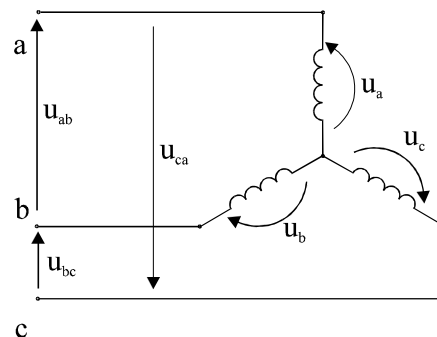


39. Zadatak: U trofaznom sistemu:

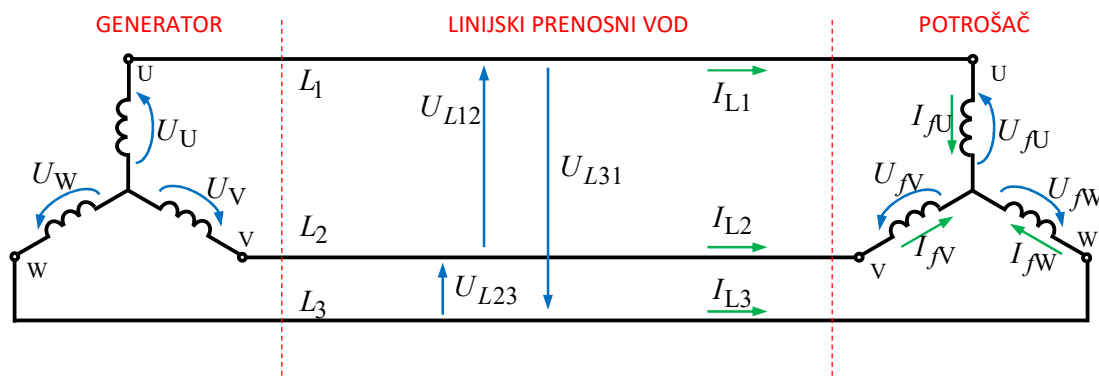
- Dati su fazni naponi $u_U(t)$, $u_V(t)$ i $u_W(t)$ trofaznog namotaja spojenog u zvezdu. Odrediti linijske napone.
- Za date fazne struje $i_U(t)$, $i_V(t)$ i $i_W(t)$ trofaznog namotaja spojenog u trougao, odrediti linijske struje.

a) Teslino obrtno magnetno polje je osnovni argument za postojanje trofaznih sistema. U ovom trenutku za nas interesantni elementi trofaznih sistema su generatori kao proizvođači električne energije i motori kao potrošači električne energije. Električna energija se od trofaznih generatora do potrošača prenosi putem trofaznog voda. Na putu prenosa električne energije nalaze se i trofazni transformatori. Namotaji trofaznog generatora su gotovo bez izuzetaka vezani (spojeni, spregnuti) u zvezdu. Namotaji potrošača mogu biti vezani kako u zvezdu tako i u trougao. Primarni i sekundarni namotaji transformatora takođe mogu biti vezani bilo u zvezdu bilo u trougao.



Provodnici kojima su priključci generatora U, V i W vezani sa priključcima potrošača U1, V1 i W1 nazivaju se faznim provodnicima ili kratko fazama, a označavaju se sa L_1 , L_2 i L_3 (gde slove L dolazi od engleskog naziva *Line*). Naziv "faza" ne upotrebljava se samo kao naziv za pojedine provodnike voda, nego i za pojedine cele strujne krugove trofaznih sistema, kao i za pojedine delove tih strujnih krugova. Tako se i pojedini namotaji trofaznog namotaja generatora, motora i transformatora nazivaju fazama.

Na slici 39.1. prikazan je trofazni sistem koga čine trofazni generator i motor sa namotajima vezanim u zvezdu. Generator i motor su povezani trofaznim vodom.



Slika 39.1. Fazni i linijski (međufazni) naponi trofaznog sistema vezanog u zvezdu.

U trofaznim sistemima podrazumeva se da je:

Fazni napon je napon jedne faze (namota) generatora, odnosno napona na jednoj fazi motora (u širem smislu potrošača).

Fazna struja je struja koja prolazi kroz namot jedne faze (namota) generatora, odnosno motora (u širem smislu potrošača).

Linijski napon je napon između dva linijska provodnika trofaznog voda. Linijski napon se naziva i međufazni napon.

Linijska struja je struja koja prolazi jednim provodnikom (linijom) trofaznog voda.

a) Sa slike 39.1 je očigledno da se linijski napon mreže pojavljuje na priključkama trofaznog potrošača U, V i W. Međutim, kod sprege zvezda napon na namotaju (fazi) potrošača je različit od napona na priključkama. Odnosi ovih napona se lako mogu dobiti primenom Kirhofovih pravila na kolo sa slike 39.1.

Analitički izrazi tri fazna napona (naponi na faznim namotajima) trofaznog namotaja električne mašine (generatora, motora) su:

$$u_U(t) = \sqrt{2}U_f \sin(\omega t), \quad (39.1)$$

$$u_V(t) = \sqrt{2}U_f \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad (39.2)$$

$$u_W(t) = \sqrt{2}U_f \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right). \quad (39.3)$$

gde je:

– U_f efektivna vrednost faznog napona (napona jedne faze) prikazanog na slici 39.1,
– ω ugaona učestanost (kružna frekvencija), $\omega = 2\pi f$.

Po definiciji linijski (međufazni) napon je napon između dva fazna provodnika. Trenutne vrednosti linijskih (međufaznih) napona u trofaznom sistemu su:

$$u_{L12}(t) = u_U(t) - u_V(t), \quad (39.4)$$

$$u_{L23}(t) = u_V(t) - u_W(t), \quad (39.5)$$

$$u_{L31}(t) = u_W(t) - u_U(t). \quad (39.6)$$

Na osnovu (39.4) dobija se:

$$u_{L12}(t) = \sqrt{2}U_f \sin(\omega t) - \sqrt{2}U_f \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2}U_f \left(\sin \omega t - \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \right). \quad (39.7)$$

Primenom identiteta za rastavljanje zbira trigonometrijskih funkcija u proizvod:

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad (39.8)$$

dobija se trenutna vrednost linijskog (međufaznog) napona:

$$u_{L12}(t) = \sqrt{2}U_f \cdot 2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \sqrt{2}U_f \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right), \quad (39.9)$$

$$u_{L12}(t) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}U_f \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}U_f \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right), \quad (39.10)$$

$$u_{L12}(t) = \sqrt{2}U_l \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right), \quad (39.11)$$

gde je: $U_l = \sqrt{3} \cdot U_f$.

Za namotaj spojen u zvezdu efektivna vrednost linijskog napona je $\sqrt{3}$ puta veća od efektivne vrednosti faznog napona. Tako je u distributivnoj mreži za neposredne potrošače (stambeni i poslovni objekti) fazni napon 230 V dok je linijski napon $\sqrt{3} \cdot 230 = 400$ V. Prethodno navedene vrednosti odnose se na efektivne vrednosti napona.

Kako su fazni naponi međusobno fazno pomereni za 120° , to su i linijski naponi fazno pomereni za isti ugao, pa se lako može pokazati da je:

$$u_{L23}(t) = \sqrt{2}U_l \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3}\right), \quad (39.12)$$

$$u_{L31}(t) = \sqrt{2}U_l \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \frac{4\pi}{3}\right). \quad (39.13)$$

Tri fazna prostoperiodična napona data jednačinama (39.1) – (39.3) se mogu predstaviti pomoću tri fazora:

$$\hat{U}_U = U, \quad (39.14)$$

$$\hat{U}_V = U \cdot e^{-j120^\circ} = \hat{U}_U \cdot a^{-1}, \quad (39.15)$$

$$\hat{U}_W = U \cdot e^{-j240^\circ} = \hat{U}_U \cdot a^{-2}, \quad (39.16)$$

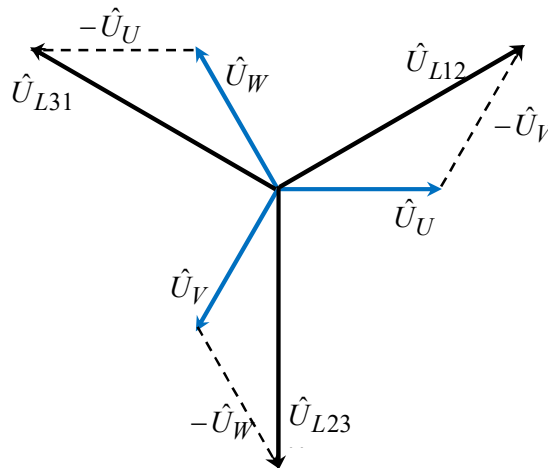
gde je $a = e^{j120^\circ}$ operator rotacije (rotator) u pozitivnom smeru (smer suprotan od smeru kazaljke na satu). Fazorski dijagram faznih napona trofaznog sistema vezanog u zvezdu prikazan je na slici 39.2. U fazorskoj interpretaciji za linijske napone se može zapisati:

$$\hat{U}_{L12} = \hat{U}_U - \hat{U}_V, \quad (39.17)$$

$$\hat{U}_{L23} = \hat{U}_V - \hat{U}_W, \quad (39.18)$$

$$\hat{U}_{L31} = \hat{U}_W - \hat{U}_U. \quad (39.19)$$

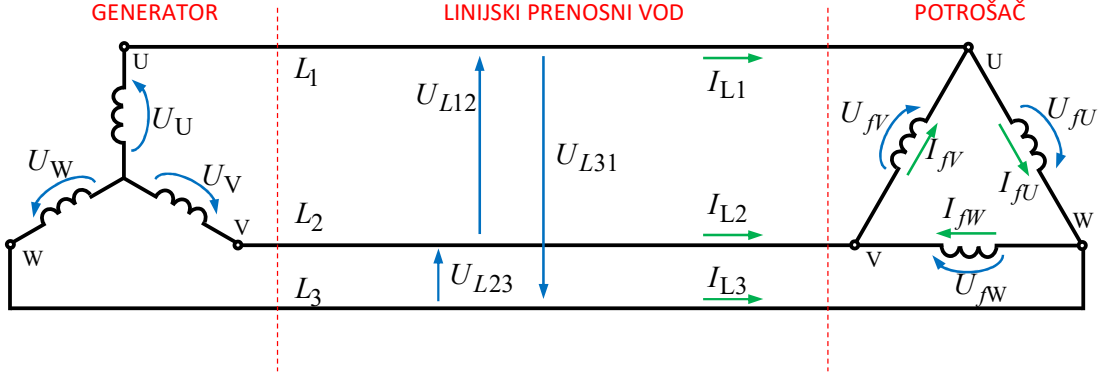
Na osnovu ovih jednačina može se nacrtati i fazorski dijagram linijskih napona, što je takođe prikazano na slici 39.2.



