



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ  
ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА У  
НОВОМ САДУ

---



Милан Милорадовић

# Одређивање параметара заменске шеме трофазне кавезне асинхроне машине

ДИПЛОМСКИ РАД

Нови Сад, 2022.



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ • ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА  
21000 НОВИ САД, Трг Доситеја Обрадовића 6

## КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број, <b>РБР:</b>	
Идентификациони број, <b>ИБР:</b>	
Тип документације, <b>ТД:</b>	Монографска публикација
Тип записа, <b>ТЗ:</b>	Текстуални штампани материјал
Врста рада, <b>ВР:</b>	Дипломски рад
Аутор, <b>АУ:</b>	Милан Милорадовић
Ментор, <b>МН:</b>	др Дејан Рељић
Наслов рада, <b>НР:</b>	Одређивање параметара заменске шеме трофазне кавезне асинхроне машине
Језик публикације, <b>ЈП:</b>	Српски
Језик извода, <b>ЈИ:</b>	Српски
Земља публиковања, <b>ЗП:</b>	Република Србија
Уже географско подручје, <b>УГП:</b>	АП Војводина
Година, <b>ГО:</b>	2022.
Издавач, <b>ИЗ:</b>	Ауторски репринт
Место и адреса, <b>МА:</b>	Нови Сад, Трг Доситеја Обрадовића 6
Физички опис рада, <b>ФО:</b> (поглавља/страна/ цитата/табела/слика/графика/прилога)	7/49/33/13/12/0/1
Научна област, <b>НО:</b>	Електротехничко и рачунарско инжењерство
Научна дисциплина, <b>НД:</b>	Енергетска електроника, машине и погони
Предметна одредница/Кључне речи, <b>ПО:</b>	Електромоторни погони, кавезна асинхрона машина, параметри заменске шеме
<b>УДК</b>	
Чува се, <b>ЧУ:</b>	Библиотека Факултета техничких наука, Универзитет у Новом Саду
Важна напомена, <b>ВН:</b>	Нема
Извод, <b>ИЗ:</b>	<p>У овом дипломском раду приказани су неки од поступака за одређивање параметара заменске шеме трофазне асинхроне машине са кавезним ротором. У питању су два приступа. Први приступ чине поступци који за прорачун параметара заменске шеме користе основне податке са натписне плочице машине, као и каталожке податке које даје произвођач, док се други приступ овом проблему ослања на резултате огледа празног хода и кратког споја. Сви представљени поступци теоријски су објашњени, а потом су и практично проверени на примеру једног нисконапонског трофазног асинхроног мотора са кавезним ротором.</p>
Датум прихватања теме, <b>ДП:</b>	09.09.2022.
Датум одбране, <b>ДО:</b>	19.09.2022.
Чланови комисије, <b>КО:</b>	Председник: др Дарко Марчетић, ред. проф.
	Члан: др Владимир Поповић, доцент
	Члан, ментор: др Дејан Рељић, доцент
	Потпис ментора



## KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, <b>ANO</b> :	
Identification number, <b>INO</b> :	
Document type, <b>DT</b> :	Monographic publication
Type of record, <b>TR</b> :	Textual printed material
Contents code, <b>CC</b> :	Bachelor thesis
Author, <b>AU</b> :	Milan Miloradović
Mentor, <b>MN</b> :	Dejan Reljić, assistant professor
Title, <b>TI</b> :	Identification of Three-Phase Squirrel-Cage Induction Machine Equivalent Circuit Parameters
Language of text, <b>LT</b> :	Serbian
Language of abstract, <b>LA</b> :	Serbian/English
Country of publication, <b>CP</b> :	Republic of Serbia
Locality of publication, <b>LP</b> :	Autonomous Province of Vojvodina
Publication year, <b>PY</b> :	2022.
Publisher, <b>PB</b> :	Author's reprint
Publication place, <b>PP</b> :	Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 6
Physical description, <b>PD</b> : (chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/appendixes)	7/49/33/13/12/0/1
Scientific field, <b>SF</b> :	Electrical and computer engineering
Scientific discipline, <b>SD</b> :	Power electronics, electrical machines and drives
Subject/Key words, <b>S/KW</b> :	Electrical drives, Squirrel-cage induction machine, equivalent circuit parameters
<b>UC</b>	
Holding data, <b>HD</b> :	Library of the Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad
Note, <b>N</b> :	None
Abstract, <b>AB</b> :	<p>This bachelor thesis presents appropriate methods for identifying the parameters of the equivalent circuit of three-phase squirrel-cage induction machines. Two main groups of methods are presented. The first one includes methods based on nameplate data and manufacturers' datasheets. The second group of methods for evaluating the equivalent circuit parameters is represented by various experimental techniques, such as no-load and locked-rotor tests. A theoretical analysis is performed, and then a verification of the proposed methods is carried out on the low-voltage three-phase squirrel-cage induction motor.</p>
Accepted by the Scientific Board on, <b>ASB</b> :	09.09.2022.
Defended on, <b>DE</b> :	19.09.2022.
Defended Board, <b>DB</b> :	President: Darko Marčetić, PhD, Full Professor
	Member: Vladimir Popović, PhD, Assistant Professor
	Member, Mentor: Dejan Reljić, PhD, Assistant Professor
	Mentor's sign

## Изјава о ауторству

Потписани Милан Милорадовић  
(име и презиме кандидата)

### Изјављујем

да је дипломски рад под насловом

Одређивање параметара заменске шеме трофазне кавезне асинхроне машине

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложени рад нити у целини ни у деловима није био предложен за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио ауторска права других лица.

**Потпис кандидата**

У Новом Саду,  
дана 16.09.2022.

# САДРЖАЈ

<b>1. Увод .....</b>	<b>2</b>
<b>2. Математички модел трофазне асинхроне машине.....</b>	<b>5</b>
2.1 Математички модел у фазном домену.....	5
2.2 Математички модел у обртном $dq$ домену .....	8
2.3 Математички модел за устаљено стање.....	11
2.4 Биланс снаге асинхроне машине .....	15
<b>3. Методе за прорачун параметара заменске шеме трофазне асинхроне машине .....</b>	<b>19</b>
3.1 Поступак 1 .....	19
3.2 Поступак 2.....	21
3.3 Поступак 3.....	22
3.4 Поступак 4.....	25
3.5 Поступак 5.....	28
<b>4. Резултати прорачуна параметара заменске шеме трофазне асинхроне машине.....</b>	<b>32</b>
4.1 Резултати поступка 1 .....	32
4.2 Резултати поступка 2.....	33
4.3 Резултати поступка 3.....	34
4.4 Резултати поступка 4.....	36
4.5 Резултати поступка 5.....	38
4.6 Резултати <i>Danfoss AMA</i> поступка.....	39
4.7 Дискусија резултата прорачуна.....	39
<b>5. Закључак .....</b>	<b>43</b>
<b>6. Литература .....</b>	<b>45</b>
<b>7. Прилог.....</b>	<b>48</b>

# 1. УВОД

Асинхрона машина је врста електричне машине наизменичне струје која се најчешће користи у пракси. Реч је о машини која је углавном у употреби као трофазни мотор, те је стога масовно заступљена у индустријским електромоторним погонима и транспортном сектору. О масовности употребе асинхроне машине говори и податак да се око 70 % произведене електричне енергије на глобалном нивоу утроши управо у електромоторним погонима са асинхроним машинама [1]. Осим моторског режима рада, асинхрона машина се може наћи и у улози генератора и то у дистрибуираним изворима електричне енергије, као што су ветроелектране и мале хидроелектране.

Представљање асинхроне машине преко математичког модела један је од начина да се анализира и разуме њен рад, али и да се донесу закључци који су везани за коришћење машине. Тако се могу проучити радне карактеристика машине, али се могу сагледати и проблеми њеног управљања и пројектовања регулатора струје, брзине и момента, као и спровести дијагноза различитих кварова у машини. Уопштено говорећи, математички модел машине обухвата скуп диференцијалних и алгебарских једначина којима се на релативно једноставан и прегледан начин описују појаве које су од суштинског значаја у машини [2]. С тим у вези, познавање параметара заменске шеме асинхроне машине од пресудног је значаја за практичну примену њеног математичког модела. У овом раду се разматрају неке од метода за одређивање параметара заменске шеме трофазне асинхроне машине са кавезним ротором.

Бројне методе за процену параметара заменске шеме трофазне асинхроне машине са кавезним ротором предложене су у литератури из ове области. Једна група ових метода заснива се на одређивању параметара заменске шеме на основу података са натписне плочице машине, као и каталошких података које даје произвођач машине [3], [4], [5], [6], [7]. Друга група метода предлаже извођење одговарајућих огледа на машини како би се дошло до вредности параметара заменске шеме [8], [9], [10]. Обично је реч о огледима празног хода и кратког споја, што подразумева излазак машине из уобичајеног погонског

стања. При том, неки аутори комбинују огледе празног хода и кратког споја и итеративне поступке како би тачније одредили вредности параметара заменске шеме [11]. Нешто другачији приступ заснива се на мерењу различитих величина машине током прелазних процеса (нпр. током залета машине [12] или убрзавања/успорјења машине [13], [14]) и одређивању параметара заменске шеме применом различитих техника оптимизације (алгоритам заснован на теорија ројева [15], [16], генетски алгоритам [16], [17] и др.). С друге стране, аутори у [18] предлажу естимацију параметара машине на основу њених каталожких података уз примену методе оптимизације која користи алгоритам заснован на теорији хаоса. С напретком у области електричних мерења непростопериодичних величина, а у циљу естимације параметара заменске шеме машине, предложени су и поступци који су засновани на инјектирању тест сигнала у машину [19]. Они су погодни за реализацију у погону асинхроне машине која се напаја из инвертора [20], јер се на тај начин обезбеђује неопходан хардвер за побуђивање машине, да би се добили одзиви на основу којих се потом идентификују поједини параметри заменске шеме машине. Као и претходно наведене методе, поступци засновани на инјектирању тест сигнала обично се користе за *offline* идентификацију параметара машине. С друге стране, методе као што су проширен Луенбергеров обсервер [21], [22] и проширен Калманов филтар [23] погодне су за *online* идентификацију параметара машине. Поред тога, у [20] се предлаже и употреба *MRAS* (енгл. *Model Reference Adaptive System*) обсервера за естимацију појединих параметара машине, као што су отпорности намотаја ротора [24] и намотаја статора [25]. Осим претходно наведених метода, вреди нагласити да значајно место у поступку идентификације параметара заменске шеме трофазне асинхроне машине заузимају и методе вештачке интелигенције [26].

У овом раду разматрају се неке од метода (поступака) за одређивање параметара заменске шеме трофазне асинхроне машине са кавезним ротором. У питању се две групе метода. Прва група се ослања на основне податке о машини који се налазе на натписној плочици машине, као и каталожке податке произвођача, док се друга група заснива на примени резултата огледа празног хода и кратког споја.

Остатак рада је организован на следећи начин. У другом поглављу дат је математички модел трофазне асинхроне машине у фазном домену, а потом је модел приказан у двофазном обртном (*dq*) домену. Описана је заменска шема машине за устаљено стање и проширена је тако да се уваже губици у гвожђу. Такође, приказан је и енергетски биланс машине.

У трећем поглављу представљене су методе за одређивање параметара заменске шеме трофазне асинхроне машине са кавезним ротором. Једна група приказаних метода ослања се на податке са натписне плочице машине и каталожке податке произвођача. Друга група представљених метода заснива се на резултатима огледа празног хода и кратког споја. У оквиру ове групе метода приказан је и један од поступака одређивања параметара заменске шеме асинхроне машине који је наведен у стандарду *IEEE-112*.

Применом поступака који су изложени у раду, у четвртом поглављу су представљени резултати одређивања параметара заменске шеме на једном конкретном трофазном

асинхроном мотору са кавезним ротором. Додатно, у том поглављу су приказани и резултати примене уграђеног поступка за *offline* идентификацију параметара асинхроног мотора применом једног индустријског инвертора. Спроведена је дискусија добијених резултата.

Закључци о оствареним резултатима дати су у петом поглављу.

Шесто поглавље садржи списак литературе која је коришћена у изради рада.

Седмо поглавље је прилог у оквиру кога су дати основни подаци о мотору који је коришћен у раду. Поред тога, приказани су и резултати огледа празног хода и кратког споја овог мотора.

## 2. МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛ ТРОФАЗНЕ АСИНХРОНЕ МАШИНЕ

Рад са електричним машинама захтева математички опис процеса електромеханичке конверзије. Такав опис, познат и као математички модел машине, користи се у анализи и решавању проблема управљања машинама, али и за пројектовање разних система који у себи садрже електричне машине, као што су то електромоторни погони.

У овом поглављу представљен је математички модел трофазне асинхроне машине. Модел је најпре приказан у фазном домену, а потом у обртном  $dq$  координатном систему. Након тога, математички модел је сведен на заменску шему која описује рад асинхроне машине у устаљеном стању. Поред тога, наведени су најзначајнији губици у процесу електромеханичке конверзије унутар асинхроне машине.

### 2.1 Математички модел у фазном домену

Математички модел електричне машине јесте математичка представа процеса електромеханичке конверзије унутар машине. То је скуп диференцијалних и алгебарских једначина које описују понашање машине током прелазних процеса и устаљеног стања [2]. Приликом дефинисања математичког модела потребно је учинити да он буде релативно једноставан и прегледан да би на сажет начин приказао релевантне појаве у машини. Појаве које су од секундарног значаја (имају мали утицај на рад машине) најчешће се занемарују, како би математички модел био једноставнији. Према томе, приликом математичког моделовања процеса електромеханичке конверзије чине се извесна занемарења, што као резултат даје једноставнији модел, али веће употребне вредности [2]. У анализи електричних машина уобичајено се уводе следеће идеализације [2]:

- систем се посматра као мрежа са сконцентрисаним параметрима,
- занемарују се паразитне капацитивности,

- занемарују се губици у магнетном колу и
- феромагнетни материјали се сматрају линеарним.

Када је реч о трофазним асинхроним машинама, осим поменутих занемарења уводе се и следеће претпоставке:

- намотаји машине су идеално синусно расподељени (занемарују се виши просторни хармоници магнетопобудне силе) и
- осе трофазних намотаја у простору су померене тачно за  $120^\circ$  електричних.

Поред тога, кавезни ротор ће се еквивалентирати трофазним, при чему се закошење проводника изузима из разматрања. Сматра се да су отпорности намотаја статора и ротора константне, те да је момент инерције машине такође константан [2].

Уз претходно уведене претпоставке, општи модел трофазне асинхроне машине постаје модел вишеструко спрегнутих кола [27] који се описује скупом диференцијалних и алгебарских једначина. Диференцијална једначина равнотеже напона у намотајима машине може се представити у матричном запису [2]:

$$\mathbf{u} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\Psi}, \quad (2.1)$$

где су:  $\mathbf{u}$  – вектор напона намотаја статора и ротора,  $\mathbf{i}$  – вектор струја у намотајима статора и ротора,  $\boldsymbol{\Psi}$  – вектор флуксних обухвата намотаја статора и ротора и  $\mathbf{R}$  – матрица отпорности намотаја статора ( $s$ ) и ротора ( $r$ ). Елементи наведених вектора и матрице отпорности су [28]:

$$\mathbf{u} = [u_a \ u_b \ u_c \ u_A \ u_B \ u_C]^T, \quad (2.2)$$

$$\mathbf{i} = [i_a \ i_b \ i_c \ i_A \ i_B \ i_C]^T, \quad (2.3)$$

$$\boldsymbol{\Psi} = [\psi_a \ \psi_b \ \psi_c \ \psi_A \ \psi_B \ \psi_C]^T, \quad (2.4)$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}\{R_s, R_s, R_s, R_r, R_r, R_r\}, \quad (2.5)$$

при чему се индекси  $\{a, b, c\}$  односе на статор, а  $\{A, B, C\}$  на ротор. Вреди нагласити да су напони у (2.2) напони на намотају (фази) машине, а струје у (2.3) су струје које се успостављају у намотајима (фазама) машине. Битно је напоменути да у (2.1) фигуришу тренутне вредности напона, струја и флуксних обухвата.

