagnetni momenat.
- Snagu koja se dobija na vratilu.
- Momenat na vratilu.
- Snagu koju motor uzima iz mreže.
- Stepen korisnog dejstva.

- a) Za poznatu brzinu obrtanja $n = 950 \text{ o/min}$ klizanje motora je:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1000 - 950}{1000} = 5 \% . \quad (84.1)$$

- b) Frekvencija rotorskih struja je:

$$f_r = s \cdot f = 0,05 \cdot 50 = 2,5 \text{ Hz}. \quad (84.2)$$

- c) Struja u rotorskom namotaju određena je indukovanom elektromotornom silom i impedansom rotorskog kola:

$$I_r = \frac{E_r}{\sqrt{R_r^2 + X_{rk}^2}}, \quad (84.3)$$

Kada se rotor obrće, indukovana elektromotorna sila rotora srazmerna je relativnoj brzini kretanja rotora u odnosu na magnetnu indukciju, pa je struja rotora:

$$I_r = \frac{s \cdot E_{kr}}{\sqrt{R_r^2 + s^2 \cdot X_{rk}^2}} = \frac{E_{kr}}{\sqrt{(R_r/s)^2 + X_{rk}^2}}. \quad (84.4)$$

Kada su klizni kolotovi otvoreni, rotorskim namotajem ne teče struja, zbog čega rotor stoji. Mereći napon između kliznih kolutova meri se elektromotorna sila ukočenog rotora E_{kr} . Kako je namotaj rotora vezan u zvezdu, to je vrednost fazne elektromotorne sile ukočenog rotora $E_{kr} = 217/\sqrt{3}$. Merenjem otpornosti između dva kraja trofaznog namotaja rotora vezanog u zvezdu izmereno je $2 \cdot R_r = 0,032 \Omega$, tj. otpornost faznog namotaja rotora je $R_r = 0,016 \Omega$. Sada su poznate sve potrebne vrednosti da se pomoću (84.4) može izračunati struja rotora:

$$I_r = \frac{217/\sqrt{3}}{\sqrt{(0,016/0,05)^2 + 0,265^2}} = 301,5 \text{ A}. \quad (84.5)$$

Treba primetiti da su u ovom delu zadatka pod c) sve rotorske veličine originalne tj. nisu svedene na statorku stranu.

d) Gubici u namotajima rotora su:

$$P_{Cur} = 3R_r \cdot I_r^2 = 3 \cdot 0,016 \cdot 301,5^2 = 4363,3 \text{ W}. \quad (84.6)$$

e) Znajući gubitke u namotaju rotora, lako se može doći do snage obrtnog polja:

$$P_{ob} = \frac{P_{Cur}}{s} = \frac{4363,3}{0,05} = 87266 \text{ W}. \quad (84.7)$$

f) Razvijeni elektromagnetni momenat, odnosno momenat konverzije je:

$$m_c = \frac{P_{ob}}{\frac{\omega_s}{p}} = \frac{p}{\omega_s} \cdot P_{ob} = \frac{3}{100\pi} \cdot 87266 = 833,3 \text{ Nm}. \quad (84.8)$$

g) Mehanička snaga koja se dobija na vratilu motora je:

$$P_{meh} = P_{ob} - P_{Cur} - P_{gmeh} = 87266 - 4363,3 - 1200 = 81702,7 \text{ W}. \quad (84.9)$$

h) Mehanički momenat na vratilu motora (momenat radne mašine kojim ona opterećuje asinhroni motor) iznosi:

$$m_m = \frac{P_{meh}}{\omega} = \frac{P_{meh}}{\frac{2\pi \cdot n}{60}} = \frac{81702,7}{\frac{2\pi \cdot 950}{60}} = 821,3 \text{ Nm}, \quad (84.10)$$

Poredeći vrednosti dobijene jednačinama (84.8) i (84.10) uočava se razlika. Momenat konverzije je veći od mehaničkog momenta na vratilu motora za vrednost momenta potrebnog za ventilaciju i za savladavanje trenja.

i) Kada se na snagu obrtnog polja dodaju ukupni gubici u statoru motora dobija se ulazna (električna) snaga:

$$P_{el} = P_{Cus} + P_{Fe} + P_{ob} = 2200 + 87266 = 89460 \text{ W}. \quad (84.11)$$

j) Koeficijent korisnog dejstva za dato opterećenje na vratilu motora je:

$$\eta = \frac{P_{iz}}{P_{ul}} = \frac{P_{meh}}{P_{el}} = \frac{81702,7}{89460} = 91,3 \%. \quad (84.12)$$

85. Zadatak: Za trofaznu asinhronu mašinu poznati su nominalni podaci: $P_n = 10 \text{ kW}$, $n_n = 1450 \text{ o/min}$, $\eta_n = 87 \%$, $\cos \varphi_n = 0,88$. Takođe, zna se da je: odnos polazne i nominalne struje $I_{pol}/I_n = 5$, odnos prevalnog i nominalnog momenta $M_{pr}/M_n = 2$, odnos polaznog i nominalnog momenta $M_{pol}/M_n = 1,2$. Odrediti:

- Da li se radi o motoru ili generatoru, koji je broj polova mašine i koliko je klizanje?
- Nominalni momenat mašine kao i vrednost prevalnog i polaznog momenta.
- Nominalnu i polaznu struju, pri spoju namotaja statora u zvezdu i trougao.
- Može li se ostvariti pokretanje ove mašine pri nominalnom opterećenju, ako je napon u mreži opao na 85 % svoje nominalne vrednosti.

Napomena: Namotaj statora projektovan je za napon od 230 V.

- Nominalna brzina date mašine je $n_n = 1450 \text{ o/min}$, a njoj najbliža sinhrona brzina je $n_s = 1500$ pa je broj pari polova:

$$p = \frac{60f}{n_s} = \frac{60 \cdot 50}{1500} = 2. \quad (85.1)$$

Kako je nominalna brzina obrtanja manja od sinhronne brzine, zaključuje se da je reč o asinhronom motoru.

Nominalno klizanje motora je:

$$s_n = \frac{1500 - 1450}{1500} \cdot 100 = 3,33 \%. \quad (85.2)$$

- Nominalna snaga predstavlja izlaznu snagu, i za ovaj motor ona je poznata. Kako se radi o motoru, to je izlazna snaga mehanička snaga, pa se može izračunati nominalni momenat motora:

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{10000}{2 \cdot \pi \cdot 1450/60} = 65,9 \text{ Nm}. \quad (85.3)$$

Prevalni i polazni momenti, prema uslovu iz postavke zadatka, su:

$$M_{pr} = 2 \cdot M_n = 131,8 \text{ Nm}, \quad (85.4)$$

$$M_{pol} = 1,2 \cdot M_n = 79,08 \text{ Nm}. \quad (85.5)$$

- Namotaji statora motora su projektovani i izvedeni za napon od 230V, tj. za ovaj motor napon na fazi može biti $U_f = 230 \text{ V}$. Vezivanjem namotaja u zvezdu ili trougao potrebno je obezbediti da fazni napon na motoru ostane $U_f = 230 \text{ V}$.

Nominalna struja motora je:

$$I_n = \frac{P_{eln}}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi_n} = \frac{P_n / \eta_n}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi_n}, \quad (85.6)$$

gdje u (85.6) figuriše međufazni (linijski) napon motora U_n .

Ako su namotaji motora spojeni u zvezdu, tada međufazni (linijski) napon mreže mora biti $U_n = \sqrt{3} \cdot 230 = 400\text{V}$ čime se postiže da je napon na namotaju motora $U_f = 230\text{V}$. Tada je nominalna struja motora:

$$I_n = \frac{10000/0,87}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,88} = 18,8 \text{ A} . \quad (85.7)$$

Kako je dat odnos $I_{pol}/I_n = 5$ to je struja polaska motora:

$$I_{pol} = 5 \cdot I_n = 5 \cdot 18,8 = 94 \text{ A} . \quad (85.8)$$

Treba primetiti da je ovo standardan nominalni napon trofazne mreže kod nas, a da je ovako izračunata struja motora linijska struja. Kako je motor vezan u zvezdu, faznim namotajem teče navedena struja.

Ako su namotaji motora spojeni u trougao tada međufazni (linijski) napon mreže mora biti $U_n = 230\text{V}$ kako bi se na faznom namotaju motora dobio napon od $U_f = 230\text{V}$. Tada je nominalna faza struja motora ponovo $I_{fn} = 18,8\text{A}$, a linijska:

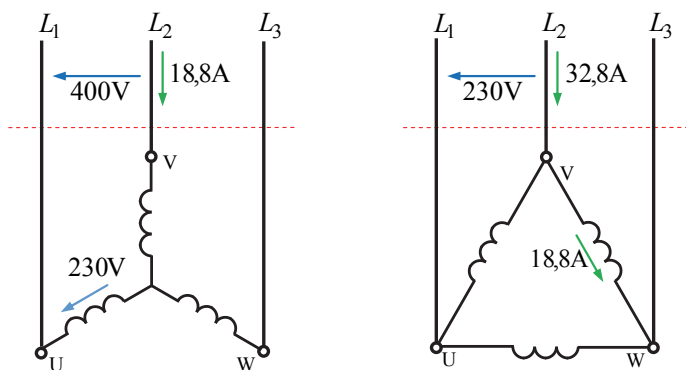
$$I_n = \frac{10000}{\sqrt{3} \cdot 230 \cdot 0,88 \cdot 0,87} = 32,8 \text{ A} . \quad (85.9)$$

Kako je dat odnos $I_{pol}/I_n = 5$ to je struja polaska motora:

$$I_{pol} = 5 \cdot I_n = 5 \cdot 32,8 = 164 \text{ A} . \quad (85.10)$$

Treba primetiti da ovo nije standardan nominalni napon trofazne mreže kod nas, a da je ovako izračunata struja motora linijska struja. Kako je motor vezan u trougao faznim namotajem teče struja koja je za $\sqrt{3}$ puta manja u odnosu na linijsku.

Rezultati koji su dobijeni sumirani su na slici 85.1. Može se zaključiti da je vezivanjem namotaja u zvezdu, odnosno u trougao i uz promenu napona mreže struja kroz namotaj ista u sprezi zvezda i sprezi trougao. Naravno, isti je zaključak i za napon na namotaju.



Slika 85.1. Spreja namotaja asinhronog motora u zvezdu odnosno trougao.

d) Poznato je da je momenat koji asinhroni motor razvija srazmeran sa kvadratom napona napajanja:

$$m_c \propto U^2 . \quad (85.11)$$

Na osnovu (85.11) se može uspostaviti odnos polaznih momenata pri sniženom i pri nominalnom naponu napajanja:

$$\frac{M_{pol1}}{M_{poln}} = \left(\frac{U}{U_n} \right)^2. \quad (85.12)$$

Kada je napon napajanja snižen za 15 % polazni momenat motora je:

$$M_{pol1} = \left(\frac{U}{U_n} \right)^2 M_{poln} = 0,85^2 \cdot 1,2 \cdot M_n = 0,867 \cdot M_n. \quad (85.13)$$

Na osnovu rezultata datog u (85.13) može se zaključiti da je pri sniženju napona za 15 % polazni momenat postao manji od momenta opterećenja $m_m = M_n$ (nominalno opterećenje) i da se pri ovim okolnostima asinhroni motor neće pokrenuti.

86. Zadatak: Trofazni četvoropolni asinhroni motor sprege trougao ima sledeće parametre ekvivalentne šeme: $R_s = 0,059 \, \Omega$, $R'_r = 0,173 \, \Omega$, $X_{js} = 0,16 \, \Omega$, $X'_{rk} = 0,369 \, \Omega$. Gubici u gvožđu i mehanički gubici se zanemaruju. Odrediti:

- Polaznu struju i polazni momenat kada se motor priključi na mrežu napona 400 V.
- Na koje se sve načine može ostvariti da struja polaska ne pređe vrednost od 350 A? Koliki je tada polazni momenat motora?

Nominalni podaci motora su: 90 kW, 400 V, 175 A, 50 Hz, 1480 o/min, $\cos\varphi = 0,84$.

Iz nominalnih podataka o motoru može se odrediti nominalni momenat motora. Nominalna snaga je izlazna snaga, pa kako se radi o motoru, to je nominalna snaga mehanička snaga, tako da je nominalni momenat motora:

$$M_n = \frac{P_{meh}}{\omega_n} = \frac{P_n}{\frac{2\pi \cdot n_n}{60}} = \frac{90000}{\frac{2\pi \cdot 1480}{60}} = 580,7 \text{ Nm}. \quad (86.1)$$

- Kada su poznati parametri ekvivalentne šeme asinhronog motora i kada se zanemari grana magnećenja, struja motora je:

$$I_f = \frac{U_{nf}}{Z_e} = \frac{U_{nf}}{\sqrt{(R_s + R'_r/s)^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2}}. \quad (86.2)$$

Polazna struja motora se može dobiti iz jednačine (86.2) kada se uvaži da je u trenutku polaska klizanje $s = 1$ r.j. i da je namotaj statora vezan u trougao tj. da je $U_{nf} = U_n$:

$$I_{pol f} = \frac{400}{\sqrt{(0,059 + 0,173)^2 + (0,16 + 0,369)^2}} = 692,5 \text{ A}.$$

Struja sračunata pomoću jednačine (86.2) je fazna struja tj. struja kroz fazni namotaj motora. Kako je namotaj statora motora spregnut u trougao, to je linijska vrednost struje polaska motora pri nominalnom naponu napajanja:

$$I_{pol n} = \sqrt{3} \cdot I_{pol f} = 1199,4 \text{ A} = 6,8 \cdot I_{nom}.$$

Momenat konverzije asinhronog motora je:

$$m_c = \frac{P_{ob}}{\frac{\omega_s}{p}} = \frac{p}{\omega_s} \cdot 3 \frac{R'_r}{s} I_r'^2. \quad (86.3)$$

Ako se zanemari grana magnećenja, tada je $I'_r = I_s$. Polazni momenat se može odrediti iz (86.3) ako se uvrsti $s = 1$:

$$M_{pol} = m_c = \frac{p}{\omega_s} \cdot 3 R'_r \cdot I_{pol f}^2, \quad (86.4)$$

$$M_{pol n} = \frac{2}{100\pi} \cdot 3 \cdot 0,173 \cdot 692,5^2 = 1584,48 \text{ Nm} = 2,73 \cdot M_n.$$

b) U postavci zadatka nije navedeno da li se radi o kaveznom ili kliznokolutnom asinhronom motoru. Stoga će u nastavku biti navedeno kako se može ograničiti struja polaska kod oba motora.

Struja polaska asinhronog motora može se ograničiti smanjenjem napona napajanja, što se koristi kod kaveznih asinhronih motora.

Da bi se struja polaska ograničila na 350 A, što predstavlja linijsku struju motora, potrebno je smanjiti napon statora. Potrebna vrednost napona napajanja se može odrediti iz jednačine (86.2) uz odgovarajuće klizanje ($s = 1$ r.j.):

$$U_{1f} = I_{pol f} \cdot \sqrt{(R_s + R_r')^2 + (X_{\gamma s} + X_{rk}')^2} \quad (86.5)$$

$$U_{1f} = \frac{350}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{(0,059 + 0,173)^2 + (0,16 + 0,369)^2} = 116,7 \text{ V}.$$

Treba primetiti da rezultat dat sa jednačinom (86.5) predstavlja fazni napon na motoru. Kako je namotaj statora motora vezan u trougao to je međufazni (linijski napon) jednak faznom.

Do ovog rezultata se moglo doći i na sledeći način. Struja polaska asinhronog motora određena je nametnutim naponom na statoru i modulom ulazne impedanse, koji ne zavisi od napona. Ovo tvrđenje jasno proizilazi iz ekvivalentne šeme asinhronog motora za $s = 1$. Sada se može uspostaviti odnos polaznih struja iz koga se dolazi do traženog napona napajanja:

$$\frac{I_{pol1}}{I_{poln}} = \frac{U_1}{U_n}, \quad (86.6)$$

$$U_1 = U_n \cdot \frac{I_{pol1}}{I_{poln}} = 400 \cdot \frac{350}{1199,4} = 116,7 \text{ V}. \quad (86.7)$$

Poznato je da je momenat koji asinhroni motor razvija srazmeran sa kvadratom napona napajanja:

$$m_c \propto U^2. \quad (86.8)$$

Na osnovu (86.8) se može uspostaviti odnos polaznih momenata pri sniženom i pri nominalnom naponu napajanja:

$$\frac{M_{pol1}}{M_{poln}} = \left(\frac{U_1}{U_n} \right)^2, \quad (86.9)$$

odakle se može odrediti polazni momenat motora pri sniženom naponu napajanja:

$$M_{pol1} = \left(\frac{U_1}{U_n} \right)^2 \cdot M_{poln} = \left(\frac{116,7}{400} \right)^2 \cdot 2,73 \cdot M_n = 0,23 \cdot M_n. \quad (86.10)$$

Snižavanjem napona na navedenu vrednost, ograničena je struja polaska motora na $2 \cdot I_n$ što je povoljno, ali je jako smanjen polazni momenat motora, što je mana pokretanja asinhronog motora sniženim naponom napajanja.

Struja polaska kliznokolutnog asinhronog motora može se ograničiti uključenjem dodatnog otpornika u kolo rotora. Tada se motor napaja nominalnim mrežnim naponom. Do vrednosti potrebnog dodatnog otpornika u kolu rotora može se doći polazeći od jednačine za struju polaska:

$$I_{pol f} = \frac{I_{pol1}}{\sqrt{3}} = \frac{U_n f}{Z_e} = \frac{U_n}{\sqrt{(R_s + R'_r + R'_{rd})^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2}}. \quad (86.11)$$

$$R'_{rd} = \sqrt{\left(\frac{U_n}{I_{pol1}/\sqrt{3}}\right)^2 - (X_{js} + X'_{rk})^2} - R_s - R'_r, \quad (86.12)$$

$$R'_{rd} = \sqrt{\left(\frac{400}{350/\sqrt{3}}\right)^2 - (0,16 + 0,369)^2} - 0,059 - 0,173 = 1,67 \Omega.$$

Polazni momenat motora sa uključenim dodatnim otpornikom u kolu rotora može se odrediti pomoću jednačine (86.4):

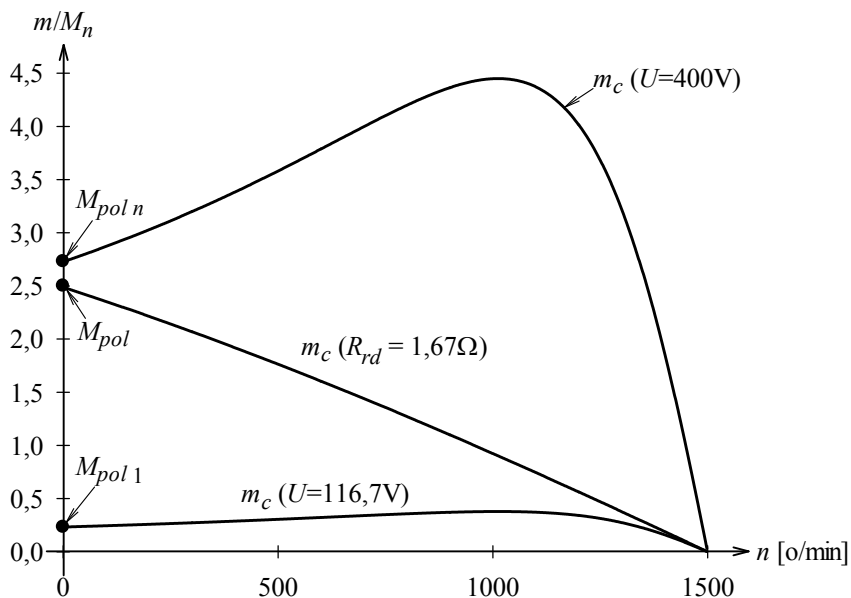
$$M_{pol} = m_c = \frac{P}{\omega_s} \cdot 3(R'_r + R'_{rd}) \cdot I_{pol f}^2, \quad (86.13)$$

$$M_{pol} = \frac{2}{100\pi} \cdot 3 \cdot (0,173 + 1,67) \cdot \left(\frac{350}{\sqrt{3}}\right)^2 = 1437,3 \text{ Nm} = 2,5 \cdot M_n.$$

Uključenjem dodatnog otpornika u kolo rotora, ograničena je struja polaska motora na $2 \cdot I_n$ što je povoljno. Polazni momenat motora se neznatno smanjio u odnosu na $M_{pol n}$. Iako je polazni momenat sa ovim dodatnim otpornikom manji od $M_{pol n}$ on je i dalje osetno veći nego polazni momenat postignut pri sniženom naponu.

Uključenjem dodatnog otpornika u kolo rotora može se postići povećanje polaznog momenta, ali ovakav način pokretanja asinhronog motora praćen je gubicima na dodatnom otporniku.

Na slici 86.1 prikazane su mehaničke karakteristike asinhronog motora pri nominalnom naponu napajanja, pri sniženom naponu napajanja i pri dodatnom otporniku u kolu rotora asinhronog motora u cilju ograničenja struje polaska motor na 350A.



Slika 86.1. Mehaničke karakteristike asinhronog motora za nominalan napon napajanja, za snižen napon napajanja i za dodatni otpornik u kolu rotora.

87. Zadatak: Trofazni asinhroni šestopolni motor ima parametre ekvivalentne šeme: $R_s = 0,06 \, \Omega$, $R'_r = 0,068 \, \Omega$, $X_k = X_{js} + X'_{rk} = 0,42 \, \Omega$. Sprega namotaja statora je zvezda, a gubici u gvožđu i mehanički gubici se mogu zanemariti.

- Odrediti polaznu struju i polazni momenat kada se motor priključi na mrežu nominalnog napona 400 V.
- Kolika će biti brzina obrtanja i struja motora, ako je on opterećen radnom mašinom čiji momenat opterećenja iznosi 400 Nm?

a) Kada su poznati parametri ekvivalentne šeme asinhronog motora i kada se zanemari grana magnećenja, struja motora je:

$$I_f = \frac{U_{nf}}{Z_e} = \frac{U_{nf}}{\sqrt{(R_s + R'_r/s)^2 + X_k^2}}. \quad (87.1)$$

Polazna struja motora se može dobiti iz jednačine (87.1) kada se uvaži da je u trenutku polaska klizanje $s = 1$ r.j. i da je namotaj statora vezan u zvezdu tj. da je $U_{nf} = U_n/\sqrt{3}$:

$$I_{pol f} = \frac{400/\sqrt{3}}{\sqrt{(0,06 + 0,068)^2 + 0,42^2}} = 526 \, \text{A}.$$

Struja sračunata pomoću jednačine (87.1) je fazna struja – struja kroz fazni namotaj motora. Kako je namotaj statora motora spregnut u zvezdu to je linijska vrednost struje polaska motora jednaka faznoj i pri nominalnom naponu napajanja je $I_{pol n} = I_{pol f} = 526 \, \text{A}$.

Polazni momenat se može odrediti pomoću jednačine:

$$m_c = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{R'_r/s}{(R_s + R'_r/s)^2 + X_k^2}, \quad (87.2)$$

kada se uvaži da je u trenutku polaska klizanje $s = 1$ r.j.

$$M_{pol} = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{R'_r}{(R_s + R'_r)^2 + X_k^2}, \quad (87.3)$$

$$M_{pol} = \frac{3 \cdot 3}{100\pi} \cdot \left(\frac{400}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot \frac{0,068}{(0,06 + 0,068)^2 + 0,42^2} = 538,9 \, \text{Nm}.$$

Sada se može izvesti zaključak, da ovaj motor može pokrenuti svaku radnu mašinu čiji je momenat manji od 538,9 Nm pri pokretanju.

- Tražena brzina obrtanja se može odrediti ako se prethodno odredi klizanje motora pri momentu opterećenja od $m_m = 400 \, \text{Nm}$:

$$m_m = m_c = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{R'_r/s}{(R_s + R'_r/s)^2 + X_k^2}. \quad (87.4)$$

Iz (87.4) se dolazi do kvadratne jednačine po klizanju:

$$s^2 \cdot (R_s^2 + X_k^2) + s \cdot \left(2R_s R_r' - \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_n^2 \cdot \frac{R_r'}{m_m} \right) + R_r'^2 = 0, \quad (87.5)$$

$$0,18 \cdot s^2 - 0,25171 \cdot s + 0,068^2 = 0,$$

čije je jedino fizički prihvatljivo rešenje $s = 1,86 \%$. Ovom klizanju odgovara brzina obrtanja:

$$n = (1-s) \cdot n_s = (1-0,0186) \cdot 1000 = 981,4 \text{ o/min}. \quad (87.6)$$

Kako je poznato klizanje pri momentu opterećenja od $m_m = 400 \text{ Nm}$ može se odrediti i struja motora pri datom opterećenju primenom jednačine (87.1):

$$I_f = \frac{400/\sqrt{3}}{\sqrt{(0,06 + 0,068/0,0186)^2 + 0,42^2}} = 61,76 \text{ A}. \quad (87.7)$$

88. Zadatak: Datom kliznokolutnom asinhronom motoru gubici u gvožđu statora iznose tri četvrtine gubitaka u bakru statora pri nominalnom opterećenju. Stator je vezan u trougao, a rotor u zvezdu. Prenosni odnos između statora i rotora je $m = 1$, omski otpor statora po fazi iznosi $0,08 \Omega$ a rotora $0,06 \Omega$. Induktivnost rasipanja statora i rotora je ista i iznosi $0,05 \text{ H}$ po fazi. Za dati motor odrediti:

- Gubitke u bakru rotora pri nominalnom opterećenju za $\eta = 0,75$.
- Ako je odnos nominalnog polaznog i nominalnog momenta $M_{pol n}/M_n = 1,2$ odrediti minimalnu vrednost napona napajanja pri kome će motor još uvek moći da obavi pokretanje? Smatrati da je motor opterećen konstantnim momentom nominalnog iznosa.
- Koliku otpornost treba dodati u svaku fazu rotora da bi se dobio maksimalan momenat pri pokretanju motora?