Slika 39.2. Fazorski dijagram faznih i linijskih napona trofaznog sistema vezanog u zvezdu.

b) Namoti motora, transformatora kao i delovi potrošača u širem smislu mogu biti vezani u trougao.

Na slici 39.3. prikazan je trofazni sistem koga čine trofazni generator i motor. Namoti generatora su spojeni u zvezdu, dok je namot motora spojen u trougao. Generator i motor su povezani trofaznim vodom.



Slika 39.3. Fazni i linijski (međufazni) naponi trofaznog sistema spregnutog u trougao

Sa slike 39.3 je očigledno da je kod sprege trougao linijski napon mreže koji se pojavljuje na priključkama trofaznog potrošača u suštini napon na namotaju (fazi), pa su naponi na namotima (fazama) i linijski naponi identični. Sa slike 39.3 se vidi da se struja koju potrošač povlači iz napojne mreže deli na dva fazna namotaja. Veza između linijske struje i struje kroz namotaje (faze) dobija se prostom primenom Kirhofovih pravila.

Analitički izrazi tri fazne struje (struje kroz fazne namotaje) trofaznog namotaja električne mašine (generatora, motora) su:

$$i_U(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t), \quad (39.20)$$

$$i_V(t) = \sqrt{2}I_f \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad (39.21)$$

$$i_W(t) = \sqrt{2}I_f \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right), \quad (39.22)$$

gde je I_f efektivna vrednost struje koja protiče kroz jednu fazu trofaznog namotaja vezanog u trougao, slika 39.3.

Linijske struje se određuju po prvom Kirhofovom zakonu:

$$i_{L1}(t) = i_U(t) - i_V(t), \quad (39.23)$$

$$i_{L2}(t) = i_V(t) - i_W(t), \quad (39.24)$$

$$i_{L3}(t) = i_W(t) - i_U(t). \quad (39.25)$$

Na osnovu jednačine (39.23) dobija se:

$$i_{L1}(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t) - \sqrt{2}I_f \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2}I_f \left(\sin \omega t - \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \right). \quad (39.26)$$

Primenom trigonometrijskog identiteta za rastavljanje zbira trigonometrijskih funkcija u proizvod (39.8) dobija se:

$$i_{L1}(t) = \sqrt{2}I_f \cdot 2 \cdot \cos \frac{\omega t + \omega t - \frac{2\pi}{3}}{2} \cdot \sin \frac{\omega t - \omega t + \frac{2\pi}{3}}{2}, \quad (39.27)$$

$$i_{L1}(t) = \sqrt{2}I_f \cdot 2 \cdot \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt{2}I_f \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{3} \right), \quad (39.28)$$

$$i_{L1}(t) = \sqrt{2}I_f \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} \right) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot I_f \cdot \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right). \quad (39.29)$$

Dobijena linijska struja se piše u obliku:

$$i_{L1}(t) = \sqrt{2}I_l \cdot \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right), \quad (39.30)$$

gde je $I_l = \sqrt{3}I_f$.

Na potpuno isti način se dobija linijska struja i_{L2} :

$$i_{L2}(t) = i_U(t) - i_V(t) = \sqrt{2}I_f \left(\sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right), \quad (39.31)$$

$$i_{L2}(t) = \sqrt{2}I_f \cdot 2 \cdot \cos(\omega t - \pi) \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \sqrt{2}I_f \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (-\cos \omega t), \quad (39.32)$$

$$i_{L2}(t) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot I_f \cdot \sin \left(-\frac{\pi}{2} + \omega t \right) = \sqrt{2} \cdot I_l \cdot \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3} \right). \quad (39.33)$$

Linijska struja i_{L3} će biti:

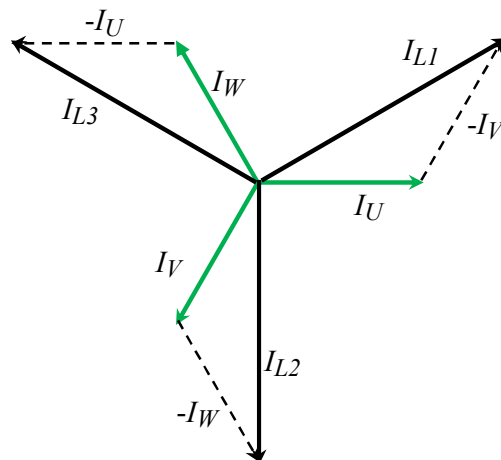
$$i_{L3}(t) = i_W(t) - i_U(t) = \sqrt{2}I_f \left(\sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) - \sin \omega t \right), \quad (39.34)$$

$$i_{L3}(t) = \sqrt{2}I_f \cdot 2 \cdot \sin \left(-\frac{2\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) = \sqrt{2}I_f \cdot 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \quad (39.35)$$

$$i_{L3}(t) = -\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot I_f \cdot \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \quad (39.36)$$

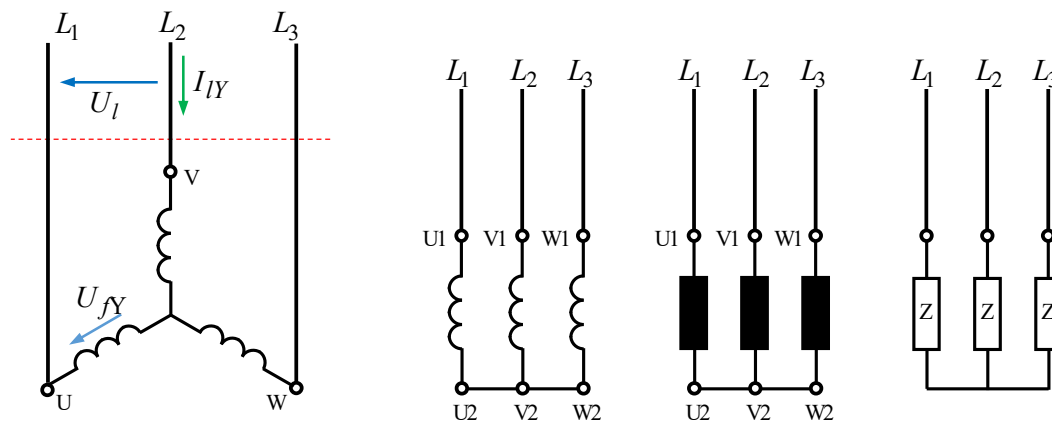
$$i_{L3}(t) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot I_f \cdot \sin \left(-\frac{\pi}{2} + \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) = \sqrt{2} \cdot I_l \cdot \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \frac{4\pi}{3} \right). \quad (39.37)$$

Fazorski dijagram struja je sličan kao dijagram napona u zvezdi i prikazan je na slici 39.4.

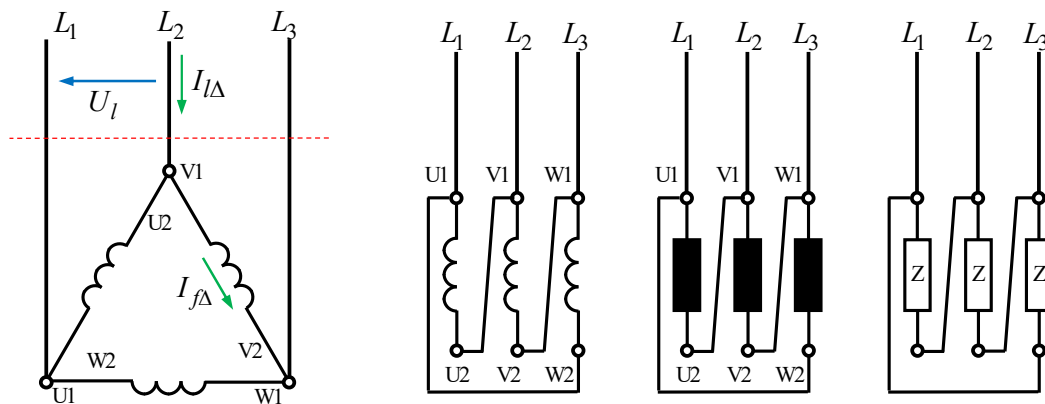


Slika 39.4. Fazorski dijagram faznih i linijskih struja trofaznog sistema spregnutog u trougao.

Na osnovu prethodnog se vidi da je međusobni odnos efektivnih vrednosti linijskog i faznog napona kod sprege zvezda $\sqrt{3}$, isto kao i odnos efektivnih vrednosti linijske i fazne struje u sprezi trougao. Ova činjenica se ne naglašava na električnim šemama već se podrazumeva da korisnik ovu problematiku poznaje. Na slici 39.5 je prikazana električna šema namotaja motora vezanog u zvezdu sa naznačenim priključkama tri fazna namota. Uobičajeno je da se priključke ne obeležavaju na šemama već se podrazumevaju. Na ovoj slici krajnje levo je šema koja se crta samo u edukativne svrhe. Na slici desno je prikazana šema gde su prikazani namoti, a krajnja šema predstavlja prikaz uravnoteženog trofaznog potrošača bilo koje vrste koji je karakterisan svojom faznom impedansom. Naravno, sve gore navedeno važi i u slučaju ovakvog opšteg trofaznog uravnoteženog potrošača. Ova razmatranja važe i za trofazni motor spregnut u trougao čija je šema prikazana na slici 39.6.



Slika 39.5. Šematski prikaz trofaznog namotaja spregnutog u zvezdu.



Slika 39.6. Šematski prikaz trofaznog namotaja spregnutog u trougao.

Za distributivnu mrežu, za motor, generator, transformator, odnosno trofazni potrošač uopšte, kao podatak o njihovom naponu uvek se daje podatak o linijskom naponu. Tako da kada se navede podatak o mreži, motoru, generatoru, transformatoru od: 400 V, 3 kV, 6 kV, 10 kV... uvek se podrazumeva da je to vrednost linijskog napona. Podatak o nominalnom naponu je linijski napon.