Веза флуксева и струја дата је нестационарном матрицом индуктивности [2]:

$$\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{L}(\theta) \cdot \mathbf{i}, \quad (2.6)$$

где је  $\theta$  електрична позиција ротора у односу на непокретни статор (важи да је  $\theta = p \cdot \theta_m$ , где је  $p$  број пари полова машине, а  $\theta_m$  је координата положаја ротора у односу на статор). У развијеном облику, матрица индуктивности из (2.6) гласи:

$$\mathbf{L}(\theta) = \begin{bmatrix} L_s & L_{sr} \\ L_{rs} & L_r \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Подматрице из (2.7) су следећих облика:

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

$$\mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

$$\mathbf{L}_{sr} = \mathbf{L}_{rs}^T = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta) \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Елементи матрица индуктивности у (2.8) и (2.9) су константе и имају следећа значења:  $L_{aa}, L_{bb}, L_{cc}$  представљају сопствене индуктивности намотаја статора (бројно су једнаке),  $L_{AA}, L_{BB}, L_{CC}$  су сопствене индуктивности намотаја ротора (бројно су једнаке), док остали елементи ових матрица представљају међусобне индуктивности између намотаја статора (бројно су једнаке), односно намотаја ротора (бројно су једнаке). С друге стране, елементи матрица индуктивности у (2.10) јесу функције тренутног положаја ротора ( $\theta$ ), а тиме и времена. То су међусобне индуктивности између намотаја статора и ротора, где  $L_{sr}$  представља највећу вредност међусобне индуктивности између намотаја фазе  $a$  на статору и намотаја фазе  $A$  на ротору.

Ако се уведу појмови међусобног флуksа и флуksа расипања, матрице статорске и роторске индуктивности ( $\mathbf{L}_s$  и  $\mathbf{L}_r$ ) могу се приказати и преко међусобне индуктивности и индуктивности расипања намотаја [28]:

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{\gamma s} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{\gamma s} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{\gamma s} + L_{ms} \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

$$\mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{\gamma r} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{\gamma r} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{\gamma r} + L_{mr} \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

Уобичајено се све роторске величине преводе на страну статора и то преко одговарајућег преносног односа [28]:

$$i'_{ABC} = \frac{N_r}{N_s} i_{ABC}, \quad (2.13)$$

$$u'_{ABC} = \frac{N_s}{N_r} u_{ABC}, \quad (2.14)$$

$$\psi'_{ABC} = \frac{N_s}{N_r} \psi_{ABC}, \quad (2.15)$$

где су  $N_s$  и  $N_r$  ефективни бројеви навојака намотаја статора и ротора.

Такође, важи и следеће:

$$L_{ms} = \frac{N_s}{N_r} L_{sr}, \quad (2.16)$$

па се матрица индуктивности (2.10) може записати у следећем облику [28]:

$$\mathbf{L}'_{sr} = \frac{N_s}{N_r} \mathbf{L}_{sr} = L_{ms} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta) \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Слично, важи и следеће:

$$L_{mr} = \left(\frac{N_r}{N_s}\right)^2 L_{ms}. \quad (2.18)$$

Ако се даље уважи:

$$\mathbf{L}'_r = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 \mathbf{L}_r, \quad (2.19)$$

онда из (2.12) следи:

$$\mathbf{L}'_r = \begin{bmatrix} L'_{\gamma r} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{\gamma r} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{\gamma r} + L_{ms} \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

где је:

$$L'_{\gamma r} = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 L_{\gamma r}. \quad (2.21)$$

Матрица индуктивности сада гласи:

$$\mathbf{L}(\theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}'_{sr} \\ (\mathbf{L}'_{sr})^T & \mathbf{L}'_r \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

где је  $\mathbf{L}_s$  дефинисано у (2.11),  $\mathbf{L}'_{sr}$  у (2.20) и  $\mathbf{L}'_r$  у (2.22). Веза флуксава и струја дата је изразом (2.6).

Једначина равнотеже напона задржава матрични облик (2.1), при чему је сада:

$$\mathbf{u} = [u_a \ u_b \ u_c \ u'_A \ u'_B \ u'_C]^T, \quad (2.23)$$

$$\mathbf{i} = [i_a \ i_b \ i_c \ i'_A \ i'_B \ i'_C]^T, \quad (2.24)$$

$$\boldsymbol{\Psi} = [\psi_a \ \psi_b \ \psi_c \ \psi'_A \ \psi'_B \ \psi'_C]^T, \quad (2.25)$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}\{R_s, R_s, R_s, R'_r, R'_r, R'_r\}, \quad (2.26)$$

где је:

$$R'_r = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 R_r. \quad (2.27)$$

Израз за електромагнетни момент машине ( $M_e$ ) описан је следећом једначином [2]:

$$M_e = \frac{p}{2} \mathbf{i}^T \cdot \frac{d}{d\theta} \mathbf{L}(\theta) \cdot \mathbf{i}, \quad (2.28)$$

Појаве у механичком подсистему машине описују се Њутновом диференцијалном једначином кретања [2]:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = M_e - M_m, \quad (2.29)$$

где  $J$  представља укупни момент инерције погона (сведен на вратило машине),  $\omega_m$  је брзина обртања машине ( $\omega_m = d\theta_m/dt$ ), а  $M_m$  је момент оптерећења на вратилу машине.

Дати модел трофазне асинхроне машине садржи седам диференцијалних једначина и исто толико променљивих стања. Матрица индуктивности (2.7), односно (2.22), димензија је  $6 \times 6$  и функција је тренутног положаја ротора (нестационарна је). Математички модел машине тиме постаје нелинеаран, са променљивим коефицијентима. Узевши све наведено у обзир, приказани модел је као такав у већини случајева неподесан за даљу анализу. Због тога се врши поједностављење модела применом одговарајућих математичких трансформација.

## 2.2 Математички модел у обртном $dq$ домену

У претходном одељку је приказан математички модел трофазне асинхроне машине у домену фазних величина. У моделу фигурише скуп диференцијалних једначина са променљивим коефицијентима, те се дате једначине не могу решавати аналитички. Због тога се примењују линеарне трансформације које ће математички модел машине превести у систем диференцијалних једначина са константним коефицијентима. Другим речима, математички модел машине се жели заменити еквивалентним, који је једноставнији и прегледнији од оригиналног, те се проучавање може вршити на трансформисаном моделу.

Да би се остварио жељени циљ, примењују се две врсте линеарних трансформација. Прва је трансформација распрезања (Кларкина трансформација) која за циљ има смањење ненултих елемената у матрици индуктивности. Ова врста трансформације се може посматрати као замена трофазне машине двофазном, што као резултат даје смањен броја променљивих стања. Следећи корак јесте примена трансформације кретања (Паркова трансформација) која за циљ има ослобађање елемената матрице индуктивности од положаја ротора, а тиме и времена. Трансформација кретања се може посматрати као замена машине трансформатором, јер се њеном применом искључују релативно кретање ротора према статору. Оно се замењује динамичким електромоторним силама у једначинама равнотеже напона. Крајњи ефекат јесте значајно упрошћење система диференцијалних једначина. Важно је нагласити да се применом трансформација не губе информације о машини.

Ако се Кларкина трансформација изведе тако да је инваријантна по амплитуди, а Паркова обртна трансформација усвајањем синхроно ротирајућег координатног система са осама  $d$  и  $q$ , добија се математички модел трофазне асинхроне машине у обртном  $dq$  домену.

Једначине равнотеже напона трофазне асинхроне машине (са краткоспојеним ротором) у синхронно ротирајућем  $dq$  систему гласе [2]:

$$u_d = R_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_s \psi_q, \quad (2.30)$$

$$u_q = R_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_s \psi_d, \quad (2.31)$$

$$0 = R'_r i'_D + \frac{d\psi'_D}{dt} - \omega_k \psi'_Q, \quad (2.32)$$

$$0 = R'_r i'_Q + \frac{d\psi'_Q}{dt} + \omega_k \psi'_D. \quad (2.33)$$

Значење појединих величина у једначинама (2.30) – (2.33) је следеће:  $u_d, u_q$  – напони на виртуелним  $d$  и  $q$  намотајима статора,  $i_d, i_q$  – струје у виртуелним  $d$  и  $q$  намотајима статора,  $i'_D, i'_Q$  – струје у виртуелним  $D$  и  $Q$  намотајима ротора,  $\psi_d, \psi_q$  – флуксни обухвати виртуелних  $d$  и  $q$  намотајима статора,  $\psi'_D, \psi'_Q$  – флуксни обухвати виртуелних  $D$  и  $Q$  намотајима ротора,  $R_s, R'_r$  – отпорност намотаја статора и ротора,  $\omega_s$  – угаона учестаност напајања и  $\omega_k$  – угаона учестаност клизања. Све роторске величине у (2.30) – (2.33) сведене су на страну статора.

Веза између флуксева и струја у виртуелним намотајима дата је преко матрице индуктивности [2]:

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi'_D \\ \psi'_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L'_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L'_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i'_D \\ i'_Q \end{bmatrix}, \quad (2.34)$$

где су:  $L_s, L'_r$  – сопствене индуктивности виртуелних намотаја статора и ротора, а  $L_m$  је међусобна индуктивност одговарајућег пара виртуелних намотаја статора и ротора ( $d$ - $D$  и  $q$ - $Q$ ). Важи следеће [28]:

$$L_s = L_m + L_{\gamma s}, \quad (2.35)$$

$$L'_r = L_m + L'_{\gamma r}, \quad (2.36)$$

при чему је [28]:

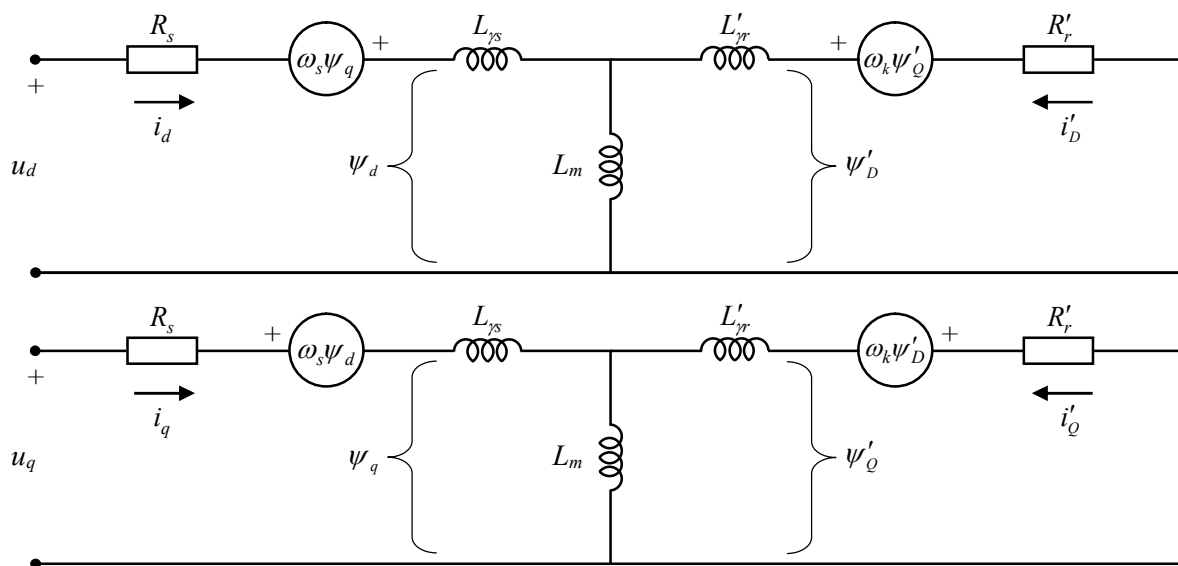
$$L_m = \frac{3}{2} L_{ms}. \quad (2.37)$$

У односу на матрицу индуктивности машине у оригиналном домену, сви елементи матрице индуктивности у (2.34) су константни. Осим тога, матрица индуктивности у (2.34) је мањих димензија и поседује изванредан број нултих елемената, што значајно поједностављује математички модел машине.

Израз за електромагнетни момент машине у трансформисаном  $dq$  домену је [2]:

$$M_e = \frac{3}{2} p (\psi_d i_q - \psi_q i_d). \quad (2.38)$$

Коначно, промена брзине обртања машине одређена је Њутновом једначином кретања која је представљена изразом (2.29). Овим је дефинисан математички модел трофазне асинхроне машине у обртном  $dq$  домену. На основу једначина (2.30) – (2.34) на сл. 2.1 је приказана заменска шема електричног подсистема математичког модела машине. Шема има два дела, један са подужним компонентама (горњи) и други са попречним компонентама (доњи) и не могу се раздвојити. Поред пасивних компоненти, у статорском и роторском колу се јављају и компоненте динамичке електромоторне силе. Шема важи за сва радна стања (прелазна и устаљена), као и за све радне режиме (моторски и генераторски).



Слика 2.1: Динамичка заменска шема трофазне асинхроне машине (референтне осе  $dq$  система су везане за обртно поље).

### 2.3 Математички модел за устаљено стање

Претходно изложени модел адекватно описује динамичко понашање асинхроне машине, али и њен рад у устаљеном стању. Међутим, уколико је главни циљ анализа рада машине у устаљеном стању, претходно изложени динамички модел се може прилагодити таквој намени. У устаљеном стању погона све променљиве стања у динамичком моделу машине имају константне вредности, па су њихови изводи једнаки нули. Према томе, једначине које описују рад машине у устаљеном стању могу се добити директно из динамичког модела машине, изједначавањем извода са нулом.

Придржавајући се наведеног принципа, једначине равнотеже напона (2.30) – (2.33) се у устаљеном стању могу представити у комплексном запису:

$$\hat{u}_{dq} = R_s \hat{i}_{dq} + j\omega_s \hat{\psi}_{dq}, \quad (2.39)$$

$$0 = R_r \hat{i}'_{DQ} + j\omega_k \hat{\psi}'_{DQ}, \quad (2.40)$$

где су:

$$\hat{u}_{dq} = u_d + ju_q, \quad (2.41)$$

$$\hat{i}_{dq} = i_d + ji_q, \quad (2.42)$$

$$\hat{i}'_{DQ} = i'_D + ji'_Q, \quad (2.43)$$

$$\hat{\psi}_{dq} = \psi_d + j\psi_q, \quad (2.44)$$

$$\hat{\psi}'_{DQ} = \psi'_D + j\psi'_Q. \quad (2.45)$$

У устаљеном стању комплексни записи вектора  $\hat{u}_{dq}$ ,  $\hat{i}_{dq}$ ,  $\hat{i}'_{DQ}$ ,  $\hat{\psi}_{dq}$  и  $\hat{\psi}'_{DQ}$  постају комплексне константе, па се могу обележити са  $\hat{U}_s$ ,  $\hat{I}_s$ ,  $\hat{I}'_r$ ,  $\hat{\psi}_s$  и  $\hat{\psi}'_r$  и третирају као фазори [2]. Будући да је Кларкина трансформација спроведена тако да је инваријантна по амплитуди, то је модул фазора једнак вршној вредности дате величине.