Podaci sa natpisne pločice motora su: 28 kW , 220 V , 50 Hz , 950 o/min , $\cos\varphi = 0,74$.

- Nominalna struja datog motora iznosi:

$$I_{n1} = \frac{P_n}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos\varphi_n \cdot \eta} = 132,4 \text{ A} . \quad (88.1)$$

Ovako određena struja motora je linijska struja. Kako je namotaj statora spojen u trougao, to je fazna struja motora:

$$I_{n1f} = \frac{I_{n1}}{\sqrt{3}} = 76,44 \text{ A} . \quad (88.2)$$

Gubici u bakru statora pri ovoj struji su:

$$P_{Cus} = 3 \cdot R_s \cdot I_{n1f}^2 = 3 \cdot 0,08 \cdot 76,44^2 = 1402,3 \text{ W} . \quad (88.3)$$

Kad se uvaži da su pri nominalnom momentu opterećenja:

$$P_{Fe} = \frac{3}{4} P_{Cus} , \quad (88.4)$$

tada je snaga obrtnog polja asinhrona mašine:

$$P_{ob} = P_{ul} - (P_{Cus} + P_{Fes}) , \quad (88.5)$$

$$P_{ob} = \frac{P_{izl}}{\eta} - (P_{Cus} + \frac{3}{4} P_{Cus}) = \frac{P_{izl}}{\eta} - \frac{7}{4} P_{Cus} ,$$

$$P_{ob} = \frac{28000}{0,75} - \frac{7}{4} \cdot 1402,3 = 34,88 \text{ kW} . \quad (88.6)$$

Za datu brzinu obrtanja od 950 o/min klizanje je:

$$s = \frac{1000 - 950}{1000} = 5\% . \quad (88.7)$$

Sada se jednostavno mogu odrediti gubici u bakru rotora:

$$P_{Cur} = s \cdot P_{ob} = 0,05 \cdot 34,88 \cdot 10^3 = 1,744 \text{ kW} \quad (88.8)$$

b) Poznato je da je momenat koji asinhroni motor razvija srazmeran sa kvadratom napona napajanja:

$$m_c \propto U^2. \quad (88.9)$$

Na osnovu (88.9) se može uspostaviti odnos polaznih momenata pri sniženom i pri nominalnom naponu napajanja:

$$\frac{M_{pol1}}{M_{poln}} = \left(\frac{U}{U_n} \right)^2. \quad (88.10)$$

Da bi motor pri sniženom naponu, još uvek mogao uspešno da obavi pokretanje, potrebno je da polazni momenat motora pri tom naponu napajanja M_{pol1} bude veći od momenta radne mašine tj. $M_{pol1} > M_n$. Iz (88.10) se može odrediti da napon motora mora biti veći od:

$$U = U_n \cdot \sqrt{\frac{M_{pol1}}{M_{poln}}}, \quad (88.11)$$

$$U = U_n \cdot \sqrt{\frac{M_n}{1,2 \cdot M_n}} = 0,91 \cdot U_n. \quad (88.12)$$

Na osnovu rezultata datog u (88.12), može se zaključiti da je pri sniženju napona najviše za 9 %, polazni momenat motora još uvek veći od momenta radne mašine i motor može uspešno da obavi pokretanje.

c) Uključenjem dodatnog otpornika u kolo rotora utiče se na vrednost polaznog momenta motora. Na ovaj način se može postići da polazni momenat bude:

$$M_{pol} = M_{pr}. \quad (88.13)$$

Ako je uslov iz (88.13) ostvaren tada je prevalno klizanje $s_{pr} = 1$ r.j. Iz jednačine za prevalno klizanje:

$$s_{pr} = \frac{R'_r + R_{dod}}{\sqrt{R_s^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2}}, \quad (88.14)$$

se može doći do vrednosti dodatnog otpornika u kolu rotora ovog kliznokolutnog motora:

$$R_{dod} = \sqrt{R_s^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2} - R'_r. \quad (88.15)$$

Kako je prenosni odnos (odnos transformacije) kojim se vrši svođenje rotorskih veličina na stator $m = 1$, to su svedene vrednosti parametara rotorskog kola jednake nesvedenim, jer je:

$$R'_r = m^2 \cdot R_r \quad X'_{rk} = m^2 \cdot X_{rk}. \quad (88.16)$$

Sada se može izračunati potrebni dodatni otpornik u kolu rotora kako bi se postigao $M_{pol} = M_{pr}$:

$$X_{js} + X'_{rk} = X_k = 2 \cdot 2\pi f \cdot L_\gamma = 2 \cdot 100\pi \cdot 0,05 = 31,4 \, \Omega, \quad (88.17)$$

$$R_{dod} = \sqrt{0,08^2 + 31,4^2} - 0,06 = 31,34 \, \Omega. \quad (88.18)$$

89. Zadatak: Trofazni kliznokolutni osmopolni asinhroni motor sprege zvezda, napaja se iz mreže 380 V, 50 Hz. Parametri ovog motora su: $R_s = 0,9 \, \Omega$, $R'_r = 1,1 \, \Omega$, $X_{ys} = 2 \, \Omega$, $X'_{rk} = 2,5 \, \Omega$. Grana magnećenja se može izostaviti, a mehanički gubici se mogu zanemariti.

- Motor radi u stacionarnom stanju opterećen konstantnim momentom i razvija brzinu od 714 o/min. Koliku struju povlači iz mreže i koliki momenat tada razvija motor?
- Kolika je polazna struja motora? Da li se motor može pokrenuti sa opterećenjem iz prethodnog dela zadatka?
- U cilju promene brzine obrtanja ovako opterećenog motora, u kolo rotora se uključuje dodatni otpornik i ostvaruje se nova brzina obrtanja od 525 ob/min. Kolika je svedena vrednost dodatnog otpornika? Kolika je sada struja motora?
- Skicirati mehaničke karakteristike motora i radne mašine i označiti karakteristične radne tačke.

Uzimajući u obzir podatke date u postavci zadatka, moguće je izračunati sledeće vrednosti:

$$U_{nf} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V}, \quad (89.1)$$

$$n_s = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{4} = 750 \text{ o/min}. \quad (89.2)$$

- a) Za brzinu obrtanja $n = 714 \text{ o/min}$, klizanje je:

$$s_1 = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{750 - 714}{750} = 0,048 \text{ r.j.}, \quad (89.3)$$

a struja koju motor povlači iz mreže usled datog momenta opterećenja iznosi:

$$I_1 = I_{1f} = \frac{U_{nf}}{\sqrt{(R_s + R'_r/s_1)^2 + X_k^2}} = \frac{220}{\sqrt{(0,9 + 1,1/0,048)^2 + 4,5^2}} = 9,08 \text{ A}. \quad (89.4)$$

U stacionarnom režimu momenat konverzije koji motor razvija jednak je momentu opterećenja i iznosi:

$$m_c = M_{RM} = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{R'_r/s_1}{(R_s + R'_r/s_1)^2 + X_k^2}, \quad (89.5)$$

$$m_c = M_{RM} = \frac{3 \cdot 4}{100\pi} \cdot 220^2 \cdot \frac{1,1/0,048}{(0,9 + 1,1/0,048)^2 + 4,5^2} = 72,15 \text{ Nm}.$$

- b) Polazna struja se može dobiti iz (89.4), ako se uvaži da je u trenutku polaska brzina obrtanja $n = 0$, $s = 1$:

$$I_{pol} = \frac{U_{nf}}{\sqrt{(R_s + R'_r/1)^2 + X_k^2}} = \frac{220}{\sqrt{(0,9+1,1)^2 + 4,5^2}} = 44,68 \text{ A} . \quad (89.6)$$

Da bi se proverila mogućnost pokretanja motora sa momentom opterećenja od $M_{RM} = 72,15 \text{ Nm}$, potrebno je izračunati vrednost polaznog momenta. Polazni momenat se može odrediti pomoću jednačine (89.5) kada se uvrsti da je $s = 1$:

$$M_{pol} = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{R'_r}{(R_s + R'_r)^2 + X_k^2} = \frac{3 \cdot 4}{100\pi} \cdot 220^2 \cdot \frac{1,1}{(0,9+1,1)^2 + 4,5^2} = 83,86 \text{ Nm} . \quad (89.7)$$

Sada se može izvesti zaključak, kako je $M_{pol} > M_{RM}$ ($83,86 \text{ Nm} > 72,15 \text{ Nm}$) da se motor može pokrenuti i obaviti zalet.

c) Za brzinu obrtanja $n = 525 \text{ o/min}$ klizanja je:

$$s_2 = \frac{750 - 525}{750} = 0,3 \text{ r.j.} \quad (89.8)$$

U cilju promene brzine obrtanja u rotorsko kolo asinhronog motora uključen je dodatni otpornik R'_{dod} , pa ukupna svedena otpornost rotorskog kola sada iznosi:

$$R'_{ruk} = R'_r + R'_{dod} . \quad (89.9)$$

Kako se mehaničko opterećenje nije promenilo, to se na osnovu (89.5), (89.8) i (89.9) može napisati:

$$72,15 = \frac{3 \cdot 4}{100\pi} \cdot 220^2 \cdot \frac{R'_{ruk}/0,3}{(0,9 + R'_{ruk}/0,3)^2 + 4,5^2} . \quad (89.10)$$

Iz (89.10) se može rešiti kvadratna jednačina po R'_{ruk} čija su rešenja: $R'_{ruk1} = 0,275 \Omega$ i $R'_{ruk2} = 6,875 \Omega$. Rešenje $R'_{ruk1} = 0,275 \Omega$ je neprihvatljivo jer daje negativnu vrednost dodatnog otpornika. Drugo rešenje je fizički prihvatljivo, tako da dodatni otpornik u kolu rotora ima svedenu vrednost:

$$R'_{dod} = R'_{ruk} - R'_r = 6,875 - 1,1 = 5,775 \Omega . \quad (89.11)$$

Kako je momenat opterećenja ostao isti, struja koju motor povlači iz mreže neće se promeniti $I_2 = I_1$:

$$I_2 = \frac{U_{nf}}{\sqrt{(R_s + R'_{ruk}/s_2)^2 + X_k^2}} = \frac{220}{\sqrt{(0,9+6,875/0,3)^2 + 4,5^2}} = 9,08 \text{ A} . \quad (89.12)$$

Za ovakav način promene brzine obrtanja kliznokolutnog asinhronog motora interesantno je izračunati iznos snage koji se oslobađa na dodatnom otporniku:

$$P_{dod} = 3 \cdot R'_{dod} \cdot I_{r2}^2 = 3 \cdot R'_{dod} \cdot I_2^2 = 3 \cdot 5,775 \cdot 9,08^2 = 1427 \text{ W} . \quad (89.13)$$

Mehanička (izlazna) snaga motora pri brzini obrtanja $n = 525 \text{ o/min}$ iznosi:

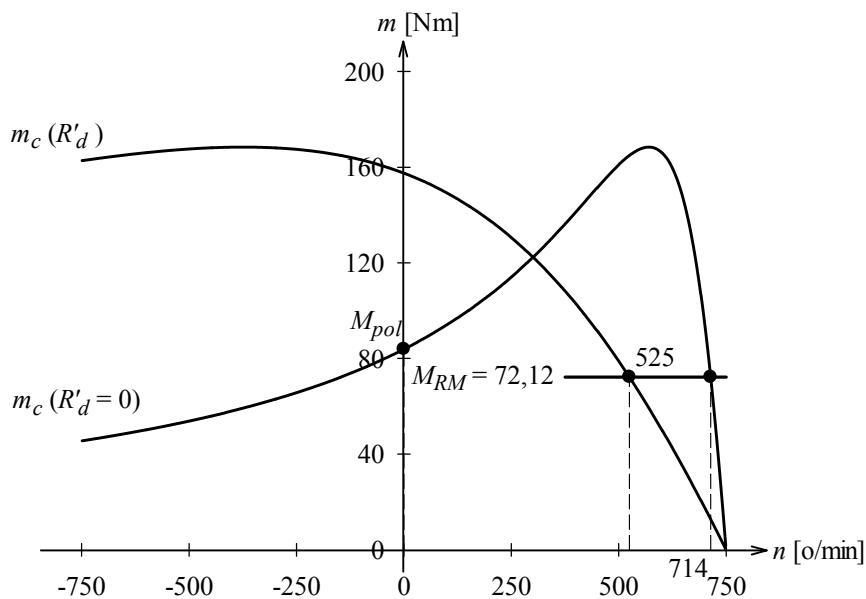
$$P_{meh2} = M_{RM} \cdot \omega_2 = 72,15 \cdot \frac{2\pi \cdot 525}{60} = 3965 \text{ W} . \quad (89.14)$$

Mehanička (izlazna) snaga motora pri brzini obrtanja $n = 714$ o/min, datoj u delu zadatka pod a), iznosi:

$$P_{mehl} = M_{RM} \cdot \omega_1 = 72,15 \cdot \frac{2\pi \cdot 714}{60} = 5392 \text{ W} . \quad (89.15)$$

Jednačinom (89.12) je pokazano da motor povlači istu struju u oba režima rada (1. bez dodatnog otpornika, 2. pri uključenom dodatnom otporniku), odakle se može zaključiti da su iste i ulazne (električne) snage. U drugom režimu rada znatan deo snage se oslobađa na dodatnom otporniku. Snaga koja se oslobađa na dodatnom otporniku predstavlja energetski gubitak mašine, što je i osnovna mana ovakvog načina promene brzine obrtanja kliznokolutnog asinhronog motora.

d) Na slici 89.1. su prikazane mehaničke karakteristike kliznokolutnog asinhronog motora bez dodatne otpornosti u kolu rotora, sa dodatnom otpornosti u kolu rotora kao i mehanička karakteristika radne mašine. Na mehaničkoj karakteristici su naznačene i radne tačke.



Slika 89.1. Mehaničke karakteristike kliznokolutne asinhrona mašine.

90. Zadatak: Trofazni kliznokolutni asinhroni motor sa podacima: $U_n = 6000$ V, $2p = 4$, 50 Hz, $s_n = 1$ %, $R_s = 1,496$ Ω , $R'_r = 0,973$ Ω , $X_k = 20,619$ Ω , sprega zvezda, opterećen je radnom mašinom konstantnog momenta koji je jednak nominalnom momentu motora. Grana magnećenja i mehanički gubici se zanemaruju.

- Izračunati nominalni momenat, brzinu i snagu motora.
- Odrediti svedenu vrednost trofaznog otpornika koji treba dodati u kolo rotora da bi se postigao maksimalan polazni momenat.
- Odrediti brzinu obrtanja rotora u ustaljenom stanju sa dodatnim otpornikom iz dela zadatka pod b).
- Skicirati mehaničke karakteristike motora i radne mašine i označiti karakteristične radne tačke.

a) Kako je poznato nominalno klizanje i parametri ekvivalentne šeme motora, to se nominalni momenat motora može lako odrediti:

$$M_n = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_n^2 \cdot \frac{R'_r/s_n}{(R_s + R'_r/s_n)^2 + X_k^2}, \quad (90.1)$$

$$M_n = m_m = \frac{3 \cdot 2}{100\pi} \cdot \left(\frac{6000}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot \frac{0,973/0,01}{(1,496 + 0,973/0,01)^2 + 20,619^2} = 2189,3 \text{ Nm}.$$

Nominalna brzina i snaga motora su:

$$n_n = (1 - s_n) \cdot n_s = (1 - 0,01) \cdot 1500 = 1485 \text{ o/min}, \quad (90.2)$$

$$P_n = M_n \cdot \omega_n = M_n \cdot \frac{2\pi \cdot n_n}{60} = 2189,3 \cdot \frac{2\pi \cdot 1485}{60} = 340,455 \text{ kW}. \quad (90.3)$$

b) Uključenjem dodatnog otpornika u kolo rotora utiče se na vrednost polaznog momenta motora. Na ovaj način se može postići da polazni momenat bude:

$$M_{pol} = M_{pr}. \quad (90.4)$$

Ako je uslov iz (90.4), ostvaren, tada je prevalno klizanje $s_{pr} = 1$ r.j. Iz jednačine za prevalno klizanje:

$$s_{pr} = \frac{R'_r + R'_{dod}}{\sqrt{R_s^2 + X_k^2}} = 1, \quad (90.5)$$

se može doći do svedene vrednosti dodatnog otpornika u kolu rotora ovog kliznokolutnog motora kako bi se postigao $M_{pol} = M_{pr}$:

$$R'_{dod} = \sqrt{R_s^2 + X_k^2} - R'_r = \sqrt{1,496^2 + 20,619^2} - 0,973 = 19,7 \text{ } \Omega. \quad (90.6)$$

c) Tražena brzina obrtanja se može odrediti ako se prethodno odredi klizanje motora pri uključenom dodatnom otporniku od $R'_{dod} = 19,7 \, \Omega$ i nominalnom mehaničkom momentu opterećenja od $m_m = 2189,3 \, \text{Nm}$:

$$m_c = m_m = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{(R'_r + R'_{dod})/s}{(R_s + (R'_r + R'_{dod})/s)^2 + X_k^2}, \quad (90.7)$$

$$s^2 \cdot (R_s^2 + X_k^2) + s \cdot \left(2R_s R'_{ruk} - \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{R'_{ruk}}{m_m} \right) + R'^2_{ruk} = 0, \quad (90.8)$$

gde je $R'_{ruk} = R'_r + R'_{dod}$.

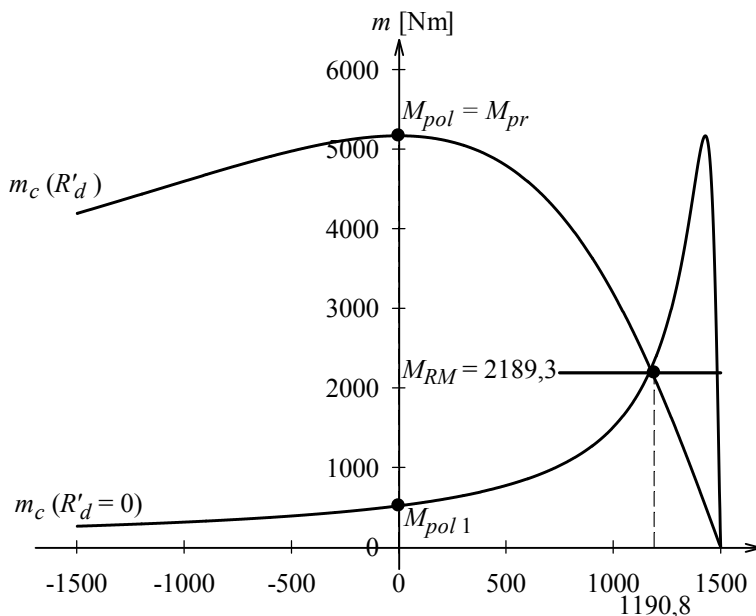
Iz (90.8) se dolazi do kvadratne jednačine po klizanju:

$$427,3812 \cdot s^2 - 2161,2064 \cdot s + 427,3729 = 0, \quad (90.9)$$

čije je jedino fizički prihvatljivo rešenje $s_1 = 20,615 \, \%$. Ovom klizanju odgovara brzina obrtanja od:

$$n_1 = (1 - s_1) \cdot n_s = (1 - 0,20615) \cdot 1500 = 1190,8 \, \text{o/min}.$$

d) Na slici 90.1. prikazane su mehaničke karakteristike kliznokolutnog asinhronog motora bez dodatne otpornosti u kolu rotora, sa dodatnom otpornosti u kolu rotora kao i mehanička karakteristika radne mašine. Na mehaničkoj karakteristici su naznačene i radne tačke.



Slika 90.1. Mehaničke karakteristike kliznokolutne asinhrona mašine.

91. Zadatak: Osmopolni asinhroni motor ima nominalne podatke: 2 MW, 6 kV, 50 Hz, 220 A, 743 o/min. Parametri ekvivalentne šeme su: $R_s = 0,12 \, \Omega$, $R'_r = 0,14 \, \Omega$, $X_{js} = 1,33 \, \Omega$, $X'_{rk} = 0,98 \, \Omega$. Grana magnećenja se može izostaviti, a mehanički gubici se mogu zanemariti. Namotaj statora je spregnut u zvezdu.

- Odrediti momenat i struju motora pri klizanju od 0,8 %.
- Koliki će biti momenat i struja pri pokretanju motora pri nominalnom naponu, sa dodatnim otpornikom u kolu rotora od $4 \, \Omega$ po fazi svedenim na statorsku stranu?
- Kolika će biti brzina obrtanja kada se uključi dodatni otpornik od $0,5 \, \Omega$ po fazi (svedenim na statorsku stranu) u kolo rotora, pri opterećenju koje iznosi 20 kNm.
- Na koji način se brzina obrtanja motora može smanjiti ispod 700 o/min, ako je motor opterećen kao u prethodnom delu zadatka.

Uzimajući u obzir podatke date u postavci zadatka, moguće je izračunati sledeće vrednosti:

$$U_{nf} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{6000}{\sqrt{3}} = 3464,1 \, \text{V},$$

$$n_s = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{4} = 750 \, \text{o/min}.$$
(91.1)

Kako se radi o velikom motoru, to nominalno klizanje motora ima prilično malu vrednost:

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{750 - 743}{750} = 0,933 \, \%.$$
(91.2)

- U stacionarnom režimu pri klizanju od 0,8 % momenat konverzije koji motor razvija iznosi:

$$m_m = m_c = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{R'_r/s_1}{(R_s + R'_r/s_1)^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2},$$
(91.3)

$$m_c = \frac{3 \cdot 4}{100\pi} \cdot 3464,1^2 \cdot \frac{0,14/0,008}{(0,12 + 0,14/0,008)^2 + (1,33 + 0,98)^2} = 25,4 \, \text{kNm},$$

dok je struja motora:

$$I_f = \frac{U_{nf}}{Z_e} = \frac{U_{nf}}{\sqrt{(R_s + R'_r/s)^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2}},$$
(91.4)

$$I_f = \frac{3464,1}{\sqrt{(0,12 + 0,14/0,008)^2 + (1,33 + 0,98)^2}} = 194,9 \, \text{A}.$$

Struja sračunata pomoću jednačine (91.4) je fazna struja, tj. struja kroz fazni namotaj motora. Kako je namotaj statora spregnut u zvezdu to je linijska struja jednaka faznoj struji.

b) Polazni momenat i struja motora se mogu odrediti pomoću jednačina (91.3) i (91.4) u koje treba uvrstiti $s = 1$ i uvažiti da je u kolo rotora dodata otpornost od $R'_{dod} = 4 \Omega$:

$$m_{pol} = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{R'_r + R'_{dod}}{(R_s + R'_r + R'_{dod})^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2}, \quad (91.5)$$

$$m_{pol} = \frac{3 \cdot 4}{100\pi} \cdot 3464,1^2 \cdot \frac{0,14 + 4}{(0,12 + 0,14 + 4)^2 + (1,33 + 0,98)^2} = 80,8 \text{ kNm},$$

$$I_{pol} = \frac{U_{nf}}{\sqrt{(R_s + R'_r + R'_{dod})^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2}}, \quad (91.6)$$

$$I_{pol} = \frac{3461,1}{\sqrt{(0,12 + 0,14 + 4)^2 + (1,33 + 0,98)^2}} = 714,8 \text{ A}.$$

Na osnovu prethodno izračunate brojne vrednosti, može se izračunati da je $I_{pol}/I_n = 3,25$.

c) Tražena brzina obrtanja se može odrediti ako se prethodno odredi klizanje motora pri uključenom dodatnom otporniku od $R'_{dod} = 0,5 \Omega$ i mehaničkom momentu opterećenja od $m_m = 20 \text{ kNm}$:

$$m_c = m_m = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{(R'_r + R'_{dod})/s}{(R_s + (R'_r + R'_{dod})/s)^2 + (X_{js} + X'_{rk})^2}, \quad (91.7)$$

$$s^2 \cdot (R_s^2 + X_k^2) + s \cdot \left(2R_s R'_{ruk} - \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{R'_{ruk}}{m_m} \right) + R_{ruk}^2 = 0, \quad (91.8)$$

gde je $R'_{ruk} = R'_r + R'_{dod}$, a $X_k = X_{js} + X'_{rk}$.