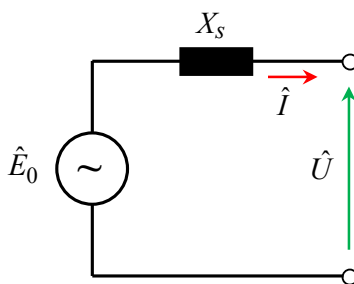
41. Zadatak: Trofazni sinhroni turbogenerator čiji je statoski namotaj spregnut u zvezdu, ima sledeće podatke: $S_n = 120 \text{ MVA}$, $U_n = 15 \text{ kV}$, $X_s = 1,2 \Omega$. Generator radi nominalno opterećen, a faktor snage je $\cos \varphi = 0,8$ i induktivnog je karaktera. Za navedeni režim rada generatora:

- Nacrtati odgovarajući vektorski dijagram.
- Odrediti indukovanu elektromotornu silu i ugao opterećenja.

a) Struja, napon, indukovana elektromotorna sila su skalarne fizičke veličine. U ustaljenom stanju ove veličine su prostoperiodične i mogu se predstaviti obrtnim vektorima – fazorima. Njihove vrednosti i međusobni fazni pomeraj pokazuje fazorski dijagram. Jednačina naponske ravnoteže sinhronog generatora u domenu fazorskih veličina glasi:

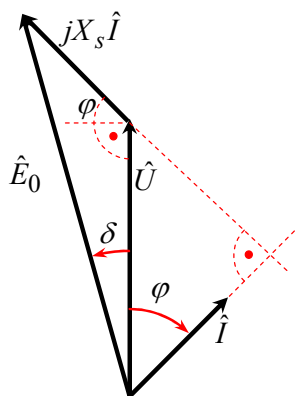
$$\hat{E}_0 = \hat{U} + jX_s \hat{I}.$$

Ova jednačina se može predstaviti ekvivalentnom šemom datom na slici 41.1.



Slika 41.1. Ekvivalentna šema sinhronog generatora.

Jednačina naponske ravnoteže i ekvivalentna šema mogu poslužiti za crtanje fazorskog dijagrama sinhronog generatora. Sve veličine u jednačini naponske ravnoteže, na ekvivalentnoj šemi i na fazorskom dijagramu su fazne veličine i ova činjenica se ne naglašava posebnim indeksom. Faktor snage datog generatora je induktivan, pa se može zaključiti da je generator natpobuđen. Fazorski dijagram je prikazan na slici 41.2.



Slika 41.2. Fazorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora.

b) Da bi se odredila elektromotorna sila praznog hoda, potrebno je prethodno odrediti struju generatora. Nominalna struja generatora je:

$$I_{nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = \frac{120 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3} = 4618,8 \text{ A} . \quad (41.1)$$

Indukovana ems se dobija jednostavno iz vektorskog dijagrama na slici 41.2. primenom kosinusne teoreme na trougao $U, X_s I, E_0$:

$$E_{0f} = \sqrt{U_{nf}^2 + X_s^2 I_{nf}^2 - 2U_{nf} X_s I_{nf} \cos(90^\circ + \varphi)} , \quad (41.2)$$

$$E_{0f} = \sqrt{U_{nf}^2 + X_s^2 I_{nf}^2 + 2U_{nf} X_s I_{nf} \sin \varphi} ,$$

$$E_{0f} = \sqrt{\left(15000/\sqrt{3}\right)^2 + 1,2^2 \cdot 4618,8^2 + 2 \cdot \left(15000/\sqrt{3}\right) \cdot 1,2 \cdot 4618,8 \cdot 0,6} = 12,78 \text{ kV} .$$

Do elektromotorne sile praznog hoda može se doći i iz odgovarajućeg pravouglog trougla:

$$E_{0f} = \sqrt{\left(U_{nf} \cos \varphi\right)^2 + \left(U_{nf} \sin \varphi + X_s I_{nf}\right)^2} , \quad (41.3)$$

$$E_{0f} = \sqrt{\left(15000/\sqrt{3} \cdot 0,8\right)^2 + \left(15000/\sqrt{3} \cdot 0,6 + 1,2 \cdot 4618,8\right)^2} = 12,78 \text{ kV} .$$

Linijaska vrednost elektromotorne sile praznog hoda je $E_0 = \sqrt{3}E_{0f} = 22,14 \text{ kV}$.

Sa vektorskog dijagrama na slici 41.2. jednostavno se može napisati jednačina pomoću koje se dolazi do vrednosti ugla opterećenja:

$$\delta = \arcsin \frac{X_s I_{nf} \cos \varphi}{E_{0f}} = \arcsin \frac{1,2 \cdot 4618,8 \cdot 0,8}{12780} = 20,3^\circ . \quad (41.4)$$

43. Zadatak: Turbogenerator nominalne snage $S_n = 400$ MVA, $U_n = 20$ kV ima sinhronu reaktansu $x_s = 100$ %. Elektromotorna sila praznog hoda je $e_0 = 125$ %, a ugao opterećenja je $\delta = 30^\circ$. Naći aktivnu i reaktivnu snagu u apsolutnim i relativnim jedinicama.

U ovom zadatku kao polazni podatak data je vrednost sinhrona reaktanse u relativnim jedinicama (procentima). U tehnici se često koriste relativne vrednosti koje ukazuju na međusobni odnos datih veličina. Relativne jedinice su vrednosti koje su normalizovane u odnosu na odabrane bazne veličine, koje se u opštem slučaju mogu uzeti proizvoljno:

$$y = \frac{Y}{Y_b} \text{ r.j. ili } y = \frac{Y}{Y_b} \cdot 100\%, \quad (43.1)$$

gde je Y_b bazna veličina kojom se normalizuje data veličina.

U analizi stacionarnih stanja sinhronih mašina uobičajeno je da se za bazne vrednosti odgovarajućih veličina uzimaju nominalne vrednosti. Iz ovog razloga odgovarajuće nominalne vrednosti sinhronih mašina su jednake jedinici kada su izražene u relativnim vrednostima, pri čemu normalizovane vrednosti parametara (reaktanse i otpornosti) nisu jednake jedinici. Relativne vrednosti često se prikazuju i u procentima množenjem relativne vrednosti sa 100. Mogući izbor baznih veličina i njihovih vrednosti je sledeći:

- za snagu: $S_b = S_n$,
- za struje $I_b = I_n$,
- za linijske napone i elektromotorne sile $U_b = U_n$,
- za fazne napone i elektromotorne sile $U_{bf} = U_{nf}$,
- za reaktanse i omske otpore $Z_b = \frac{U_b}{I_b} = \frac{U_{nf}}{I_n}$.

Osnovne bazne veličine su snaga, struja i napon. Sve ostale bazne veličine, ukoliko su potrebne, su izvedene. Bazna veličina za impedansu je izvedena bazna veličina. Kako je statorski namotaj sinhronih mašina vezan u zvezdu, to je fazna struja jednaka sa linijskom strujom, pa nema potreba za uvođenjem bazne fazne struje.

Za impedansu kao izvedenu baznu veličinu lako se pokazuje da je:

$$Z_b = \frac{U_b}{I_b} = \frac{U_{nf}}{I_n} = \frac{3 \cdot U_{nf} \cdot U_{nf}}{3 \cdot U_{nf} \cdot I_n} = \frac{U_n^2}{S_n}. \quad (43.2)$$

Definiše se samo bazna prividna snaga $S_b = S_n$, a aktivna i reaktivna snaga se normalizuju pomoću nje:

$$s = \frac{S}{S_b} = \frac{S}{S_n}, \quad p = \frac{P}{S_b} = \frac{P}{S_n}, \quad q = \frac{Q}{S_b} = \frac{Q}{S_n}. \quad (43.3)$$

Normalizovane, nominalne vrednosti aktivne i reaktivne snage su:

$$p_n = \frac{P_n}{S_n} = \cos \varphi_n, \quad q_n = \frac{Q_n}{S_n} = \sin \varphi_n. \quad (43.4)$$

Kako bi zadatak bio rešen na osnovu podataka datih u postavci, najpre će se izvršiti normalizacija ugaone karakteristike $P(\delta)$ i $Q(\delta)$ sinhrona mašine:

$$p = \frac{P}{S_b} = \frac{3U_f E_{0f}}{X_s \cdot 3U_{nf} I_n} \sin \delta = \frac{U_f}{U_{nf}} \cdot \frac{E_{0f}}{U_{nf}} \cdot \frac{1}{\frac{I_n}{U_{nf}} \cdot X_s} \sin \delta, \quad (43.5)$$

$$p = \frac{u \cdot e_0}{x_s} \sin \delta \text{ r.j.}, \quad (43.6)$$

$$q = \frac{Q}{S_b} = \frac{3U_f}{3U_{nf} I_n \cdot X_s} (E_{0f} \cos \delta - U_f) = \frac{U_f}{U_{nf}} \cdot \frac{1}{\frac{I_n}{U_{nf}} \cdot X_s} \cdot \frac{1}{U_{nf}} (E_{0f} \cos \delta - U_f), \quad (43.7)$$

$$q = \frac{u}{x_s} (e_0 \cos \delta - u) \text{ r.j.}, \quad (43.8)$$

gde su normalizovane odgovarajuće veličine: $u = \frac{U_f}{U_{nf}}$, $e_0 = \frac{E_{0f}}{U_{nf}}$, $x_s = \frac{X_s}{Z_b} = \frac{I_n}{U_{nf}} \cdot X_s$.

Sada se za poznate podatke iz postavke zadatka mogu odrediti aktivna, reaktivna i prividna snaga:

$$p = \frac{u \cdot e_0}{x_s} \sin \delta = \frac{1 \cdot 1,25}{1} \sin 30^\circ = 0,625 \text{ r.j.}, \quad (43.9)$$

$$q = \frac{u}{x_s} (e_0 \cos \delta - u) = \frac{1}{1} (1,25 \cos 30^\circ - 1) = 0,0825 \text{ r.j.}, \quad (43.10)$$

$$s = \sqrt{p^2 + q^2} = \sqrt{0,625^2 + 0,0825^2} = 0,63 \text{ r.j.}, \quad (43.11)$$

odnosno, u apsolutnim jedinicama:

$$P = p \cdot S_b = p \cdot S_n = 0,625 \cdot 400 = 250 \text{ MW}, \quad (43.12)$$

$$Q = q \cdot S_b = q \cdot S_n = 0,0825 \cdot 400 = 33 \text{ Mvar}, \quad (43.13)$$

$$S = s \cdot S_b = s \cdot S_n = 0,63 \cdot 400 = 252 \text{ MVA}. \quad (43.14)$$

45. Zadatak: Turbogenerator je priključen na krutu mrežu. Odrediti:

- Maksimalni momenat generatora u nominalnom režimu rada.
- Generator radi u režimu u kome je opterećen aktivnom snagom od 0,625 r.j. uz napon od 0,762 r.j. i $\cos\varphi = 0,6$. Odrediti vrednost maksimalne snage koja bi se mogla ostvariti, uz nepromenjenu pobudnu struju.

Podaci o generatoru: 16 MVA, 3000 o/min, $\cos\varphi_n = 0,8$, sprega Y, $x_s = 200\%$.