Уважавајући претходно и уводећи појам релативног клизања  $s = \omega_k / \omega_s$ , једначина (2.40) добија облик:

$$0 = \frac{R_r}{s} I'_r + j\omega_s \hat{\psi}'_r, \quad (2.46)$$

док је једначина (2.39):

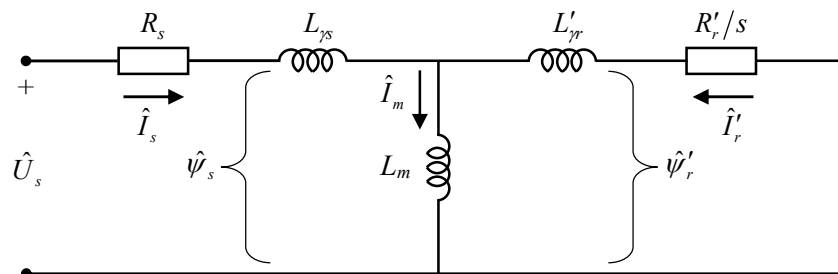
$$\hat{U}_s = R_s \hat{I}_s + j\omega_s \hat{\psi}_s. \quad (2.47)$$

Збир струја статора и ротора је струја магнећења ( $\hat{I}_m$ ), па се флуксеви статора и ротора могу представити на следећи начин:

$$\hat{\psi}_s = L_{\gamma s} \hat{I}_s + L_m \hat{I}_m, \quad (2.48)$$

$$\hat{\psi}'_r = L'_{\gamma r} \hat{I}'_r + L_m \hat{I}_m. \quad (2.49)$$

Једначине равнотеже напона (2.46) и (2.47) се могу представити електричним колом које је приказано на сл. 2.2. Ово коло представља заменску шему трофазне асинхроне машине која описује рад у устаљеним стањима.



Слика 2.2: Заменска шема трофазне асинхроне машине за устаљена стања.

У шеми са сл. 2.2 отпорник  $R_s$  и индуктивност  $L_{\gamma s}$  представљају отпорност и индуктивност расипања статорског намотаја, отпорник  $R'_r$  и индуктивност  $L'_{\gamma r}$  представљају

отпорност и индуктивност расипања роторског намотаја, док индуктивност  $L_m$  представља међусобну индуктивност статора и ротора [2]. Вреди нагласити да су у шеми са сл. 2.2 све роторске величине сведене на страну статора. Иако је шема изведена под претпоставком да величине фазора одговарају вршним вредностима величина, шема је валидна и у случају када се за величине фазора изаберу ефективне вредности величина.

Да би се одредио електромагнетни момент машине у устаљеном стању, потребно је да се на основу шеме са сл. 2.2 израчуна снага обртног поља. Будући да је математички модел машине изведен уз занемарење губитака у гвожђу, то је улазна снага (снага извора) једнака збиру снаге губитака у намотајима статора и снаге обртног поља, док се са шеме са сл. 2.2 уочава да се снага обртног поља троши на елементу  $R_r'/s$ . Када се ово узме у обзир, електромагнетни момент се може одредити као количник снаге обртног поља и синхроне брзине обртања [2], чиме се добија:

$$M_e = \frac{3}{2} p \frac{R_r'}{s \omega_s} I_r'^2. \quad (2.50)$$

У претходном изразу је  $I_r'^2 = I_D'^2 + I_Q'^2$ , где су  $I_D'$  и  $I_Q'$  компоненте струје ротора у  $dq$  координатном систему и устаљеном стању, при чему је Кларкина трансформација спроведена уз услов инваријантности амплитуде. Уколико се уместо амплитуде струје ротора у (2.50) уврсти њена ефективна вредност, то израз (2.50) постаје:

$$M_e = 3p \frac{R_r'}{s \omega_s} I_r'^2. \quad (2.51)$$

Добијени израз се уобичајено користи у случајевима када се анализира устаљено стање, те ће се у наставку користити ефективне вредности величина уместо њихових амплитуда. Струја ротора се може изразити из заменске шеме са сл. 2.2:

$$\hat{I}_r' = -\hat{I}_s \frac{j \omega_s L_m}{\frac{R_r'}{s} + j \omega_s (L_{\gamma r}' + L_m)}, \quad (2.52)$$

при чему је:

$$\hat{I}_s = \frac{\hat{U}_s}{R_s + j \omega_s L_{\gamma s} + \frac{j \omega_s L_m (R_r'/s + j \omega_s L_{\gamma r}')}{R_r'/s + j \omega_s (L_{\gamma r}' + L_m)}}. \quad (2.53)$$

Заменом (2.53) у (2.52), а потом (2.52) у (2.51), долази се до израза за електромагнетни момент напонски напојене трофазне асинхроне машине у устаљеном стању [29]:

$$M_e = 3p \frac{U_s^2}{\omega_s} \frac{R_r'/s}{(v_r R_s + v_s R_r'/s)^2 + \omega_s^2 (L_{\gamma s} + v_s L_{\gamma r}')^2}, \quad (2.54)$$

где су  $v_s$  и  $v_r$  сачиниоци расипања за статор и ротор [29]:

$$v_s = \frac{L_{\gamma s} + L_m}{L_m}, \quad (2.55)$$

$$v_r = \frac{L_{\gamma r}' + L_m}{L_m}. \quad (2.56)$$

Диференцирањем израза (2.54) по клизању  $s$ , изједначавањем тако добијеног израза са нулом и решавањем по клизању  $s$ , долази се до превалног клизања машине [29]:

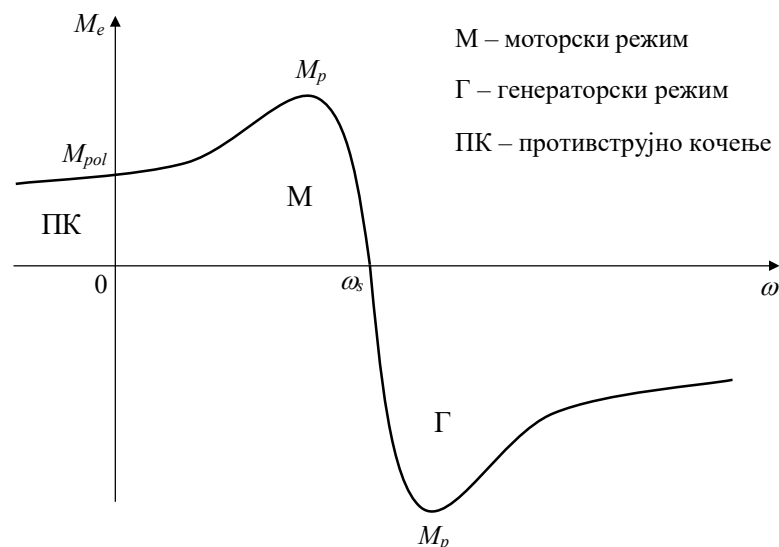
$$s_p = \pm \frac{v_s R_r'}{\sqrt{v_r^2 R_s^2 + \omega_s^2 (L_{\gamma s} + v_s L'_{\gamma r})^2}} \quad (2.57)$$

где се предзнак  $+$  односи на моторски режим рада, а предзнак  $-$  на генераторски режим рада. Уколико се (2.57) замени у (2.54), долази се до израза за превални момент машине [29]:

$$M_p = \pm 3p \frac{U_s^2}{\omega_s} \frac{\sqrt{v_r^2 R_s^2 + \omega_s^2 (L_{\gamma s} + v_s L'_{\gamma r})^2}}{v_s \left( \left( \pm v_r R_s + \sqrt{v_r^2 R_s^2 + \omega_s^2 (L_{\gamma s} + v_s L'_{\gamma r})^2} \right)^2 + \omega_s^2 (L_{\gamma s} + v_s L'_{\gamma r})^2 \right)} \quad (2.58)$$

У претходном изразу предзнак  $+$  се односи на моторски режим рада, а предзнак  $-$  на генераторски режим рада. Вредност превалног момента је већа у генераторском режиму рада у односу на вредност превалног момента у моторском режиму рада.

На сл. 2.3 приказана је механичка карактеристика трофазне асинхроне машине која је нацртана помоћу израза (2.54), при константном напону напајања. Карактеристика даје везу устаљених вредности електромагнетног момента и брзине обртања машине.



Слика 2.3: Механичка карактеристика трофазне асинхроне машине.

Уколико се занемаре струја кроз грану магнетисања и отпорност намотаја статора, израз за електромагнетни момент трофазне асинхроне машине (2.54) своди се на Клосов образац [2]:

$$M_e = \frac{2M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}} \quad (2.59)$$

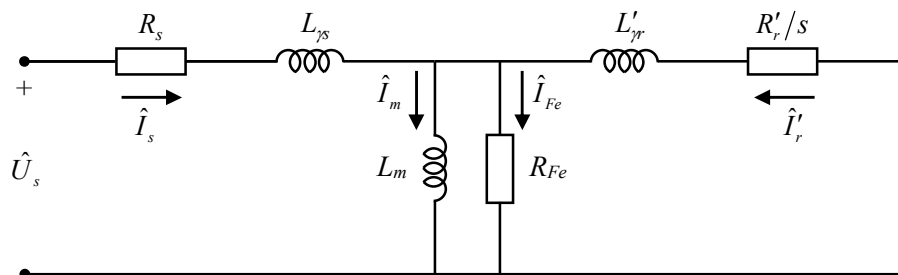
Одређивање момента на основу претходног израза релативно је једноставно, јер захтева познавање само две величине. Превални момент се даје у каталогу произвођача, док се

превално клизање може израчунати на основу (2.59), заменом називних вредности у (2.59), чиме се добија:

$$s_p = s_n \left( v_n + \sqrt{v_n^2 - 1} \right), \quad (2.60)$$

где је  $v_n = M_p/M_n$  и зове се називна преоптеретивост. Клосов образац се користи за прорачун момента машине у случају када нису познати параметри заменске шеме машине и има ограничену тачност, о чему треба водити рачуна.

Заменска шема асинхроне машине са сл. 2.2 изведена је под претпоставком занемарења губитака у гвожђу. Уколико се ови губици желе узети у обзир, они се могу описати термогеним отпором ( $R_{Fe}$ ) који се поставља у грану магнећења кола са сл. 2.2 [9], чиме се долази до електричне шеме која је приказана на сл. 2.4. На овај начин се моделују губици у магнетном колу статора. Што се тиче губитака у магнетном колу ротора, они се у нормалном раду машине могу занемарити због мале учестаности струја у намотајима ротора.



Слика 2.4: Заменска шема трофазне асинхроне машине за устаљена стања са уваженим губицима у гвожђу [9].

Осим заменске шеме, потребно је прилагодити и израз за електромагнетни момент машине са уваженим губицима у гвожђу. Генерално, користи се израз (2.51), с тим што се у њега уврштава струја ротора која се сада одређује на основу електричног кола са сл. 2.4:

$$\hat{I}'_r = -\hat{I}_s \frac{\frac{R_{Fe} \cdot j\omega_s L_m}{R_{Fe} + j\omega_s L_m}}{\frac{R_{Fe} \cdot j\omega_s L_m}{R_{Fe} + j\omega_s L_m} + \frac{R'_r}{s} + j\omega_s L'_r}, \quad (2.61)$$

где је:

$$\hat{I}_s = \frac{\hat{U}_s}{R_s + j\omega_s L_{\gamma s} + \frac{\frac{R_{Fe} \cdot j\omega_s L_m}{R_{Fe} + j\omega_s L_m} \cdot (R'_r/s + j\omega_s L'_r)}{\frac{R_{Fe} \cdot j\omega_s L_m}{R_{Fe} + j\omega_s L_m} + R'_r/s + j\omega_s L'_r}}. \quad (2.62)$$

Након што се одреде параметри заменске шеме, горе наведени изрази ће се користити у наставку рада за прорачун карактеристичних величина машине (називна струја, полазна струја, називни момент, полазни момент и превални момент).

## 2.4 Биланс снаге асинхроне машине

Најзначајнији губици у асинхроној машини су [2]:

- губици у намотајима статора,
- губици у намотајима ротора,
- губици у гвожђу (магнетном колу) статора,
- губици у гвожђу (магнетном колу) ротора и
- механички губици (губици услед обртања).

Снага губитака у намотајима статора пропорционална је квадрату ефективне вредности струје статора и обично се поистовећује са снагом Џулових губитака ( $P_{js} = 3R_s I_s^2$ ).

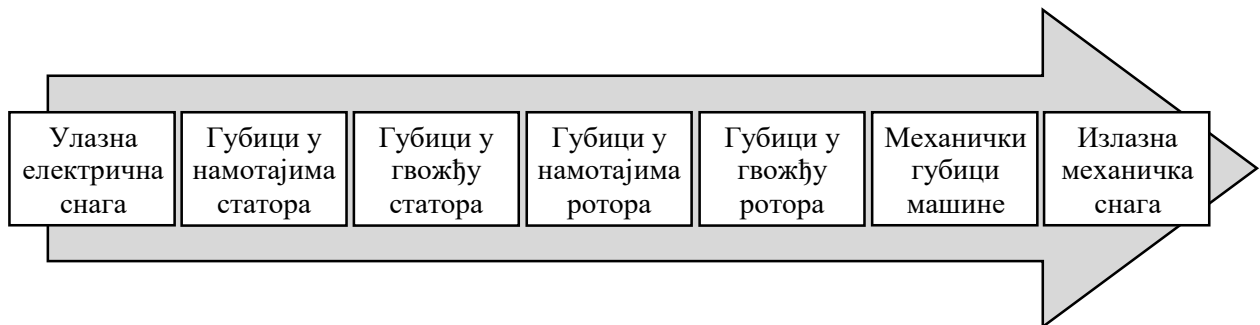
Струја у намотајима ротора ствара губитке које су пропорционални квадрату ефективне вредности роторске струје,  $P_{jr} = 3R_r' I_r'^2$ . Овде је важно нагласити да се отпорност намотаја ротора мења у функцији учестаности роторске струје, тј. клизања [6]. Ово је посебно изражено код асинхроних машина са кавезним ротором (пре свега код намотаја који се изводе са два кавеза, као и кавезних намотаја са дубоким жлебовима), а последица је површинског ефекта. У случају велике вредности учестаности струја у намотајима ротора, густина струје кроз штапне проводнике ротора постаје неравномерна; највећа вредност густине струје је у горњем делу проводника, при отвору жлеба [27]. Ефекат је посебно изражен уколико је учестаност струје у намотајима ротора велика, те уколико је материјал од кога су израђени намотаји ротора бољи проводника и уколико је висина штапног проводника већа [27].

Губици у гвожђу статора су губици услед хистерезиса и вртложних струја. Губици услед хистерезиса су пропорционални учестаности струје статора и квадрату магнетне индукције, док су губици услед хистерезиса пропорционални квадрату учестаности струје статора и квадрату магнетне индукције [2].

Поред губитака у гвожђу статора, постоје и губици у гвожђу ротора. Они су последица постојања временски променљивог магнетног поља на ротору. Будући да је у нормалном раду учестаност струја у намотајима ротора много мања од учестаности струја у намотајима статора, ове губитке је оправдано занемарити [2]. То се, међутим, не може учинити уколико је учестаност струја у намотајима ротора велика (нпр. случај покретања машине из стања мировања директним прикључењем на извор напајања називне учестаности).