Iz (91.8) se dolazi do kvadratne jednačine po klizanju:

$$5,3505 \cdot s^2 - 14,5141s + 0,4096 = 0, \quad (91.9)$$

čija su rešenja $s_1 = 0,0285$ i $s_2 = 2,4293$. Drugo rešenje se odbacuje jer ovolika vrednost klizanja ukazuje da se rotor i obrtno polje obrću u suprotnim smerovima, što nije slučaj u motorskom režimu rada. Klizanju od $s_1 = 0,0285$ odgovara brzina obrtanja od:

$$n_1 = (1 - s_1) \cdot n_s = (1 - 0,0285) \cdot 750 = 728,62 \text{ o/min}. \quad (91.10)$$

d) Povećanjem dodatnog otpornika u kolu rotora može se postići dalje smanjenje brzine obrtanja. Za brzinu obrtanja $n = 700 \text{ o/min}$ klizanje iznosi:

$$s_2 = \frac{750 - 700}{750} = 0,0667 \text{ r.j.} \quad (91.11)$$

U cilju postizanja željene brzine obrtanja u rotorsko kolo asinhronog motora potrebno je uključiti dodatni otpornik R'_{dod} , pa je ukupna svedena otpornost rotorskog kola sada:

$$R'_{ruk} = R'_r + R'_{dod}. \quad (91.12)$$

Kako se mehaničko opterećenje nije promenilo to se na osnovu (91.7) i (91.12), kao i uz uvažavanje klizanja iz (91.11) može napisati:

$$m_c = m_m = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{R'_{ruk}/s}{(R_s + R'_{ruk}/s)^2 + X_k^2}. \quad (91.13)$$

Iz (91.13) se može doći do kvadratna jednačina po R'_{ruk} :

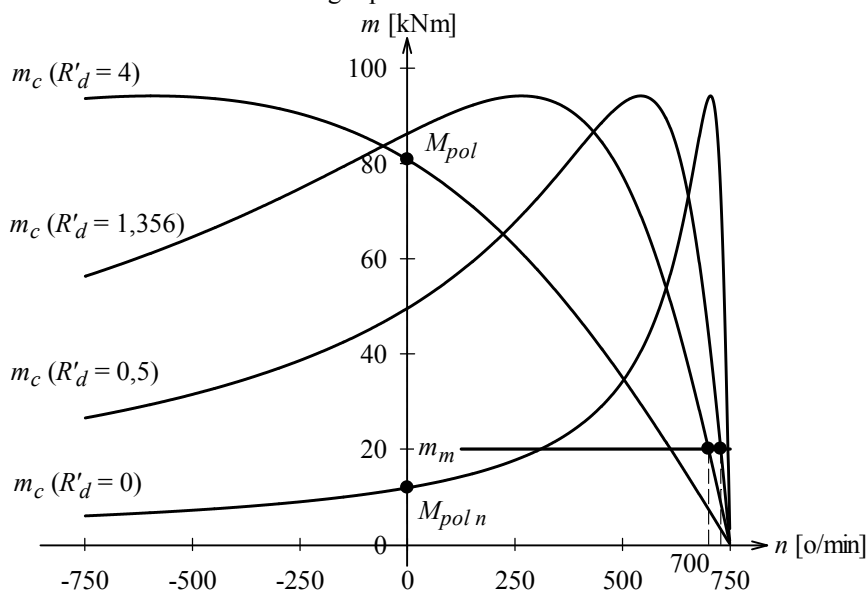
$$R_{ruk}^2 + s \cdot \left(2R_s - \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{1}{m_m} \right) \cdot R'_{ruk} + s^2 \cdot (R_s^2 + X_k^2) = 0, \quad (91.14)$$

$$R_{ruk}^2 + 1,5119 \cdot R'_{ruk} + 0,0238 = 0, \quad (91.15)$$

čija su rešenja: $R'_{ruk1} = 1,496 \, \Omega$ i $R'_{ruk2} = 0,0159 \, \Omega$. Drugo rešenje je neprihvatljivo jer daje negativnu vrednost dodatnog otpornika. Prvo rešenje je fizički prihvatljivo, tako da je svedena vrednost dodatnog otpornika u kolu rotora:

$$R'_{dod} = R'_{ruk} - R'_r = 1,496 - 0,14 = 1,356 \, \Omega. \quad (91.16)$$

Na slici 91.1 prikazane su mehaničke karakteristike kliznokolutne asinhronne mašine za nekoliko različitih vrednosti dodatnog otpornika u kolu rotora.



Slika 91.1. Mehaničke karakteristike kliznokolutne asinhronne mašine.

Uključenjem dodatnog otpornika brzina obrtanja asinhronog motora može se samo smanjivati ispod sinhronne. Glavni nedostatak promene brzine dodatnim otpornikom u kolu rotora je pojava snage gubitaka na dodatnom otporniku, što je praćeno smanjenjem koeficijenta korisnog dejstva. Kako bi se zadržao prihvatljiv koeficijent korisnog dejstva, brzina obrtanja asinhronog motora se smanjuje do 20 % eventualno 30 % ispod sinhronne brzine. Na ovaj način, za manje brzine treba veći dodatni otpornik, a to za posledicu ima neprihvatljivo mali koeficijent korisnog dejstva. Zbog toga se za promenu brzine u širokom opsegu koristi $U/f = \text{const.}$ upravljanje, koje je značajno efikasnije.

92. Zadatak: Za trofazni kavezni asinhroni motor parametri ekvivalentne šeme su: $R_s = 10 \, \Omega$, $R'_r = 6,3 \, \Omega$, $X_k = X_{gs} + X'_{grk} = 12 \, \Omega$. Grana magnećenja i mehanički gubici se mogu zanemariti. Motor je opterećen nominalno, radnom mašinom konstantnog momenta $m_m = 5 \, \text{Nm}$. Motor je predviđen za $U_n = 400 \, \text{V}$, $50 \, \text{Hz}$, namotaj statora je vezan u zvezdu, $2p = 4$.

- Odrediti klizanje, brzinu i struju motora u nominalnom radnom režimu.
- Odrediti vrednost napona na priključkama motora pri kojem će brzina obrtanja motora iznositi 1350 o/min, pri nominalnom momentu opterećenja.
- Za nominalni momenat opterećenja motora, izračunati gubitke u bakru rotora pri nominalnom naponu kao i pri naponu izračunatom u prethodnom delu zadatka.
- Nacrtati odgovarajuće momentne karakteristike i obeležiti proračunate radne tačke.

- a) Iz jednačine za momenat konverzije motora pri datom nominalnom opterećenju:

$$m_c = m_m = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_n^2 \cdot \frac{R'_r/s_n}{(R_s + R'_r/s_n)^2 + X_k^2}, \quad (92.1)$$

može se doći do nominalnog klizanja rešavanjem kvadratne jednačine:

$$s_n^2 \cdot (R_s^2 + X_k^2) + s_n \cdot \left(2R_s R'_r - \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_n^2 \cdot \frac{R'_r}{m_m} \right) + R'^2_r = 0, \quad (92.2)$$

$$244s_n^2 - 1157,4255s_n + 39,69 = 0. \quad (92.3)$$

Fizički prihvatljivo rešenje za klizanje iz (92.3) je $s_n = 3,45 \, \%$.

Za poznato nominalno klizanje, nominalna brzina obrtanja četvoropolnog asinhronog motora iznosi:

$$n_n = (1 - s_n) \cdot n_s = (1 - s_n) \cdot \frac{60f}{p}, \quad (92.4)$$

$$n_n = (1 - 0,0345) \cdot \frac{60 \cdot 50}{2} = 1448,25 \, \text{o/min}. \quad (92.5)$$

Nominalna struja motora je:

$$I_n = \frac{U_n f}{Z_e} = \frac{U_n f}{\sqrt{(R_s + R'_r/s_n)^2 + X_k^2}}, \quad (92.6)$$

$$I_n = \frac{400/\sqrt{3}}{\sqrt{(10 + 6,3/0,0345)^2 + 12^2}} = 1,2 \, \text{A}.$$

Jednačina (92.6) je data na osnovu pofazne ekvivalentne šeme asinhronog motora, tj. ovo je fazna struja. Kako je namotaj motora vezan u zvezdu, to je linijska struja jednaka faznoj struji. Nominalna struja je uvek linijska struja.

- b) Za brzinu obrtnja $n = 1350 \, \text{o/min}$ klizanje iznosi:

$$s_1 = \frac{1500 - 1350}{1500} = 10 \% . \quad (92.7)$$

Da bi se postigla željena brzina od $n = 1350$ o/min, potrebni napon napajanja se može odrediti iz jednačine (92.1) uz odgovarajuće klizanje:

$$m_c = m_m = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{1f}^2 \cdot \frac{R'_r/s_1}{(R_s + R'_r/s_1)^2 + X_k^2}, \quad (92.8)$$

$$U_{1f} = \sqrt{\frac{2\pi f}{3p} \cdot m_m \cdot \frac{(R_s + R'_r/s_1)^2 + X_k^2}{R'_r/s_1}}, \quad (92.9)$$

$$U_{1f} = \sqrt{\frac{100\pi}{3 \cdot 2} \cdot 5 \cdot \frac{(10 + 6,3/0,1)^2 + 12^2}{6,3/0,1}} = 150,8 \text{ V} .$$

Kako je namotaj motora spojen u zvezdu, to je potreban linijski (međufazni) napon napajanja motora:

$$U_1 = \sqrt{3} \cdot U_{1f} = 261,2 \text{ V} . \quad (92.10)$$

c) Gubici u bakru rotora pri nominalnom naponu napajanja i nominalnom opterećenju, odnosno nominalnoj struji motora, iznose:

$$P_{Curn} = 3 \cdot R'_r \cdot I_n^2 = 3 \cdot 6,3 \cdot 1,2^2 = 27,2 \text{ W} . \quad (92.11)$$

Struja motora pri sniženom naponu i nominalnom opterećenju iznosi:

$$I_1 = \frac{U_{1f}}{Z_e} = \frac{U_{1f}}{\sqrt{(R_s + R'_r/s_1)^2 + X_k^2}}, \quad (92.12)$$

$$I_1 = \frac{150,8}{\sqrt{(10 + 6,3/0,1)^2 + 12^2}} = 2,04 \text{ A}$$

Kako je namotaj motora vezan u zvezdu, to je linijska struja jednaka faznoj struji.

Gubici u bakru rotora pri struji opterećenja I_1 iznose:

$$P_{Cur1} = 3 \cdot R'_r \cdot I_1^2 = 3 \cdot 6,3 \cdot 2,04^2 = 78,6 \text{ W} . \quad (92.13)$$

Gubici u bakru rotora pri nominalnom, kao i pri sniženom naponu napajanja mogu se odrediti i na sledeći način.

Ukoliko se uvaži činjenica da su mehanički gubici motora zanemarni, tada je momenat konverzije jednak momentu radne mašine. Snaga obrtnog polja iznosi:

$$m_c = m_m = \frac{p}{2\pi f} \cdot P_{ob} \Rightarrow P_{ob} = m_m \cdot \frac{2\pi f}{p} = 5 \cdot \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 50}{2} = 785 \text{ W} . \quad (92.14)$$

Kako je mehanički momenat konstantan to je prema (92.14) i snaga obrtnog polja konstantna. Gubici u bakru rotora su srazmerni klizanju i snazi obrtnog polja:

$$P_{Cur} = s \cdot P_{ob}. \quad (92.15)$$

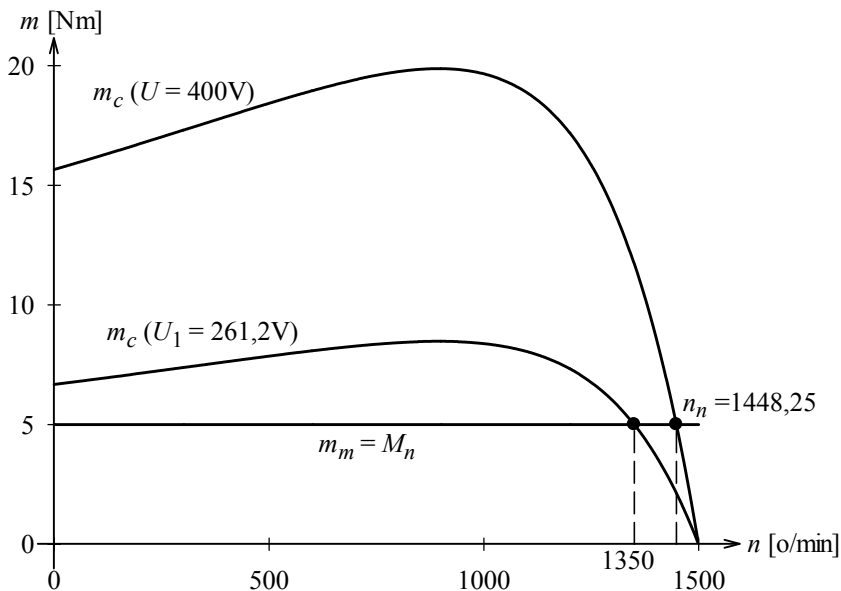
Gubici u bakru rotora pri nominalnom kao i pri sniženom naponu napajanja i nominalnom opterećenju iznose:

$$P_{Cur n} = s_n \cdot P_{ob} = 0,0345 \cdot 785 = 27,1 \text{ W}, \quad (92.16)$$

$$P_{Cur 1} = s_1 \cdot P_{ob} = 0,1 \cdot 785 = 78,5 \text{ W}. \quad (92.17)$$

Smanjenje brzine obrtanja asinhrona mašine snižavanjem napona napajanja, uz konstantan momenat opterećenja, dovodi do povećanja klizanja što za posledicu ima povećanje gubitaka u bakru rotora. Momenat motora je srazmeran kvadratu napona pa prevalni momenat opada.

d) Na slici 92.1. su prikazane mehaničke karakteristike asinhronog motora pri nominalnom naponu i pri sniženom naponu napajanja motora a u cilju postizanja željene brzine obrtanja, kao i mehanička karakteristika radne mašine. Na mehaničkoj karakteristici su naznačene i radne tačke.



Slika 92.1. Mehaničke karakteristike asinhronog motora za različite napone napajanja.

93. Zadatak: Trofazni asinhroni kavezni motor sa šest polova za 50 Hz, $U_n = 380$ V, namotaj statora vezan je u trougao, ima nominalno klizanje 1,8 %. Parametri ekvivalentne šeme motora su: $R_s = 0,15 \Omega$, $R'_r = 0,102 \Omega$, $X_k = X_{js} + X_{rk} = 1,292 \Omega$. Reaktansa magnećenja se zanemaruje, kao i mehanički gubici i gubici u gvožđu.

- Za koliko procenata treba smanjiti napon napajanja da bi motor razvijao nominalni momenat pri klizanju od 5 %?
- Koliko maksimalno može iznositi momenat radne mašine koju motor može da pokrene, u uslovima napajanja nominalnim naponom, kao i pri napajanju naponom određenim u delu zadatka pod a)?
- Nacrtati momentne karakteristike i obeležiti proračunate radne tačke.

a) Kako je poznato nominalno klizanje i parametri ekvivalentne šeme motora, to se nominalan momenat motora može lako odrediti:

$$M_n = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{R'_r/s_n}{(R_s + R'_r/s_n)^2 + X_k^2}, \quad (93.1)$$

$$M_n = \frac{3 \cdot 3}{100\pi} \cdot 380^2 \cdot \frac{0,102/0,018}{(0,15 + 0,102/0,018)^2 + 1,292^2} = 660,3 \text{ Nm}.$$

Da bi se pri zadatom klizanju od $s_1 = 5\%$ postigao nominalni momenat, potrebni napon napajanja se može odrediti iz jednačine (93.1) uz odgovarajuće klizanje:

$$m_c = M_n = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{1f}^2 \cdot \frac{R'_r/s_1}{(R_s + R'_r/s_1)^2 + X_k^2}, \quad (93.2)$$

$$U_{1f} = \sqrt{\frac{2\pi f}{3p} \cdot M_n \cdot \frac{(R_s + R'_r/s_1)^2 + X_k^2}{R'_r/s_1}}, \quad (93.3)$$

$$U_{1f} = \sqrt{\frac{100\pi}{3 \cdot 3} \cdot 660,3 \cdot \frac{(0,15 + 0,102/0,05)^2 + 1,292^2}{0,102/0,05}} = 270,27 \text{ V}.$$

Kako je namotaj motora spojen u trougao, to potreban linijski (međufazni) napon napajanja motora iznosi:

$$U_1 = U_{1f} = 0,711 U_n. \quad (93.4)$$

b) Asinhroni motor može uspešno pokrenuti samo radnu mašinu čiji je momenat manji od polaznog momenta asinhronog motora pri tom naponu napajanja. Polazni momenat motor pri nominalnom naponu napajanja je:

$$M_{pol n} = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{nf}^2 \cdot \frac{R'_r}{(R_s + R'_r)^2 + X_k^2}, \quad (93.5)$$

$$M_{pol n} = \frac{3 \cdot 3}{100\pi} \cdot 380^2 \cdot \frac{0,102}{(0,15 + 0,102)^2 + 1,292^2} = 243,5 \text{ Nm}.$$

Da bi došlo do pokretanja motora, pri nominalnom naponu napajanja, momenat radne mašine mora biti manji od 243,5 Nm pri pokretanju.

Poznato je da je momenat koji asinhroni motor razvija srazmeran sa kvadratom napona napajanja:

$$m_c \propto U^2. \quad (93.6)$$

Na osnovu (93.6) se može uspostaviti odnos polaznih momenata pri sniženom i pri nominalnom naponu napajanja:

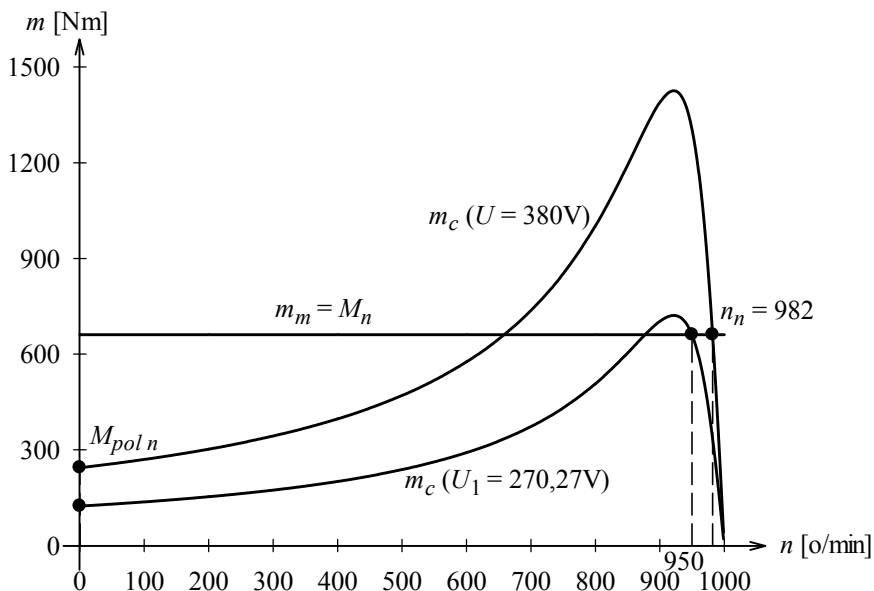
$$\frac{M_{pol1}}{M_{poln}} = \left(\frac{U_1}{U_n} \right)^2. \quad (93.7)$$

Prema (93.7) polazni momenat motora pri naponu $U_I = 0,711 U_n$ iznosi:

$$M_{pol1} = M_{poln} \cdot \left(\frac{U_1}{U_n} \right)^2 = 243,5 \cdot 0,711^2 = 123,1 \text{ Nm}. \quad (93.8)$$

Da bi došlo do pokretanja motora, pri sniženom naponu napajanja, momenat radne mašine mora biti manji od 123,1 Nm pri pokretanju.

c) Na slici 93.1. su prikazane mehaničke karakteristike asinhronog motora pri nominalnom naponu i pri sniženom naponu napajanja motora u cilju postizanja nominalnog momenta pri zadatom klizanju, kao i mehanička karakteristika radne mašine. Na mehaničkoj karakteristici su naznačene i radne tačke.



Slika 93.1. Mehaničke karakteristike asinhronog motora za različite napone napajanja.

94. Zadatak: Šestopolni trofazni asinhroni kavezni motor za 50 Hz čiji je namotaj statora vezan u zvezdu pokreće radnu mašinu čiji je otporni momenat konstantan i ne zavisi od brzine obrtanja. Za asinhroni motor se zna podatak da mu je rotorska otpornost svedena na stator $0,08 \Omega$ te da mu je prevalni momenat 2,5 puta veći od polaznog, a polazni iznosi 80 % nominalnog. Otpornost namotaja statora, mehanički gubici i grana magnećenja se zanemaruju.

- Odrediti brzinu obrtanja u prevalnoj i u nominalnoj radnoj tački.
- Kada se motor optereti radnom mašinom, on razvija momenat od 228 Nm, a brzina obrtanja rotora je 959 o/min. Izračunati vrednost faznog i linijskog napona na koji je priključen ovaj motor.
- Odrediti koliki su prevalni, polazni i nominalni momenat datog elektromotora. Da li ovaj motor može uspešno da obavi pokretanje date radne mašine pri vrednosti napona napajanja određenom u prethodnom delu zadatka?

a) Kada su poznati parametri ekvivalentne šeme asinhronog motora, prevalni i polazni momenat su:

$$M_{pr} = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{1f}^2 \cdot \frac{R'_r/s_{pr}}{(R'_r/s_{pr})^2 + X_k^2}, \quad (94.1)$$

$$M_{pol} = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{1f}^2 \cdot \frac{R'_r}{R_r'^2 + X_k^2}, \quad (94.2)$$

i ako se uvaži da je prevalno klizanje:

$$s_{pr} = \frac{R'_r}{X_k}, \quad (94.3)$$

moгуće je naći odnos M_{pr}/M_{pol} :

$$\frac{M_{pr}}{M_{pol}} = \frac{s_{pr} \cdot R'_r}{R_r'^2 + s_{pr}^2 \cdot X_k^2} \cdot \frac{R_r'^2 + X_k^2}{R'_r} = s_{pr} \cdot \frac{R_r'^2 + X_k^2}{2R_r'^2}, \quad (94.4)$$

odnosno doći do jednačine:

$$s_{pr}^2 - 2 \frac{M_{pr}}{M_{pol}} s_{pr} + 1 = 0, \quad (94.5)$$

čijim se rešavanjem dolazi do vrednosti prevalnog klizanja. Fizički prihvatljivo rešenje za prevalno klizanje iz (94.5) je $s_{pr} = 20,87\%$. Ovom prevalnom klizanju odgovara brzina:

$$n_{pr} = (1 - s_{pr}) \cdot n_s = (1 - s_{pr}) \cdot \frac{60f}{p} = (1 - 0,2087) \cdot \frac{60 \cdot 50}{3} = 791,3 \text{ o/min}. \quad (94.6)$$

Kada su poznati parametri ekvivalentne šeme nominalni momenat motora je:

$$M_n = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{1f}^2 \cdot \frac{R'_r/s_n}{(R'_r/s_n)^2 + X_k^2}. \quad (94.7)$$

Polazeći od (94.2) i (94.7) moguće je naći odnos M_{pol}/M_n :

$$\frac{M_{pol}}{M_n} = \frac{R'_r}{R'^2_r + X_k^2} \cdot \frac{R'^2_r + s_n^2 \cdot X_k^2}{s_n \cdot R'_r} = \frac{s_{pr}^2 + s_n^2}{s_n \cdot (1 + s_{pr}^2)}, \quad (94.8)$$

odnosno doći do jednačine:

$$s_n^2 - \frac{M_{pol}}{M_n} (1 + s_{pr}^2) \cdot s_n + s_{pr}^2 = 0, \quad (94.9)$$

čijim se rešavanjem dolazi do vrednosti nominalnog klizanja. Fizički prihvatljivo rešenje za nominalno klizanje iz (94.9) je $s_n = 5,59\%$. Ovom nominalnom klizanju odgovara nominalna brzina datog šestopolnog motora:

$$n_n = (1 - s_n) \cdot n_s = (1 - 0,0559) \cdot 1000 = 944,1 \text{ o/min}. \quad (94.10)$$

b) Iz (94.3) se može odrediti vrednost reaktanse kratkog spoja:

$$X_k = \frac{R'_r}{s_{pr}} = \frac{0,08}{0,2087} = 0,3833 \Omega. \quad (94.11)$$

Za brzinu obrtanja $n = 959$ o/min klizanja je:

$$s_1 = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1000 - 959}{1000} = 0,041 \text{ r.j.}, \quad (94.12)$$

te za poznati mehanički momenat opterećenja od $m_m = 228$ Nm iz jednačine za momenat motora:

$$m_m = M_{RM} = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_{1f}^2 \cdot \frac{R'_r/s_1}{(R'_r/s_1)^2 + X_k^2}, \quad (94.13)$$

može se odrediti potrebna vrednost napona napajanja:

$$U_{1f} = \sqrt{\frac{2\pi f}{3p} \cdot m_m \cdot \frac{(R'_r/s_1)^2 + X_k^2}{R'_r/s_1}}, \quad (94.14)$$

$$U_{1f} = \sqrt{\frac{100\pi}{3 \cdot 3} \cdot 228 \cdot \frac{(0,08/0,041)^2 + 0,3833^2}{0,08/0,041}} = 127,7 \text{ V}.$$

Kako je namotaj motora spojen u zvezdu, to potreban linijski (međufazni) napon napajanja motora: $U_I = \sqrt{3} U_{1f} = 221,2$ V.

c) Prevalni, polazni i nominalni momenti motora su:

$$M_{pr} = \frac{3}{2} \frac{p}{2\pi f} \cdot \frac{U_{1f}^2}{X_k} = \frac{3}{2} \frac{3}{100\pi} \frac{127,7^2}{0,3833} = 609,4 \text{ Nm}, \quad (94.15)$$

$$M_{pol} = \frac{M_{pr}}{2,5} = 243,7 \text{ Nm}, \quad M_n = \frac{M_n}{0,8} = 304,6 \text{ Nm}. \quad (94.16)$$

Kako je momenat radne mašine konstantan, nezavisan od brzine i pri tome je $M_{pol} > M_{RM}$ to motor može uspešno da obavi pokretanje ove radne mašine.