Gubici i zasićenje magnetnog kola turbogeneratora se mogu zanemariti.

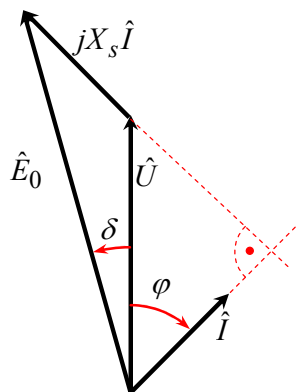
- Ako se za baznu vrednost brzine usvoji sinhrona brzina, tada vrednost brzine sinhrona mašine izražena u relativnim jedinicama iznosi jedan. Lako se pokazuje da je momenat sinhrona mašine izražen u relativnim jedinicama jednak snazi:

$$m = \frac{p}{\omega} = \frac{p}{1} = p \text{ r.j.} \quad (45.1)$$

Da bi se odredio maksimalan momenat generatora u nominalnom režimu:

$$m_{max} = p_{max} = \frac{u \cdot e_0}{x_s} \text{ r.j.}, \quad (45.2)$$

potrebno je odrediti elektromotornu silu praznog hoda u nominalnom režimu rada. Nominalni režim podrazumeva natpobuđen rad, tj. induktivan faktor snage. Odgovarajući vektorski dijagram dat je na slici 45.1.



Slika 45.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora.

Indukovana ems se dobija jednostavno iz vektorskog dijagrama na slici 45.1. primenom kosinusne teoreme na trougao $U, X_s I, E_0$:

$$e_0 = \sqrt{u^2 + x_s^2 i^2 + 2u \cdot x_s i \sin\varphi_n} = \sqrt{1^2 + 2^2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0,6} = 2,72 \text{ r.j.}, \quad (45.3)$$

Sada se primenom (45.2) može odrediti maksimalan momenat odnosno snaga generatora u nominalnom režimu:

$$m_{max} = p_{max} = \frac{u \cdot e_0}{x_s} = \frac{1 \cdot 2,72}{2} = 1,36 \text{ r.j.},$$

$$M_{max} = m_{max} \frac{S_n}{\omega_b} = m_{max} \frac{S_n}{2\pi f} = 1,36 \frac{16 \cdot 10^6}{100\pi} = 69264 \text{ Nm}. \quad (45.4)$$

b) Lako se pokazuje da je normalizovana snaga:

$$p = \frac{P}{S_b} = \frac{3U_f I_f \cos \varphi}{3U_{nf} I_n} = u \cdot i \cos \varphi \text{ r.j.}, \quad (45.5)$$

pa struja generatora za dati režim rada iznosi:

$$i = \frac{p}{u \cdot \cos \varphi} = \frac{0,625}{0,762 \cdot 0,6} = 1,37 \text{ r.j.} \quad (45.6)$$

Indukovana elektromotorna sila praznog hoda u ovom režimu rada dobija se na isti način kao i u prethodnom delu zadatka:

$$e_0 = \sqrt{u^2 + x_s^2 i^2 + 2u \cdot x_s i \sin \varphi_n} = \sqrt{0,762^2 + 2^2 \cdot 1,37^2 + 2 \cdot 0,762 \cdot 2 \cdot 1,37 \cdot 0,8} = 3,38 \text{ r.j.} \quad (45.7)$$

Maksimalna snaga generatora pri datim uslovima bi iznosila:

$$p_{max} = \frac{u \cdot e_0}{x_s} = \frac{0,762 \cdot 3,38}{2} = 1,29 \text{ r.j.}, \quad (45.8)$$

$$P_{max} = p_{max} \cdot S_n = 1,29 \cdot 16 \cdot 10^6 = 20,64 \text{ MW}. \quad (45.9)$$

47. Zadatak: Turbogenerator $S_n = 200$ MVA, $U_n = 10$ kV ima sinhronu reaktansu $x_s = 100\%$. Elektromotorna sila praznog hoda je $e_0 = 125\%$, a ugao opterećenja je 30° .

- Naći aktivnu i reaktivnu snagu u apsolutnim i relativnim jedinicama.
- Ukoliko je maksimalno moguća vrednost elektromotorne sile praznog hoda $e_0 = 2$ r.j., odrediti opseg ugla opterećenja i elektromotorne sile pri kojima će generator moći da odaje izračunatu aktivnu snagu.

Svi gubici u generatoru i zasićenje magnetnog kola se mogu zanemariti.

- Pomoću ugaonih karakteristika moguće je odrediti aktivnu i reaktivnu snagu datog turbogeneratorsa:

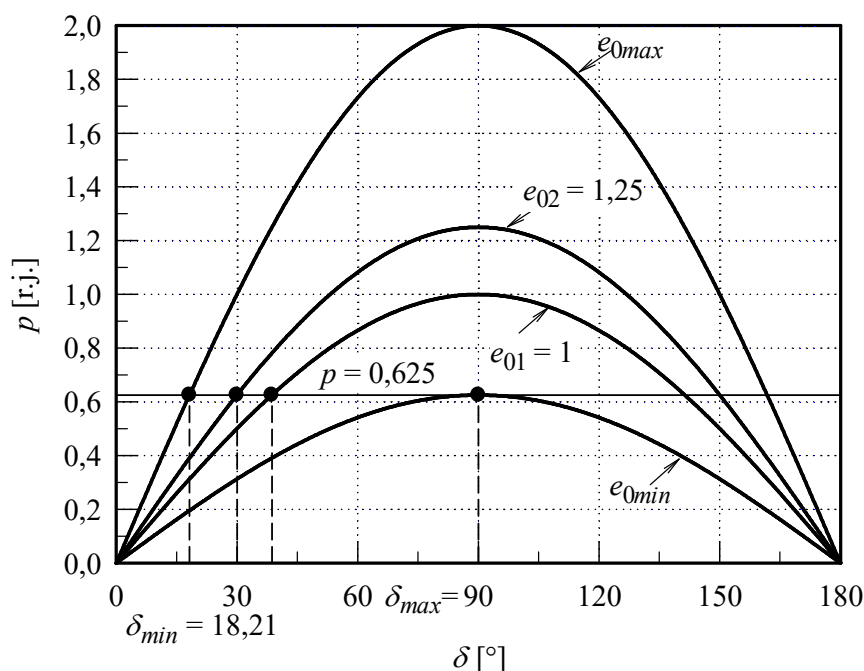
$$p = \frac{u \cdot e_0}{x_s} \sin \delta = \frac{1 \cdot 1,25}{1} \sin 30^\circ = 0,625 \text{ r.j.}, \quad (47.1)$$

$$q = \frac{u}{x_s} (e_0 \cos \delta - u) = \frac{1}{1} (1,25 \cos 30^\circ - 1) = 0,0825 \text{ r.j.}, \quad (47.2)$$

$$P = p \cdot S_n = 0,625 \cdot 200 = 125 \text{ MW}, \quad (47.3)$$

$$Q = q \cdot S_n = 0,0825 \cdot 200 = 16,5 \text{ Mvar} \quad (47.4)$$

- Promenom struje pobude, odnosno elektromotorne sile praznog hoda, za zadatu aktivnu snagu prema (47.1) promeniće se ugao opterećenja. Zahtevanu aktivnu snagu moguće je ostvariti pri različitim vrednostima indukovane elektromotorne sile, odnosno ugla opterećenja. Ovo je prikazano na slici 47.2. u vidu familije ugaonih karakteristika za različite vrednosti struje pobude.



Slika 47.1. Familija ugaonih karakteristika sinhronog generatora za različite vrednosti elektromotorne sile praznog hoda e_0 .

Maksimalnoj elektromotornoj sili praznog hoda $e_{0max} = 2$ r.j., odgovara najmanja vrednost ugla opterećenja:

$$p = \frac{u \cdot e_{0max}}{x_s} \sin \delta_{min} \Rightarrow \delta_{min} = \arcsin \frac{p \cdot x_s}{u \cdot e_{0max}} = \arcsin \frac{0,625 \cdot 1}{1 \cdot 2} = 18,21^\circ \quad (47.5)$$

Za minimalnu elektromotornu silu praznog hoda e_{0min} , ugao opterećenja je maksimalan i iznosi $\delta_{max} = 90^\circ$:

$$p = \frac{u \cdot e_{0min}}{x_s} \sin \delta_{max} \Rightarrow e_{0min} = \frac{p \cdot x_s}{u \cdot \sin \delta_{max}} = \frac{0,625 \cdot 1}{1 \cdot \sin 90^\circ} = 0,625 \text{ r.j.} \quad (47.6)$$

Reaktivna snaga generatora za ove dve vrednosti elektromotorne sile praznog hoda je:

$$q_1 = \frac{u}{x_s} (e_{0max} \cdot \cos \delta_{min} - u) = \frac{1}{1} (2 \cdot \cos 18,21^\circ - 1) = 0,9 \text{ r.j.}, \quad (47.7)$$

$$q_2 = \frac{u}{x_s} (e_{0min} \cdot \cos \delta_{max} - u) = \frac{1}{1} (0,625 \cdot \cos 90^\circ - 1) = -1 \text{ r.j.} \quad (47.8)$$

Prividna snaga za ove dve granične vrednost elektromotorne sile praznog hoda e_{0max} i e_{0min} , iznosi:

$$s = \sqrt{p^2 + q^2}, \quad (47.9)$$

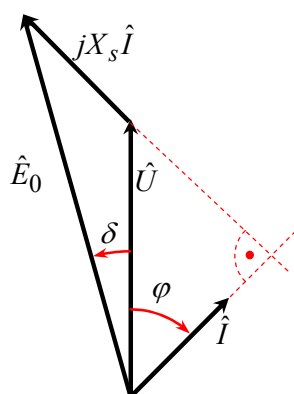
$$s_{e_{0max}} = \sqrt{0,625^2 + 0,9^2} = 1,1 \text{ r.j.}, \quad (47.10)$$

$$s_{e_{0min}} = \sqrt{0,625^2 + (-1)^2} = 1,18 \text{ r.j.} \quad (47.11)$$

42. Zadatak: Četvoropolni turbogenerator nominalnih podataka: $S_n = 63 \text{ MVA}$, 50 Hz , $\cos \varphi_n = 0,8$, $U_n = 15,5 \text{ kV}$, $X_s = 4 \Omega$, povezan je na krutu mrežu svog nominalnog napona. Pobudni sistem generatora je podešen tako da efektivna vrednost indukovane elektromotorne sile generatora može varirati između $E_{max} = E_{0n} \cdot \sqrt{3}$ i $E_{min} = E_{0n} / \sqrt{3}$.