Механички губици настају услед трења у лежајевима, отпора ваздуха и других појава у механичком подсистему машине [2]. Момент механичких губитака ( $M_{fv}$ ) често се моделује приближним изразом:  $M_{fv} = k\omega_m$  [2]. Одузимањем момента механичких губитака од електромагнетног момента мотора, на вратилу се добија нешто мања расположива вредност момента мотора. Због једноставности прорачуна, механички губици се често занемарују или се придружују оптерећењу.

На основу претходно наведене структуре губитака, на сл. 2.5 је приказан биланс снаге асинхроне машине у моторском режиму рада.



Слика 2.5: Биланс снаге асинхроне машине у моторском режиму рада.

Уколико се занемаре механички губици и губици у гвожђу статора и ротора, активна снага ( $P_e$ ) коју машина узима из мреже је:

$$P_e = P_{js} + P_{jr} + P_m = P_{js} + P_{ob}, \quad (2.61)$$

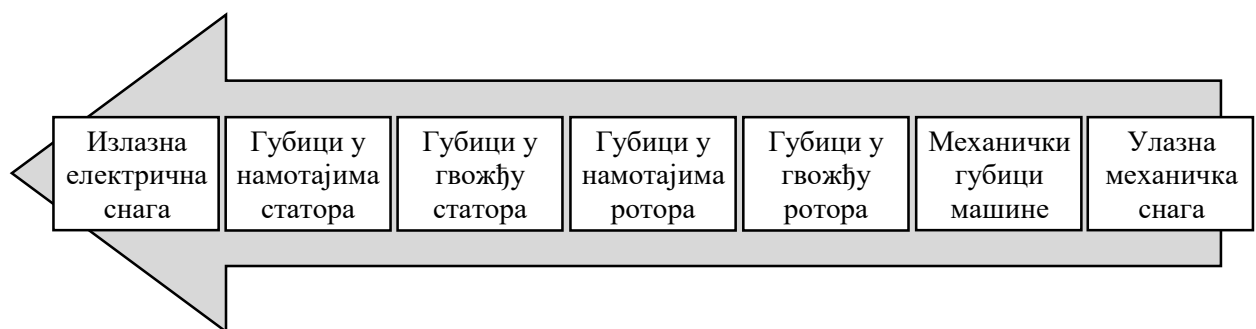
где је  $P_m$  излазна механичка снага, а  $P_{ob}$  снага обртног поља (снага која се статора преноси на ротор путем обртног поља). Уз претходно уведене претпоставке, снага губитака у намотајима ротора се може изразити преко клизања и снаге обртног поља:

$$P_{jr} = sP_{ob}, \quad (2.62)$$

док је излазна механичка снага:

$$P_m = (1 - s)P_{ob}. \quad (2.63)$$

У генераторском режиму рада референтни ток снага асинхроне машине је здесна улево. Генератору се предаје механичка снага од које се одузима снага механичких губитака. Добијена унутрашња механичка снага се претвара у електричну и од ње се одузимају губици у намотајима и гвожђу ротора. Преостали део чини снагу обртног поља коју ротор предаје статору. После одузимања губитака у намотајима и гвожђу статора, добија се корисна електрична снага која се предаје електричној мрежи на коју је генератор прикључен. Биланс снаге асинхроне машине у генераторском режиму рада приказан је на сл. 2.6.



Слика 2.6: Биланс снаге асинхроне машине у генераторском режиму рада.

Независно од тога да ли машина ради у моторском или генераторском режиму, степен корисног дејства ( $\eta$ ) је дефинисан као количник излазне и улазне снаге машине. У моторском режиму рада излазна снага је механичка, а улазна је електрична (сл. 2.5), док је у генераторском режиму излазна снага електрична, а улазна је механичка (сл. 2.6).

### 3. МЕТОДЕ ЗА ПРОРАЧУН ПАРАМЕТАРА ЗАМЕНСКЕ ШЕМЕ ТРОФАЗНЕ АСИНХРОНЕ МАШИНЕ

Познавање параметара заменске шеме асинхроне машине од кључног је значаја за практичну примену њеног математичког модела. Бројне методе (поступци) за прорачун параметара заменске шеме трофазне асинхроне машине предложене су у литератури [3] – [26]. У овом поглављу разматрају се две различите групе метода. Прва група се ослања на податке са натписне плочице машине (поступци 1 и 2), као и каталошке податке произвођача (поступак 3), док се друга група ослања на резултате огледа празног хода и кратког споја (поступци 4 и 5). Називи поступака су усвојени у овом раду, а детаљно су представљени у наставку. Скреће се пажња да се приликом одређивања параметара заменске шеме све роторске величине прорачунавају тако да су сведене на страну статора. Ово се неће посебно наглашавати.

#### 3.1 Поступак 1

Поступак 1 за процену параметара заменске шеме трофазне асинхроне машине заснива се на познавању основних података о машини који се могу пронаћи на њеној натписној плочици. Применом овог поступка могу се одредити параметри заменске шеме са сл. 2.2.

Заједничка индуктивност (индуктивност гране магнећења) може се одредити на основу података из празног хода машине, занемарујући при том отпорност и расипну индуктивност намотаја статора у шеми са сл. 2.2 [2]:

$$L_m = \frac{U_{sn}}{I_0 \omega_{sn}}, \quad (3.1)$$

где су:  $U_{sn}$  – називни напон на намотају статора,  $I_0$  – струја празног хода машине и  $\omega_{sn}$  – називна угаона учестаност напајања. Овде је струја празног хода поистовећена са струјом

магнећења (што се може учинити ако се занемаре губици у гвожђу и механички губици) и при номиналним условима напајања може се приближно израчунати према изразу:

$$I_0 = I_m = I_{sn} \sin \varphi_n, \quad (3.2)$$

где су:  $I_{sn}$  – називна струја машине која се успоставља у намотају статора и  $\sin \varphi_n = \sqrt{1 - (\cos \varphi_n)^2}$ , где је  $\cos \varphi_n$  – називни фактор снаге машине.

Приближне вредности расипне индуктивности могу се одредити на основу заменске шеме са сл. 2.2, под следећим претпоставкама: занемарује се струја кроз грану магнећења и занемарују се отпорности намотаја статора и ротора. Ако је ротор укочен (стање кратког споја), реактанса кратког споја се израчунава као количник називног напона машине и њене полазне струје ( $I_{spol}$ ). С тим у вези, потребно је проценити вредност полазне струје мотора, која се креће у опсегу од  $4I_{sn}$  (мотори мале снаге) до  $8I_{sn}$  (мотори велике снаге). Вредност полазне струје мотора може се очитати и из каталога произвођача, уколико је исти доступан. Тако се расипне индуктивности могу тачније прорачунати. Ако се претпостави да су индуктивности расипања намотаја статора и ротора приближно једнаке (претпоставка је валидна за већину асинхроних машина; одступања се јављају код машина са значајним разликама у димензијама и облику статорских и роторских жлебова [2]), тада је:

$$L_{\gamma s} \approx L'_{\gamma r} = \frac{1}{2} \frac{U_{sn}}{I_{spol} \omega_{sn}}. \quad (3.3)$$

Процена отпорности намотаја ротора може се спровести на основу података у називном режиму рада машине. Уколико се занемари отпорност намотаја статора и струја магнећења у шеми са сл. 2.2, заменска шема машине се своди на редну везу реактансе кратког споја и роторске отпорности  $R'_r/s_n$ . Тада је напон који у називном режиму рада постоји на отпорности  $R'_r/s_n$  једнак [2]:

$$U_{rn} = \sqrt{U_{sn}^2 - (\omega_{sn}(L_{\gamma s} + L'_{\gamma r})I_{sn})^2}. \quad (3.4)$$

Пад напона на реактанси кратког споја у претходном изразу се може занемарити, јер није од пресудног утицаја на роторски напон [2], те се може сматрати да у заменској шеми са сл. 2.2 на отпорнику  $R'_r/s_n$  влада називни напон машине. Одатле је:

$$R'_r = s_n \frac{U_{sn}}{I_{sn}}. \quad (3.5)$$

Отпорност намотаја статора се може узети да је приближно једнака отпорности намотаја ротора [2], тј.  $R_s \approx R'_r$ . Наравно, отпорност намотаја статора се може и измерити применом  $UI$  (довођењем једносмерног напона на два прикључна краја машине и мерењем успостављене једносмерне струје) или употребом одговарајућег мерног уређаја (омметра).

Тачност изложеног поступка за одређивање параметара заменске шеме машине зависи од тога колико су оправдане уведене претпоставке под којима су изведени горе наведени изрази. Обично су те претпоставке оправданије код машина великих снага.

## 3.2 Поступак 2

Поступак 2 за процену параметара заменске шеме трофазне асинхроне машине такође се заснива на подацима о машини који се могу пронаћи на њеној натписној плочици. Поступак је предложен у [7], где је анализиран велики број асинхроних машина малих, средњих и великих снага.

Отпорност намотаја статора се према [7] узима да је:

$$R_s = 1,5R'_r, \quad (3.6)$$

док се отпорност намотаја ротора одређује на основу података о називној активној снази ( $P_{en}$ ) и називном клизању машине [7]:

$$R'_r = \frac{3s_n U_{sn}^2}{P_{en}}, \quad (3.7)$$

где је:

$$P_{en} = 3U_{sn}I_{sn}\cos\varphi_n. \quad (3.8)$$

До израза (3.7) долази се уз занемарење снаге губитака у намотају статора и струје кроз грану магнећења у шеми са сл. 2.2 (губици у гвожђу су такође занемарени). Тиме снага обртног поља постаје једнака активној снази машине.

Индуктивност гране магнећења се израчунава на основу података о реактивној снази машине ( $Q_n$ ) при називном оптерећењу и називном напону напајања [7]:

$$L_m = \frac{3U_{sn}^2}{Q_n\omega_{sn}}, \quad (3.9)$$

где је:

$$Q_n = 3U_{sn}I_{sn}\sin\varphi_n. \quad (3.10)$$

Израз (3.9) занемарује индуктивности расипања намотаја статора и ротора, као и пад напона на статорској отпорности.

За вредности расипних индуктивности намотаја статора и ротора предлаже се израз [7]:

$$L_{\gamma s} \approx L'_{\gamma r} = 0,05L_m. \quad (3.11)$$

Као и у случају поступка 1, тачност поступка 2 зависи од тога колико су оправдане уведене претпоставке под којима су изведени горе наведени изрази. У циљу постизања веће тачности, могуће је модификовати изразе (3.7) и (3.9). Ако се у обзир узму губици у намотајима статора, а при том се и даље занемари струја кроз грану магнећења (као и губици у гвожђу), отпорност намотаја ротора се може одредити према следећем изразу:

$$R'_r = \frac{3s_n U_{sn}^2}{(1+s_n)P_{en}}. \quad (3.12)$$

Добијени израз је погоднији за примену код машина мале снаге, где називно клизање може имати релативно велику вредност. Слично, ако се у обзир узме пад напона на статорској

отпорности у шеми са сл. 2.2 (уз занемарење расипне индуктивности намотаја статора), реактанса гране магнећења се може одредити према следећем изразу:

$$L_m = \frac{3E_n^2}{Q_n \omega_{sn}} \quad (3.13)$$

где се електромоторна сила на грани магнећења, у називном режиму рада, може приближно израчунати као:

$$E_n = U_{sn} - R_s I_{sn}. \quad (3.14)$$

Израз (3.13) је погодан за примену код машина мале снаге, где отпорност намотаја статора има значајну вредност.

### 3.3 Поступак 3

Поступак 3 за процену параметара заменске шеме асинхроне машине предложен је у [6] и нешто је сложенији у односу на претходна два поступка. Сам поступак се ослања на каталожке податке о машини.

Ако се занемари струја магнетисања (као и губици у гвожђу) и искомбинују изрази (2.57) и (2.58), долази се до израза за отпорност намотаја статора [6]:

$$R_s = \frac{3}{2} p \frac{U_{sn}^2}{\omega_{sn} M_p} - \frac{R_r'}{s_p}. \quad (3.15)$$

Да би се одредила вредност отпорности намотаја статора према претходном изразу, потребно је прорачунати вредности отпорности намотаја ротора и превално клизање машине.

Отпорност намотаја ротора може се одредити на основу података о називном режиму рада асинхроне машине. Занемарењем губитака у гвожђу ротора и механичких губитака, важе изрази (2.62) и (2.63), из којих се долази до израза за отпорност намотаја ротора у називном режиму рада [6]:

$$R_r' = \frac{s_n}{1-s_n} \frac{P_{mn}}{3I_{rn}'^2}, \quad (3.16)$$

Називна струја ротора ( $I_{rn}'$ ) у претходном изразу може се одредити приближно и то на основу податка о називном фактору снаге и називној струји статора [6]:

$$I_{rn}' = I_{sn} \cos \varphi_n \sqrt{1 + (s_n/s_p)^2}. \quad (3.17)$$

Превално клизање се израчунава према изразу (2.60). Узимајући у обзир да код већине машина важи да је  $s_n \ll s_p$ , то се израз (3.17) може поједноставити:

$$I_{rn}' = I_{sn} \cos \varphi_n. \quad (3.18)$$

Вредност роторске отпорности у тренутку покретања мотора ( $R_{rk}'$ ) може се одредити узимајући у обзир чињеницу да се у том тренутку снага обртног поља дисипира у ротору.