95. Zadatak: Trofazni kavezni asinhroni motor nominalne snage 7,5 kW, sprege namotaja u zvezdu, nominalnog napona 690 V, nominalne brzine $n_n = 1440$ o/min ima $R_s = 2,044 \Omega$, $X_k = X_{js} + X'_{rk} = 5,363 \Omega$. Gubici u gvožđu i mehanički gubici se mogu zanemariti. Odrediti:

- Polaznu struju motora ako je nominalna struja 6,93 A.
- Brzinu obrtanja rotora ako je motor opterećen sa polovinom nominalnog momenta. Može se smatrati da je mehanička karakteristika motora u okolini nominalne radne tačke linearna.

- Nominalnoj brzini obrtanja $n_n = 1440$ o/min odgovara nominalno klizanje:

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{1500 - 1440}{1500} = 0,04 \text{ r.j.} \quad (95.1)$$

Kada su poznati parametri ekvivalentne šeme asinhronog motora, i kada se zanemari grana magnećenja, struja motora se može odrediti pomoću dobro znane jednačine:

$$I_f = \frac{U_{nf}}{Z_e} = \frac{U_{nf}}{\sqrt{(R_s + R'_r/s)^2 + X_k^2}}. \quad (95.2)$$

Da bi se pomoću jednačine (95.2) odredila polazna struja motora, mora se prethodno odrediti R'_r . Kako su poznati nominalna struja i klizanje motora to je:

$$R'_r = s_n \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{U_{nf}}{I_{nf}} \right)^2 - X_k^2} - R_s \right] = 0,04 \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{690/\sqrt{3}}{6,93} \right)^2 - 5,363^2} - 2,044 \right] = 2,208 \Omega. \quad (95.3)$$

Sada se iz jednačine (95.2) može odrediti polazna struja kada se uvaži da je u trenutku polaska klizanje $s = 1$ r.j. i da je namotaj statora vezan u zvezdu, tj. da je $U_{nf} = U_n/\sqrt{3}$:

$$I_{pol f} = \frac{690/\sqrt{3}}{\sqrt{(2,044 + 2,208)^2 + 5,363^2}} = 58,2 \text{ A}.$$

Struja sračunata pomoću jednačine (95.2) je fazna struja, tj. struja kroz fazni namotaj motora. Kako je namotaj statora spregnut u zvezdu to je linijska vrednost struje polaska jednaka faznoj i pri nominalnom naponu napajanja iznosi $I_{pol n} = I_{pol f} = 58,6 \text{ A} = 8,4 \cdot I_n$.

- Nominalni momenat motora je:

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{P_n}{\frac{2\pi \cdot n_n}{60}} = \frac{7500}{\frac{2\pi \cdot 1440}{60}} = 49,7 \text{ Nm}. \quad (95.4)$$

Mehanička karakteristika asinhronog motora u oblasti malih klizanja može da se aproksimira pravom koja prolazi kroz sinhronu brzinu. Ovo je opravdano za klizanja do nominalnog, a uslovno se može uzeti i za klizanja do blizu prevalnog.

Ako se mehanička karakteristika motora aproksimira pravom koja prolazi kroz tačku praznog hoda i nominalnu radnu tačku motora tada se može napisati da je:

$$\frac{s}{s_n} = \frac{m_c}{M_n}, \quad (95.5)$$

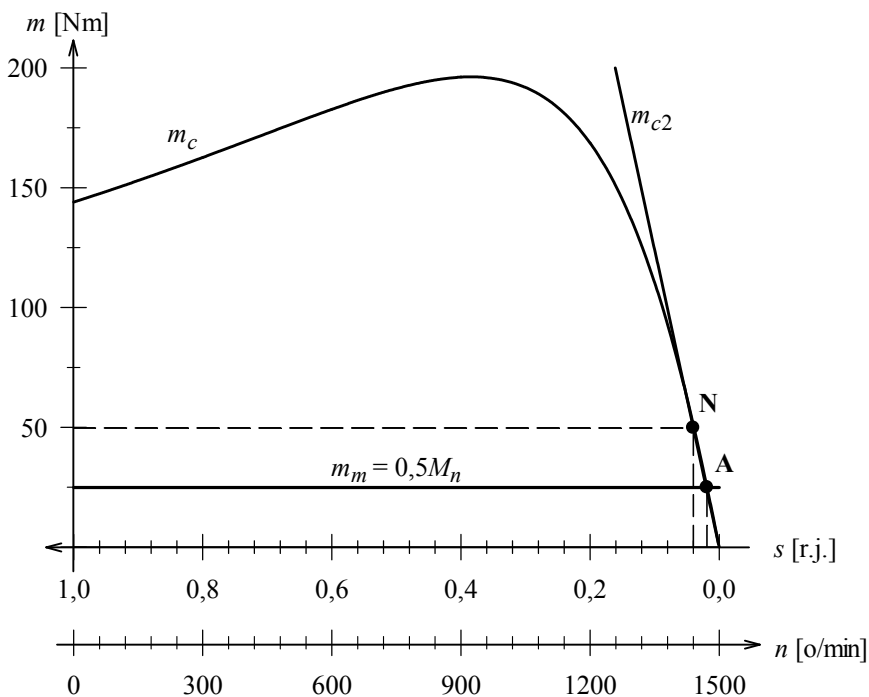
i odrediti klizanje motora pri momentu opterećenja od $m_m = 0,5M_n = m_c$:

$$s = s_n \cdot \frac{m_m}{M_n} = 0,04 \cdot 0,5 = 0,02 \text{ r.j.}$$

Ovom klizanju odgovara brzina obrtanja rotora četvoropolnog motora u iznosu:

$$n = (1 - s) \cdot n_s = (1 - 0,02) \cdot 1500 = 1470 \text{ o/min.} \quad (95.6)$$

Na slici 95.1. prikazana je mehanička karakteristika motora, m_c , njena aproksimacija u oblasti radnih klizanja (95.5), m_{c2} , i karakteristika radne mašine. Radna tačka N je nominalna radna tačka, a tačka A odgovara opterećenju momentom $m_m = 0,5M_n$.



Slika 95.1. Mehaničke karakteristike radne mašine, asinhronog motora i njena aproksimacija u oblasti radnih klizanja.

Naravno, do klizanja se moglo doći i na matematički malo zahtevniji način. Iz jednačine za momenat konverzije motora pri datom momentu opterećenja $m_m = 0,5M_n = m_c$:

$$m_c = m_m = \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_n^2 f \cdot \frac{R'_r/s}{(R_s + R'_r/s)^2 + X_k^2}, \quad (95.7)$$

može se doći do klizanja rešavanjem kvadratne jednačine:

$$s^2 \cdot (R_s^2 + X_k^2) + s \cdot \left(2R_s R_r' - \frac{3p}{2\pi f} \cdot U_n^2 \cdot \frac{R_r'}{m_m} \right) + R_r'^2 = 0, \quad (95.8)$$

$$32,9397s^2 - 260,28277s + 2,208^2 = 0. \quad (95.9)$$

Fizički prihvatljivo rešenje za klizanje iz (95.9) je $s = 0,0188$.

Ovom klizanju odgovara brzina četvropolnog motora:

$$n = (1 - s) \cdot n_s = (1 - 0,0188) \cdot 1500 = 1471,8 \text{ o/min}. \quad (95.10)$$

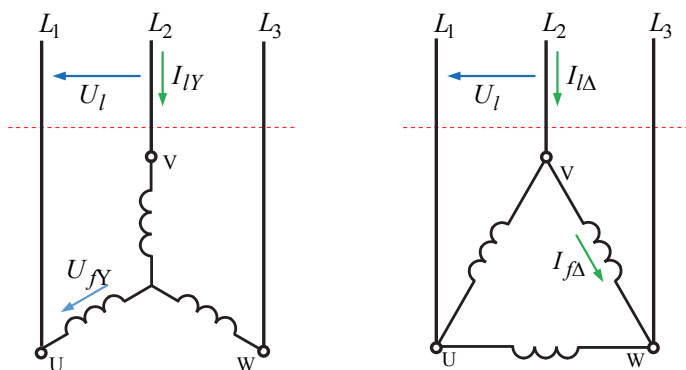
96. Zadatak: Trofazni asinhroni motor ima sledeće nominalne podatke: 55 kW, 380 V, 50 Hz, 980 ob/min, 102 A. Statorski namotaj je vezan u trougao. Struja kratkog spoja (polazna struja) je šest puta veća od nominalne, a momenat kratkog spoja (polazni momenat) je 1,8 puta veći od nominalnog momenta. Ukoliko motor vežemo u zvezdu i priključimo na istu mrežu sa koje se motor napaja, odrediti:

- Koliki polazni momenat motor razvija?
- Koliku struju motor povlači iz mreže pri pokretanju?
- Nacrtati karakteristike $M = f(n)$, $I = f(n)$ za oba načina sprežanja namotaja asinhronog motora.

Napomena: dobijene vrednosti uporediti sa rezultatima kada je motor normalno vezan u trougao.

a) Motor predviđen za vezu namotaja u trougao može se prevezati u zvezdu na istoj mreži, uz pogoršanje karakteristika. Obrnuto, prevezivanje namotaja predviđenog za vezu zvezda u trougao nikako nije dozvoljeno ako se motor priključuje na istu mrežu. Razlog je zasićenje magnetnog kola i prevelika struja magnećenja.

Kada se namotaj motora koji je predviđen za vezu trougao veže u zvezdu i priključi na istu napojnu trofaznu mrežu linijskog napona U_l , napon na faznom namotaju motora je $U_{fY} = U_l / \sqrt{3}$. Napon na faznom namotaju je sada $\sqrt{3}$ puta manji od napona za koji su namotaji motora dimenzionisani. Ovo je ilustrovano na slici 96.1.



Slika 96.1. Sprega namotaja asinhronog motora u zvezdu odnosno trougao.

Poznato je da je momenat koji asinhroni motor razvija srazmeran sa kvadratom napona na fazi motora, $m_c \propto U_f^2$. Zbog toga, polazni momenat motora, kada su namotaji motora vezani u zvezdu postaje manji i iznosi:

$$M_{polY} = \left(\frac{U_{fY}}{U_{f\Delta}} \right)^2 \cdot M_{pol\Delta} = \left(\frac{U_{fY}}{U_l} \right)^2 \cdot M_{pol\Delta} = \frac{1}{3} \cdot M_{pol\Delta}, \quad (96.1)$$

$$M_{polY} = \frac{1}{3} \cdot M_{pol\Delta}.$$

Za motor sa podacima iz postavke zadatka, polazni momenat u sprezi zvezda je:

$$M_{pol} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1,8 M_n = 0,6 M_n.$$

b) Struja motora pri pokretanju – struja polaska:

$$I_{pol} = \frac{U_f}{Z_k}, \quad (96.2)$$

je određena faznim naponom, U_f i impedansom motora u kratkom spoju, Z_k . Fazna struja polaska motora u sprezi trougao i zvezda je:

$$I_{f\Delta pol} = \frac{U_f}{Z_k} = \frac{U_l}{Z_k}, \quad (96.3)$$

$$I_{fY pol} = \frac{U_f}{Z_k} = \frac{U_l/\sqrt{3}}{Z_k}. \quad (96.4)$$

Iz (96.3) i (96.4) je očigledno da je:

$$I_{f\Delta pol} = \sqrt{3} I_{fY pol}. \quad (96.5)$$

Međutim, potrebno je uporediti linijske struje u jednoj i u drugoj sprezi namotaja. Veza između linijske i fazne struje kod sprege zvezda je:

$$I_{lY pol} = I_{fY pol}, \quad (96.6)$$

dok je kod sprege trougao:

$$I_{l\Delta pol} = \sqrt{3} I_{f\Delta pol}. \quad (96.7)$$

Smenom (96.5) i (96.6) u (96.7) dobija se:

$$I_{l\Delta pol} = \sqrt{3} \sqrt{3} I_{fY pol} = \sqrt{3} \sqrt{3} I_{lY pol} = 3 I_{lY pol}, \quad (96.8)$$

odnosno:

$$I_{lY pol} = \frac{1}{3} \cdot I_{l\Delta pol}. \quad (96.9)$$

Za motor sa podacima iz postavke zadatka, polazna struja u sprezi zvezda je:

$$I_{lY pol} = \frac{1}{3} \cdot 6 I_n = 2 I_n.$$

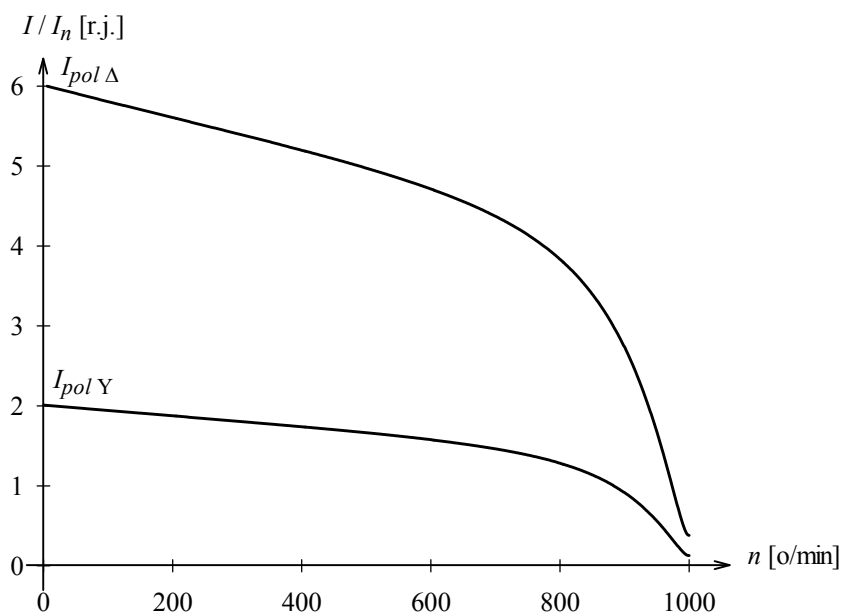
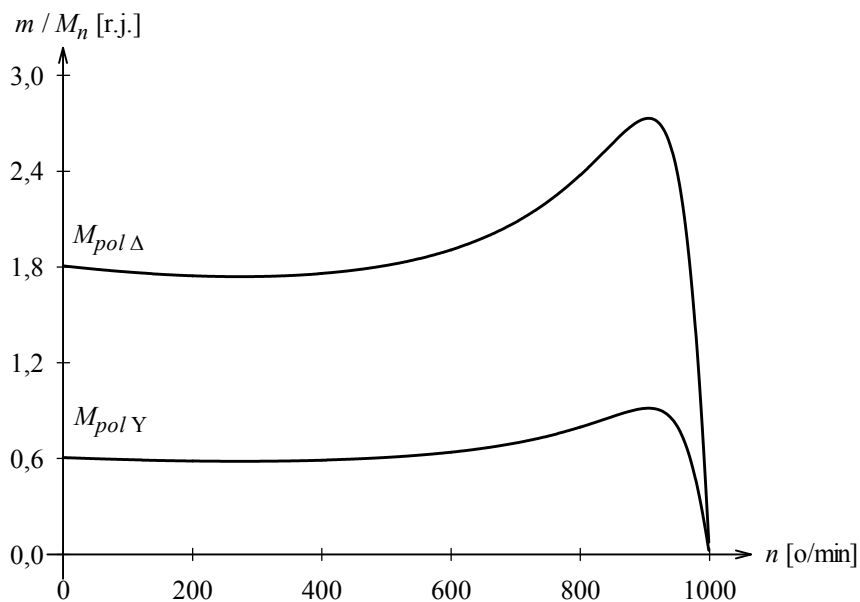
Potrebno je primetiti da se ovakvim načinom povezivanja trofaznog namotaja polazna struja smanjuje tri puta u odnosu na onu koja se ima kada se polazak motora obavi sa namotima vezanim u trougao. Ovo je značajno za ostale potrošače koji su povezani na istu mrežu.

Međutim treba konstatovati da se i polazni momenat smanjio tri puta, što može biti problem ako se zahteva veliki polazni momenat. Shodno prethodnim zadacima, da bi se motor pokrenuo njegov polazni momenat mora biti veći od momenta radne mašine.

Ovakvo ponašanje asinhronog motora se često koristi u praksi za pokretanje kaveznih asinhronih motora tako što se sklopnom opremom namot poveže u zvezdu i priključi na mrežu. Nakon obavljenog zaleta, namot se sklopnom opremom (u toku obrtanja) prevezuje u trougao i nastavlja normalan rad. Ovakav način pokretanja se naziva "start zvezda – trougao".

Ovo je moguće samo u slučaju da je motor proizveden tako da su mu namotaji predviđeni za spregu trougao za dati napon mreže, da su svih šest krajeva namotaja statora izvedeni u priključnu kutiju i da je motor tokom zaleta neopterećen (ili "slabo opterećen"). Ovakva izvedba je normalna izvedba niskonaponskih asinhronih kaveznih motora malih i srednjih snaga.

c) Na slici 96.2. su prikazane karakteristike $M = f(n)$, $I = f(n)$ asinhronog motora u spoju namotaja zvezda i trougao.



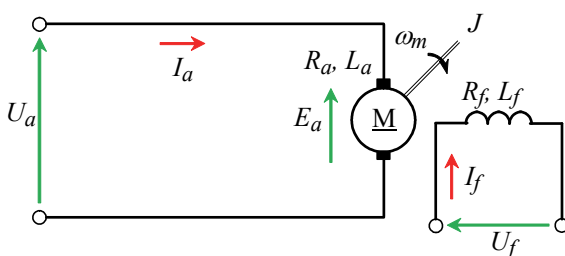
Slika 96.2. Karakteristike motora $M = f(n)$, $I = f(n)$ u spoju namotaja zvezda i trougao.

4. MAŠINE JEDNOSMERNE STRUJE

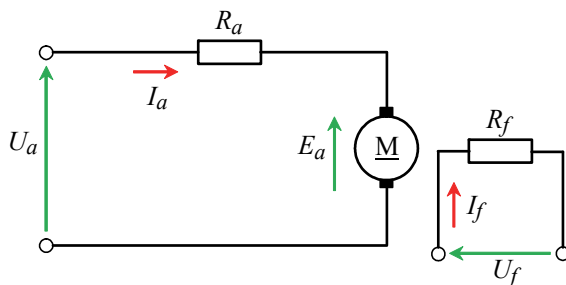
97. Zadatak: Motor za jednosmernu struju sa nezavisnom pobudom ima nominalne podatke $U_{an} = 400$ V, $I_{an} = 120$ A, $n_n = 1300$ o/min, $I_{fn} = 2$ A, $R_a = 0,16$ Ω . Gubici u gvožđu, gubici na trenje i ventilaciju, kao i pad napona na četkicama, se zanemaruju.

- Odrediti momenat u nominalnom režimu i brzinu obrtanja u praznom hodu.
- Kolika će biti brzina obrtanja ako se motor optereti radnom mašinom konstantnog momenta $M_m = 150$ Nm? Šta treba učiniti da bi se tada rotor obrtao sa $n_2 = 1000$ o/min?
- Šta treba učiniti da bi se postigla brzina obrtanja $n_3 = 2000$ o/min?

Prikaz šeme motora jednosmerne struje dat je na slici 97.1, a ekvivalentna šema ovog motora u stacionarnom stanju prikazana je na slici 97.1a.



Slika 97.1. Prikaz šeme motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom,



Slika 97.1a. Ekvivalentna šema motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom u stacionarnom stanju.

- Iz jednačine naponske ravnoteže armature:

$$U_{an} = R_a I_{an} + \omega \psi_{fn} = R_a I_{an} + E, \quad (97.1)$$

može se odrediti nominalni fluksni obuhvat, a potom i nominalni momenat motora:

$$\psi_{fn} = \frac{U_{an} - R_a I_{an}}{\omega_n} = \frac{400 - 0,16 \cdot 120}{2\pi \cdot 1300/60} = 2,7972 \text{ Wb}, \quad (97.2)$$

$$M_n = \psi_{fn} \cdot I_{an} = 2,7972 \cdot 120 = 335,7 \text{ Nm}. \quad (97.3)$$

Za brzine manje od nominalne vrednosti, $n = n_n$ fluks se drži na nominalnoj vrednosti, ψ_{fn} .

Sve oznake sa indeksom "a" se odnose na namotaj rotora, koji se uobičajeno naziva armaturom ili induktom. Indeks "f" potiče od engleske reči *field* što znači polje (ovde u smislu magnetne pobude). Tako da se pobudni namotaj uobičajeno označava indeksom "f".

Brzina praznog hoda je brzina koju motor ima kada je neopterećen mehaničkim momentom, odakle se izvodi zaključak da je u praznom hodu, ako se zanemare mehanički gubici struja armature jednaka nuli. Iz jednačine (97.1) lako se može doći do brzine praznog hoda:

$$\omega_0 = \frac{U_{an}}{\psi_{fn}} = \frac{400}{2,7972} = 143 \text{ rad/s} \Rightarrow n_0 = \frac{60\omega_0}{2\pi} = 1365,55 \text{ o/min.}$$

Gore uvedena konstatacija da je struja praznog hoda motora jednaka nuli posledica je primenjenog matematičkog modela mašine jednosmerne struje koji zanemaruje gubitke u gvožđu i gubitke na trenje i ventilaciju. Opravdano zanemarenje ovih gubitaka daje jednostavan matematički model. Ovi gubici nisu uvaženi ni u ekvivalentnoj šemi.

U stvarnosti, zbog navedenih gubitaka, struja praznog hoda motora postoji i iznosi upravo onoliko koliko treba da pokrije te gubitke. Ova struja iznosi nekoliko procenata nominalne struje.

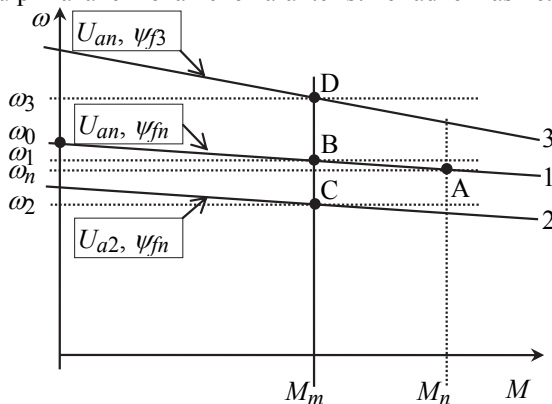
b) U stacionarnom (ustaljenom) režimu momenat konverzije koji motor razvija mora biti jednak mehaničkom momentu. Za dato mehaničko opterećenje tražena brzina obrtanja se može odrediti iz mehaničke karakteristike motora. Ako se iz jednačine naponske ravnoteže armature (97.1) izrazi struja i smeni u jednačinu za momenat motora (97.3), dobija se dobro znana mehanička karakteristika motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom:

$$\omega_1 = \frac{U_{an}}{\psi_{fn}} - \frac{R_a}{\psi_{fn}^2} M_m = \frac{400}{2,7972} - \frac{0,16}{2,7972^2} \cdot 150 = 139,93 \text{ rad/s} \Rightarrow n_1 = \frac{60\omega_1}{2\pi} = 1336,3 \text{ o/min.}$$

Dalje, kako je nova zadata brzina obrtanja $n_2 = 1000 \text{ o/min}$ manja od nominalne vrednosti, to je potrebno smanjiti napon napajanja armature na iznos:

$$U_{a2} = R_a I_{a2} + \omega_2 \psi_{fn} = R_a \frac{M_m}{\psi_{fn}} + \frac{2\pi \cdot n_2}{60} \psi_{fn} = 0,16 \cdot \frac{150}{2,7972} + \frac{2\pi \cdot 1000}{60} \cdot 2,7972 = 301,5 \text{ V.}$$

Na slici 97.1. su prikazane mehaničke karakteristike radne mašine.