- Nacrtati odgovarajući vektorski dijagram generatora u nominalnom režimu i odrediti vrednosti indukovane elektromotorne sile i ugla opterećenja.
- Ako je struja generatora sistemom zaštite ograničena na nominalnu vrednost odrediti kolika je maksimalna aktivna snaga koju generator može da daje mreži, nacrtati vektorski dijagram i izračunati sve elemente vektorskog dijagrama. Odrediti kolika je reaktivna snaga po iznosu i smeru.
- Ponoviti postupak pod b) pod uslovom da sistem ograničenja struje statora ne postoji.
- Na koji način se postižu radna stanja pod b) i c)?

a) Nominalan faktor snage sinhronih mašina je induktivan, pa se lako zaključuje da je dati generator natpobuđen. Vektorski dijagram natpobuđenog generatora prikazan je na slici 42.1.



Slika 42.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora.

Nominalni fazni napon i struja generatora su:

$$U_{nf} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{15500}{\sqrt{3}} = 8949 \text{ V}, \quad I_{nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_n} = \frac{63 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 15500} = 2346,6 \text{ A}. \quad (42.1)$$

Indukovana ems se dobija jednostavno iz vektorskog dijagrama na slici 42.1. primenom kosinusne teoreme na trougao $U, X_s I, E_0$:

$$E_{0nf} = \sqrt{U_{nf}^2 + X_s^2 I_{nf}^2 + 2 U_{nf} X_s I_{nf} \sin \varphi_n}, \quad (42.2)$$

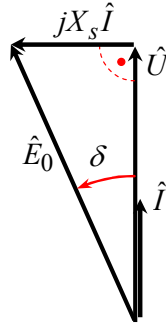
$$E_{0nf} = \sqrt{8949^2 + 4^2 \cdot 2346,6^2 + 2 \cdot 8949 \cdot 4 \cdot 2346,6 \cdot 0,6} = 16,4 \text{ kV}.$$

Linijska vrednost indukovnog napona je $E_{0n} = \sqrt{3} E_{0nf} = 28,407 \text{ kV}$.

Sa vektorskog dijagrama na slici 42.1. lako se može napisati jednačina pomoću koje se dolazi do vrednosti ugla opterećenja:

$$\delta = \arcsin \frac{X_s I_{nf} \cos \varphi_n}{E_{0nf}} = \arcsin \frac{4 \cdot 2346,6 \cdot 0,8}{16400} = \arcsin 0,4579 = 27,25^\circ. \quad (42.3)$$

b) Prema uslovu iz ovog dela zadatka struja generatora je sistemom zaštite ograničena na nominalnu vrednost. Ograničenje struje na nominalnu vrednost vrši se kako bi se sprečilo pregrevanja generatora. Struja generatora ima dve komponente: aktivnu i reaktivnu. Podešavanjem pobudne struje može se postići da celokupna struja generatora bude aktivna, odnosno da generator predaje mreži samo aktivnu snagu u iznosu $P = S = 63 \text{ MW}$ tj. bez razmene reaktivne snage, $Q = 0$. Tada je faktor snage $\cos \varphi = 1$. Vektorski dijagram sinhronog generatora u ovom režimu prikazan je na slici 42.2.



Slika 42.2. Vektorski dijagram sinhronog generatora sa $\cos \varphi = 1$.

Sa vektorskog dijagrama na slici 42.2. lako se može doći do indukovano napona:

$$E_{0f1} = \sqrt{U_{nf}^2 + X_s^2 I_{nf}^2} = \sqrt{8949^2 + 4^2 \cdot 2346,6^2} = 12969 \text{ V} . \quad (42.4)$$

Linijaska vrednost indukovano napona je $E_{01} = \sqrt{3} E_{0f1} = 22,462 \text{ kV}$.

Ugao opterećenja u ovom režimu je:

$$\delta_1 = \arccos \frac{U_{nf}}{E_{0f1}} = \arccos \frac{8949}{12969} = 46,37^\circ . \quad (42.5)$$

c) Ukoliko ne postoji ograničenje po struji, maksimalna snaga koju generator može predati dobija se iz ugaone karakteristike i iznosi :

$$P_{max} = 3 \frac{U_{nf} E_{0maxf}}{X_s} = 3 \frac{U_{nf} \sqrt{3} E_{0nf}}{X_s} = 3 \frac{8949 \cdot \sqrt{3} \cdot 16400}{4} = 190,65 \text{ MW} . \quad (42.6)$$

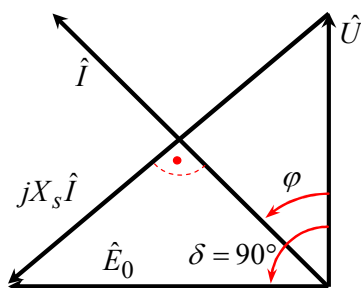
Kada sinhroni generator predaje maksimalnu snagu ugao opterećenja je $\delta = 90^\circ$. Vektorski dijagram sinhronog generatora koji predaje maksimalnu snagu prikazan je na slici 42.3.

Pomoću vektorskog dijagrama na slici 42.3. može se napisati jednačina:

$$X_s^2 I_{f2}^2 = U_{nf}^2 + E_{0maxf}^2 , \quad (42.7)$$

iz koje se može odrediti struja generatora kada predaje maksimalnu snagu:

$$I_{f2} = \frac{1}{X_s} \sqrt{U_{nf}^2 + E_{0maxf}^2} = \frac{1}{4} \sqrt{8949^2 + 3 \cdot 16400^2} = 7445,5 \text{ A} > I_{fn} . \quad (42.8)$$



Slika 42.3. Vektorski dijagram sinhronog generatora koji predaje maksimalnu snagu.

Faktor snage i reaktivna snaga generatora u ovom režimu su:

$$\cos \varphi_2 = \frac{P_{max}}{\sqrt{3} U_n I_{f2}} = \frac{190,65}{\sqrt{3} \cdot 15,5 \cdot 7,4455} = 0,9538, \quad (42.9)$$

$$Q_2 = 3 \frac{U_{nf}}{X_s} (E_{0maxf} \cos \delta - U_{nf}) = -3 \frac{U_{nf}^2}{X_s} = -\frac{15,5^2}{4} = -60,0625 \text{ Mvar}. \quad (42.10)$$

Treba primetiti da kada generator radi sa maksimalnom mogućom snagom da je on potpobuđen, tj. troši reaktivnu snagu. U praktičnom radu ne dopušta se rad sa $\delta = 90^\circ$.

d) Da bi se postigao radni režim pod b) turbina generatora mora biti u mogućnosti da generatoru preda mehaničku snagu koja je jednaka nominalnoj prividnoj snazi (naravno uvećanu za snagu gubitaka u generatoru). Kako pod takvim uslovima struja generatora ne bi premašila nominalnu vrednost, potrebno je smanjivati pobudu generatora sve dok proizvodnja reaktivne energije ne postane jednaka nuli. U stvarnosti se ovo ne može postići, jer je snaga turbine uobičajeno manja od nominalne prividne snage generatora $P_t < S_n$. Obično se za date uslove (protoka, pada, termopotencijala) bira snaga turbine. Zatim se prividna snaga generatora bira prema potrebnom naponu mreže, željenoj reaktivnoj snazi tj. $\cos \varphi_n$.

Ukoliko ne postoji ograničenje po struji generatora, maksimalna snaga koju generator može predati određena je snagom na granici stabilnog rada tj. $\delta = 90^\circ$. Ova snaga zavisi od elektromotorne sile praznog hoda, odnosno pobude. Za maksimalnu vrednost pobude, odnosno elektromotorne sile, postiže se najveća vrednost maksimalne predate snage generatora. Pri tome generator radi u potpobuđenom režimu tj. troši reaktivnu snagu. Ovaj režim rada je hipotetičan jer je praćen strujom generatora koja je višestruko veća od nominalne struje $I_{f2} / I_{nf} = 3,17$. Postavlja se pitanje zašto ova vrednost struje nije dozvoljena za rad mašine? Struja je praćena Džulovim gubicima u namotajima mašine, koji su od nje kvadratno zavisni. Snaga Džulovih gubitaka je toplota koja podiže temperaturu u mašini. Prevelika temperatura dovodi do oštećenja izolacije ili do ubrzanog starenja izolacije namotaja mašine.

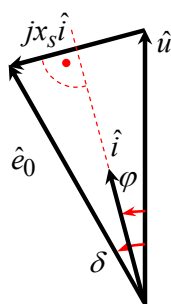
44. Zadatak: Trofazni sinhroni turbogenerator nominalne snage 16 MVA, napona 6300 V, učestanosti 50 Hz i sprege Y, ima sinhronu reaktansu 100 %. Generator je pobuđen tako da je u praznom hodu napon na njegovim priključkama jednak nominalnoj vrednosti. Zanemarujući gubitke odrediti:

- Faktor snage pri kome se ovaj generator može opteretiti nominalnim opterećenjem pri nepromenjenoj pobudnoj struji i naponu.
- Maksimalnu snagu opterećenja, struju generatora i odgovarajući faktor snage pri datim vrednostima pobudne struje i napona.

- Kako je indukovana elektromotorna sila praznog hoda jednaka nominalnom naponu mreže, $e_0 = u = 1$, to se iz nejednačine:

$$e_0 \cdot \cos \delta \leq u, \quad (44.1)$$

može zaključiti da je generator potpobuđen. Vektorski dijagram potpobuđenog sinhronog generatora kod koga je $e_0 = u = 1$, prikazan je na slici 44.1.



Slika 44.1. Vektorski dijagram potpobuđenog sinhronog generatora.

Faktor snage, pri kome se ovaj generator može opteretiti nominalnim opterećenjem pri nepromenjenoj pobudnoj struji i naponu, lako se može odrediti sa vektorskog dijagrama:

$$\sin \varphi = \frac{x_s i / 2}{u} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 0,5, \quad (44.2)$$

odnosno faktor snage je $\cos \varphi = \sqrt{3}/2 = 0,866$.

- Maksimalna snaga kojom se može opteretiti dati generator, izražena u relativnim jedinicama, iznosi:

$$p_{max} = \frac{u \cdot e_0}{x_s} = \frac{1 \cdot 1}{1} = 1 \text{ r.j.}, \quad (44.3)$$

odnosno u apsolutnim jedinicama:

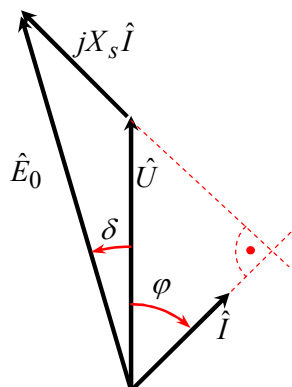
$$P_{max} = p_{max} \cdot S_b = p_{max} \cdot S_n = 16 \text{ MW}. \quad (44.4)$$

Kada sinhroni generator predaje maksimalnu snagu, ugao opterećenja je $\delta = 90^\circ$. Vektorski dijagram sinhronog generatora koji predaje maksimalnu snagu prikazan je na slici 44.2.