Ако се занемари снага губитака у гвожђу, то је [6]:

$$R'_{rk} = \frac{M_{pol}\omega_{sn}/p}{3\left(I'_{rn}\frac{I_{spol}}{I_{sn}}\right)^2} \quad (3.19)$$

Фактор промене отпорности намотаја ротора према [6] је:

$$g_r = \frac{\ln(R'_k/R'_{rk})}{\sqrt{1-s_n}} \quad (3.20)$$

док се промена отпорности намотаја ротора у функцији клизања може представити на следећи начин [6]:

$$R'_r(s) = R'_{rk}e^{g_r\sqrt{1-s}}. \quad (3.21)$$

У циљу одређивања индуктивности расипања намотаја статора и ротора, кренуће се од израза (2.57), при чему ће се занемарити грана магнетисања. Потом ће се из (2.57) изразити укупна расипна индуктивност [6]:

$$L_\gamma = L_{\gamma s} + L'_{\gamma r(s=s_p)} = \frac{\sqrt{\left(\frac{R'_r(s=s_p)}{s_p}\right)^2 - R_s^2}}{\omega_{sn}} \quad (3.22)$$

Раздвајање укупне расипне индуктивности на статорску и роторску није једноставан задатак. Обично се претпоставља да су оне једнаке [2]. Међутим, један од начина да се дође до тачнијих вредности јесте њихова подела у односу на вредности квадрата отпорности намотаја. Оправдање за овакав приступ јесте у томе што је отпорност намотаја пропорционална броју навојака, док је индуктивност пропорционална квадрату броја навојака. Према томе, односи расипних индуктивности намотаја статора и ротора могу се одредити према изразу [30]:

$$\frac{L_{\gamma s}}{L'_{\gamma r(s=s_p)}} = \frac{R_s^2}{R'^2_{r(s=s_p)}} \quad (3.23)$$

Уколико се даље искористе изрази за превални момент (2.58) и полазни момент (израз (2.54) у коме је  $s = 1$ ), уз занемарење отпорности намотаја статора и струје магнетисања, може се извести израз који повезује индуктивност расипања ротора у случајевима када је ротор укочен ( $L'_{\gamma rk}$ ) и када се обрће правалном брзином [6]:

$$L'_{\gamma rk} = \frac{\sqrt{2R'_{rk}\left(\omega_{sn}(L_{\gamma s} + L'_{\gamma r(s=s_p)})\right)\frac{M_p}{M_{pol}} - R'^2_{rk}}}{\omega_{sn}} - L_{\gamma s} \quad (3.24)$$

Фактор промене расипне индуктивности намотаја ротора према [6] је:

$$g_x = \frac{\ln(L'_{\gamma r(s=s_p)}/L'_{\gamma rk})}{\sqrt{1-s_p}} \quad (3.25)$$

Промена расипне индуктивности намотаја ротора у функцији клизања може се представити на следећи начин [6]:

$$L'_{\gamma r}(s) = L'_{\gamma rk} e^{g_x \sqrt{1-s}}. \quad (3.26)$$

Уврштавањем вредности називног клизања у претходни израз, може се одредити индуктивност расипања намотаја ротора за називно клизање машине:

$$L'_{\gamma r(s=s_n)} = L'_{\gamma r} = L'_{\gamma rk} e^{g_x \sqrt{1-s_n}}. \quad (3.27)$$

У следећем кораку прорачунавају се губици у гвожђу. Уколико се занемари снага механичких губитака, снага губитака у гвожђу (при називном напону и називној учестаности напајања):

$$P_{Fen} = \frac{P_{mn}}{\eta_n} - \frac{P_{mn}}{1-s_n} - 3R_s I_{sn}^2. \quad (3.28)$$

У претходном изразу снага губитака у гвожђу се одређује за називно оптерећење. Даље се отпорност отпорника којим се моделују губици у гвожђу одређује према изразу [6]:

$$R_{Fe} = \frac{3E_n^2}{P_{Fen}}, \quad (3.29)$$

где је:

$$E_n = \sqrt{(U_{sn} - R_s I_{sn} \cos \varphi_n - \omega_{sn} L_{\gamma s} I_{sn} \sin \varphi_n)^2 + (R_s I_{sn} \sin \varphi_n - \omega_{sn} L_{\gamma s} I_{sn} \cos \varphi_n)^2}, \quad (3.30)$$

што је приближно једнако са:

$$E_n \approx U_{sn} - I_{sn} \sqrt{R_s^2 + (\omega_{sn} L_{\gamma s})^2}. \quad (3.31)$$

Струја кроз отпорник  $R_{Fe}$  је:

$$I_{Fe} = \frac{E_n}{R_{Fe}}. \quad (3.32)$$

Ако се претпостави да реактивну компоненту струје машине углавном чини компонента струје кроз индуктивност магнећења, те да се при називном напону и називној учестаности она значајније не мења са променом оптерећења, то се ова струја може одредити према изразу:

$$I_m = \sqrt{(I_{sn} \sin \varphi_n)^2 - I_{Fe}^2}. \quad (3.33)$$

Сада се може прорачунати индуктивност гране магнећења:

$$L_m = \frac{E_n}{I_m \omega_{sn}}. \quad (3.34)$$

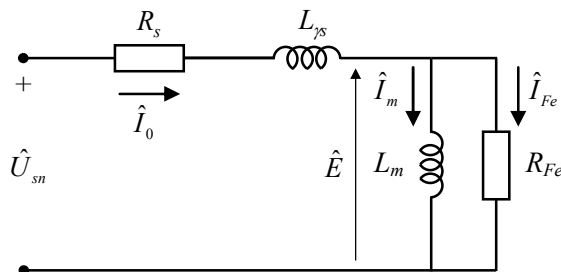
За разлику од претходна два поступка, чијом се применом одређују параметри заменске шеме са сл. 2.2, применом поступка 3 одређују се параметри заменске шеме са сл. 2.4, што обухвата и отпорник  $R_{Fe}$  којим се моделују губици у гвожђу. Осим тога, поступак 3 узима у

обзир и промену отпорности и индуктивности расипања намотаја ротора у функцији клизања, те се могу тачније прорачунати вредности полазног и превалног момента мотора, као и вредност полазне струје мотора код његовог директног прикључења на мрежу.

### 3.4 Поступак 4

Претходно изложени поступци за одређивање параметара заменске шеме асинхроне машине врше се на основу података који су доступни на натписној плочици машине (поступци 1 и 2), као и каталожних података које даје произвођач машине (поступак 3). Нешто другачији приступ заснива се на спровођењу одговарајућих огледа на машини. Реч је о огледима празног хода и кратког споја, што подразумева излазак машине из уобичајеног погонског стања. Празан ход и кратак спој представљају експерименте који се изводе на асинхроним машинама ради одређивања њихових радних карактеристика, а резултати таквих огледа могу се искористити и за одређивање параметара заменске шеме [31].

Под појмом моторски празан ход асинхроне машине подразумева се стање у коме је статорски намотај испитиване машине прикључен на напајање, а ротор није механички оптерећен, већ се слободно обрће. У експерименту празног хода испитивана машина се напаја из извора називне учестаности [29], а из тог огледа одређују се параметри гране магнећења у заменској шеми машине са сл. 2.4. Будући да се у експерименту празног хода машина обрће брзином која је блиска синхроној, то заменска шема асинхроне машине са сл. 2.4 поприма облик који је приказан на сл. 3.1.



Слика 3.1: Заменска шема трофазне асинхроне машине у празном ходу.

У складу са билансом снаге асинхроне машине у моторском режиму рада, машина у празном ходу из извора напајања преузима активну снагу којом се покривају губици у намотајима статора, губици у гвожђу статора и механички губици [29], [31]:

$$P_0 = P_{js0} + P_{Fe} + P_{gm}. \quad (3.35)$$

Када се од измерене снаге празног хода одузме снага губитака у намотајима статора, као и механички губици (поступак раздвајања механичких губитака дат је у [29]), долази се до снаге губитака у гвожђу при називном напону напајања:

$$P_{Fe} = P_0 - 3R_s I_0^2 - P_{gm}. \quad (3.36)$$

Уколико се занемари пада напона на статорској импеданси, вредност отпорника у грани магнећења се може израчунати према следећем изразу:

$$R_{Fe} = \frac{3U_{sn}^2}{P_{Fe}} \quad (3.37)$$

Фактор снаге празног хода одређен је са:

$$\cos\varphi_0 = \frac{P_0}{3U_{sn}I_0} \quad (3.38)$$

Реактивна компонента струје празног хода је:

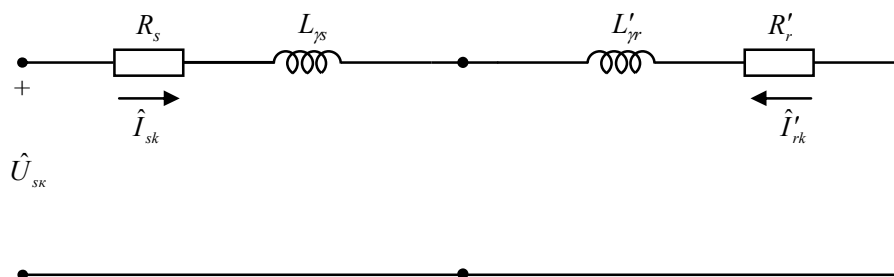
$$I_m = I_0 \sin\varphi_0 = I_0 \sqrt{1 - \cos^2\varphi_0}, \quad (3.39)$$

па је индуктивност магнећења:

$$L_m = \frac{U_{sn}}{I_m \omega_{sn}} \quad (3.40)$$

Друго карактеристично стање представља кратак спој асинхроне машине [31]. То је стање у коме је ротор мотора закочен, а намотаји статора се напајају трофазним напонем називне учестаности, тако да се у машини успостави називна струја. Овај оглед омогућава одређивање параметара директне гране заменске шеме са сл. 2.4 [31].

Будући да се у експерименту кратког споја машина напаја сниженим напонем (чија је вредност знатно мања од називне), то се губици у гвожђу статора и ротора могу занемарити (они зависе од квадрата напона напајања), због чега се у заменској шеми са сл. 2.4 може изоставити отпорник  $R_{Fe}$ . Такође, због снижене вредности напона напајања, реактивна снага машине је знатно мања него при називном напону, те се из заменске шеме са сл. 2.4 може изоставити и индуктивност магнећења [31]. Тиме се заменска шема са сл. 2.4 своди на шему која је приказана на сл. 3.2.



Слика 3.2: Заменска шема трофазне асинхроне машине за стање кратког споја.

Уз уведено занемарење снаге губитака у гвожђу, улазна снага у машину једнака је збиру снаге губитака у намотајима статора и намотајима ротора:

$$P_k = P_{jsk} + P_{jrk} \quad (3.41)$$

У огледу кратког споја, за који важи шема са сл. 3.2, јесте  $U_{sk} \ll U_{sn}$  и  $|\hat{I}_{sk}| = I_{sn}$  [31], те је:

$$P_k = 3(R_s + R'_r)I_{sn}^2, \quad (3.42)$$

јер је према сл. 3.2  $|\hat{I}_{sk}| = |\hat{I}'_{rk}| = I_{sn}$ . Израз (3.42) омогућава одређивање збира отпорности намотаја статора и ротора. С обзиром на то да се отпорност намотаја статора лако може измерити, то је отпорност намотаја ротора:

$$R'_r = \frac{P_k}{3I_{sn}^2} - R_s. \quad (3.43)$$

Слично се може одредити и збир расипних индуктивности намотаја статора и ротора. Према шеми са сл. 3.2 важи да је:

$$U_{sk} = I_{sn} \sqrt{(R_s + R'_r)^2 + (\omega_{sn}(L_{\gamma s} + L'_{\gamma r}))^2}, \quad (3.44)$$

те је збир расипних индуктивности намотаја статора и ротора:

$$L_{\gamma s} + L'_{\gamma r} = \frac{\sqrt{\left(\frac{U_{sk}}{I_{sn}}\right)^2 - (R_s + R'_r)^2}}{\omega_{sn}}. \quad (3.45)$$

Уколико нису познати неки додатни подаци који омогућавају раздвајање збира расипних индуктивности на индуктивност расипања намотаја статора и индуктивност расипања намотаја ротора, узима се да су оне једнаке [31].

У циљу постизања веће тачности предложеног поступка, могуће је модификовати изразе на основу којих се прорачунавају вредности отпорника којим се моделују губици у гвожђу и индуктивност магнећења. Наиме, ако се у обзир узме пад напона на статорској импеданси (што може бити значајно код машина малих снага), вредност отпорника  $R_{Fe}$  се одређује према изразу:

$$R_{Fe} = \frac{3E^2}{P_{Fe}}, \quad (3.46)$$

где је према шеми са сл. 3.1:

$$E = \sqrt{(U_{sn} - R_s I_0 \cos \varphi_0 - \omega_{sn} L_{\gamma s} I_{sn} \sin \varphi_0)^2 + (R_s I_0 \sin \varphi_0 - \omega_{sn} L_{\gamma s} I_0 \cos \varphi_0)^2}, \quad (3.47)$$

што је приближно једнако са:

$$E \approx U_{sn} - I_0 \sqrt{R_s^2 + (\omega_{sn} L_{\gamma s})^2}. \quad (3.48)$$

Индуктивност магнећења је:

$$L_m = \frac{E}{I_m \omega_{sn}}, \quad (3.49)$$

где се  $I_m$  одређује према изразу (3.39).

У односу на претходно изложене поступке за одређивање параметара заменске шеме асинхроне машине, главна предност поступка 4 јесте у томе што се до вредности свих

параметара заменске шеме долази експерименталним путем. Међутим, треба имати на уму да су отпорност и индуктивност расипања намотаја ротора одређене из огледа кратког споја који је обављен при називној учестаности напајања. Будући да је ротор укочен, то је учестаност роторских струја једнака учестаности напајања (клизање је јединично), што свакако не одговара стању машине у нормалном раду. Ефекат потискивања струје у проводницима ротора је у овој врсти огледа изражен (поготово ако ротор има дубоке жлебове или двоструки кавез). Такође, роторска индуктивност расипања мења се са променом клизања [6] и нивоа магнетног засићења. Другим речима, вредности отпорности и индуктивности расипања намотаја ротора добијени на овај начин разликују се од оних који се имају у нормалном радном стању асинхроне машине.

### 3.5 Поступак 5

Да би се превазишли недостаци поступка 4 за одређивање параметара заменске шеме асинхроне машине, у [9] су предложене извесне модификације огледа кратког споја. Тако је предложено да се експеримент кратког споја изврши при сниженој учестаности напајања, чија вредност не прелази 25% називне учестаности машине, док је оглед празног хода класичан, као у случају поступка 4.

На основу резултата огледа празног хода и уз занемарење отпорности намотаја статора и губитака у гвожђу (тј. њиховог утицаја на струју статора и струју кроз грану магнећења), реактанса у грани магнећења ( $X_m$ ) се израчунава према следећем изразу [9]:

$$X_m = \frac{3U_{sn}^2}{(Q_0 - 3I_0^2 X_{ys}) \left(1 + \frac{X_{ys}}{X_m}\right)^2}, \quad (3.50)$$

док се реактанса расипања статорског намотаја на учестаности из огледа кратког споја ( $X_{ysk}, f_{sk}$ ) одређује према изразу:

$$X_{ysk} = \frac{Q_k \left(\frac{X_{ys}}{X'_{yr}} + \frac{X_{ys}}{X_m}\right)}{3I_{sk}^2 \left(1 + \frac{X_{ys}}{X'_{yr}} + \frac{X_{ys}}{X_m}\right)}, \quad (3.51)$$

где су:  $Q_0$  – реактивна снага машине у огледу празног хода,  $Q_k$  – реактивна снага машине у огледу кратког споја,  $I_0$  – струја машине у огледу празног хода,  $I_{sk}$  – струја машине у огледу кратког споја (треба се подесити тако да буде једнака називној струји машине),  $X_{ys}$  – реактанса расипања намотаја статора на називној учестаности напајања и  $X'_{yr}$  – реактанса расипања намотаја ротора. Код извођења израза (3.51) занемарен је утицај губитака у гвожђу на струју статора и ротора, као и на струју кроз реактансу магнећења (реактанса у грани магнећења је уважена). Даље се реактанса расипања намотаја статора на називној учестаности ( $f_{sn}$ ) израчунава према изразу [9]:

$$X_{ys} = \frac{f_{sn}}{f_{sk}} X_{ysk}. \quad (3.52)$$

Једначине (3.50) – (3.52) се решавају итеративним поступком и то на следећи начин:

- прво се одређује  $X_m$ , уз претпостављене вредности  $X_{\gamma s}/X_m$ ,  $X_{\gamma s}/X'_{\gamma r}$  и  $X_{\gamma s}$ ;
- потом се израчунава реактанса расипања статорског намотаја на учестаности из огледа кратког споја (једначина (3.51));
- након тога се прерачунава на називну учестаност напајања (једначина (3.52)).

Процедура се даље понавља тако што се опет прорачунава  $X_m$ , али се овај пут користи претходно израчуната вредност  $X_{\gamma s}$  и нови однос  $X_{\gamma s}/X_m$ . Итеративни поступак се понавља све док добијене вредности  $X_{\gamma s}$  и  $X_m$  не постану блиске вредностима из претходног корака итерације (разлика од 0,1 % је прихватљива) [9].