Slika 97.2. Mehaničke karakteristike radne mašine i motora.

Karakteristika 1 odgovara nominalnom naponu i fluksu. Radna tačka A je nominalna radna tačka, a tačka B odgovara opterećenju momentom M_m . Karakteristika 2 odgovara sniženom naponu U_{a2} i nominalnom fluksu.

c) Zadana brzina obrtanja $n_3 = 2000$ o/min ($\omega_3 = 209,4395$ rad/s) je veća od nominalne vrednosti, što se postiže uz nominalan napon armature i smanjen pobudni fluks. Sada mašina radi u režimu slabljenja polja. Struja motora određena je momentom opterećenja i smanjenim fluksom. Sada jednačina naponske ravnoteže armature glasi:

$$U_{an} = R_a I_{a3} + \omega_3 \psi_f = R_a \frac{M_m}{\psi_f} + \omega_3 \psi_f, \quad (97.4)$$

i u njoj je jedina nepoznata veličina fluks. Iz (97.4) se dobija kvadratna jednačina po pobudnom fluksu:

$$\omega_3 \psi_f^2 - U_{an} \psi_f + R_a M_m = 0, \quad (97.5)$$

čijim se rešavanjem dobija potrebni smanjeni fluks u motoru:

$$\psi_{f3,4} = \frac{U_{an} \pm \sqrt{U_{an}^2 - 4 R_a M_m \omega_3}}{2 \omega_3} = \frac{400 \pm \sqrt{400^2 - 4 \cdot 0,16 \cdot 150 \cdot 209,4395}}{2 \cdot 209,4395}. \quad (97.6)$$

Prvom rešenju $\psi_{f3} = 1,848$ Wb odgovara struja armature koja je prihvatljiva jer je manja od nominalne vrednosti:

$$I_{a3} = \frac{M_m}{\psi_{f3}} = \frac{150}{1,848} = 81,2 \text{ A}. \quad (97.7)$$

Drugo rešenje je jako mali fluks $\psi_{f4} = 0,062$ Wb, kome odgovara neprihvatljivo velika struja armature u odnosu na nominalnu vrednost:

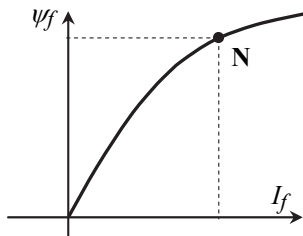
$$I_{a4} = \frac{M_m}{\psi_{f4}} = \frac{150}{0,062} = 2419,4 \text{ A}. \quad (97.8)$$

Mehanička karakteristika motora za nominalni napon armature i smanjeni fluks ψ_{f3} prikazana je na slici 97.2 kao karakteristika 3, radna tačka je D.

Veza između pobudne struje i pobudnog fluksa ψ_f je nelinearna i određena je krivom magnećenja magnetnog kola datog motora. Ta veza je data krivom magnećenja, prikazanom na slici 97.3. Naravno, fluks ψ_f i pobudna struja su vezani dobro znanom relacijom:

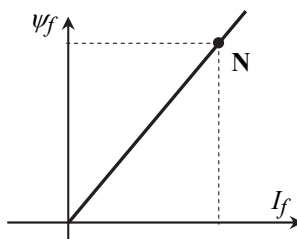
$$\psi_f = L_f(i_f) \cdot i_f,$$

gde je L_f induktivnost namotaja pobude. Ovo međusobna induktivnost zavisi od toga gde se nalazi radna tačka na krivoj magnećenja. Na linearnom delu karakteristike magnećenja međusobna induktivnost je nezavisna od pobudne struje dok se na nelinearnom delu karakteristike menja sa promenom struje pobude.



Slika 97.3. Kriva magnećenja magnetnog kola datog motora.

Ako se zanemari zasićenje magnetnog kola, pobudni fluks se može predstaviti kao linearna funkcija pobudne struje, tj. pretpostavlja se da se radna tačka na krivoj magnećenja nalazi na linearnom delu krive magnećenja, slika 97.4.



Slika 97.4. Aproksimirana kriva magnećenja magnetnog kola.

Za magnetno kolo sa slike 97.4. važi da je $L_f = \text{const}$, odnosno da je $\psi_f = L_f \cdot i_f$. Ova aproksimacija krive magnećenja linearnom karakteristikom je opravdana, zbog toga što se nominalna radna tačka N inače nalazi na kolenu karakteristike date na slici 97.3. Tokom rada motora ne dozvoljava se povećanje fluksa iznad nominalne vrednosti, već samo njegovo smanjenje u cilju povećanja brzine obrtanja iznad nominalne vrednosti.

Kako je poznata nominalna vrednost struje pobude, i ako se pretpostavi da je magnetno kolo linearno tj. da je fluks linearno zavisao od struje pobude,

$$\frac{\psi_{f3}}{\psi_{fn}} = \frac{I_{f3}}{I_{fn}}, \quad (97.9)$$

tada se može odrediti vrednost pobudne struje koja odgovara fizički prihvatljivom fluksu $\psi_{f3} = 1,848 \text{ Wb}$:

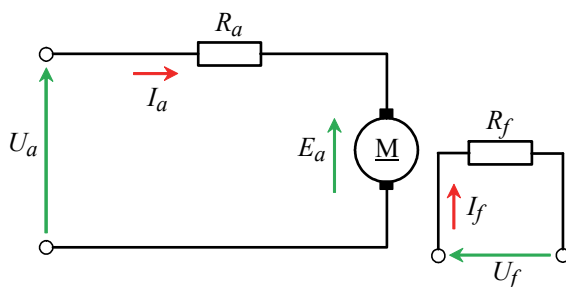
$$I_{f3} = \frac{\psi_{f3}}{\psi_{fn}} I_{fn} = \frac{1,848}{2,7972} \cdot 2 = 1,32 \text{ A}, \quad (97.10)$$

Da bi se postigla zadata brzina od $n_3 = 2000 \text{ o/min}$, potrebno je smanjiti struju pobude na 1,32 A, pri nominalnom naponu napajanja.

98. Zadatak: Motor za jednosmernu struju sa nezavisnom pobudom ima nominalne podatke: 230 V, 100 A, 1200 o/min, pobudnu struju 1 A, omsku otpornost namotaja rotora 0,2 Ω . Gubici u gvožđu i mehanički gubici se zanemaruju.

- Odrediti momenat u nominalnom režimu.
- Motor se optereti radnom mašinom koja ima linearnu momentnu karakteristiku $M_{RM} = k \cdot n$, $k = 0,12 \text{ Nm/(o/min)}$. Šta treba uraditi da bi se pogon obrtao sa 1000 o/min? Kolika će tada biti struja?

Ekvivalentna šema motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom u stacionarnom stanju prikazana je na slici 98.1.



Slika 98.1. Ekvivalentna šema motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom u stacionarnom stanju.

- Iz jednačine naponske ravnoteže armature:

$$U_{an} = R_a I_{an} + \omega \psi_{fn}, \quad (98.1)$$

može se odrediti nominalni fluksni obuhvat, a potom i nominalni momenat motora:

$$\psi_{fn} = \frac{U_{an} - R_a I_{an}}{\omega_n} = \frac{230 - 0,2 \cdot 100}{2\pi \cdot 1200/60} = 1,6711 \text{ Wb}, \quad (98.2)$$

$$M_n = \psi_{fn} \cdot I_{an} = 1,6711 \cdot 100 = 167,11 \text{ Nm}. \quad (98.3)$$

- Brzina obrtanja motora manja od nominalne vrednosti se može postići sniženim naponom napajanja, ili uključenjem dodatnog otpornika u kolo rotora. Za brzine obrtanja manje od nominalne vrednosti fluks u motoru je nominalan.

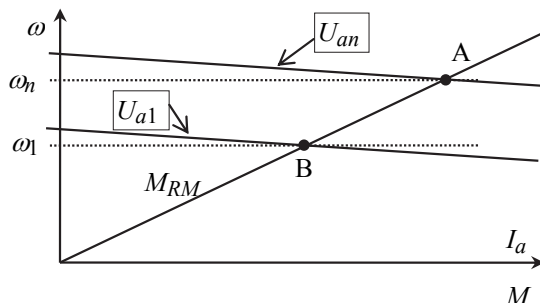
Pri zadatoj brzini obrtanja od $n_1 = 1000 \text{ o/min}$ momenat radne mašine i struja iznose:

$$M_{RM} = k \cdot n_1 = 0,12 \cdot 1000 = 120 \text{ Nm}, \quad (98.4)$$

$$I_{a1} = \frac{M_{RM}}{\psi_{fn}} = \frac{120}{1,6711} = 71,81 \text{ A}. \quad (98.5)$$

Prvo će se posmatrati promena brzine sniženjem napona.

Na slici 98.2. su prikazane mehaničke karakteristike radne mašine i motora pri nominalnom naponu i pri sniženom naponu.

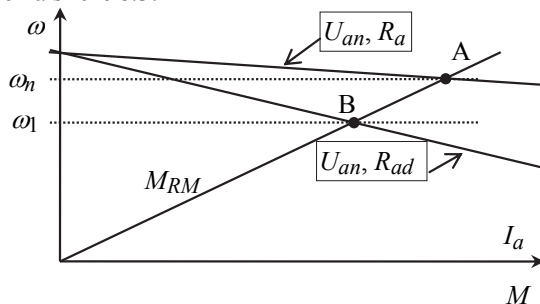


Slika 98.2. Mehaničke karakteristike radne mašine i motora pri sniženom naponu.

Potreban napon, da bi se postigla zadata brzina, dobija se pomoću jednačine naponske ravnoteže (98.1):

$$U_{a1} = R_a I_{a1} + \omega_l \psi_{fn} = 0,2 \cdot 71,81 + \frac{2\pi \cdot 1000}{60} \cdot 1,6711 = 189,36 \text{ V}. \quad (98.6)$$

Druga, ali neekonomična, mogućnost postizanja zadate brzine je da se u kolo rotora uključi dodatni otpornik. Mehaničke karakteristike radne mašine i motora sa dodatnim otpornikom su prikazane na slici 98.3.



Slika 98.3. Mehaničke karakteristike radne mašine i motora sa dodatnim otpornikom.

Iz jednačine naponske ravnoteže kola rotora sa uključenim dodatnim otpornikom:

$$U_{an} = (R_a + R_d) I_{a1} + \omega_l \psi_{fn}, \quad (98.7)$$

može se odrediti potreban dodatni otpornik kako bi se postigla zadata brzina:

$$R_d = \frac{U_{an} - \omega_l \psi_{fn}}{I_{a1}} - R_a = \frac{230 - \frac{2\pi \cdot 1000}{60} \cdot 1,6711}{71,81} - 0,2 = 0,566 \, \Omega \quad (98.8)$$

U ovom slučaju, nastali su gubici na dodatnom otporniku $P_d = R_d I_a^2$.

99. Zadatak: Motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom ima sledeće nominalne podatke: $P_n = 4,2 \text{ kW}$, $U_{an} = 110 \text{ V}$, $n_n = 750 \text{ o/min}$, $\eta_n = 0,78$, $R_a = 0,15 \Omega$, $R_f = 64 \Omega$, $U_f = 110 \text{ V}$.

- Odrediti momenat koji motor razvija na vratilu pri nominalnom opterećenju.
- Koliki je polazni momenat kada se u kolo rotora doda otpornik od $R_d = 1,2 \Omega$?

- Nominalna struja motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom iznosi:

$$I_{an} = \frac{P_{eln}}{U_{an}} = \frac{P_n}{\eta_n \cdot U_{an}} = \frac{4200}{0,78 \cdot 110} = 48,95 \text{ A}.$$

Iz jednačine naponske ravnoteže armature:

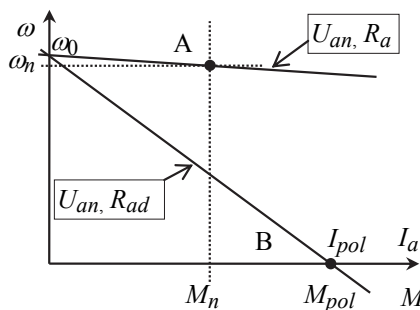
$$U_{an} = R_a I_{an} + \omega \psi_{fn}, \quad (99.1)$$

može se odrediti nominalni fluksni obuhvat, a potom i nominalni momenat motora:

$$\psi_{fn} = \frac{U_{an} - R_a I_{an}}{\omega_n} = \frac{110 - 0,15 \cdot 48,95}{2\pi \cdot 750/60} = 1,3077 \text{ Wb}, \quad (99.2)$$

$$M_n = \psi_{fn} \cdot I_{an} = 1,3077 \cdot 48,95 = 64,015 \text{ Nm}. \quad (99.3)$$

- Mehaničke karakteristike motora bez i sa dodatnim otpornikom u cilju ograničenja struje polaska, prikazane su na slici 99.1.



Slika 99.1. Mehaničke karakteristike motora.

Uključenjem dodatnog otpornika karakteristika motora postaje meka, smanjuje se struja polaska motora – struja armature u trenutku pokretanja, $\omega = 0$. Iz jednačine naponske ravnoteže kola armature sa uključenim dodatnim otpornikom, je očigledno da je struja polaska:

$$I_{pol} = \frac{U_{an} - \omega \psi_{fn}}{R_a + R_d} = \frac{U_{an}}{R_a + R_d} = \frac{110}{0,15 + 1,2} = 81,48 \text{ A}, \quad (99.4)$$

pa je polazni momenat:

$$M_{pol} = \psi_{fn} \cdot I_{pol} = 1,3077 \cdot 81,48 = 106,55 \text{ Nm}. \quad (99.5)$$

100. Zadatak: Za motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom poznati su sledeći podaci $U_{an} = 260$ V; $I_{an} = 50$ A; $n_n = 1328$ o/min; $R_a = 0,5$ Ω . Motor je opterećen sa 90 % nominalnog momenta.

- Na koji način se može postići brzinu od 50 % nominalne vrednosti, a da to bude energetski efikasno?
- Izračunati brzinu obrtanja motora ukoliko karakteristična veličina mašine određena u prethodnom delu zadatka i momenat opterećenja dat u postavci zadatka promene znak.
- Nacrtati mehaničke karakteristike radne mašine i motora i obeležiti radne tačke.

- Iz jednačine naponske ravnoteže armature:

$$U_{an} = R_a I_{an} + \omega \psi_{fn}, \quad (100.1)$$

može se odrediti fluksni obuhvat, a potom i nominalni momenat motora:

$$\psi_{fn} = \frac{U_{an} - R_a I_{an}}{\omega_n} = \frac{260 - 0,5 \cdot 50}{2\pi \cdot 1328 / 60} = 1,69 \text{ Wb}, \quad (100.2)$$

$$M_n = \psi_{fn} \cdot I_{an} = 1,69 \cdot 50 = 84,5 \text{ Nm}. \quad (100.3)$$

Struja motora koja odgovara momentu opterećenja od 90 % nominalne vrednosti iznosi:

$$I_a = \frac{0,9 M_n}{\psi_{fn}} = \frac{0,9 \cdot 84,5}{1,69} = 45 \text{ A}. \quad (100.4)$$

Kako je željena brzina manja od nominalne vrednosti potrebno je napon armature podesiti na:

$$U_a = R_a I_a + 0,5 \cdot \psi_{fn} \omega_n = 0,5 \cdot 45 + 0,5 \cdot 1,69 \cdot \frac{2\pi \cdot 1328}{60} = 140 \text{ V}. \quad (100.5)$$

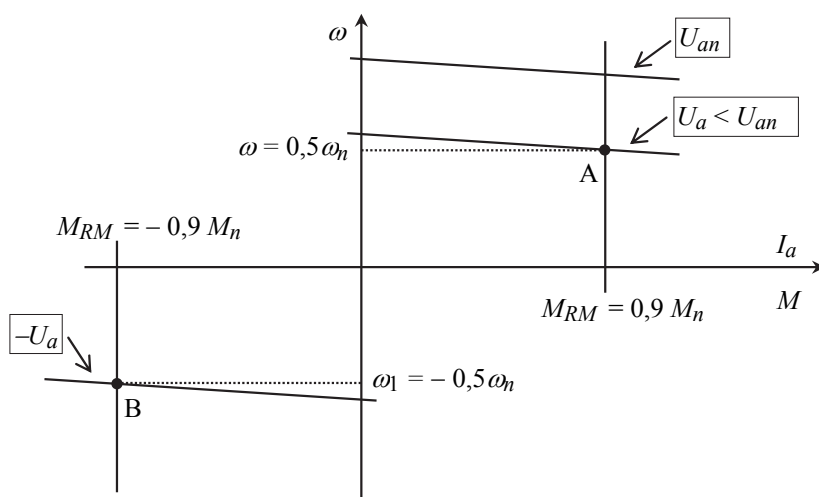
- Kada je momenat radne mašine promenio znak, $M_{RM} = -0,9 \cdot M_n$, tada je i struja promenila znak a njena vrednost je ostala ista $I_{a1} = -45$ A.

Iz jednačine naponske ravnoteže armature određuje se tražena brzina obrtanja motora:

$$\omega_1 = \frac{-U_a - R_a I_{a1}}{\psi_{fn}} = \frac{-140 - 0,5 \cdot (-45)}{1,69} = -69,5 \text{ rad/s}, \quad (100.6)$$

$$n_1 = \frac{60 \omega_1}{2\pi} = -664 \text{ o/min}. \quad (100.7)$$

- Mehaničke karakteristike radne mašine i motora sa obeleženim radnim tačkama prikazane su na slici 100.1.



Slika 100.1. Mehaničke karakteristike radne mašine i motora.

101. Zadatak: Motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom ima nominalne podatke: 440 V, 260 A, 2500 o/min. Otpornost indukta motora je $0,1 \Omega$, a ukupan pad napona na četkicama 2 V. Napon pobude je 440 V, a struja pobude 2 A. Pobuda motora se održava stalnom i nominalnom. Gubici u gvožđu i snaga mehaničkih gubitaka ovog motora se mogu zanemariti.

- Odrediti elektromotornu silu i momenat koji razvija elektromotor ako radi u nominalnom režimu rada.
- Odrediti struju motora i brzinu obrtanja, ukoliko se momenat opterećenja smanji na 60 % od nominalnog momenta opterećenja.
- Na koju vrednost napona treba podesiti napajanje motora tako da je brzina obrtanja motora pri novom opterećenju jednaka nominalnoj brzini?
- Odrediti brzinu praznog hoda za nominalni napon napajanja motora i za napon određen u delu zadatka pod c).

- a) Iz jednačine naponske ravnoteže armature sa uvaženim padom napona na četkicama:

$$U_{an} = R_a I_{an} + E_n + \Delta U_{\check{c}} = R_a I_{an} + \omega \psi_{fn} + \Delta U_{\check{c}}, \quad (101.1)$$

može se odrediti elektromotorna sila, fluksni obuhvat, a potom i nominalni momenat motora:

$$E_n = U_{an} - R_a I_{an} = 440 - 0,1 \cdot 260 - 2 = 412 \text{ V}, \quad (101.2)$$

$$\psi_{fn} = \frac{E_n}{\omega_n} = \frac{412}{2\pi \cdot 2500/60} = 1,5737 \text{ Wb}, \quad (101.3)$$

$$M_n = \psi_{fn} \cdot I_{an} = 1,5737 \cdot 260 = 409,16 \text{ Nm}. \quad (101.4)$$

- b) Struja motora koja odgovara momentu opterećenja od 60 % nominalne vrednosti iznosi:

$$I_{a1} = \frac{0,6 M_n}{\psi_{fn}} = \frac{0,6 \cdot 409,16}{1,5737} = 156 \text{ A}. \quad (101.5)$$

Brzina obrtanja koja odgovara ovom momentu opterećenja iznosi:

$$\omega_1 = \frac{U_{an} - R_a I_{a1} - \Delta U_{\check{c}}}{\psi_{fn}} = \frac{440 - 0,1 \cdot 156 - 2}{1,5737} = 268,4 \text{ rad/s} \Rightarrow n_1 = \frac{60 \omega_1}{2\pi} = 2563 \text{ o/min}.$$

Gore dobijeni rezultati uvažavaju pad napona na četkicama koji je za normalan opsege radnih struja motora približno konstantan i iznosi 1 V za ugljeno grafitne četkice. Kako mašina ima dva električna pola (plus i minus) odnosno dve četkice, to je ukupan pad napona na četkicama 2 V. Sa aspekta tačnosti rezultata ovaj pad napona bi trebalo uvek uvažavati. Međutim, zanemarenjem pada napona na četkicama dobijene matematičke relacije između odgovarajućih veličina su jednostavnije i lakše za razumevanje. Dobijeni rezultati sa uvaženim padom napona na četkicama se neznatno razlikuju od rezultata sa zanemarenim padom napona. Ovo je tim više izraženo što je napon napajanja motora veći. Za male vrednosti napona ovo zanemarenje nije opravdano.

Ako se zanemari pad napona na četkicama brzina obrtanja je:

$$\omega_1 = \frac{U_{an} - R_a I_{a1}}{\psi_{fn}} = \frac{440 - 0,1 \cdot 156}{1,5737} = 269,7 \text{ rad/s} \Rightarrow n_1 = \frac{60\omega_1}{2\pi} = 2575 \text{ o/min.}$$

Razlika u brzini obrtanja sa zanemarenim padom napona na četkicama ΔU_{ξ} iznosi 12 o/min, odnosno 0,46 %. Dobijena razlika u brzini je mala te je sasvim opravdano zanemariti pad napona na četkicama, ΔU_{ξ} .

c) Da bi i pri momentu opterećenja od 60 % nominalne vrednosti, brzina obrtanja bila nominalna potrebno je smanjiti napon napajanja na vrednost:

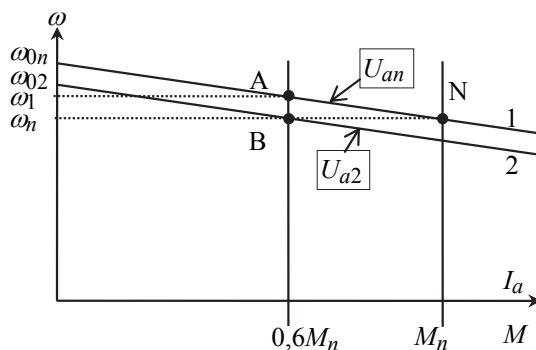
$$U_{a2} = R_a I_{a1} + \psi_{fn} \omega_n + \Delta U_{\xi} = 0,1 \cdot 156 + 412 + 2 = 429,6 \text{ V}.$$

d) Brzina praznog hoda pri nominalnom i smanjenom naponu napajanja iznosi:

$$\omega_{0n} = \frac{U_{an}}{\psi_{fn}} = \frac{440}{1,5737} = 279,6 \text{ rad/s} \Rightarrow n_{0n} = \frac{60\omega_{0n}}{2\pi} = 2670 \text{ o/min.}$$

$$\omega_{02} = \frac{U_{a2}}{\psi_{fn}} = \frac{429,6}{1,5737} = 273 \text{ rad/s} \Rightarrow n_{02} = \frac{60\omega_{02}}{2\pi} = 2607 \text{ o/min.}$$

Na slici 101.1. su prikazane mehaničke karakteristike radne mašine i motora za analizirane napone napajanja. Karakteristika 1 odgovara nominalnom naponu napajanja. Sa N je označena nominalna radna tačka, a tačka A odgovara opterećenju momentom od $M_m = 0,6M_n$. Karakteristika 2 odgovara sniženom naponu U_{a2} , a radna tačka B odgovara opterećenju $M_m = 0,6M_n$ i nominalnoj brzini obrtanja.



Slika 101.1. Mehaničke karakteristike motora.

102. Zadatak: Motor za jednosmernu struju sa nezavisnom pobudom ima nominalne podatke: $U_{an} = 400$ V $I_{an} = 120$ A, $\omega_n = 135$ rad/s, $I_{fn} = 2$ A, $R_a = 0,16$ Ω . Ukupni momenat inercije rotora i radne mašine je $J_m = 10$ kgm². Gubici u gvožđu, na trenje i ventilaciju, kao i pad napona na četkicama se mogu zanemariti.

- Momenat radne mašine je nezavisan od brzine obrtanja i jednak je nominalnom momentu motora. Odrediti momenat opterećenja.
- Tokom rada u nominalnom režimu, napon armature u trenutku $t_0 = 0$ s trenutno opadne na $0,9 \cdot U_{an}$. Kolika je nova brzina obrtanja motora?
- Odrediti izraz i skicirati vremensku zavisnost promene brzine obrtanja rotora od nominalne brzine do brzine pri sniženom naponu.