52. Zadatak: Trofazni sinhroni generator ima nominalne podatke: 400 kW, 6,3 kV, 50 Hz, 45,8 A, $\cos\varphi = 0,8$, 1500 o/min i sinhronu reaktansu $X_s = 18 \Omega$. Svi gubici se mogu zanemariti. Generator je predviđen da napaja nekoliko potrošača u jednoj fabrici, i njegov rotor se obrće konstantnom i nominalnom brzinom.

- Prvo je u praznom hodu podešen napon od 6210 V, a zatim su priključeni potrošači i protekla je struja od 38 A uz $\cos\varphi = 0,8$ induktivno. Izračunati napon na priključkama generatora, aktivnu i reaktivnu snagu koju generator odaje, kao i ekvivalentnu impedansu potrošača. Smatrati da je ta impedansa konstantna.
- Napon na priključkama generatora treba podesiti na 6 kV. Na koji način će se podesiti napon? Odrediti struju generatora i sve elemente vektorskog dijagrama.
- Odrediti procentualnu promenu momenta pogonske mašine koja pokreće vratilo generatora pri promeni režima iz a) u b). Objasniti zašto je ta promena momenta neophodna.

Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora prikazan je na slici 52.1.



Slika 52.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog generatora.

U radu sinhronih generatora međusobno se razlikuje režim rada generatora povezanog na krutu mrežu od rada na sopstvenu mrežu. Ako sinhroni generator samostalno napaja individualne potrošače, tada se govori o radu na sopstvenu mrežu. Sinhroni generator u radu na sopstvenu mrežu treba da obezbedi nominalnu frekvenciju i nominalan napon na potrošaču, u uslovima promenljive potrošnje, što se postiže odgovarajućim upravljanjem.

Promenom struje pobude I_p menja se elektromotorna sila praznog hoda E_{0f} , a time i napon potrošača, a brzinom obrtanja pogonske mašine održava se nominalna frekvencija. Da bi frekvencija ostala konstantna, pogonska mašina treba da daje onoliku snagu kolika se troši na aktivnoj komponenti potrošača. Na indukovanu elektromotornu silu praznog hoda utiče i brzina obrtanja rotora odnosno, frekvencija:

$$E_{0f} = \frac{\omega \cdot M \cdot I_p}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi \cdot f \cdot M \cdot I_p}{\sqrt{2}},$$

gde je M međusobna induktivnost pobudnog i statorskog namotaja.

Svaka promena aktivne komponente potrošača zahteva novu aktivnu snagu koju generatoru mora predati pogonska mašina. Ako se ne promeni pogonski momenat (pri

promenjenoj aktivnoj komponenti potrošača) uspostaviće se novo stacionarno stanje sa novom veličinom brzine obrtanja, odnosno frekvencijom napona. Ovaj zaključak sledi iz Njutnove jednačine kretanja. Kako bi u datoj situaciji dobili željeni napon (nominalni), treba regulisati pobudnu struju generatora.

Za razliku od rada na krutoj mreži kad mreža "guta" sve što joj generator može dati, u radu na sopstvenoj mreži potrošač diktira aktivnu i reaktivnu snagu (potrošač diktira faktor snage).

a) U prvom režimu podešeni napon predstavlja linijsku vrednost elektromotorne sile praznog hoda. Obzirom na spregu namotaja, njena fazna vrednost je $E_{0f} = 6210/\sqrt{3} = 3585,3$ V. Napon na priključkama generatora se može odrediti iz sledeće jednačine napisane prema vektorskom dijagramu sa slike 52.1:

$$E_{0f}^2 = U_f^2 + X_s^2 I_f^2 + 2U_f X_s I_f \sin \varphi. \quad (52.1)$$

Kada se u (52.1) uvrste brojne vrednosti, dobija se kvadratna jednačina po nepoznatom naponu:

$$3585,3^2 = U_f^2 + 18^2 \cdot 38^2 + 2U_f \cdot 18 \cdot 38 \cdot 0,6, \\ U_f^2 + 820,8 \cdot U_f - 12386520 = 0, \quad (52.2)$$

čijim rešavanjem se dobija fazni $U_f = 3132,9$ V odnosno linijski napon $U = \sqrt{3}U_f = 5426,3$ V. Drugo rešenje kvadratne jednačine je negativno, pa nije fizički prihvatljivo da bude efektivna vrednost napona.

Aktivna i reaktivna snaga generatora iznose:

$$P = \sqrt{3}UI_f \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 5426,3 \cdot 38 \cdot 0,8 = 285,7 \text{ kW}, \quad (52.3)$$

$$Q = \sqrt{3}UI_f \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 5426,3 \cdot 38 \cdot 0,6 = 214,3 \text{ kvar}. \quad (52.4)$$

Ekvivalentna impedansa potrošača je:

$$Z_p = \frac{U_f}{I_f} = \frac{3132,9}{38} = 82,44 \, \Omega, \quad (52.5)$$

$$\hat{Z}_p = Z_p \cdot e^{j\varphi} = 82,44 \cdot e^{j \arccos(0,8)} = 82,44 \cdot e^{j36,87^\circ} = (66 + j \cdot 49,5) \, \Omega/\text{fazi}. \quad (52.6)$$

b) Da bi se podigao napon na $U_1 = 6000$ V, potrebno je povećati struju pobude, čime se povećava i elektromotorna sila praznog hoda. Usled promene napona na potrošaču promeniće se struja potrošača. Faktor snage kada sinhroni generator radi na sopstvenu mrežu određen je potrošačem. Kako se potrošač nije menjao, to je faktor snage ostao nepromenjen. Vektorski dijagram je sličan kao na slici 52.1, s tim da su se promenile veličine pojedinih fazora i uglovi.

Željenom linijskom naponu od $U_1 = 6000$ V odgovara fazni napon $U_{f1} = U_1/\sqrt{3} = 3464,1$ V. Usled ovog napona na potrošaču koji je ekvivalentiran impedansom Z_p teći će struja u iznosu:

$$I_{f1} = \frac{U_{f1}}{Z_p} = \frac{3464,1}{82,44} = 42,02 \text{ A}. \quad (52.7)$$

Sada se pomoću jednačine (52.1) može odrediti elektromotorna sila praznog hoda:

$$E_{0f1} = \sqrt{U_{f1}^2 + X_s^2 I_{f1}^2 + 2U_{f1} X_s I_{f1} \sin \varphi}, \quad (52.8)$$

$$E_{0f1} = \sqrt{3464,1^2 + 18^2 \cdot 42,02^2 + 2 \cdot 3464,1 \cdot 18 \cdot 42,02 \cdot 0,6} = 3964 \text{ V},$$

$$E_{01} = \sqrt{3} E_{0f1} = \sqrt{3} \cdot 3974 = 6866 \text{ V}.$$

Sa vektorskog dijagrama na slici 52.1. se jednostavno može napisati jednačina pomoću koje se dolazi do ugla opterećenja:

$$\delta = \arcsin \frac{X_s I_{f1} \cos \varphi}{E_{0f1}} = \arcsin \frac{18 \cdot 42,02 \cdot 0,8}{3964} = 8,8^\circ. \quad (52.9)$$

Aktivna i reaktivna snaga potrošača pri ovom naponu i struji iznose:

$$P_1 = \sqrt{3} U_1 I_{f1} \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 6000 \cdot 42,02 \cdot 0,8 = 349,3 \text{ kW}, \quad (52.10)$$

$$Q_1 = \sqrt{3} U_1 I_{f1} \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 6000 \cdot 42,02 \cdot 0,6 = 263,1 \text{ kvar}. \quad (52.11)$$

c) Iz jednačina (52.3) i (52.10) je očigledno da je došlo do povećanja aktivne snage potrošača, koja predstavlja izlaznu snagu generatora. Kako su svi gubici zanemareni, to je ulazna snaga generatora jednaka izlaznoj snazi. Na osnovu iznetog zaključuje se da mora doći do povećanja mehaničke snage na vratilu sinhronog generatora kako bi se održala konstantna brzina obrtanja rotora. Procentualna promena momenta pogonske mašine jednaka je procentualnoj promeni ulazne mehaničke snage, jer je brzina obrtanja rotora konstantna.

$$\frac{m_{m1}}{m_m} = \frac{P_{m1}}{P_m} = \frac{P_1}{P} = \frac{\sqrt{3} U_1 I_{f1} \cos \varphi}{\sqrt{3} U I_f \cos \varphi} = \frac{U_1 \cdot I_{f1}}{U \cdot I_f} = \frac{3464,1 \cdot 42,02}{3132,9 \cdot 38} = 1,223 \quad (52.12)$$

Moment pogonske mašine potrebno je povećati za 22,3 %.

Sada se može postaviti pitanje šta bi se desilo, da sa povećanjem napona ne dođe do povećanja mehaničkog momenta na vratilu generatora? Iz Njutnove jednačine kretanja:

$$J \frac{d\omega}{dt} = m_m - m_{c1}, \quad (52.13)$$

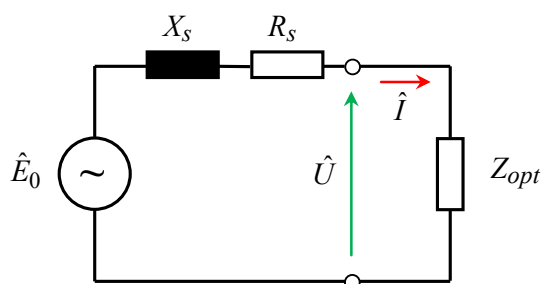
očigledno je da bi bila narušena ravnoteža momenata, jer bi mehanički momenat na vratilu generatora ostao nepromenjen, a momenat konverzije bi se uvećao usled povećanja napona i struje potrošača. Usled razlike momenata koja bi se javila ($m_c > m_m$) generator bi počeo da usporava, jer ne može ista ulazna snaga da ostvari veću izlaznu snagu. Smanjenje brzine bi, uz konstantnu struju pobude, vodilo ka smanjenju elektromotorne sile odnosno napona na potrošaču.

Sada se može postaviti novo pitanje, a dokle bi rotor usporavao? Smanjenje brzine rotora ima za posledicu smanjenje napona na potrošaču, što je dalje praćeno sa smanjenjem snage potrošača. Rotor bi usporavao sve dok se ponovo ne izjednače mehanički momenat (koji je određen pogonskom mašinom) i momenat konverzije (na koga utiče potrošač), $m_c = m_m$. Tada bi nastalo novo stacionarno stanje.