Када се прорачуна реактанса у грани магнећења, даље је индуктивност магнећења:

$$L_m = \frac{X_m}{\omega_{sn}}, \quad (3.53)$$

док су индуктивности расипања намотаја статора и ротора:

$$L_{\gamma s} = \frac{X_{\gamma s}}{\omega_{sn}}, \quad (3.54)$$

$$L'_{\gamma r} = \frac{X'_{\gamma r}}{\omega_{sn}}. \quad (3.55)$$

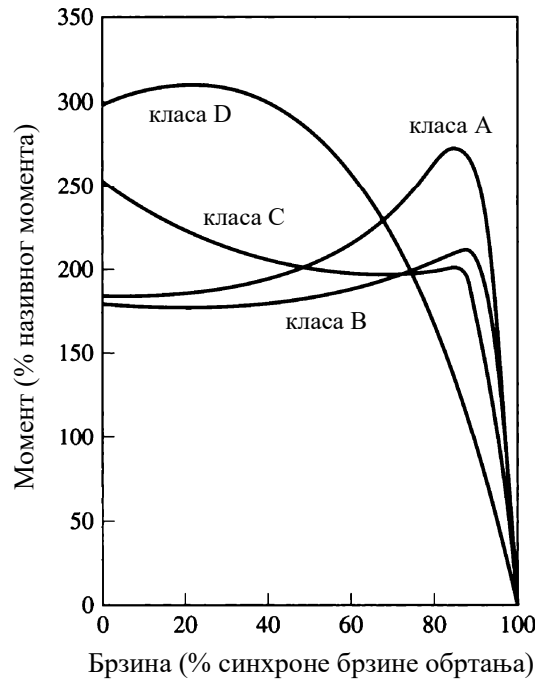
Однос расипних реактанси намотаја статора и ротора зависи од начина извођења кавезног намотаја, односно облика роторских жлебова [32]. Уобичајено се узима да су расипне реактансе бројно једнаке (одступања се јављају код машина са значајним разликама у димензијама и облику статорских и роторских жлебова [2]), али се у [9], [27] могу наћи и другачије препоруке. С тим у вези, кавезни асинхрони мотори према *NEMA* класификацији (енгл. *National Electrical Manufactures Association*) сврстани у четири категорије (ознаке А – D), као што је то наведено у табели 1 и табели 2. Ова класификација је учињена према облику моментних карактеристика мотора, које су приказане на сл. 3.3. Вреди се подсетити да облик роторских жлебова утиче на облик моментне карактеристике машине [32].

Табела 1: Расипне реактансе намотаја статора и ротора [9], [27].

Врста ротора	$X_{\gamma s}/X'_{\gamma r}$
Намотани ротор	1
Кавезни ротор, дизајн А	1
Кавезни ротор, дизајн В	0,67
Кавезни ротор, дизајн С	0,43
Кавезни ротор, дизајн D	1

Табела 2: NEMA класификација асинхроних мотора са кавезним ротором [27].

NEMA ознака	$M_{pol}/M_n$	$M_p/M_n$	$I_{spol}/I_{sn}$	$s_n$ [%]
A	0,7 – 2,75	1,75 – 3	/	0,5 – 5
B	0,7 – 2,75	1,75 – 3	6 – 7	0,5 – 5
C	2 – 2,85	1,9 – 2,25	6 – 7	1 – 5
D	2,75	2,75	6 – 7	5 – 8



Слика 3.3: Илустрација моментне карактеристике трофазног асинхроног мотора у складу са NEMA класификацијом [32].

Отпорност отпорника којим се моделују губици у гвожђу ( $R_{Fe}$ ) одређује се према изразу [9]:

$$R_{Fe} = \frac{3U_{sn}^2}{P_{Fe}\left(1 + \frac{X_{Ys}}{X_m}\right)^2}, \quad (3.56)$$

где је  $P_{Fe}$  снага губитака у гвожђу која је одређена у огледу празног хода (поступак раздвајања губитака у огледу празног хода дат је у [29]). Приликом извођења израза (3.56), напон на грани магнетисања је умањен од напона напајања само за износ пада напона на расипној реактанси статорског намотаја (другим речима, пад напона на отпорности намотаја статора је занемарен).

Отпорност намотаја ротора одређује се према следећем изразу [9]:

$$R_r' = \left(\frac{P_k}{3I_{sk}^2} - R_s\right) \left(1 + \frac{X'_{Yr}}{X_m}\right)^2 - \left(\frac{X'_{Yr}}{X_{Ys}}\right)^2 \frac{X_{Ysk}}{R_{Fe}}, \quad (3.57)$$

где је  $P_k$  – активна снага машине у огледу кратког споја. Израз (3.57) је добијен уз извесна поједностављења. Тако је код одређивања струје ротора занемарена отпорност намотаја ротора у шеми са сл. 2.4, чиме се дошло до једноставнијег израза.

До вредности отпорности намотаја статора у (3.54) долази се његовим мерењем. Битно је нагласити да се узима средња вредност три мерења (које се обавља на два по два извода у прикључној кутији [27]), а потом се може извршити прерачунавање отпорности намотаја на температуру која је блиска радној температури машине. Исто тако се може прерачунати и добијена вредност отпорности намотаја ротора.

## 4. РЕЗУЛТАТИ ПРОРАЧУНА ПАРАМЕТАРА ЗАМЕНСКЕ ШЕМЕ ТРОФАЗНЕ АСИНХРОНЕ МАШИНЕ

У овом поглављу представљени су резултати прорачуна параметара заменске шеме за један конкретан трофазни асинхрони мотор са кавезним ротором. У питању је мотор следећих називних података: 0,75 kW, 400 V, Y, 1,9 A, 50 Hz, 1390 o/min. Остали подаци о мотору дати су у прилогу овог рада. Прорачун параметара заменске шеме изведен је применом поступака који су претходно описани. Поред тога, приказани су и резултати добијени применом индустријског инвертора *Danfoss VLT FC 302* и уграђеног поступак за *offline* идентификацију параметара заменске шеме. Добијени резултати су дискутовани како би се указало на ограничења примене појединих поступака.

### 4.1 Резултати поступка 1

Поступак 1 за процену параметара заменске шеме трофазне асинхроне машине заснива се на познавању података о машини који се могу пронаћи на њеној натписној плочици. Редослед корака овог поступка на примеру изабраног мотора дат је у наставку.

**% Подаци о мотору са натписне плочице**

$$U_{sn} = 400/\sqrt{3}$$

$$I_{sn} = 1,9$$

$$\cos\varphi_n = 0,76$$

$$f_{sn} = 50$$

$$\omega_{sn} = 2\pi f_{sn}$$

$$n_{mn} = 1390$$

$$n_s = 1500$$

$$s_n = (n_s - n_{mn})/n_s$$

#### % Процењене величине

$$I_{spol} = 4I_{sn}$$

#### % Прорачун параметара заменске шеме

- Прорачун  $I_0$  на основу (3.2)
- Прорачун  $L_m$  на основу (3.1)
- Прорачун  $L_{\gamma s}$  и  $L'_{\gamma r}$  на основу (3.3)
- Прорачун  $R'_r$  на основу (3.5)
- $R_s = R'_r$

Резултати прорачуна су дати у табели 3. Добијене вредности параметара односе се на заменску шему са сл. 2.2.

Табела 3: Параметри заменске шеме – резултати прорачуна применом поступка 1.

$R_s$ [ $\Omega$ ]	$R'_r$ [ $\Omega$ ]	$L_m$ [mH]	$L_{\gamma s}$ [mH]	$L'_{\gamma r}$ [mH]
8,91	8,91	595,30	48,36	48,36

## 4.2 Резултати поступка 2

Поступак 2 за процену параметара заменске шеме трофазне асинхроне машине такође се заснива на подацима о машини који се налазе на њеној натписној плочици. Редослед корака овог поступка на примеру изабраног мотора приказан је у наставку.

#### % Подаци о мотору са натписне плочице

$$U_{sn} = 400/\sqrt{3}$$

$$I_{sn} = 1,9$$

$$\cos\varphi_n = 0,76$$

$$f_{sn} = 50$$

$$\omega_{sn} = 2\pi f_{sn}$$

$$n_{mn} = 1390$$

$$n_s = 1500$$

$$s_n = (n_s - n_{mn})/n_s$$

**% Прорачун параметара заменске шеме**

- Прорачун  $P_{en}$  на основу (3.8)
- Прорачун  $Q_n$  на основу (3.10)
- Прорачун  $R'_r$  на основу (3.12)
- Прорачун  $R_s$  на основу (3.6)
- Прорачун  $E_n$  на основу (3.14)
- Прорачун  $L_m$  на основу (3.13)
- Прорачун  $L_{\gamma s}$  и  $L'_{\gamma r}$  на основу (3.11)

Резултати прорачуна су дати у табели 4. Добијене вредности параметара односе се на заменску шему са сл. 2.2.

Табела 4: Параметри заменске шеме – резултати прорачуна применом поступка 2.

$R_s$ [ $\Omega$ ]	$R'_r$ [ $\Omega$ ]	$L_m$ [mH]	$L_{\gamma s}$ [mH]	$L'_{\gamma r}$ [mH]
16,39	10,93	445,57	22,28	22,28

**4.3 Резултати поступка 3**

За разлику од претходна два поступка, поступак 3 за процену параметара заменске шеме трофазне асинхроне машине ослања се на каталожке податке о машини. Редослед корака овог поступка на примеру изабраног мотора приказан је у наставку.

**% Подаци о мотору из каталога произвођача**

$$P_{mn} = 750$$

$$U_{sn} = 400/\sqrt{3}$$

$$I_{sn} = 1,9$$

$$I_{spol} = 4,3I_{sn}$$

$$M_n = 5,1$$

$$M_{pol} = 2,3M_n$$

$$M_p = 2,4M_n$$

$$v_n = 2,4$$

$$\cos\varphi_n = 0,76$$

$$\eta_n = 0,75$$

$$f_{sn} = 50$$

$$\omega_{sn} = 2\pi f_{sn}$$

$$p = 2$$

$$n_{mn} = 1390$$

$$n_s = 1500$$

$$s_n = (n_s - n_{mn})/n_s$$

#### % Прорачун параметара заменске шеме

- Прорачун  $s_p$  на основу (2.60)
- Прорачун  $I'_{rn}$  на основу (3.17)
- Прорачун  $R'_r$  на основу (3.16)
- Прорачун  $R'_{rk}$  на основу (3.19)
- Прорачун  $g_r$  на основу (3.20)
- Прорачун  $R'_r$  на основу (3.21) за  $s = s_n$
- Прорачун  $R_s$  на основу (3.15)
- Прорачун  $L_\gamma$  на основу (3.22)
- Прорачун  $L'_{\gamma r(s=s_p)}$  на основу (3.23)
- Прорачун  $L_{\gamma s} = L_\gamma - L'_{\gamma r(s=s_p)}$
- Прорачун  $L'_{\gamma rk}$  на основу (3.24)
- Прорачун  $g_x$  на основу (3.25)
- Прорачун  $L'_{\gamma r(s=s_n)}$  на основу (3.27)
- Прорачун  $P_{Fen}$  на основу (3.28)
- Прорачун  $E_n$  на основу (3.31)
- Прорачун  $R_{Fe}$  на основу (3.29)
- Прорачун  $I_{Fe}$  на основу (3.32)
- Прорачун  $I_m$  на основу (3.33)
- Прорачун  $L_m$  на основу (3.34)

Резултати прорачуна су дати у табели 5. Добијене вредности параметара односе се на заменску шему са сл. 2.4.

Табела 5: Параметри заменске шеме – резултати прорачуна применом поступка 3.

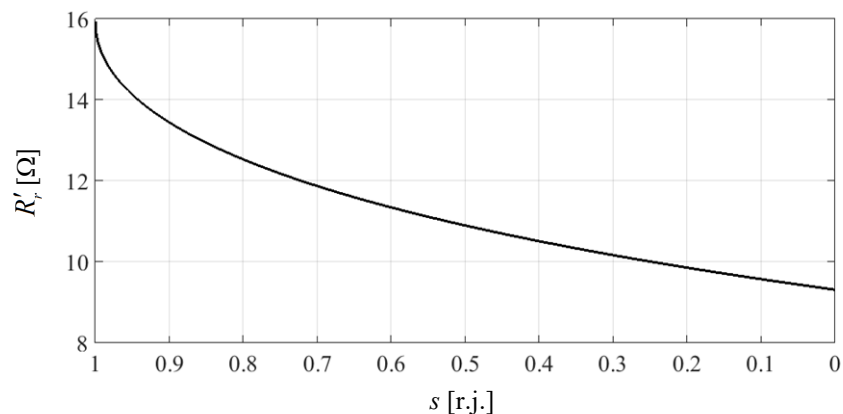
$R_s$ [ $\Omega$ ]	$R'_r$ [ $\Omega$ ]	$R_{Fe}$ [ $\Omega$ ]	$L_m$ [mH]	$L_{\gamma s}$ [mH]	$L'_{\gamma r}$ [mH]
13,37	9,49	2347	489,25	55,07	33,76

Применом поступка 3 могу се прорачунати вредности отпорности и расипне индуктивности намотаја ротора за различите вредности учестаности струја у колу ротора, односно клизања. У наставку су дате њихове вредности које су прорачунате за  $s = s_p$  и  $s = 1$

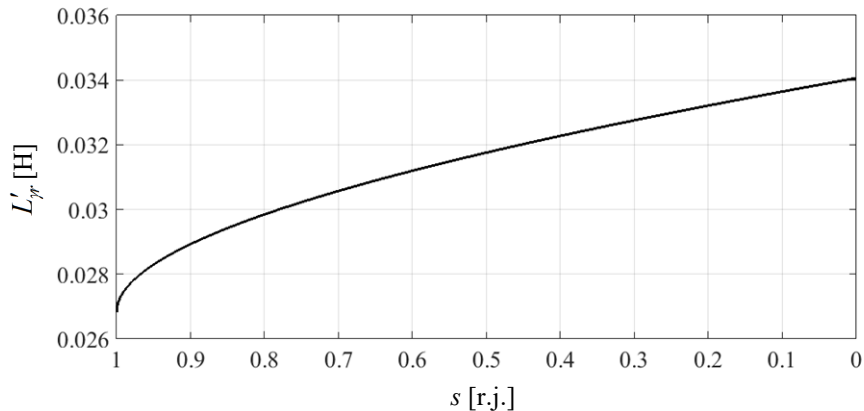
(табела 6). Такође, приказана је и промена вредности ових параметара у функцији клизања (сл. 4.1 и сл. 4.2) током покретања мотора који се напаја директно са мреже.

Табела 6: Отпорност и расипна индуктивност намотаја ротора за различите вредности клизања – резултати прорачуна применом поступка 3.

$R'_r$ [ $\Omega$ ] за $s = s_p$	$R'_r$ [ $\Omega$ ] за $s = 1$	$L'_{yr}$ [mH] за $s = s_p$	$L'_{yr}$ [mH] за $s = 1$
10,29	15,93	32,59	26,83



Слика 4.1: Отпорност намотаја ротора у функцији клизања.



Слика 4.2: Индуктивност расипања намотаја ротора у функцији клизања.

#### 4.4 Резултати поступка 4

Поступак 4 за одређивање параметара заменске шеме асинхроне машине ослања се на резултате огледа празног хода и кратког споја, а који се спроводе за називну учестаност напајања. Резултати огледа дати су у прилогу овог рада, док је редослед корака поступка 4, све са резултатима поступка, приказан у наставку.