- a) Nominalna vrednost fluksa i momenta motora su:

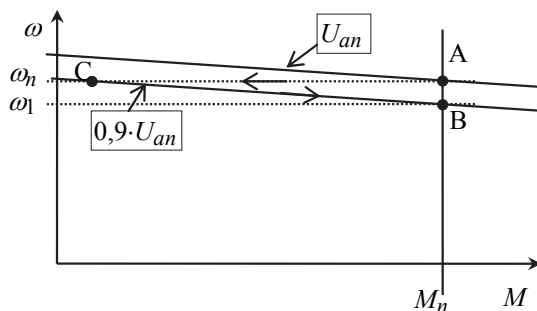
$$\psi_{fn} = \frac{U_{an} - R_a I_{an}}{\omega_n} = \frac{400 - 0,16 \cdot 120}{135} = 2,82 \text{ Wb}, \quad (102.1)$$

$$M_m = M_n = \psi_{fn} \cdot I_{an} = 2,82 \cdot 120 = 338,4 \text{ Nm}. \quad (102.2)$$

- b) Brzina obrtanja motora u novom stacionarnom stanju pri sniženom naponu i nominalnom opterećenju, može se odrediti pomoću mehaničke karakteristike motora:

$$\omega_1 = \frac{0,9 U_{an}}{\psi_{fn}} - \frac{R_a}{\psi_{fn}^2} M_m = \frac{0,9 \cdot 400}{2,82} - \frac{0,16}{2,82^2} \cdot 338,4 = 120,85 \text{ rad/s}. \quad (102.3)$$

- c) Motor je radio u nominalnom režimu, a onda je u jednom trenutku, koji je uslovno proglašen za početni $t_0 = 0$ s, napon trenutno smanjen na $0,9 \cdot U_{an}$. Kako rotor motora ima momenat inercije, to se brzina obrtanja motora ne može trenutno promeniti sa nominalne vrednosti na novu stacionarnu vrednost $\omega_1 = 120,85$ rad/s. Na slici 102.1. su naznačene mehaničke karakteristike motora i radne mašine kao i kretanje radne tačke. Radna tačka iz **A** trenutno prelazi u tačku **C** usled smanjenja napona pri konstantnoj brzini obrtanja, $\omega = \text{const}$. Od **C** do **B** se radna tačka kreće po mehaničkoj karakteristici koja je određena smanjenim naponom.



Slika 102.1. Mehaničke karakteristike motora.

Vremenska zavisnost promene brzine $\omega(t)$ od tačke A do tačke B na slici 102.1. se dobija rešavanjem Njutnove jednačine kretanja:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_c(\omega) - M_m, \quad \omega(0) = \omega_n, \quad (102.4)$$

u kojoj $M_c(\omega)$ predstavlja statičku karakteristiku motora za napon $U_a = 0,9 \cdot U_{an}$.

$$M_c(\omega) = \psi_{fn} \cdot I_a = \psi_{fn} \frac{0,9U_{an} - \omega\psi_{fn}}{R_a}. \quad (102.5)$$

Kada se (102.5) smeni u (102.4) dobija se diferencijalna jednačina prvog reda:

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{\psi_{fn}^2}{J_m R_a} \omega = \frac{0,9U_{an}\psi_{fn}}{J_m R_a} - \frac{M_m}{J_m}, \quad (102.6)$$

čije rešenje ima partikularni ω_p i homogeni deo ω_h . Kako je slobodni član u (102.6) konstanta (ne zavisi od vremena), to je partikularni deo rešenja istog oblika tj. konstanta:

$$\frac{\psi_{fn}^2}{J_m R_a} \omega_p = \frac{0,9U_{an}\psi_{fn}}{J_m R_a} - \frac{M_m}{J_m} \Rightarrow \quad \omega_p = \frac{0,9U_{an}}{\psi_{fn}} - \frac{R_a}{\psi_{fn}^2} M_m = \omega_1 = 120,85 \text{ rad/s}. \quad (102.7)$$

Partikularno rešenje ω_p predstavlja brzinu novog stacionarnog stanja.

S obzirom na homogeni deo rešenja, brzina motora $\omega(t)$ je:

$$\omega(t) = \omega_p + \omega_h = \omega_1 + A \cdot e^{-\frac{t}{T}}, \quad (102.8)$$

gde je mehanička vremenska konstanta:

$$T = \frac{J_m R_a}{\psi_{fn}^2} = \frac{10 \cdot 0,16}{2,82^2} = 0,2012 \approx 0,2 \text{ s}. \quad (102.9)$$

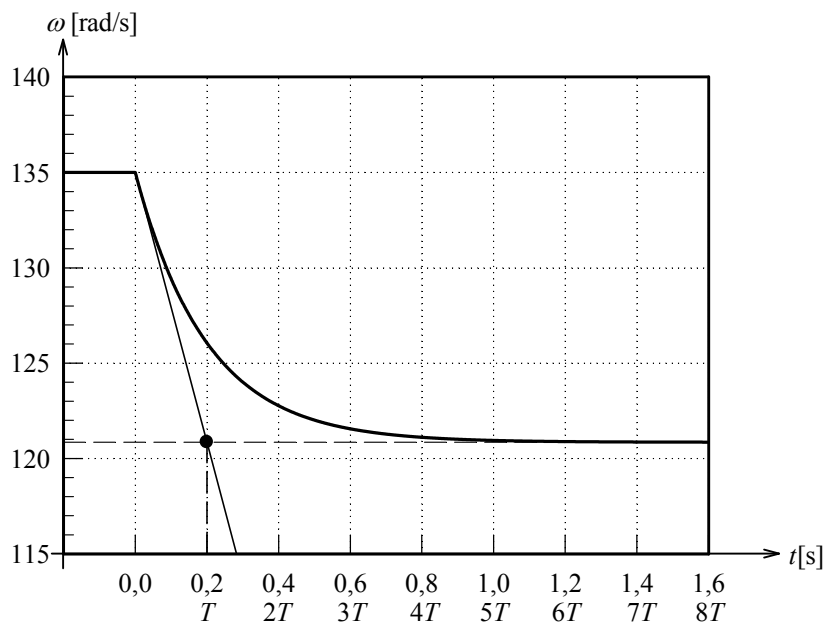
Iz početnog uslova $\omega(0) = \omega_n$ jer je početna brzina jednaka nominalnoj, lako se određuje nepoznata konstanta A u (102.8):

$$\omega(0) = \omega_n = \omega_1 + A \quad \Rightarrow \quad A = \omega_n - \omega_1 = 14,15,$$

pa je promena brzina motora u vremenu:

$$\omega(t) = \omega_1 + (\omega_n - \omega_1) e^{-t/T}. \quad (102.10)$$

Na slici 102.2. je prikazana promena brzine motora $\omega(t)$ tokom usporavanja motora od ω_n do ω_1 .

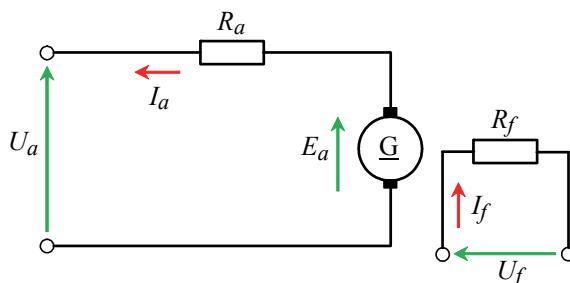


Slika 102.2. Promena brzine motora tokom usporenja.

103. Zadatak: Dat je generator jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom, o kome znamo sledeće podatke: otpornost namotaja indukta $0,1 \, \Omega$, otpor namotaja pobude $100 \, \Omega$. Pri brzini obrtanja od $425 \, \text{o/min}$ generator daje snagu od $100 \, \text{kW}$ u mrežu napona $440 \, \text{V}$, a ukupan pad napona na četkicama je $2 \, \text{V}$. U toku rada prekine se pogonski remen (kaiš) i generator nastavi da radi kao motor uzimajući iz mreže snagu od $10 \, \text{kW}$. Odrediti:

- Vrednost struje, indukovane elektromotorne sile i fluksa u generatorskom režimu rada.
- Struju i brzinu kojom će se mašina obrtati u motorskom režimu rada.

Ekvivalentna šema generatora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom prikazana je na slici 103.1.



Slika 103.1. Ekvivalentna šema generatora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom

- Iz jednačine naponske ravnoteže za kolo indukta (armature) generatora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom mogu se odrediti indukovana elektromotorna sila i fluks:

$$I_{ag} = \frac{P_{el}}{U_{an}} = \frac{100000}{440} = 227,27 \, \text{A},$$

$$E_g = U_{an} + R_a I_{ag} + \Delta U_{\check{c}} = U_{an} + R_a \frac{P_{el}}{U_{an}} + \Delta U_{\check{c}} = 440 + 0,1 \cdot \frac{100000}{440} + 2 = 464,7 \, \text{V},$$

$$\psi_f = \frac{E_g}{\omega_g} = \frac{E_g}{2\pi n_g / 60} = \frac{464,7}{2\pi \cdot 425 / 60} = 10,442 \, \text{Wb}.$$

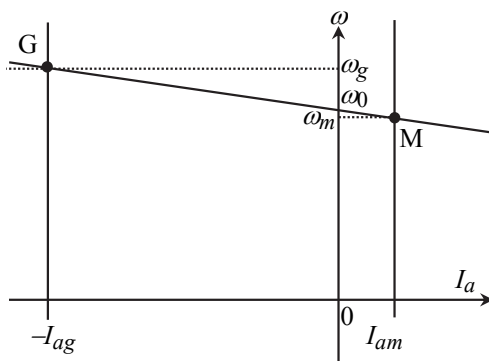
- Kada je došlo do pucanja remena, kojim je pogonska mašina pogonila generator, ova mašina je nastavila da funkcioniše kao motor u praznom hodu uzimajući snagu od $P_{mot} = 10 \, \text{kW}$ za pokrivanje gubitaka u gvožđu i mehaničkih gubitaka. Kako se pobudna struja nije promenila to je fluks ostao nepromenjen. Na ekvivalentnoj šemi na slici 103.1. prelaskom u motorski režim rada promenio se smer struje. Iz jednačine naponske ravnoteže za kolo indukta motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom može se odrediti brzina obrtanja:

$$\omega_m = \frac{U_{an} - R_a \frac{P_{mot}}{U_{an}} - \Delta U_{\check{c}}}{\psi_f} = \frac{440 - 0,1 \cdot \frac{10000}{440} - 2}{10,442} = 41,73 \, \text{rad/s} \Rightarrow n_m = \frac{60 \omega_m}{2\pi} = 398,48 \, \text{o/min}.$$

Nakon pucanja remena motor iz mreže povlači struju:

$$I_{am} = \frac{P_{mot}}{U_{an}} = \frac{10000}{440} = 22,73 \text{ A} .$$

Na slici 103.1 prikazana je mehanička karakteristika sa naznačenim radnim tačkama u generatorskom i motorskom režimu rada.



Slika 103.1. Mehaničke karakteristike motora.

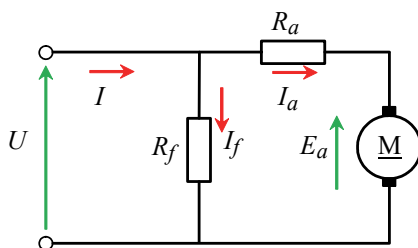
Sa slike 103.1. se može primetiti da je u generatorskom režimu rada brzina generatora veća od brzine praznog hoda $\omega_g > \omega_0$.

104. Zadatak: Motor za jednosmernu struju sa paralelnom pobudom, otpornost indukta 1Ω , otpornost pobude 300Ω , priključuje se na mrežu napona 300 V . Pad napona na četkicama, gubici u gvožđu i snaga mehaničkih gubitaka ovog motora mogu se zanemariti. Magnetno kolo motora je nezasićeno.

- Kada se optereti radnom mašinom čiji momenat ne zavisi od brzine obrtanja, on razvija momenat konverzije od 200 Nm i brzinu od 500 o/min .
- Zbog pogrešne manipulacije dodatnom opremom motora najednom dolazi do povišenja rotorske otpornosti na 3Ω . Momenat opterećenja je ostao isti (200 Nm).
- Nakon toga, zbog isključenja ostalih potrošača koje ova mreža napaja, dolazi do povećanja napona napajanja za 10% .

Za navedena radna stanja odredite koliku struju i snagu motor vuče iz mreže iz koje se napaja. Skicirati mehaničke karakteristike $n = f(M_c)$ i naznačiti karakteristične radne tačke za razmatrane radne režime.

Ekvivalentna šema motora jednosmerne struje sa paralelnom pobudom prikazana je na slici 104.1.



Slika 104.1. Ekvivalentna šema motora jednosmerne struje sa paralelnom pobudom.

- Struja pobude i brzina obrtanja iznose:

$$I_f = \frac{U_n}{R_f} = \frac{300}{300} = 1 \text{ A}, \quad \omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} = \frac{2\pi \cdot 500}{60} = 52,36 \text{ rad/s}.$$

Jednačina naponske ravnoteže za kolo armature i jednačina za momenat konverzije glase:

$$U_n = R_a I_a + \omega \psi_{fn}, \quad (104.1)$$

$$M_c = \psi_{fn} \cdot I_a. \quad (104.2)$$

Nepoznate veličine u (104.1) i (104.2) su struja armature i fluks. Kada se iz (104.2) izrazi struja armature i smeni u (104.1) dobija se:

$$U_n = R_a \frac{M_c}{\psi_{fn}} + \omega \psi_{fn}, \quad (104.3)$$

odnosno, kvadratna jednačina po pobudnom fluksu:

$$\omega\psi_{fn}^2 - U_n\psi_{fn} + R_a M_c = 0, \quad (104.4)$$

čija su rešenja:

$$\psi_{f1,2} = \frac{U_n \pm \sqrt{U_n^2 - 4R_a M_c \omega}}{2\omega} = \frac{300 \pm \sqrt{300^2 - 4 \cdot 1 \cdot 200 \cdot 52,36}}{2 \cdot 52,36}. \quad (104.5)$$

Prvom rešenju $\psi_{fn} = 4,959$ Wb odgovara struja armature:

$$I_a = \frac{M_c}{\psi_{fn}} = \frac{200}{4,959} = 40,33 \text{ A}. \quad (104.6)$$

Drugo rešenje je jako mali fluks $\psi_{f2} = 0,77$ Wb, kome odgovara neprihvatljivo velika struja armature:

$$I_{a4} = \frac{M_c}{\psi_{f2}} = \frac{200}{0,77} = 259,7 \text{ A}, \quad (104.7)$$

pa se odbacuje.

Struja i električna snaga motora su:

$$I = I_a + I_f = 40,33 + 1 = 41,33 \text{ A}, \quad (104.8)$$

$$P_{el} = U_n \cdot I = 300 \cdot 41,33 = 12,4 \text{ kW}, \quad (104.9)$$

b) Kako je momenat opterećenja ostao isti, a pobudni fluks je diktiran strujom pobude koja je ovom manipulacijom takođe nepromenjena, zaključuje se da je struja armature ostala nepromenjena i da iznosi kao u delu pod a). Iz jednačine naponske ravnoteže za armaturu sa uključenim dodatnim otpornikom, zaključuje se da se brzina obrtanja promenila i da iznosi:

$$U_n = (R_a + R_d)I_a + \omega_1\psi_{fn}, \quad (104.10)$$

$$\omega_1 = \frac{U_n - (R_a + R_d)I_a}{\psi_{fn}} = \frac{300 - 3 \cdot 40,33}{4,96} = 36,09 \text{ rad/s} \Rightarrow n_1 = \frac{60\omega_1}{2\pi} = 344,63 \text{ o/min}. \quad (104.11)$$

Kako su struje armature i pobude ostale nepromenjene uz nominalni napon na motoru, zaključuje se da je ulazna snaga motora ostala ista kao u delu zadatka pod a). Brzina obrtanja se smanjila, pa se pri konstantnom momentu opterećenja smanjila mehanička snaga. Smanjenje mehaničke snage upravo je jednako gubicima na dodatnom otporniku.

c) Kada je porastao napon na motoru na 330 V, došlo je do povećanja struje pobude, odnosno fluksa u motoru na:

$$I_{f2} = \frac{U_2}{R_f} = \frac{330}{300} = 1,1 \text{ A}, \quad \psi_{f2} = \frac{I_{f2}}{I_f} \psi_{fn} = \frac{1,1}{1} \cdot 4,96 = 5,456 \text{ A}.$$

Ako je opterećenje konstantno, tada usled povećanja fluksa dolazi do smanjenja struje armature:

$$I_{a2} = \frac{M_c}{\psi_{f2}} = \frac{200}{5,456} = 36,66 \text{ A}.$$

Rešavanjem jednačine (104.11) može se odrediti nova brzina obrtanja:

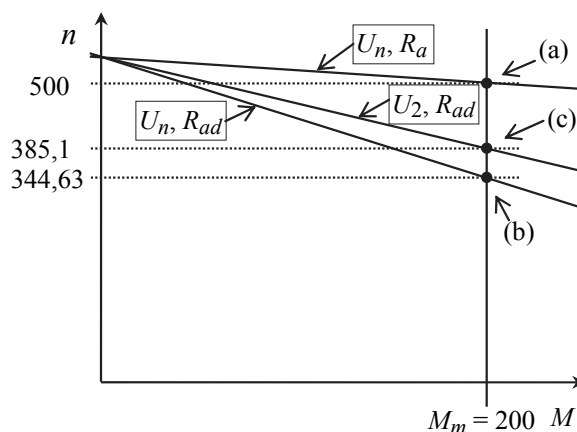
$$\omega_2 = \frac{U_2 - (R_a + R_d)I_{a2}}{\psi_{f2}} = \frac{330 - 3 \cdot 36,66}{5,456} = 40,33 \text{ rad/s} \Rightarrow n_2 = \frac{60\omega_2}{2\pi} = 385,1 \text{ o/min.} \quad (104.12)$$

Struja i električna snaga motora su:

$$I_2 = I_{a2} + I_{f2} = 36,66 + 1,1 = 37,76 \text{ A}, \quad (104.13)$$

$$P_{el2} = U_2 \cdot I_2 = 330 \cdot 37,76 = 12,46 \text{ kW}. \quad (104.14)$$

Mehaničke karakteristike motora $n = f(M_c)$ za razmatrane režime prikazane su na slici 104.1.



Slika 104.1. Mehaničke karakteristike motora i radne mašine.

105. Zadatak: Motor jednosmerne struje sa paralelnom pobudom ima nominalne podatke: $U_n = 440 \text{ V}$, $I_n = 120 \text{ A}$, $n_n = 970 \text{ o/min}$, $R_a = 0,2 \Omega$, $R_f = 200 \Omega$. Pad napona na četkicama, mehanički gubici i gubici u gvožđu mogu se zanemariti.

- Odrediti nominalni momenat motora.
- Motor se optereti tako da iz mreže uzima struju $I_1 = 40 \text{ A}$. Koliki su momenat opterećenja i brzina obrtanja?
- Pri momentu opterećenja kao pod b) napon opadne na vrednost $U_2 = 400 \text{ V}$. Šta se dešava sa motorom?
- Pri nominalnom naponu napajanja i istom opterećenju u kolo pobude se uključi dodatni otpornik $R_d = 75 \Omega$. Šta će se desiti?

Nacrtati odgovarajuće mehaničke karakteristike i radne tačke u $M - n$ ravni.

- Nominalna struja armature motora sa paralelnom pobudom i brzina iznose:

$$I_{an} = I_n - I_f = I_n - \frac{U_n}{R_f} = 120 - \frac{440}{200} = 117,8 \text{ A},$$

$$\omega_n = \frac{2\pi \cdot n_n}{60} = \frac{2\pi \cdot 970}{60} = 101,58 \text{ rad/s}.$$

Iz jednačine naponske ravnoteže armature može se odrediti nominalni fluks motora, a potom i nominalni momenat motora:

$$\psi_{fn} = \frac{U_n - R_a I_{an}}{\omega_n} = \frac{440 - 0,2 \cdot 117,8}{101,58} = 4,1 \text{ Wb}, \quad (105.1)$$

$$M_n = \psi_{fn} \cdot I_{an} = 4,1 \cdot 117,8 = 483 \text{ Nm}. \quad (105.2)$$

- Za zadatu struju motora sa paralelnom pobudom lako se može odrediti struja armature, a potom i momenat opterećenja:

$$I_{a1} = I_1 - \frac{U_n}{R_p} = 40 - \frac{440}{200} = 37,8 \text{ A}, \quad (105.3)$$

$$M_1 = \psi_{fn} \cdot I_{a1} = 4,1 \cdot 37,8 = 155 \text{ Nm}. \quad (105.4)$$

Brzina obrtanja se može odrediti iz jednačine naponske ravnoteže armature:

$$\omega_1 = \frac{U_n - R_a I_{a1}}{\psi_{fn}} = \frac{440 - 0,2 \cdot 37,8}{4,1} = 105,47 \text{ rad/s} \Rightarrow n_1 = \frac{60\omega_1}{2\pi} = 1007,2 \text{ o/min}.$$

- Zbog promene napona, promenila se pobudna struja, a time i pobudni fluks (smatra se da je promena linearna):

$$\psi_{f2} = \psi_{fn} \frac{U_2}{U_n} = 4,1 \cdot \frac{400}{440} = 3,727 \text{ Wb}.$$

Kako je momenat opterećenja ostao nepromenjen, to je struja armature:

$$I_{a2} = \frac{M_1}{\psi_{f2}} = \frac{155}{3,727} = 41,6 \text{ A}.$$

Brzina obrtanja se može odrediti iz jednačine naponske ravnoteže armature:

$$\omega_2 = \frac{U_2 - R_a I_{a2}}{\psi_{f2}} = \frac{400 - 0,2 \cdot 41,6}{3,727} = 105,09 \text{ rad/s} \Rightarrow n_2 = \frac{60\omega_1}{2\pi} = 1003,6 \text{ o/min}.$$

Kod mašina sa paralelnom pobudom, pri konstantnom momentu opterećenja, brzina obrtanja se neznatno menja sa promenom napona napajanja. U ovom primeru napona napajanja se smanjio za 10 %, a brzina obrtanja za manje od 1%. Brzina praznog hoda:

$$\omega_0 = \frac{U_a}{\psi_f},$$

određena je naponom napajanja i pobudnim fluksom. Ako magnetno kolo nije zasićeno pobudni fluks linearno zavisi od struje pobude, a ona od napona pobude. Dakle, pobudni fluks je direktno proporcionalan sa naponom napajanja.

$$\omega_0 = \frac{U_a}{\psi_f} \sim \frac{U_a}{I_f} \sim \frac{U_a}{U_a / R_f} \approx \text{const.}$$

Brzina praznog hoda, ω_0 , nezavisna je od promene napona napajanja. Pad brzine:

$$\Delta\omega = \frac{R_a}{\psi_f^2} M_m,$$

zavisi od momenta opterećenja, ali je njegova promena sa momentom opterećenja mala, jer je mehanička karakteristika tvrda.

d) Ako se pri nominalnom naponu napajanja poveća otpornost u kolu pobude doći će do smanjenje pobudne struje, a time i pobudnog fluksa:

$$\psi_{f3} = \psi_{fn} \frac{I_{f3}}{I_{fn}} = \psi_{fn} \frac{R_f}{R_f + R_d} = 4,1 \cdot \frac{200}{200 + 75} = 2,982 \text{ Wb}.$$

Kako je momenat opterećenja ostao nepromenjen, a fluks se smanjio to se struja armature povećala:

$$I_{a3} = \frac{M_1}{\psi_{f3}} = \frac{155}{2,982} = 52 \text{ A}.$$

Smanjenje fluksa praćeno je povećanjem brzine. Brzina obrtanja se može dobiti ponovo iz jednačine naponske ravnoteže armature:

$$\omega_3 = \frac{U_n - R_a I_{a3}}{\psi_{f3}} = \frac{440 - 0,2 \cdot 52}{2,982} = 144,06 \text{ rad/s} \Rightarrow n_3 = \frac{60\omega_3}{2\pi} = 1375,7 \text{ o/min}. \quad (105.6)$$

106. Zadatak: Motor za jednosmernu struju sa paralelnom pobudom ima nominalne podatke: 440 V, 260 A, 2500 o/min, otpornost namotaja armature $0,1 \Omega$ i otpornost namotaja pobude 200Ω . Gubici u gvožđu i mehanički gubici se mogu zanemariti.

- a) Odrediti elektromotornu silu i momenat u nominalnom režimu.
 b) Motor je opterećen radnom mašinom čiji se momenat menja sa brzinom $M_{RM} = 0,11 \cdot n$ [Nm], gde je n brzina u o/min. Odrediti struju motora i njegovu brzinu.