55. Zadatak: Trofazni sinhroni generator sa nominalnim podacima: Y, 3600 o/min, sinhrona reaktansa $X_s = 60 \Omega$, otpornost namotaja statora $R_s = 10 \Omega$, opterećen je trofaznom simetričnom impedansom $Z_{opt} = (100 - j80) \Omega/\text{fazi}$. Fazni napon generatora u praznom hodu je 2000 V. Zanemariti gubitke u gvožđu i mehaničke gubitke.

- Nacrtati vektorski dijagram.
- Odrediti: faktor snage, ugao opterećenja, efektivnu vrednost struje generatora, efektivne vrednosti faznog i linijskog napona generatora, aktivnu i reaktivnu snagu koju odaje generator.
- Da li se i čime može postići da generator proizvodi reaktivnu snagu?

Na slici 55.1. prikazana je ekvivalentna šema sinhronog generatora opterećenog impedansom $Z_{opt} = R_{opt} - jX_{opt}$.



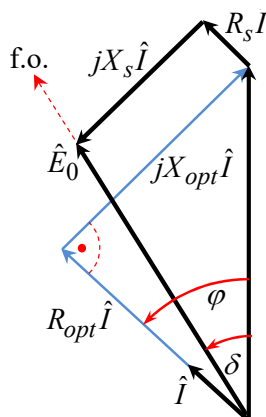
Slika 55.1. Ekvivalentna šema sinhronog generatora opterećenog impedansom.

Za ekvivalentnu šemu sa slike 55.1, jednačina naponske ravnoteže u domenu fazorskih veličina, glasi:

$$\hat{E}_0 = \hat{U} + R_s \hat{I} + jX_s \hat{I}.$$

$$\hat{U} = \hat{Z}_{opt} \hat{I} = R_{opt} \hat{I} - jX_{opt} \hat{I}.$$

- Iz impedanse potrošača se može zaključiti da je potrošač kapacitivnog karaktera tj. da proizvodi reaktivnu snagu, a da je generator troši i da radi u potpobuđenom režimu. Vektorski dijagram potpobuđenog sinhronog generatora opterećenog impedansom prikazan je na slici 55.2.



Slika 55.2. Vektorski dijagram potpobuđenog sinhronog generatora opterećenog impedansom.

Na slici 55.2. nacrtan je vektorskom dijagram sa $\delta < \varphi$. Bitno je da se pri crtanju vektorskog dijagrama postavi kapacitivan $\cos \varphi$, a da li će δ biti veće ili manje od φ , utvrdiće se nakon proračuna.

b) Faktor snage i ugao faktora snage generatora koji radi na sopstvenu mrežu određen je potrošačem i on iznosi:

$$\cos \varphi = \frac{\operatorname{Re}\{\hat{Z}_{opt}\}}{Z_{opt}} = \frac{100}{\sqrt{100^2 + 80^2}} = 0,7809 \text{ cap}, \Rightarrow \varphi = 38,66^\circ. \quad (55.1)$$

Pomoću vektorskog dijagrama sa slike 55.2. se mogu napisati jednačine:

$$E_{0f} \cdot \sin(\varphi - \delta) = (X_{opt} - X_s)I, \quad (55.2)$$

$$E_{0f} \cdot \cos(\varphi - \delta) = (R_{opt} + R_s)I, \quad (55.3)$$

koje će omogućiti da se odredi razlika uglova faktora snage i ugla opterećenja:

$$\varphi - \delta = \arctg \frac{X_{opt} - X_s}{R_{opt} + R_s} = \arctg \frac{80 - 60}{100 + 10} = 10,3^\circ, \quad (55.4)$$

a zatim i ugla opterećenja:

$$\delta = \varphi - (\varphi - \delta) = 38,66^\circ - 10,3^\circ = 28,36^\circ. \quad (55.5)$$

Sada se pomoću jednačina (55.1) i (55.5) može konstatovati da je $\delta < \varphi$, kao što je prikazano na vektorskom dijagramu sa slike 55.2.

Pomoću jednačine (55.3) se može odrediti fazna struja generatora:

$$I = \frac{E_{0f} \cdot \cos(\varphi - \delta)}{R_{opt} + R_s} = \frac{2000 \cdot \cos 10,3^\circ}{100 + 10} = 17,89 \text{ A}. \quad (55.6)$$

Fazni i linijski napon generatora su:

$$U_f = Z_{opt} \cdot I = \sqrt{R_{opt}^2 + X_{opt}^2} \cdot I = \sqrt{100^2 + 80^2} \cdot 17,89 = 2291,04 \text{ V}, \quad (55.7)$$

$$U_l = \sqrt{3} \cdot U_f = \sqrt{3} \cdot 2291,04 = 3968,19 \text{ V}. \quad (55.8)$$

Aktivna i reaktivna električna snaga generatora su:

$$P_{elg} = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 3968,19 \cdot 17,89 \cdot 0,78 = 95,908 \text{ kW}, \quad (55.9)$$

$$Q_{elg} = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 3968,19 \cdot 17,89 \cdot \left(-\sqrt{1 - 0,78^2}\right) = -76,945 \text{ kvar}. \quad (55.10)$$

Negativna reaktivna snaga u (55.10) ukazuje da generator ne proizvodi, već troši reaktivnu snagu.

Do rešenja koja su upravo dobijena došlo se polazeći od vektorskog dijagrama sinhronog generatora. Isto se može dobiti rešavanjem ekvivalentnog kola sinhronog generatora opterećenog impedansom, što je prikazano na slici 55.2. Iz ekvivalentnog kola sinhronog generatora opterećenog impedansom može se odrediti fazna struja i napon:

$$\hat{I} = \frac{E_{0f}}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_{opt}} = \frac{2000}{(10 + j60) + (100 - j80)} = 17,6 + j3,2 = 17,89 \cdot e^{j10,3^\circ}, \quad (55.11)$$

$$\hat{U}_f = \hat{Z}_p \cdot \hat{I} = (100 - j80) \cdot (17,6 + j3,2) = 2291 \cdot e^{-j28,36^\circ}. \quad (55.12)$$

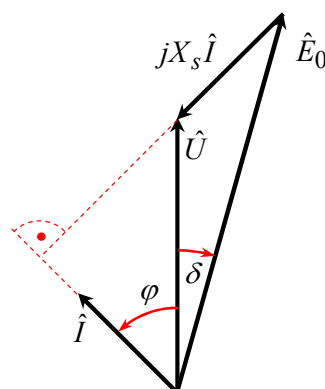
Fazna osa (f.o.) je postavljena u pravac indukovane elektromotorne sile praznog hoda, slika 55.2. Iz jednačina (55.11) i (55.12) se vidi da je fazna struja $I = 17,89$ A, fazni napon $U_f = 2291$ V i ugao opterećenja $\delta = 28,35^\circ$.

c) Proizvodnju reaktivne snage od strane sinhronog generatora koji radi na sopstvenu mrežu moguće je ostvariti jedino promenom prirode potrošača. Kada generator radi na sopstvenoj mreži, mora u stacionarnom stanju proizvoditi / trošiti tačno onoliko reaktivne snage koliko mreža troši / proizvodi.

59. Zadatak: Trofazni šestopolni sinhroni motor nominalne ulazne snage $S_n = 6$ MVA, za napon $U_n = 11$ kV i frekvenciju $f_n = 50$ Hz, opterećen je tako da je struja nominalna. Namotaj statora spregnut je u zvezdu. Motor radi u natpobuđenom režimu, sa nominalnim faktorom snage $\cos \varphi_n = 0,8$. Sinhrona reaktansa je $X_s = 14 \Omega$. Svi gubici se mogu zanemariti.

- Odrediti momenat motora i ugao opterećenja u nominalnom režimu.
- Koliki je maksimalni mogući momenat pri nominalnom naponu i nominalnoj elektromotornoj sili? Kolika će tada biti struja?

- Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora dat je na slici 59.1.



Slika 59.1. Vektorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora.

Nominalna fazna struja motora se može odrediti iz poznate nominalne prividne snage:

$$I_{nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{6 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 11 \cdot 10^3} = 314,9 \text{ A} . \quad (59.1)$$

Nominalna, fazna vrednost elektromotorne sile praznog hoda je:

$$E_{0nf} = \sqrt{(U_{nf} \cdot \cos \varphi_n)^2 + (U_{nf} \cdot \sin \varphi_n + X_s \cdot I_{nf})^2} , \quad (59.2)$$

$$E_{0nf} = \sqrt{(11000/\sqrt{3} \cdot 0,8)^2 + (11000/\sqrt{3} \cdot 0,6 + 14 \cdot 314,9)^2} = 9662,7 \text{ V} .$$

Pomoću vektorskog dijagrama sa slike 59.1, može se napisati jednačina iz koje se dolazi do vrednosti ugla opterećenja:

$$E_{0nf} \cdot \sin \delta_n = X_s I_{nf} \cdot \cos \varphi_n , \quad (59.3)$$

$$\delta_n = \arcsin \left(\frac{X_s I_{nf} \cdot \cos \varphi_n}{E_{0nf}} \right) = \arcsin \left(\frac{14 \cdot 314,9 \cdot 0,8}{9662,7} \right) = 21,4^\circ . \quad (59.4)$$

Ako su svi gubici zanemareni, tada je izlazna snaga (mehanička) jednaka ulaznoj snazi, pa je nominalni momenat motora:

$$M_n = \frac{P_n}{\omega} = \frac{S_n \cdot \cos \varphi_n}{\frac{2\pi \cdot f_n}{p}} = \frac{6 \cdot 10^6 \cdot 0,8}{\frac{2\pi \cdot 50}{3}} = 45,84 \text{ kNm} . \quad (59.5)$$

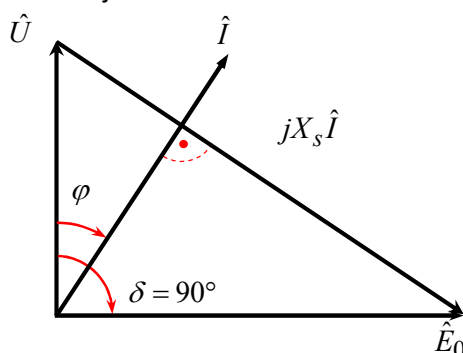
Do nominalnog momenta motora može se doći i pomoću ugaone karakteristike:

$$M_n = \frac{3 \cdot U_{nf} \cdot E_{0nf}}{\omega \cdot X_s} \cdot \sin \delta_n = \frac{3 \cdot 11000 / \sqrt{3} \cdot 9662,7}{\frac{100\pi}{3} \cdot 14} \sin 21,4^\circ = 45,82 \text{ kNm}. \quad (59.6)$$

b) Maksimalna vrednost momenta kojom se može opteretiti ovaj motor je:

$$M_{max} = \frac{3 \cdot U_{nf} \cdot E_{0nf}}{\omega \cdot X_s} = \frac{3 \cdot 11000 / \sqrt{3} \cdot 9662,7}{\frac{2\pi \cdot 50}{3} \cdot 14} = 125,57 \text{ kNm}. \quad (59.7)$$

Kada je sinhroni motor opterećen maksimalnim momentom ugao, opterećenja je 90° , a motor tada radi u potpobuđenom režimu. Vektorski dijagram sinhronog motora koji je opterećen maksimalnim momentom prikazan je na slici 59.2.