**% Основни подаци о мотору**

$$U_{sn} = 400/\sqrt{3}$$

$$I_{sn} = 1,9$$

$$f_{sn} = 50$$

$$\omega_{sn} = 2\pi f_{sn}$$

**% Резултати огледа празног хода**

$$I_0 = 1,218$$

$$P_0 = 94,9$$

$$P_{Fe} = 36,05$$

**% Резултати огледа кратког споја**

$$U_{sk} = 63,28$$

$$P_k = 208,92$$

$$R_s = 9,73$$

**% Прорачун параметара заменске шеме**

- Прорачун  $R'_r$  на основу (3.43)
- Прорачун  $L_{\gamma s}$  и  $L'_{\gamma r}$  на основу (3.45)
- Прорачун  $\cos\varphi_0$  на основу (3.38)
- Прорачун  $I_m$  на основу (3.39)
- Прорачун  $E$  на основу (3.48)
- Прорачун  $L_m$  на основу (3.49)
- Прорачун  $R_{Fe}$  на основу (3.46)

Резултати прорачуна су дати у табели 7. Добијене вредности параметара односе се на заменску шему са сл. 2.4.

Табела 7: Параметри заменске шеме – резултати прорачуна применом поступка 4.

$R_s$ [ $\Omega$ ]	$R'_r$ [ $\Omega$ ]	$R_{Fe}$ [ $\Omega$ ]	$L_m$ [mH]	$L_{\gamma s}$ [mH]	$L'_{\gamma r}$ [mH]
9,73	9,56	3691	553,89	43,21	43,21

## 4.5 Резултати поступка 5

Поступак 5 за одређивање параметара заменске шеме асинхроне машине ослања се на резултате огледа празног хода при називној учестаности напајања и резултате огледа кратког споја при сниженој учестаности напајања (до 25% називне [9]). За изабрани мотор оглед кратког споја је изведен за учестаност напајања од 10 Hz. Резултати огледа кратког споја испитиваног мотора дати су у прилогу овог рада, док је редослед корака поступка 5, све са резултатима поступка, приказан у наставку.

### % Основни подаци о мотору

$$U_{sn} = 400/\sqrt{3}$$

$$I_{sn} = 1,9$$

$$f_{sn} = 50$$

$$\omega_{sn} = 2\pi f_{sn}$$

### % Резултати огледа празног хода

$$I_0 = 1,218$$

$$Q_0 = 839$$

$$P_{Fe} = 36,05$$

### % Резултати огледа кратког споја

$$f_{sk} = 10$$

$$U_{sk} = 34,69$$

$$P_k = 183,79$$

$$Q_k = 72,75$$

$$R_s = 9,73$$

### % Прорачун параметара заменске шеме

- Претпоставити вредности  $X_{\gamma s}/X_m$ ,  $X_{\gamma s}/X'_{\gamma r}$  и  $X_{\gamma s}$
- Прорачун  $X_m$  на основу (3.50)
- Прорачун  $X_{\gamma sk}$  на основу (3.51)
- Прорачун  $X_{\gamma s}$  на основу (3.52)
- Понављање претходна три корака док добијене вредности  $X_{\gamma s}$  и  $X_m$  не постану блиске вредностима из претходног корака итерације (разлика од 0,1 % је прихватљива)
- Прорачун  $X'_{\gamma r}$  (усвојено је да је  $X_{\gamma s}/X'_{\gamma r} = 1$ )
- Прорачун  $L_m$  на основу (3.53)

- Прорачун  $L_{\gamma s}$  и  $L'_{\gamma r}$  на основу (3.45) и (3.55)
- Прорачун  $R_{Fe}$  на основу (3.57)
- Прорачун  $R'_r$  на основу (3.43)

Резултати прорачуна су дати у табели 8. Добијене вредности параметара се односе на заменску шему са сл. 2.4.

Табела 8: Параметри заменске шеме – резултати прорачуна применом поступка 5.

$R_s$ [ $\Omega$ ]	$R'_r$ [ $\Omega$ ]	$R_{Fe}$ [ $\Omega$ ]	$L_m$ [mH]	$L_{\gamma s}$ [mH]	$L'_{\gamma r}$ [mH]
9,73	8,78	3658	551,84	56,04	56,04

## 4.6 Резултати *Danfoss AMA* поступка

У савременим индустријским погонима са инверторским напајањем познавање параметара заменске шеме од великог је значаја за исправно подешавање управљачког система. За разлику од претходних поступака, где се параметри заменске шеме одређују на основу података са натписне плочице и/или каталожних података (поступци 1, 2 и 3), или спровођењем одговарајућих лабораторијских експеримената (поступци 4 и 5), естимација параметара заменске шеме асинхроног мотора који се напаја из инвертора уобичајено се врши инјектирањем тест сигнала у намотаје статора и мерењем улазне импедансе. Оваквим поступком даље се могу реконструисати параметри заменске шеме. Један такав поступак за идентификацију параметара заменске шеме фабрички је уграђен у индустријски инвертора *Danfoss VLT FC 302*. Поступак је познат под скраћеним именом *AMA* (енгл. *Automatic Motor Adaption*) [33]. Објашњење алгорита овог поступка није јавно доступно (представља тајну произвођача). Резултати примене *Danfoss AMA* поступка на испитиваном мотору приказани су у табели 9. Иако овај поступак не представља примарни део рада, циљ је да се и на овај начин дође до вредности параметара заменске шеме са сл. 2.4, те да се резултати оваквог поступка касније упореде са резултатима претходних поступака.

Табела 9: Параметри заменске шеме – резултати *Danfoss AMA* поступка.

$R_s$ [ $\Omega$ ]	$R'_r$ [ $\Omega$ ]	$R_{Fe}$ [ $\Omega$ ]	$L_m$ [mH]	$L_{\gamma s}$ [mH]	$L'_{\gamma r}$ [mH]
9,80	8,50	3720	538,40	33,87	33,87

## 4.7 Дискусија резултата прорачуна

Након прорачуна параметра заменске шеме испитиваног трофазног асинхроног мотора, у овом делу ће се протумачити добијени резултати. Из тог разлога, сви претходни резултати

су обједињени и приказани у табели 10. Да би се спровела свеобухватнија анализа добијених резултата, прорачунате су и карактеристичне величине испитиваног трофазног асинхроног мотора. То су, пре свега, називне вредности струје и фактора снаге. Иако се добијене вредности параметара односе на радно стање мотора које је блиско називном режиму рада, прорачунате су и вредности полазне струје мотора, као и вредности полазног и превалног момента. Одређивање називне струје мотора и називног фактора снаге обављени су на основу шеме са сл. 2.2, односно 2.4, при чему је називна вредност клизања прорачуната на основу израза (2.54) и називне (каталожке) вредности момента мотора. Вреди се подсетити да је у (2.54) занемарена снага губитака у гвожђу, чиме се уноси извесна грешка код прорачуна клизања мотора када се користи шема са сл. 2.4. Међутим, будући да је  $R_{Fe} \gg \omega_{sn}L_m$ , то је грешка у прорачуну клизања занемарљива. Слично, вредност полазне струје мотора одређена је на основу шеме са сл. 2.2, односно 2.4, док је вредност полазног момента прорачуната на основу израза (2.51). Превални момент мотора је за поступке 1 и 2 одређен на основу (2.58), док је за преостале поступке коришћен израз (2.51) тако што је исцртан момент мотора у функцији клизања, а са графика је потом прочитана вредност превалног момента мотора.

Табела 10: Обједињен приказ вредности параметара заменске шеме испитиваног асинхроног мотора који су добијени применом различитих поступка.

	$R_s [\Omega]$	$R_r' [\Omega]$	$R_{Fe} [\Omega]$	$L_m [mH]$	$L_{\gamma s} [mH]$	$L_{\gamma r}' [mH]$
Поступак 1	8,91	8,91	-	595,30	48,36	48,36
Поступак 2	16,39	10,93	-	445,57	22,28	22,28
Поступак 3	13,37	9,49	2347	489,25	55,07	33,76
Поступак 4	9,73	9,56	3691	553,89	43,21	43,21
Поступак 5	9,73	8,78	3658	551,84	56,04	56,04
Danfoss AMA	9,80	8,50	3720	538,40	33,87	33,87

На основу добијених резултата, приказаних у табели 10, уочава се да се параметри заменске шеме могу значајније разликовати, у зависности од поступка којим су одређени.

Поступци 1 и 2 за одређивање параметара заменске шеме релативно су једноставни, али је њихова тачност ограничена. Тако се, на пример, отпорност намотаја статора одређена поступцима 1 и 2 значајно разликује. Ако се узме да је тачна вредност отпорности намотаја статора једнака вредности која је измерена и износи 9,73  $\Omega$  на собној температури (и занемари утицај температуре на промену отпорности), може се закључити да је грешка у процени отпорности намотаја статора применом поступка 2 значајна. Мања грешка би се учинила уколико би се уместо израза (3.6) претпоставило да је  $R_s \approx R_r'$ . Што се тиче преосталих параметара заменске шеме чије су вредности проистекле из поступака 1 и 2, уочава се да и ту постоје извесне разлике. Резултат свега тога јесте да се прорачунате вредности називне струје и називног фактора снаге мотора разликују од каталожких вредности које даје произвођач мотора (табела 11, поступци 1 и 2). Што се тиче вредности

полазне струје, полазног и превалног момента мотора, прорачунате вредности (које се тичу параметара одређених применом поступака 1 и 2) дате су у табели 11. Ове вредности треба узети са резервом, јер поступци 1 и 2 не уважавају промену отпорности и индуктивности расипања намотаја ротора са променом клизања, односно струје мотора. Отуда, између осталог, потичу разлике у односу на њихове каталожке вредности.

Табела 11: *Каталожке и прорачунате вредности карактеристичних величина испитиваног трофазног асинхроног мотора са кавезним ротором.*

	$I_{sn}$ [A]	$I_{spol}/I_{sn}$	$\cos\varphi_n$	$M_{pol}/M_n$	$M_p/M_n$
Каталог	1,9	4,3	0,76	2,3	2,4
Поступак 1	1,8	3,7	0,72	1,3	2,2
Поступак 2	2,0	3,8	0,72	2,1	2,4
Поступак 3	2,0	3,0	0,73	1,9	2,0
Поступак 4	1,9	3,8	0,72	1,6	2,4
Поступак 5	1,9	3,2	0,71	1,0	1,9
<i>Danfoss AMA</i>	2,0	4,5	0,74	2,0	2,8

Поступак 3 за одређивање параметара заменске шеме значајно је сложенији у односу на поступке 1 и 2, али као резултат даје параметре заменске шеме са сл. 2.4 и при том уважава промену отпорности и индуктивности расипања намотаја ротора са променом клизања мотора који се директно покреће. Међутим, увидом у табелу 10 уочава се да је отпорност намотаја статора значајно већа од вредности које се добија мерењем (9,73  $\Omega$  на собној температури). Ипак, треба имати на уму да је мерење отпорности намотаја статора спроведено у хладном стању, на собној температури ( $\approx 25^\circ\text{C}$ ). Када би се извршило прерачунавање вредности измерене отпорности намотаја статора на температуру од  $95^\circ\text{C}$  (ово је вредност температуре при којој се одређује степен корисног дејства мотора за изолацију намотаја у класи В [9]), дошло би се до следеће вредности:

$$R_{s95} = \frac{R_s(95+234,5)}{25+234,5} = \frac{9,7 \cdot (95+234,5)}{25+234,5} = 12,35 \Omega. \quad (4.1)$$

Добијена вредност отпорности намотаја статора не разликује се много од вредности у табели 10, поступак 3. Што се тиче вредности осталих параметара заменске шеме, постоји извесна разлика у односу на вредности параметра добијене применом поступака 1 и 2, што се даље одражава и на називну струју и називни фактор снаге чије су прорачунате вредности дате у табели 11 (поступак 3). Што се тиче вредности полазне струје, полазног и превалног момента мотора (табела 11, поступак 3), важно је нагласити да су ове вредности прорачунате уз уважавање промене отпорности и индуктивности расипања намотаја ротора са променом клизања, што је битна разлика у односу на поступке 1 и 2. Ипак, разлика у односу на каталожке вредности је присутна и у овом случају. Ово је очекивано, с обзиром на многа поједностављења која су коришћена у поступку 3 за одређивање параметара заменске шеме.

Коначно, може се констатовати да се поступци 1, 2 и 3 могу користити само за приближну процену параметара заменске шеме асинхроне машине.

За разлику од поступака 1, 2 и 3, параметри заменске шеме се применом поступака 4 и 5 одређују експериментално, на основу резултата огледа празног хода и кратког споја. Као резултат оваквог приступа, параметри заменске шеме са сл. 2.4 се тачније одређују. Иако се оба поступка заснивају на истим врстама огледа, основна разлика између поступака 4 и 5 јесте у томе што се оглед кратког споја у поступку 5 спроводи при сниженој учестаности напајања, како би се ублажио утицај ефекта потискивања струје у намотају ротора. Због тога је настала значајнија разлика у вредностима отпорности намотаја ротора добијена применом ова два поступка (табела 10, поступци 4 и 5). Поред тога, расипне индуктивности намотаја разликују се у извесној мери (табела 10, поступци 4 и 5). Прорачунате вредности називне струје мотора и називног фактора снаге дати су у табели 11 (поступци 4 и 5). Прорачуната вредност називне струје мотора одговара вредности која се даје у каталогу произвођача, док се прорачуната вредност називног фактора снаге разликује од каталожке вредности, чиме се указује на извесно одступање параметара мотора од стварних вредности. У табели 11 дате су и прорачунате вредности полазне струје, полазног и превалног момента испитиваног мотора. Ове вредности треба узети са резервом, јер поступци 4 и 5 не уважавају промену отпорности и индуктивности расипања намотаја ротора у функцији клизања.

Коначно, што се тиче *Danfoss AMA* поступка, уочава се да су вредности параметара које се односе на заменску шему са сл. 2.4 блиске вредностима које су добијене применом поступка 5 (табела 10). Значајнија одступања постоје само код индуктивности расипања намотаја статора и ротора. Прорачунате вредности називне струје и називног фактора снаге испитиваног мотора дати су у табели 11 (*Danfoss AMA* поступак). Прорачуната вредност струје поклапа са каталожком вредношћу, али је разлика вредности прорачунатог фактора снаге и оног који се наводи у каталогу произвођача и даље присутна, као и у случају претходних поступака. Ово указује на извесна одступања вредности параметара заменске шеме у односу на вредности које се имају у номиналној радној тачки овог мотора. У табели 11 наведене су и прорачунате вредности полазне струје мотора, као и вредности полазног и превалног момента. Као и у случају претходних поступака, постоје одступања у односу на каталожке податке јер, између осталог, вредности параметара заменске шеме се односе на номиналну радну тачку мотора. Другим речима, *Danfoss AMA* поступак не уважава промену отпорности и индуктивности расипања намотаја ротора.

На крају, не треба сметнути с ума ни то да су у математичком моделу асинхроне машине занемарени механички губици, што је уз несавршенство поступака за одређивање параметара заменске шеме разлог више за одступање прорачунатих величина од каталожких вредности испитиваног мотора. Осим тога, у обзир треба узети и све претпоставке (идеализације) под којима је изведена заменска шема асинхроне машине. Ово такође има утицаја на то да се прорачунате вредности појединих величина мотора разликују, у мањој или већој мери, од каталожких вредности.