- a) Nominalna struja armature motora sa paralelnom pobudom i brzina iznose:

$$I_{an} = I_n - I_f = I_n - \frac{U_n}{R_f} = 260 - \frac{440}{200} = 257,8 \text{ A},$$

$$\omega_n = \frac{2\pi \cdot n_n}{60} = \frac{2\pi \cdot 2500}{60} = 261,8 \text{ rad/s}.$$

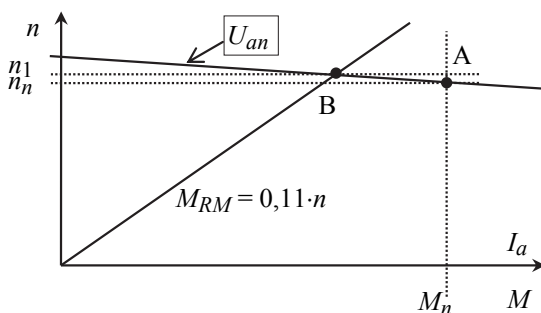
Iz jednačine naponske ravnoteže armature može se odrediti nominalna elektromotorna sila, a potom i nominalan fluks i nominalni momenat motora:

$$E_n = U_n - R_a I_{an} = 440 - 0,1 \cdot 257,8 = 414,22 \text{ V}, \quad (106.1)$$

$$\psi_{fn} = \frac{E_n}{\omega_n} = \frac{414,22}{261,8} = 1,5822 \text{ Wb}, \quad (106.2)$$

$$M_n = \psi_{fn} \cdot I_{an} = 1,5822 \cdot 257,8 = 407,9 \text{ Nm}. \quad (106.3)$$

- b) Na slici 106.1. su prikazane mehaničke karakteristike motora i radne mašine. Naznačeno je da će se tražena stacionarna tačka B naći u preseku karakteristika.



Slika 106.1. Mehaničke karakteristike radne mašine i motora.

U stacionarnom stanju izjednačiće se momenat radne mašine i momenat motora $M_{RM} = M_c$:

$$0,11 \cdot \frac{60\omega}{2\pi} = \psi_{fn} I_a. \quad (106.4)$$

Jednačina naponske ravnoteže armature je:

$$U_n = R_a I_a + \omega \psi_{fn} . \quad (106.5)$$

Ako se iz (106.4) izrazi brzina i smeni u (106.5), dobija se struja armature:

$$I_a = \frac{U_n}{R_a + \psi_{fn}^2 \cdot \pi / 3,3} = \frac{440}{0,1 + 1,5822^2 \cdot \pi / 3,3} = 177,2 \text{ A} . \quad (106.6)$$

Momenat motora je:

$$M_c = \psi_{fn} \cdot I_a = 1,5822 \cdot 177,2 = 280,35 \text{ Nm} . \quad (106.7)$$

Brzina obrtanja motora je:

$$n = \frac{M_{RM}}{0,11} = \frac{M_c}{0,11} = \frac{280,35}{0,11} = 2548,7 \text{ o/min} . \quad (106.8)$$

107. Zadatak: Motor jednosmerne struje sa paralelnom pobudom nominalne snage 1,5 kW pri nominalnoj snazi povlači iz mreže struju od 8,3 A pri naponu od 220 V. Otpornost namotaja armature je 3 Ω , a pobudnog namotaja je 733 Ω . Odrediti struju armature i ukupnu struju motora u režimu praznog hoda i kratkog spoja.

Nominalna struja pobude i nominalna struja armature iznose:

$$I_{fn} = \frac{U_n}{R_f} = \frac{220}{733} = 0,3 \text{ A}, \quad I_{an} = I_n - I_{fn} = 8,3 - 0,3 = 8 \text{ A}.$$

U nominalnom režimu gubici motora su:

$$P_{gn} = U_n I_n - P_n = 220 \cdot 8,3 - 1500 = 326 \text{ W}.$$

Suma gubitaka u gvožđu i mehaničkih gubitaka predstavlja snagu gubitaka usled obrtanja. Pri radu u nominalnom režimu oni iznose:

$$P_{gob} = P_{Fe} + P_{fv} = P_{gn} - P_{Cur} - P_{Cus},$$

$$P_{gob} = P_{gn} - R_a I_{an}^2 - R_f I_{fn}^2 = 326 - 3 \cdot 8^2 - 733 \cdot 0,3^2 = 68 \text{ W}.$$

U praznom hodu snaga konverzije je jednaka gubicima usled obrtanja. Pošto motor sa paralelnom pobudom ima krutu mehaničku karakteristiku, promena brzine od brzine praznog hoda do nominalne brzine je relativno mala. Stoga se gubici usled obrtanja u ova dva režima mogu smatrati jednakim. Iz jednačine za snagu konverzije u praznom hodu:

$$P_{cph} = P_{gob} = E_{a0} I_{a0} = (U_n - R_a I_{a0}) \cdot I_{a0},$$

dobija se kvadratna jednačinu po struji armature praznog hoda I_{a0} :

$$R_a \cdot I_{a0}^2 - U_n \cdot I_{a0} + P_{gob} = 0,$$

$$3I_{a0}^2 - 220I_{a0} + 68 = 0.$$

Čije je fizički prihvatljivo rešenje $I_{a0} = 0,3 \text{ A}$. Drugo rešenje ($I_{a0} = 73 \text{ A}$) se odbacuje jer je višestruko veće od nominalne struje motora. Ukupna struje motora u praznom hodu je $I_0 = I_{a0} + I_{fn} = 0,6 \text{ A}$.

U kratkom spoju rotor je ukočen, $n = 0$, pa je $E_{ak} = 0$, a struja armature je:

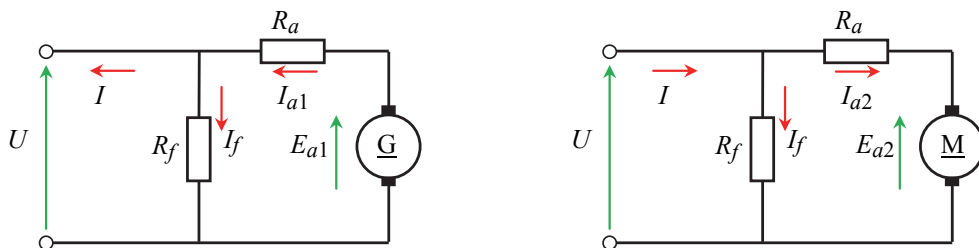
$$I_{ak} = \frac{U_n}{R_a} = \frac{220}{3} = 73,33 \text{ A},$$

dok je ukupna struja motora $I_k = I_{ak} + I_{fn} = 73,63 \text{ A}$.

Zakočeno stanje (kratak spoj) sa nominalnim naponom kod mašina jednosmerne struje nije dozvoljeno. Zbog prevelikih struja dolazi do oštećenja rotora, a naročito komutatora i četkica.

108. Zadatak: Mašina jednosmerne struje sa paralelnom pobudom ima otpornost namotaja armature $R_a = 0,08 \Omega$, a otpornost pobudnog namotaja $R_f = 100 \Omega$. Kada mašinu pokreće pogonska mašina brzinom 600 o/min, ona radi kao generator i isporučuje 50 kW u mrežu napona 460 V. Zatim se mašina priključi kao motor na istu mrežu, pri čemu uzima iz mreže 50 kW. Odrediti brzinu obrtanja u motorskom režimu rada.

Ekvivalentna šema mašine jednosmerne struje sa paralelnom pobudom u generatorskom i motorskom režimu prikazana je na slici 108.1.



Slika 108.1. Ekvivalentna šema motora jednosmerne struje sa paralelnom pobudom.

Ukupna struja mašine nezavisno od motorskog ili generatorskog režima rada za datu električnu snagu od 50 kW iznosi:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{50000}{460} = 108,7 \text{ A}.$$

Struja armature u generatorskom režimu rada je:

$$I_{a1} = I + I_f = 108,7 + \frac{460}{100} = 113,3 \text{ A}.$$

Iz jednačine naponske ravnoteže armature za generatorski režim rada može se odrediti nominalni fluks:

$$\psi_{fn} = \frac{U_n + R_a I_{a1}}{\omega_1} = \frac{460 + 0,08 \cdot 113,3}{2\pi \cdot 600/60} = 7,4654 \text{ Wb}.$$

Struja armature u motorskom režimu rada je:

$$I_{a2} = I - I_f = 108,7 - \frac{460}{100} = 104,1 \text{ A}.$$

Brzina obrtanja u motorskom režimu rada se može odrediti iz jednačine naponske ravnoteže armature:

$$U_n = R_a I_a + \omega_2 \psi_{fn}.$$

$$\omega_2 = \frac{U_n - R_a I_{a2}}{\psi_{fn}} = \frac{460 - 0,08 \cdot 104,1}{7,4654} = 60,502 \text{ rad/s} \Rightarrow n_2 = \frac{60\omega_2}{2\pi} = 577,7 \text{ o/min}.$$

109. Zadatak: Motor za jednosmernu struju sa paralelnom pobudom čiji su podaci $U_n = 440 \text{ V}$, $I_n = 120 \text{ A}$, $n_n = 970 \text{ o/min}$, $R_a = 0,16 \Omega$, $R_f = 150 \Omega$ opterećen je tako da iz mreže vuče struju $I_1 = 40 \text{ A}$. Odrediti:

- a) Kolika je brzina motora?
b) Koliki je koeficijent korisnog dejstva?

Pad napona na četkicama je 2 V , a suma mehaničkih gubitaka i gubitaka u gvožđu je 400 W .

- a) Nominalna struja pobude motora iznosi:

$$I_{fn} = \frac{U_n}{R_f} = \frac{440}{150} = 2,93 \text{ A}.$$

Nominalna struja armature motora je:

$$I_{an} = I_n - I_{fn} = 120 - 2,93 = 117,07 \text{ A}.$$

Iz jednačine naponske ravnoteže armature može se odrediti nominalni fluks motora:

$$\psi_{fn} = \frac{U_n - R_a I_{an} - \Delta U_{\check{c}}}{\omega_n} = \frac{440 - 0,16 \cdot 117,07 - 2}{2\pi \cdot 970 / 60} = 4,1275 \text{ Wb}.$$

Struja armature pri struji motora od 40 A iznosi

$$I_{a1} = I_n - I_{fn} = 40 + 2,93 = 37,07 \text{ A}.$$

Brzina obrtanja motora je:

$$\omega_1 = \frac{U_n - R_a I_{a1} - \Delta U_{\check{c}}}{\psi_{fn}} = \frac{440 - 0,16 \cdot 37,07 - 2}{4,1275} = 104,68 \text{ rad/s} \Rightarrow n_1 = \frac{60\omega_1}{2\pi} = 999,6 \text{ o/min}.$$

- b) Ulazna snaga motora je:

$$P_{el} = U_n I_1 = 440 \cdot 40 = 17,6 \text{ kW}.$$

Ukupna snaga gubitaka pri ovom opterećenju je:

$$P_g = P_{Fe} + P_{tv} + R_f I_{fn}^2 + R_a I_{a1}^2 + \Delta U_{\check{c}} I_{a1},$$

$$P_g = 400 + 150 \cdot 2,93^2 + 0,16 \cdot 37,07^2 + 2 \cdot 37,07 = 1981,66 \text{ W}.$$

Koeficijent korisnog dejstva iznosi:

$$\eta = \frac{P_m}{P_{el}} = \frac{P_{el} - P_g}{P_{el}} = \frac{17600 - 1981,66}{17600} = 88,7 \%.$$

110. Zadatak: Za motor jednosmerne struje sa paralelnom pobudom poznati su sledeći podaci sa natpisne pločice: 22 kW, 440 V, $\eta = 0,91$, 1250 o/min, $R_a = 0,3 \, \Omega$, $I_{fn} = 2,2 \, \text{A}$. Odrediti:

- Kolika je brzina obrtanja ovog motora u praznom hodu?
- Kolikom brzinom će se obrtati motor ukoliko je pri dizanju tereta opterećen sa 200 Nm?
- Kolika će biti struja armature i šta bi se dogodilo u trajnom radu sa ovakvim opterećenjem?
- Nacrtati mehaničku karakteristiku i obeležiti karakteristične tačke na njoj.

Nominalna struja motora je:

$$I_n = \frac{P_{eln}}{U_n} = \frac{P_n}{\eta U_n} = \frac{22000}{0,91 \cdot 440} = 54,95 \, \text{A}.$$

Nominalna struja armature motora je:

$$I_{an} = I_n - I_{fn} = 54,95 - 2,2 = 52,75 \, \text{A}.$$

Iz jednačine naponske ravnoteže armature može se odrediti nominalni fluks motora:

$$\psi_{fn} = \frac{U_n - R_a I_{an}}{\omega_n} = \frac{440 - 0,3 \cdot 52,75}{2\pi \cdot 1250/60} = 3,24 \, \text{Wb}.$$

- Brzina obrtanja motora u praznom hodu može se odrediti iz jednačine naponske ravnoteže kada se uvaži da je $I_{a0} = 0$:

$$\omega_0 = \frac{U_n - R_a I_{a0}}{\psi_{fn}} = \frac{440}{3,24} = 135,8 \, \text{rad/s} \Rightarrow n_0 = \frac{60\omega_0}{2\pi} = 1296,8 \, \text{o/min}.$$

- Brzina obrtanja motora kada je opterećen datim mehaničkim momentom iznosi:

$$\omega_1 = \frac{U_n - R_a I_{a1}}{\psi_{fn}} = \frac{U_n}{\psi_{fn}} - \frac{R_a}{\psi_{fn}^2} M_m = \frac{440}{3,24} - \frac{0,3}{3,24^2} 200 = 130,1 \, \text{rad/s},$$

$$n_1 = \frac{60\omega_1}{2\pi} = 1242,4 \, \text{o/min}$$

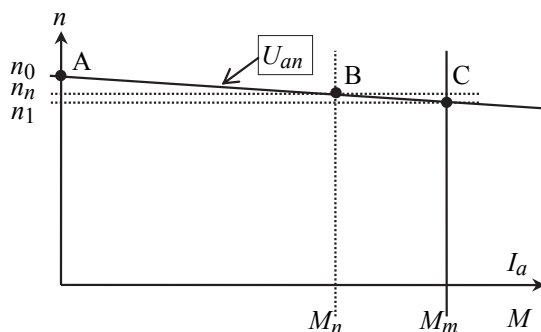
- Struja motora određena je mehaničkim opterećenjem i ona iznosi:

$$I_{a1} = \frac{M_m}{\psi_{fn}} = \frac{200}{3,24} = 61,7 \, \text{A} \Rightarrow \frac{I_{a1}}{I_{an}} = \frac{61,7}{52,75} = 1,17.$$

Struja armature je za 17 % veća od nominalne vrednosti, motor je preopterećen. Preopterećenje se ne sme dozvoliti u trajnom radu motora nego samo tokom pojedinih prelaznih procesa, što se mora proveriti proračunom. Struja veća od nominalne vrednosti u

trajnom radu bi dovela do pregrevanja motora. U praksi je uvek predviđena zaštita motor od prekomernih struja zaštitnim uređajem koji isključuju strujni krug motora.

d) Na slici 110.1. su prikazane mehaničke karakteristike motora i radne mašine. Naznačeno je da će se stacionarna tačka C naći u preseku karakteristika motora i radne mašine.



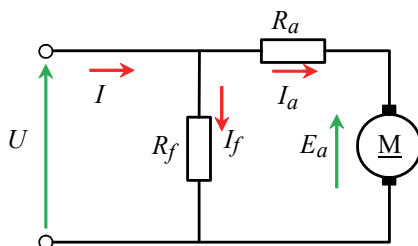
Slika 110.1. Mehaničke karakteristike radne mašine i motora.

111. Zadatak: Na raspolaganju je jednosmerni motor sa paralelnom pobudom sa podacima: $P_n = 26 \text{ kW}$, $U_n = 110 \text{ V}$, $I_n = 274 \text{ A}$, $n_n = 970 \text{ o/min}$, $P_{Cuan} = 2 \text{ kW}$, $P_{Cufn} = 1,5 \text{ kW}$.

- Motor pokreće radnu mašinu sa momentom $M_{RM} = 0,5M_n$. Koliko će iznositi struja, brzina obrtanja i stepen korisnog dejstva?
- Motor treba da radi kao generator sa izlaznim naponom $U = 110 \text{ V}$ i nominalnom strujom armature. Odrediti potrebnu brzinu obrtanja, korisnu snagu koju će odavati u mrežu, mehaničku snagu i stepen korisnog dejstva.

Napomena: Zanimariti pad napona na četkicama.

Ekvivalentna šema motora jednosmerne struje sa paralelnom pobudom prikazana je na slici 111.1.



Slika 111.1. Ekvivalentna šema motora jednosmerne struje sa paralelnom pobudom.

- Do nominalne struje pobude može se doći iz snage gubitaka u pobudnom namotaju:

$$P_{Cufn} = R_f I_{fn}^2 = U_n I_{fn} \Rightarrow I_{fn} = \frac{P_{Cufn}}{U_n} = \frac{1500}{110} = 13,64 \text{ A}.$$

Nominalna struja armature je:

$$I_{an} = I_n - I_{fn} = 274 - 13,636 = 260,36 \text{ A}.$$

Otpornost armaturnog namotaja iznosi:

$$R_a = \frac{P_{Cuan}}{I_{an}^2} = \frac{2000}{260,36^2} = 0,0295 \Omega.$$

Nominalna elektromotorna sila i fluks motora iznose:

$$E_n = U_n - R_a I_{an} = 110 - 0,0295 \cdot 260,36 = 102,32 \text{ V},$$

$$\psi_{fn} = \frac{E_n}{\omega_n} = \frac{102,32}{2\pi \cdot 970/60} = 1,007 \text{ Wb}.$$

- Kada je motor opterećen polovinom nominalnog momenta, struja armature će iznositi $I_{a1} = 0,5I_{an} = 130,18 \text{ A}$, dok je struja motora:

$$I = I_{a1} + I_{fn} = 130,18 + 13,636 = 143,8 \text{ A}.$$

Brzina obrtanja motora je:

$$\omega_1 = \frac{U_n - R_a I_{a1}}{\psi_{fn}} = \frac{110 - 0,0295 \cdot 130,18}{1,007} = 105,023 \text{ rad/s} \Rightarrow n_1 = \frac{60 \omega_1}{2\pi} = 1002,9 \text{ o/min}.$$

Ukupna snaga gubitaka pri nominalnom opterećenju omogućuje da se odrede u zbiru gubici u gvožđu i gubici na trenje i ventilaciju:

$$P_{gn} = U_n I_n - P_n,$$

$$P_{gn} = P_{Fe} + P_{tv} + R_f I_{fn}^2 + R_a I_{an}^2 = P_{Fe} + P_{tv} + P_{Cufn} + P_{Cuan},$$

$$P_{Fe} + P_{tv} = U_n I_n - P_n - P_{Cufn} - P_{Cuan},$$

$$P_{Fe} + P_{tv} = 110 \cdot 274 - 26000 - 1500 - 2000 = 640 \text{ W}.$$

Ukupna snaga gubitaka pri opterećenju polovinom nominalnog momenta je:

$$P_g = P_{Fe} + P_{tv} + R_f I_{fn}^2 + R_a (0,5 I_{an})^2 = P_{Fe} + P_{tv} + P_{Cufn} + 0,25 P_{Cuan},$$

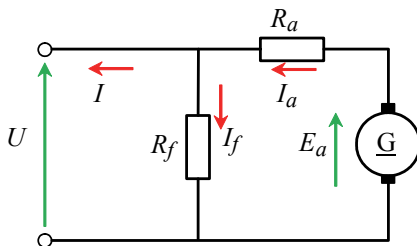
$$P_g = 640 + 1500 + 500 = 2640 \text{ W}.$$

Ulazna električna snaga i koeficijent korisnog dejstva pri opterećenju sa pola nominalnog momenta iznose:

$$P_{el} = U_n I_1 = 110 \cdot 143,8 = 15818 \text{ W},$$

$$\eta = \frac{P_m}{P_{el}} = \frac{P_{el} - P_g}{P_{el}} = \frac{15818 - 2640}{15818} = 83,3 \text{ \%}.$$

b) Da bi ovaj motor sa paralelnom pobudom prešao u generatorski režim rada potrebna je pogonska mašina umesto radne mašine. Kako generator radi na mrežu nominalnog napona kao i motor, to će pobudna struja odnosno fluks u generatorskom režimu rada biti isti kao i u motorskom režimu rada. Struja pobude i fluks ostaju nepromenjeni, što za posledicu ima da su gubici u pobudnom namotaju i u gvožđu ostali isti kao u motorskom režimu rada. Struja armature u generatorskom režimu rada mora biti ista kao u motorskom režimu. Ekvivalentna šema generatora jednosmerne struje sa paralelnom pobudom prikazana je na slici 111.2.



Slika 111.2. Ekvivalentna šema generatora jednosmerne struje sa paralelnom pobudom.

Da bi se motor našao u generatorskom režimu rada sa nominalnom strujom armature, brzina obrtanja rotora se dobija iz jednačine naponske ravnoteže:

$$\omega_g = \frac{U_n + R_a I_{an}}{\psi_{fn}} = \frac{110 + 0,0295 \cdot 260,36}{1,007} = 116,86 \text{ rad/s} \Rightarrow n_g = \frac{60 \omega_g}{2\pi} = 1115,9 \text{ o/min.}$$

Elektromotorna sila generatora je:

$$E_g = \omega_n \psi_{fn} = \frac{2\pi \cdot 1115,9}{60} \cdot 1,007 = 117,67 \text{ V.}$$

Brzina obrtanja generatora nije puno veća od brzine obrtanja motora, pa je opravdano pretpostaviti da su gubici na trenje i ventilaciju u generatorskom režimu rada isti kao u motorskom. Uzevši u obzir sve rečeno o gubicima u generatorskom i motorskom režimu rada pri nominalnom opterećenju, zaključuje se da su gubici ostali nepromenjeni:

$$P_{gn} = P_{Fe} + P_{tv} + P_{Cufn} + P_{Cuan} = 640 + 1500 + 2000 = 4140 \text{ W.}$$

Struja i predata električna snaga generatora su:

$$I_g = I_{an} - I_{fn} = 260,36 - 13,636 = 246,72 \text{ A,}$$

$$P_{generatora} = U_n I_g = 110 \cdot 246,72 = 27,14 \text{ kW.}$$

Koeficijent korisnog dejstva generatora je:

$$\eta = \frac{P_{generatora}}{P_{generatora} + P_{gn}} = \frac{27140}{27140 + 4140} = 86,7 \text{ \%}.$$

112. Zadatak: Generator jednosmerne struje sa paralelnom pobudom ima podatke: 150 kW, 230 V, omska otpornost armature 0,05 Ω , omska otpornost pobudnog namotaja 57,5 Ω . Generator radi na mreži nominalnog napona.

- Odrediti indukovanu elektromotornu silu pri nominalnom opterećenju i pri polovini nominalnog opterećenja.
- Ako su ukupni mehanički gubici i gubici u gvožđu 1,8 kW, odrediti stepen korisnog dejstva generatora i mehaničku snagu u nominalnom režimu.
- Pri kojem opterećenju generator postiže (pri radu na mreži nominalnog napona) maksimalni stepen korisnog dejstva i koliko iznosi maksimalni stepen korisnog dejstva.

Nominalna struja pobude generatora iznosi:

$$I_{fn} = \frac{U_n}{R_f} = \frac{230}{57,5} = 4 \text{ A}.$$

Kako nominalna snaga predstavlja izlaznu snagu, a za generator je to električna snaga, lako se dolazi do nominalne struje generatora:

$$I_n = \frac{P_n}{U_n} = \frac{150000}{230} = 652,2 \text{ A}.$$

Nominalna struja armature generatora je:

$$I_{an} = I_n + I_f = 652,2 + 4 = 656,2 \text{ A}.$$

Elektromotorna sila pri nominalnom opterećenju iznosi:

$$E_n = U_n + R_a I_{an} = 230 + 0,05 \cdot 656,2 = 262,8 \text{ V}.$$

Pri polovini nominalnog opterećenja generatora struja generatora iznosi $0,5 \cdot I_n$, dok je struja armature generatora:

$$I_{a1} = 0,5 \cdot I_n + I_f = 330,1 \text{ A},$$

a indukovana elektromotorna sila generatora:

$$E_1 = U_n + R_a I_{a1} = 230 + 0,05 \cdot 330,1 = 246,5 \text{ V}.$$

Treba primetiti da u kolima jednosmerne struje i konstantnog napona važi linearna veza između snage i struje. Polovično opterećenje generatora daje struju od $0,5 \cdot I_n$. Snaga P u ovim kolima je definisana proizvodom napona i struje. Ovo se **ne može** primeniti u kolima naizmjenične struje, jer u izrazu za električnu snagu P figuriše i faktor snage koji je često promenljiv sa opterećenjem.

- Ukupna snaga gubitaka generatora u nominalnom režimu rada je:

$$P_g = P_{Fe} + P_{tv} + R_f I_{fn}^2 + R_a I_{an}^2 = 1800 + 57,5 \cdot 4^2 + 0,05 \cdot 656,2^2 = 24,25 \text{ kW}.$$

Mehanička snaga pri nominalnom opterećenju generatora iznosi:

$$P_m = P_n + P_g = 174,25 \text{ kW}.$$

Koeficijent korisnog dejstva u nominalnom režimu je:

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_m} = \frac{150}{174,25} = 86,1 \%.$$

Maksimalan koeficijent korisnog dejstva se postiže pri opterećenju kada se promenljivi gubici srazmerni sa kvadratom struje opterećenja izjednače sa gubicima koji su nezavisni od opterećenja.