Slika 59.2. Vektorski dijagram sinhronog motora opterećenog maksimalnim momentom.

Sa slike 59.2. se može napisati jednačina:

$$X_s^2 I_{f1}^2 = U_{nf}^2 + E_{0nf}^2, \quad (59.8)$$

pomoću koje se može odrediti struja motora pri opterećenju maksimalnim momentom:

$$I_{f1} = \frac{1}{X_s} \sqrt{U_{nf}^2 + E_{0nf}^2} = \frac{1}{14} \sqrt{(11000 / \sqrt{3})^2 + 9662,7^2} = 825,9 \text{ A}. \quad (59.9)$$

U odnosu na nominalnu struju, ova struja je $I_{f1} / I_{nf} = 2,62$ puta veća, što je nedozvoljeno puno za trajan rad motora.

Do rešenja se može doći i upotrebom relativnih jedinica, što će biti prikazano u nastavku.

Vrednost sinhrona reaktansa u relativnim jedinicama iznosi:

$$x_s = \frac{X_s}{Z_b} = \frac{X_s}{\frac{U_n^2}{S_n}} = \frac{14}{\frac{11^2 \cdot 10^6}{6 \cdot 10^6}} = 0,694 \text{ r.j.} \quad (59.10)$$

Elektromotorna sila praznog hoda u nominalnom režimu je:

$$e_0 = \sqrt{u^2 + x_s^2 \cdot i^2 + 2u \cdot x_s \cdot i \cdot \sin \varphi} = \sqrt{1^2 + 0,694^2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 0,694 \cdot 1 \cdot 0,6} = 1,52 \text{ r.j.}, \quad (59.11)$$

Ugao opterećenja pri nominalnom opterećenju je:

$$\delta_n = \arcsin\left(\frac{x_s i \cdot \cos \varphi_n}{e_0}\right) = \arcsin\left(\frac{0,694 \cdot 1 \cdot 0,8}{1,52}\right) = 21,4^\circ. \quad (59.12)$$

Nominalan momenat, odnosno snaga, u relativnim jedinicama je:

$$m_n = p_n = \frac{u \cdot e_0}{x_s} \sin \delta_n = \frac{1 \cdot 1,52}{0,694} \sin 21,4^\circ = 0,8 \text{ r.j.}, \quad (59.13)$$

$$P_n = p_n \cdot S_b = p_n \cdot S_n = 0,8 \cdot 6 = 4,8 \text{ MW}, \quad (59.14)$$

$$M_n = m_n \cdot \frac{S_b}{\omega} = m_n \cdot \frac{S_n}{2\pi \cdot n/60} = 0,8 \cdot \frac{6 \cdot 10^6}{2\pi \cdot 1000/60} = 45,84 \text{ kNm}. \quad (59.15)$$

Maksimalni momenat u relativnim jedinicama je:

$$m_{max} = p_{max} = \frac{u \cdot e_0}{x_s} = \frac{1 \cdot 1,52}{0,694} = 2,19 \text{ r.j.} \quad (59.16)$$

Reaktivna i prividna snaga kada motor radi sa maksimalnom snagom ($\delta = 90^\circ$) iznosi:

$$q = \frac{u}{x_s} (e_0 \cos 90^\circ - u) = -\frac{u^2}{x_s} = -\frac{1}{0,694} = -1,44 \text{ r.j.}, \quad (59.17)$$

$$s = \sqrt{p_{max}^2 + q^2} = \sqrt{2,19^2 + (-1,44)^2} = 2,62 \text{ r.j.} \quad (59.18)$$

Struja motora je:

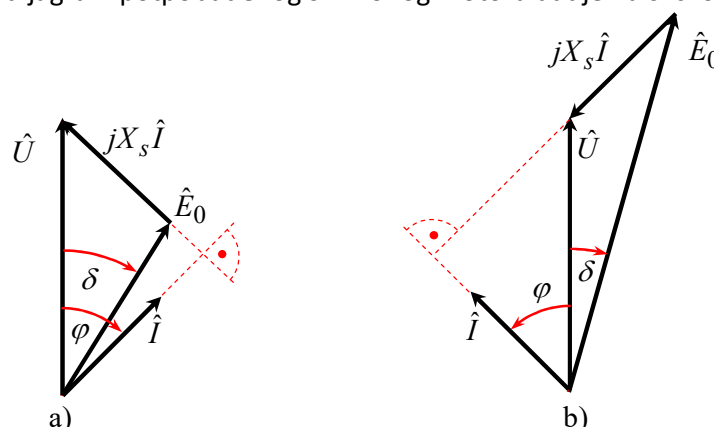
$$i = \frac{s}{u} = 2,62 \text{ r.j.} \quad (59.19)$$

Upotrebom relativnih jedinica odmah se iz jednačine (59.19) vidi da je struja motora prevelika za trajan rad.

64. Zadatak: Trofazni četvoropolni sinhroni motor sprege zvezda, sledećih podataka: $P_n = 75 \text{ kW}$, $U_n = 380 \text{ V}$, $f_n = 50 \text{ Hz}$, $X_s = 1,5 \Omega$, u potpobuđenom režimu razvija momenat od 250 Nm i pri tome iz mreže povlači snagu od 65 kVA . Zanemarujući gubitke odrediti:

- Faktor snage, elektromotornu silu praznog hoda i ugao opterećenja za navedeni radni režim. Nacrtati vektorski dijagram.
- Koeficijent preopterećenja (P_{max}/P).
- Faktor snage i ugao opterećenja ako se momenat radne mašine smanji na 150 Nm , a vrednost indukovane elektromotorne sile praznog hoda poveća dva puta.

- a) Vektorski dijagram potpobuđenog sinhronog motora dat je na slici 64.1a.



Slika 64.1. Vektorski dijagram sinhronog motora: a) potpobuđen b) natpobuđen.

Kada je poznat mehanički momenat na vratilu motora i kada su zanemareni svi gubici u sinhronom motoru, tada je električna (ulazna) snaga:

$$P_{el} = P_{meh} = m_m \cdot \omega = m_m \frac{2\pi \cdot f}{p} = 250 \frac{2\pi \cdot 50}{2} = 39,27 \text{ kW} . \quad (64.1)$$

Poznajući prividnu snagu moguće je odrediti struju motora:

$$I_f = \frac{S}{\sqrt{3}U_n} = \frac{65000}{\sqrt{3} \cdot 380} = 98,76 \text{ A} . \quad (64.2)$$

Faktor snage je:

$$\cos \varphi = \frac{P_{el}}{S} = \frac{39270}{65000} = 0,604 \Rightarrow \sin \varphi = 0,797 . \quad (64.3)$$

Sa vektorskog dijagrama na slici 64.1, može se napisati jednačina da bi se odredila elektromotorna sila praznog hoda:

$$E_{0f} = \sqrt{(U_f \cos \varphi)^2 + (U_f \sin \varphi - X_s I_f)^2} , \quad (64.4)$$

$$E_{0f} = \sqrt{(220 \cdot 0,604)^2 + (220 \cdot 0,797 - 1,5 \cdot 98,76)^2} = 135,6 \text{ V} ,$$

$$E_{0l} = \sqrt{3} E_{0f} = \sqrt{3} \cdot 135,6 = 235 \text{ V} . \quad (64.5)$$

Da bi se odredio ugao opterećenja, pomoću vektorskog dijagrama na slici 64.1. može se napisati:

$$\delta = \arcsin \frac{X_s I \cos \varphi}{E_{0f}} = \arcsin \frac{1,5 \cdot 98,6 \cdot 0,604}{135,6} = 41,2^\circ. \quad (64.6)$$

b) Koeficijent preopterećenja predstavlja količnik maksimalne snage kojom se može opteretiti motor i aktuelne snage motora:

$$\nu = \frac{P_{max}}{P} = \frac{P_{max}}{P_{max} \sin \delta} = \frac{1}{\sin \delta} = \frac{1}{\sin 41,2^\circ} = 1,52. \quad (64.7)$$

c) Ako se momenat opterećenja, smanji tada je električna (ulazna) snaga motora:

$$P_{el1} = P_{meh1} = m_{m1} \cdot \omega = m_{m1} \frac{2\pi \cdot f}{p} = 150 \frac{2\pi \cdot 50}{2} = 23,56 \text{ kW}. \quad (64.8)$$

Iz ugaone karakteristike $P(\delta)$, uz uvažavanje da je elektromotorna sila praznog hoda postala dvostruko veća, može se odrediti ugao opterećenja:

$$\delta_1 = \arcsin \frac{P_{el1} \cdot X_s}{3U_f \cdot E_{0f1}} = \arcsin \frac{23560 \cdot 1,5}{3 \cdot 220 \cdot 271,2} = \arcsin 0,1974 = 11,4^\circ. \quad (64.9)$$

Povećanje elektromotorne sile praznog hoda praćeno je prelaskom iz potpobuđenog u natpobuđen režim rada. Fazorski dijagram natpobuđenog sinhronog motora prikazan je na slici 64.1b. Primenom kosinusne teoreme na trougao $U_f, X_s \cdot I_f, E_{0f}$ sa vektorskog dijagrama na slici 64.1b, lako se može doći do struje motora:

$$I_{f1} = \frac{1}{X_s} \sqrt{U_f^2 + E_{0f1}^2 - 2U_f E_{0f1} \cos \delta_1}, \quad (64.10)$$

$$I_{f1} = \frac{1}{1,5} \sqrt{220^2 + 271,2^2 - 2 \cdot 220 \cdot 271,2 \cdot \cos 11,4^\circ} = 47 \text{ A}.$$

Faktor snage u ovom radnom režimu iznosi:

$$\cos \varphi = \frac{P_{el}}{\sqrt{3}U_n I_{f1}} = \frac{23560}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 47} = 0,76. \quad (64.11)$$