Gubici nezavisni od opterećenja iznose:

$$P_0 = P_{Fe} + P_{tv} + R_f I_{fn}^2 = 1800 + 57,5 \cdot 4^2 = 2720 \text{ W}.$$

Gubici srazmerni sa kvadratom opterećenja su gubici u armaturnom namotaju i oni treba da su jednaki konstantnim gubicima da bi koeficijent korisnog dejstva bio maksimalan:

$$P_0 = R_a I_a^2 \Rightarrow I_a = \sqrt{\frac{P_0}{R_a}} = \sqrt{\frac{2720}{0,05}} = 233,24 \text{ A}.$$

Tada je struja generatora:

$$I = I_a - I_{fn} = 233,24 - 4 = 229,24 \text{ A},$$

a električna snaga generatora:

$$P = U_n \cdot I = 230 \cdot 229,24 = 52,72 \text{ kW}.$$

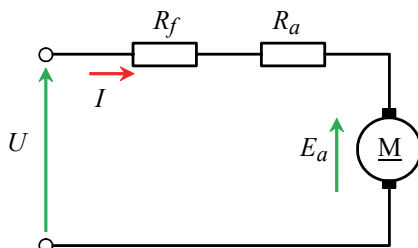
Maksimalan koeficijent korisnog dejstva iznosi:

$$\eta_{max} = \frac{P}{P + 2P_0} = \frac{52,72}{52,72 + 2 \cdot 2,72} = 90,65 \%.$$

113. Zadatak: Motor za jednosmernu struju sa rednom pobudom ima nominalne podatke: 440 V, 260 A, 250 o/min, otpornost namotaja armature $0,1 \Omega$ i otpornost namotaja pobude $0,06 \Omega$. Gubici u gvožđu i mehanički gubici se mogu zanemariti.

- Izvesti izraz i skicirati izgled mehaničke karakteristike motora.
- Ako se vratilo motora optereti radnom mašinom momenta $M_{RM} = 1500 \text{ Nm}$, odrediti snagu koju motor vuče iz mreže i brzinu obrtanja rotora.
- Šta treba uraditi da bi se rotor obrtao brzinom $n_n = 250 \text{ o/min}$ ako je motor opterećen momentom kao pod b).

Ekvivalentna šema motora jednosmerne struje sa rednom pobudom prikazana je na slici 113.1.



Slika 113.1. Ekvivalentna šema motora jednosmerne struje sa rednom pobudom.

- Kako su pobudni namotaj i armatura vezani na red, to je $I_a = I_f = I$. Ako se zanemari zasićenje magnetnog kola, tada je veza između fluksa i struje linearna:

$$\psi_f = M_{af} \cdot I_f = M_{af} \cdot I.$$

gde je M_{af} međusobna induktivnost.

Ako se iz jednačine naponske ravnoteže izrazi struja:

$$U = R_u I + \psi_f \omega = R_u I + M_{af} I \omega, \quad (113.1)$$

$$I = \frac{U}{R_u + \omega M_{af}},$$

gde je $R_u = R_a + R_f$ i smeni u jednačinu za momenat konverzije:

$$M_c = \psi_f \cdot I = M_{af} \cdot I^2, \quad (113.2)$$

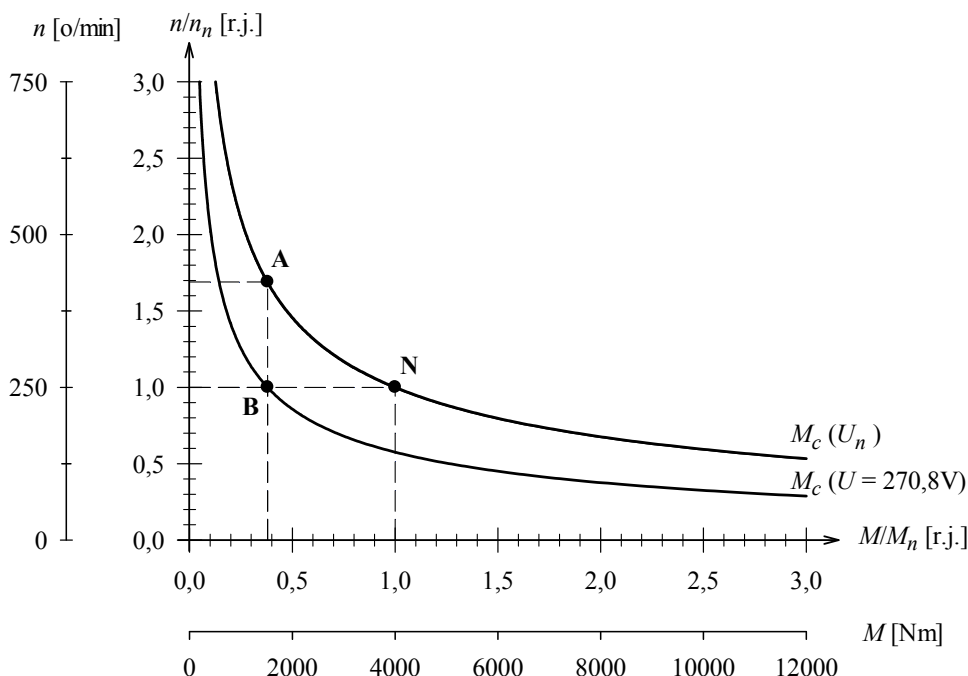
dobija se mehanička karakteristika motora jednosmerne struje sa rednom pobudom:

$$M_c = M_{af} \frac{U^2}{(\omega M_{af} + R_u)^2}, \quad (113.3)$$

ili inverzno:

$$\omega = \frac{U}{\sqrt{M_{af} \cdot M_c}} - \frac{R_u}{M_{af}}. \quad (113.4)$$

Mehanička karakteristika motora jednosmerne struje sa rednom pobudom prikazana je na slici 113.2.



Slika 113.2. Mehanička karakteristika motora jednosmerne struje sa rednom pobudom.

b) Iz jednačine naponske ravnoteže (113.1) u nominalnom režimu može se odrediti međusobna induktivnost:

$$M_{af} = \frac{1}{\omega_n} \left(\frac{U_n}{I_n} - R_u \right) = \frac{60}{2\pi \cdot 250} \left(\frac{440}{260} - 0,16 \right) = 0,05853 \text{ H}. \quad (113.5)$$

Brzina obrtanja se može odrediti pomoću mehaničke karakteristike date jednačinom (113.4):

$$\omega = \frac{U_n}{\sqrt{M_{af} \cdot M_c}} - \frac{R_u}{M_{af}} = \frac{440}{\sqrt{0,05853 \cdot 1500}} - \frac{0,16}{0,05853} = 44,225 \text{ rad/s} \Rightarrow n = \frac{60\omega}{2\pi} = 422,3 \text{ o/min}$$

tako da je relativna vrednost brzine obrtanja motora

$$n^* = \frac{n}{n_n} = \frac{422,3}{250} = 1,69 \text{ r.j.}$$

Nominalan momenat motora iznosi:

$$M_n = M_{af} \frac{U_n^2}{(\omega_n \cdot M_{af} + R_u)^2} = 0,05853 \cdot \frac{440^2}{\left(\frac{2\pi \cdot 250}{60} \cdot 0,05853 + 0,16 \right)^2} = 3956,61 \text{ Nm},$$

tako da je relativna vrednost momenta opterećenja motora:

$$m_c^* = \frac{M_{RM}}{M_n} = \frac{1500}{3956,61} = 0,38 \text{ r.j.}$$

Na mehaničkoj karakteristici motora na slici 113.2 naznačena je ova radna tačka **A** kao i nominalna radna tačka **N**.

Struja motora se može odrediti iz jednačine (113.2):

$$I_1 = \sqrt{\frac{M_{RM}}{M_{af}}} = \sqrt{\frac{1500}{0,05853}} = 160 \text{ A} . \quad (113.6)$$

Električna snage je:

$$P_{el} = U_n \cdot I_1 = 440 \cdot 160 = 70,4 \text{ kW} .$$

c) Pri datom opterećenju brzina obrtanja je veća od nominalne. Da bi se brzina smanjila na nominalnu vrednost pri datom momentu opterećenja potrebno je smanjiti napon. Potreban napon napajanja se može odrediti pomoću jednačine naponske ravnoteže:

$$U_2 = (R_u + M_{af} \omega_n) \cdot I_1 = \left(0,16 + 0,05853 \cdot \frac{2\pi \cdot 250}{60} \right) \cdot 160 = 270,8 \text{ V} . \quad (113.7)$$

Treba primetiti da je struja motora određena opterećenjem i ona se nije promenila u odnosu na deo zadatka pod b). Jednačinom (113.2) data je zavisnost momenta konverzije od kvadrata struje motora.

Na slici 113.2 naznačena je mehanička karakteristika motora koja odgovara ovom sniženom naponu, kao i radna tačka **B** koja se postiže pri datom momentu radne mašine i sniženom naponu napajanja.

114. Zadatak: Za motor jednosmerne struje sa rednom pobudom poznati su sledeći podaci $R_a = 0,02 \, \Omega$, $R_f = 0,08 \, \Omega$. Motor razvija pri nominalnoj struji od 40 A i brzini 1000 o/min momenat od $M_n = 160 \, \text{Nm}$. Nominalni napon napajanja je 420 V.

- Ako se momenat opterećenja smanji na 80 Nm, odrediti novu brzinu i struju motora pri istom naponu napajanja motora.
- Koliki napon napajanja je potreban da bi se radna mašina sa linearnom zavisnošću momenta od brzine obrtanja obrtala sa $n_2 = 900 \, \text{o/min}$? Radna mašina pri $n_3 = 1000 \, \text{o/min}$ zahteva momenat od $M_{m3} = 120 \, \text{Nm}$.

Međusobna induktivnost se može odrediti na osnovu poznatog nominalnog momenta i struje motora:

$$M_c = \psi_f \cdot I = M_{af} \cdot I^2 \Rightarrow M_{af} = \frac{M_n}{I_n^2} = \frac{160}{40^2} = 0,1 \, \text{H}. \quad (114.1)$$

- Zadatim momentu opterećenja prema (114.1) odgovara struja od:

$$I_1 = \sqrt{\frac{M_m}{M_{af}}} = \sqrt{\frac{80}{0,1}} = 28,28 \, \text{A}. \quad (114.2)$$

Brzina obrtanja se može odrediti iz jednačine naponske ravnoteže:

$$U_n = R_u I_1 + \psi_f \omega_1 = (R_u + M_{af} \omega_1) \cdot I_1. \quad (114.3)$$

$$\omega_1 = \frac{1}{M_{af}} \left(\frac{U_n}{I_1} - R_u \right) = \frac{1}{0,1} \left(\frac{420}{28,28} - 0,028 \right) = 148,23 \, \text{rad/s} \Rightarrow n_1 = \frac{60 \omega_1}{2\pi} = 1415,15 \, \text{o/min},$$

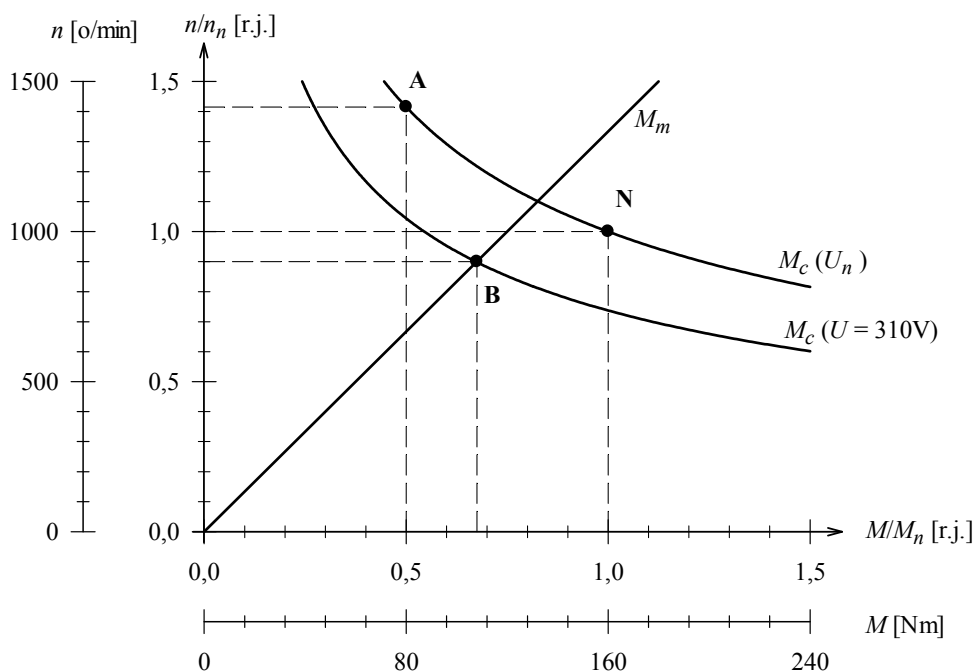
tako da je relativna vrednost brzine obrtanja motora pri momentu opterećenju od pola nominalnog momenta:

$$n^* = \frac{n}{n_n} = \frac{1415,15}{1000} = 1,415 \, \text{r.j.}$$

Mehanička karakteristika ovog motora $M_c(\omega)$ pri nominalnom naponu napajanja je data na slici 114.1. Nominalna radna tačka je označena sa **N**. Radna tačka koja odgovara momentu opterećenja od 80 Nm označena je sa **A**.

- Prema uslovima iz postavke zadatka mehanički momenat radne mašine se menja linearno sa brzinom i pri brzini od 1000 o/min iznosi 120 Nm. Ova mehanička karakteristika radne mašine je takođe prikazana na slici 114.1.

Treba primetiti da mehanička karakteristika radne mašine ne prolazi kroz nominalnu radnu tačku motora. Ovo je posledica činjenice da se radna mašina projektuje za neki koristan rad, a elektromotor služi za obezbeđenje tog mehaničkog rada. Kao pogonski motor se bira standardni motor čiji nominalni momenat je isti ili veći od zahtevanog momenta radne mašine. Vrlo retki slučajevi su da je motor opterećen radnom mašinom tako da radi u nominalnom režimu.



Slika 114.1 Mehanička karakteristika motora jednosmerne struje sa rednom pobudom i karakteristika radne mašine M_m .

Mehanički momenat pri brzini od $n_2 = 0,9 \cdot n_n = 900$ o/min iznosi:

$$M_{m2} = M_{m3} \cdot \frac{n_2}{n_3} = 120 \cdot \frac{900}{1000} = 108 \text{ Nm}, \quad (114.4)$$

tako da je relativna vrednost momenta opterećenja motora:

$$m_c^* = \frac{M_{m2}}{M_n} = \frac{108}{160} = 0,675 \text{ r.j.}$$

Ovom momentu opterećenja odgovara struja motora:

$$I_2 = \sqrt{\frac{M_{m2}}{M_{af}}} = \sqrt{\frac{108}{0,1}} = 32,86 \text{ A}. \quad (114.5)$$

Potreban napon napajanja se može odrediti pomoću jednačine naponske ravnoteže:

$$U_2 = (R_u + M_{af} \omega_2) \cdot I_2 = \left(0,028 + 0,1 \cdot \frac{2\pi \cdot 900}{60} \right) \cdot 32,86 = 310,6 \text{ V}. \quad (114.6)$$

Mehanička karakteristika motora pri ovom naponu napajanja je takođe prikazana na slici 114.1, a stacionarna radna tačka je u preseku sa mehaničkom karakteristikom motora i označena je sa **B**.

115. Zadatak: Motor jednosmerne struje sa rednom pobudom za napon 500 V ima otpornost armature $R_a = 0,12 \, \Omega$, otpornost pobude $R_f = 0,08 \, \Omega$ radi na nezasićenom delu karakteristike magnećenja. Motor razvija momenat od $M_1 = 176 \, \text{Nm}$ pri struji od 41 A i brzini od 1000 o/min.

- Odrediti elektromotornu silu pri datom opterećenju.
- Ako se opterećenje smanji na $M_2 = 87 \, \text{Nm}$, kolika je tada struja, elektromotorna sila i brzina motora?

- Iz jednačine naponske ravnoteže može se odrediti elektromotorna sila:

$$E_1 = U_n - (R_a + R_f) \cdot I_1 = 500 - (0,12 + 0,08) \cdot 41 = 491,8 \, \text{V}.$$

- Momenat koga razvija motor sa rednom pobudom srazmeran je kvadratu struje:

$$M_c = \psi_f \cdot I = M_{af} \cdot I^2, \quad (115.1)$$

pa se iz odnosa momenata lako može doći do struje:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{I_2^2}{I_1^2} \Rightarrow I_2 = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}} \cdot I_1 = \sqrt{\frac{87}{176}} \cdot 41 = 28,8 \, \text{A}.$$

Kada je momenat opterećenja $M_2 = 87 \, \text{Nm}$ indukovana elektromotorna sila je:

$$E_2 = U_n - (R_a + R_f) \cdot I_2 = 500 - (0,12 + 0,08) \cdot 28,8 = 494,2 \, \text{V}.$$

Indukovana elektromotorna sila zavisi od fluksa i brzine obrtanja, pa se iz odnosa elektromotornih sila lako može doći do brzine obrtanja:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\psi_{f2} \cdot \omega_2}{\psi_{f1} \cdot \omega_1} = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 = n_1 \cdot \frac{E_2}{E_1} \cdot \frac{I_1}{I_2} = 1000 \cdot \frac{494,2}{491,8} \cdot \frac{41}{28,8} = 1430,6 \, \text{o/min}.$$

Smanjenje momenta opterećenja sa $M_1 = 176 \, \text{Nm}$ na $M_2 = 87 \, \text{Nm}$, izaziva osetno povećanje brzine motora. Ovo je posledica meke mehaničke karakteristike motora.

116. Zadatak: Redni motor jednosmerne struje nominalnih podataka: 850 V, 600 A, 470 kW, 870 o/min, ima otpornost namotaja pobude $0,05 \Omega$ i nominalnu elektromotornu silu 783 V. Motor pokreće radnu mašinu kojoj se momenat opterećenja menja u granicama od 4000 do 6000 Nm. U kojim granicama se manja brzina obrtanja i ulazna snaga motora?

Skicirati granične radne tačke na mehaničkoj karakteristici motora.

Kako su poznati nominalna elektromotorna sila, struja i brzina:

$$E_n = \omega_n \cdot \psi_{fn} = \omega_n \cdot M_{af} I_n, \quad (116.1)$$

moгуće je odrediti međusobnu induktivnost:

$$M_{af} = \frac{E_n}{\omega_n \cdot I_n} = \frac{783}{\frac{2\pi \cdot 870}{60} \cdot 600} = 0,0143 \text{ H}.$$

Ukupna otpornost se može dobiti iz jednačine naponske ravnoteže:

$$R_u = \frac{U_n - E_n}{I_n} = \frac{850 - 783}{600} = 0,1117 \Omega.$$

Nominalni momenat motora je:

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{470000}{\frac{2\pi \cdot 870}{60}} = 5159 \text{ Nm}.$$

Iz jednačine za momenat motora sa rednom pobudom moguće je odrediti struju motora:

$$M_c = \psi_f \cdot I = M_{af} \cdot I^2 \Rightarrow I = \sqrt{\frac{M_c}{M_{af}}}. \quad (116.2)$$

Zadatoj promeni momenta opterećenja od $M_{m1} = 6000 \text{ Nm}$ do $M_{m2} = 4000 \text{ Nm}$ odgovara promena struje motora od I_1 do $I_2 =$:

$$I_1 = \sqrt{\frac{M_{m1}}{M_{af}}} = \sqrt{\frac{6000}{0,0143}} = 647,2 \text{ A},$$

$$I_2 = \sqrt{\frac{M_{m2}}{M_{af}}} = \sqrt{\frac{4000}{0,0143}} = 528,4 \text{ A}.$$

Brzina obrtanja za date promene momenta, može se odrediti iz jednačine naponske ravnoteže:

$$U_n = (R_u + M_{af} \omega) \cdot I, \quad (116.3)$$

$$\omega_1 = \frac{1}{M_{af}} \left(\frac{U_n}{I_1} - R_u \right) = \frac{1}{0,0143} \left(\frac{850}{647,2} - 0,1117 \right) = 84,03 \text{ rad/s} \Rightarrow n_1 = \frac{60\omega_1}{2\pi} = 802,4 \text{ o/min},$$

$$\omega_2 = \frac{1}{M_{af}} \left(\frac{U_n}{I_2} - R_u \right) = \frac{1}{0,0143} \left(\frac{850}{528,4} - 0,1117 \right) = 104,68 \text{ rad/s} \Rightarrow n_2 = \frac{60\omega_2}{2\pi} = 999,6 \text{ o/min}.$$

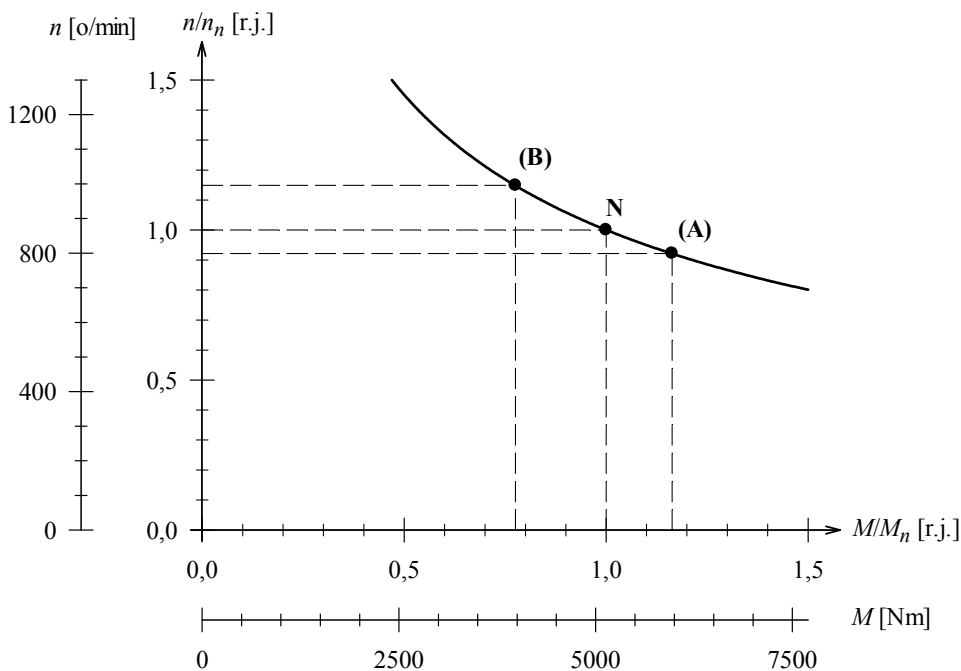
Pri zadatim promenama momenta opterećenja:

$$M_{m1}^* = \frac{M_{m1}}{M_n} = \frac{6000}{5159} = 1,16 \text{ r.j.} \quad M_{m2}^* = \frac{M_{m1}}{M_n} = \frac{4000}{5159} = 0,775 \text{ r.j.}$$

relativne vrednosti brzine obrtanja motora su:

$$n_1^* = \frac{n_1}{n_n} = \frac{802,4}{870} = 0,922 \text{ r.j.} \quad n_2^* = \frac{n_2}{n_n} = \frac{999,6}{870} = 1,149 \text{ r.j.}$$

Na slici 116.1. prikazana je mehanička karakteristika motora jednosmerne struje sa rednom pobudom, naznačena je nominalna radna tačka **N** i tačke **A** i **B** koje odgovaraju zadatim opterećenjima.



Slika 116.1. Mehanička karakteristika motora sa rednom pobudom.

Za navedene momente opterećenja električna snaga motora je:

$$P_1 = U_n \cdot I_1 = 850 \cdot 647,2 = 550,12 \text{ kW},$$

$$P_2 = U_n \cdot I_2 = 850 \cdot 528,4 = 449,14 \text{ kW}.$$

LITERATURA

1. Emil Levi, Vladan Vučković, Vladimir Strezoski, "Osnovi elektroenergetike, Elektroenergetski pretvarači", Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 2013.
2. Vladimir Strezoski, "Osnovi elektroenergetike", Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 2014.
3. Slobodan Vukosavić, "Električne mašine", Akademska misao, Beograd, 2010.
4. A.E. Fitzgerald, Charles Kyngsley, Stephan Umans, "Electric machinery", McGraw Hill, 1990.
5. Jimmie Cathey, "Electricmachines", McGraw Hill, 2001.
6. M. G. Say, "Introduction to the unified theory of electromagnetic machines", Pitman, 1980.
7. Nikola Nikolić, Nihad Dilberović, "Električne mašine zbirka zadataka", Naučna knjiga, Beograd, 1969.
8. Petar Matić, "Električne mašine 1", Elektrotehnički fakultet, Banja Luka i Akademska misao, Beograd, 2016.