## 5. ЗАКЉУЧАК

Познавање вредности параметара заменске шеме асинхроне машине од пресудног је значаја за адекватну анализу њених радних карактеристика, али и исправно подешавање управљачких система електромоторних погона, пре свега оних регулисаних. Осим тога, параметри заменске шеме машине нужни су и за потребе прорачуна падова напона, као и режима са кваром асинхроне машине.

У овом раду представљени су неки од поступака за одређивање параметара заменске шеме трофазне асинхроне машине са кавезним ротором. Заменска шема се ослања на математички модел једнокавезне машине у устаљеном стању.

Прва група поступака, који су приказани у овом раду, користи основне податке о машини (налазе са на њеној натписној плочици), те се на основу њих прорачунавају вредности параметара заменске шеме. Ови поступци су релативно једноставни (поступци 1 и 2) и као резултат дају параметре чије се вредности углавном односе на називни режим рада. Како би се у обзир узела промена отпорности и индуктивности расипања намотаја ротора, али и снага губитака у гвожђу, предложен је поступак 3, који, осим података са натписне плочице машине, захтева и додатне податке о машини који се могу пронаћи у каталогу произвођача. Као резултат примене поступка 3, добијају се параметри комплетне заменске шеме асинхроне машине, а сведене вредности отпорности и индуктивности расипања намотаја ротора могу се прорачунати за различите вредности клизања машине која се напаја директно са мреже. Међутим, с обзиром на многа поједностављења која су уведена у поступцима 1, 2 и 3, ови поступци се могу користити само за приближну процену вредности параметара заменске шеме асинхроне машине. У овом раду је то потврђено и то на примеру једног нисконапонског трофазног асинхроног мотора са кавезним ротором. У сваком случају, ове поступке је могуће користити у инжењерским прорачунима који се тичу индустријских погона са асинхроним машинама.

Друга група представљених поступака за одређивање вредности параметара заменске шеме асинхроне машине користи податке из огледа празног хода и кратког споја. У оквиру

испитивања асинхроних машина ови експерименти се стандардно изводе, те се резултати огледа могу искористити и за одређивање параметара заменске шеме. Полазна претпоставка јесте да се параметри машине не мењају у ова два карактеристична стања. Међутим, уколико се оглед кратког споја асинхроне машине спроводи при називној учестаности напајања (што је случај за поступак 4), добијена сведена вредност отпорности намотаја ротора ће значајно одступати од вредности која се има у називном радном режиму машине. Ово може бити посебно проблематично код машина великих снага. Будући да је отпорност намотаја ротора један од кључних параметара заменске шеме, препоручује се извођење огледа кратког споја напоном снижене учестаности. Ово је приказано кроз поступак 5 за одређивање параметара заменске шеме асинхроне машине. Оба поступка су верификована на примеру асинхроног мотора који је коришћен за поступке 1, 2 и 3. Када је реч о применљивости поступака 4 и 5, поступак 5 је један од препоручених у стандарду *IEEE-112* и то за потребе одређивања радних карактеристика асинхроних машина када се не могу спровести одговарајући огледи оптерећења. Осим тога, резултати поступка 5 понекад се користе и за почетно подешавање управљачког система векторски управљаног асинхроног мотора. Што се тиче поступка 4, његову примену треба избегавати кад год је то могуће.

Коначно, у раду су приказани и резултати добијени применом индустријског инвертора и уграђеног поступка за идентификацију параметара заменске шеме асинхроне машине. Експериментални резултати добијени на овај начин блиски су вредностима параметара који су одређени применом поступка 5. Ипак, извесна одступања постоје када је реч о индуктивностима расипања намотаја статора и ротора. Ово се може објаснити чињеницом да је асинхрона машина сложен и нелинеаран систем (у математичком смислу), са параметрима чије су вредности променљиве. То значи да полазне претпоставке за поступке 4 и 5 нису у потпуности оправдане. Према томе, иако поступак 5 обезбеђује тачније вредности параметара заменске шеме у односу на поступке 1, 2, 3 и 4, добијене вредности су и даље приближне. Исто важи и за резултате који су добијени применом уграђеног поступка за идентификацију параметара заменске шеме асинхроне машине која се напаја из индустријског инвертора (добијени резултати су приближни).

Даље унапређење поступака за одређивање параметара заменске шеме трофазне асинхроне машине може се остварити увођењем нумеричких поступака и њиховом применом у комбинацији са аналитичким поступцима. На тај начин би се могла обезбедити већа тачност резултата. Осим тога, у даљем раду треба узети у обзир и то да су вредности параметара заменске шеме машине променљиве величине и зависе од радне тачке у којој машина ради. Ово је посебно важно у електромоторним погонима високих перформанси где је потребно остварити квалитетно управљање асинхроним машинама. Све ово намеће потребу за развојем напреднијих метода идентификације параметара заменске шеме асинхроне машине.

## 6. ЛИТЕРАТУРА

- [1] D. F. de Souza, F. A. M. Salotti, I. L. Sauer, H. Tatizawa, A. T. de Almeida, and A. G. Kanashiro, "A Performance Evaluation of Three-Phase Induction Electric Motors between 1945 and 2020," *Energies*, vol. 15, no. 6, p. 2002, Mar. 2022.
- [2] Слободан Вукосавић, Електричне машине, Академска мисао, Београд, 2010.
- [3] G. F. V. Amaral, J. M. R. Baccarini, F. C. R. Coelho and L. M. Rabelo, "A High Precision Method for Induction Machine Parameters Estimation From Manufacturer Data," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 36, no. 2, pp. 1226-1233, June 2021.
- [4] M. H. Haque, "Determination of NEMA Design Induction Motor Parameters From Manufacturer Data," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 23, no. 4, pp. 997-1004, Dec. 2008.
- [5] C. Wengerkiewicz, R. Elias, N. Batistela, N. Sadowski, P. Kuo-Peng, S. Lima, P. de Silva Jr., A. Beltrame, "Estimation of Three-Phase Induction Motor Equivalent Circuit Parameters from Manufacturer Catalog Data," *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications*, vol. 16, no. 1, pp. 90-107, March 2017.
- [6] J. M. C. Guimarães, J. V. Bernardes, A. E. Hermeto and E. d. C. Bortoni, "Parameter Determination of Asynchronous Machines From Manufacturer Data Sheet," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 29, no. 3, pp. 689-697, Sept. 2014.
- [7] L. Guasch-Pesquer, L. Youb, A. A. Jaramillo-Matta, F. González-Molina and J. A. Barrado-Rodrigo, "Parameters calculation of single- and double-cage models for induction motors from manufacturer data," *2015 Intl Aegean Conference on Electrical Machines & Power Electronics (ACEMP)*, pp. 237-242, 2015.
- [8] M. Averbukh and E. Lockshin, "Estimation of the Equivalent Circuit Parameters of Induction Motors by Laboratory Test," *Machines*, vol. 9, no. 12, p. 340, Dec. 2021.
- [9] "IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators," *IEEE Std 112-2017 (Revision of IEEE Std 112-2004)*, pp.1-115, Feb. 2018.

- [10] C. H. Özyurt, Parameters and speed estimation of induction motors from manufacturers data and measurements, Master thesis, Department of Electrical and Electronics Engineering, Middle East Technical University, 2005.
- [11] N. V. Cardoso, J. C. P. Palma and J. J. E. Santana, "Induction motor parameters identification from bench tests using a Newton-Raphson method," *2008 18th International Conference on Electrical Machines*, 2008, pp. 1-6.
- [12] J. Benzaquen, J. Rengifo, E. Albáñez and J. M. Aller, "Parameter Estimation for Deep-Bar Induction Machines Using Instantaneous Stator Measurements From a Direct Startup," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 32, no. 2, pp. 516-524, June 2017.
- [13] R. Babau, I. Boldea, T. J. E. Miller and N. Muntean, "Complete Parameter Identification of Large Induction Machines From No-Load Acceleration–Deceleration Tests," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 54, no. 4, pp. 1962-1972, Aug. 2007.
- [14] H. Kojooyan-Jafari, L. Monjo, F. Córcoles and J. Pedra, "Using the Instantaneous Power of a Free Acceleration Test for Squirrel-Cage Motor Parameters Estimation," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 30, no. 3, pp. 974-982, Sept. 2015.
- [15] D. C. Huynh and M. W. Dunnigan, "Parameter estimation of an induction machine using a dynamic particle swarm optimization algorithm," *2010 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, 2010, pp. 1414-1419.
- [16] Yousef Abdel-Rehim, Parameter identification of induction motor, Master thesis, College of Engineering and Mineral Resources, West Virginia University, 2015.
- [17] B. Abdelhadi, A. Benoudjit and N. Nait-Said, "Application of genetic algorithm with a novel adaptive scheme for the identification of induction machine parameters," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 20, no. 2, pp. 284-291, June 2005
- [18] Ж. Фуштић, Н. Кољчевић, М. Таласан, В. Рубежић, "Естимација параметара једнокавезне асинхроне машине применом теорије хаоса," *Техника-Електротехника*, том 75, бр. 1, стр. 57-63, 2020.
- [19] J. Holtz, "Sensorless Control of Induction Machines—With or Without Signal Injection?," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 53, no. 1, pp. 7-30, Feb. 2006.
- [20] J. Tang, Y. Yang, F. Blaabjerg, J. Chen, L. Diao, and Z. Liu, "Parameter Identification of Inverter-Fed Induction Motors: A Review," *Energies*, vol. 11, no. 9, p. 2194, Aug. 2018.
- [21] T. Du and M. A. Brdys, "Implementation of extended Luenberger observers for joint state and parameter estimation of PWM induction motor drive," *1993 Fifth European Conference on Power Electronics and Applications*, 1993, pp. 439-444 vol.4.
- [22] S. M. N. Hasan and I. Husain, "A Luenberger–Sliding Mode Observer for Online Parameter Estimation and Adaptation in High-Performance Induction Motor Drives," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 45, no. 2, pp. 772-781, March-april 2009.

- [23] Li-Cheng Zai, C. L. DeMarco and T. A. Lipo, "An extended Kalman filter approach to rotor time constant measurement in PWM induction motor drives," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 28, no. 1, pp. 96-104, Jan.-Feb. 1992.
- [24] F. L. Mapelli, A. Bezzolato and D. Tarsitano, "A rotor resistance MRAS estimator for induction motor traction drive for electrical vehicles," *2012 XXth International Conference on Electrical Machines*, 2012, pp. 823-829.
- [25] M. Rashed, A.F. Stronach, "A stable back-EMF MRAS-based sensorless low-speed induction motor drive insensitive to stator resistance variation," *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, vol. 151, no. 6, pp. 685-693, November 2004.
- [26] M. Wlas, Z. Krzeminski and H. A. Toliyat, "Neural-Network-Based Parameter Estimations of Induction Motors," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 4, pp. 1783-1794, April 2008.
- [27] Гојко Јоксимовић, Асинхроне машине, Народна књига, Подгорица, 2019.
- [28] Paul Krause, Oleg Wasynczuk, Scott Sudhoff, Steven Pekarek, *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, Third edition, Wiley-IEEE Press, 2013.
- [29] Дејан Рељић, Збирка задатака из електричних машина за студијски програм Мерење и регулација, Факултет техничких наука, Нови Сад, 2022.
- [30] Shafiq Ahmed Odhano, *Self-Commissioning of AC Motor Drives*, PhD Dissertation, Department of Energy, Politecnico di Torino, Torino, 2014.
- [31] Емил Леви, Владан Вучковић, Владимир Стрезоски, *Основи електроенергетике – електроенергетски претварачи*, STYLOS, Нови Сад, 2004.
- [32] Stephen J. Chapman, *Electric machinery fundamentals*, 5<sup>th</sup> eddition, McGraw-Hill Education, New York, 2012.
- [33] VLT® AutomationDrive FC 301/302: Programming Guide, Danfoss Drives.

## 7. ПРИЛОГ

Основни подаци који се налазе на натписној плочици испитиваног трофазног асинхроног мотора са кавезним ротором су следећи:

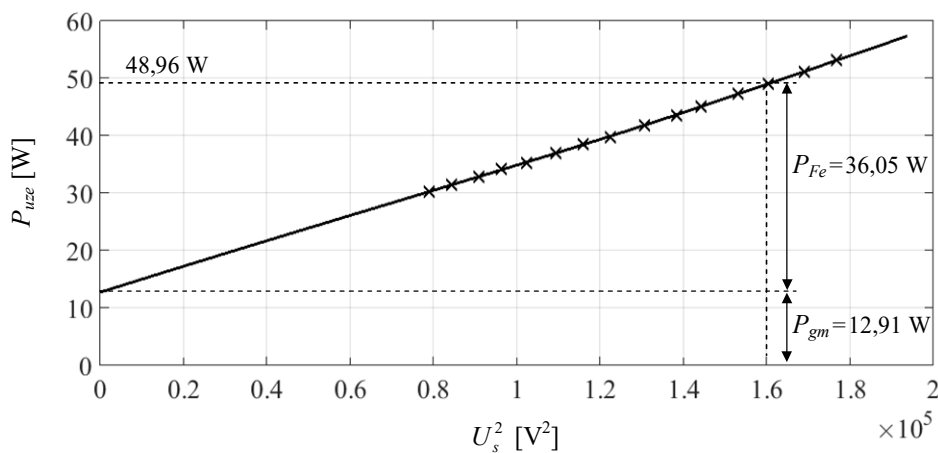
- називна снага: 0,75 kW,
- називни напон: 400/230 V,
- називна струја мотора: 1,9/3,3 A,
- веза намотаја статора: Y/ $\Delta$ ,
- називни фактор снаге: 0,76,
- називна учестаност: 50 Hz,
- називна брзина обртања: 1390 o/min.

Додатни подаци о испитиваном трофазном асинхронном мотору дати су у каталогу произвођача. То су следећи подаци:

- однос полазне и називне струје: 4,3,
- однос полазног и називног момента: 2,3,
- однос превалног и називног момента: 2,4,
- називни степен корисног дејства: 0,75.

Снага ужих губитака ( $P_{uze}$ ) испитиваног трофазног асинхроног мотора у функцији квадрата напона напајања одређена је у огледу празног хода и приказана је на сл. 7.1. Одатле се читавају следеће вредности снага механичких губитака и губитака у гвожђу при називном напону напајања:  $P_{gm} = 12,91 \text{ W}$  и  $P_{Fe} = 36,05 \text{ W}$ . Снага губитака у празном ходу при називном напону напајања износи  $P_0 = 94,9 \text{ W}$ , уз струја мотора у износу од  $I_0 = 1,218 \text{ A}$ . Мерена вредност реактивне снаге испитиваног мотора у празном ходу, при називном напону напајања, износи  $Q_0 = 836 \text{ var}$ . У огледу празног хода учестаност напајања одговара називној учестаности мотора.

Резултати огледа кратког споја испитиваног трофазног асинхроног мотора при називној учестаности напајања дати су у табели 12, док су у табели 13 дати резултати огледа кратког споја за учестаност напајања од 10 Hz. Мерена вредност отпорности намотаја статора у оба случаја износила је  $R_s = 9,73 \Omega$  у хладном стању.



Слика 7.1: Раздвајање снаге ужих губитака празног хода испитиваног мотора.

Табела 12: Резултати огледа кратког споја испитиваног мотора при називној вредности учестаности напајања (50 Hz).

$U_{sk} [V]$	$I_{sk} [A]$	$P_k [W]$	$Q_k [var]$
63,28	1,9	208,92	294,18

Табела 13: Резултати огледа кратког споја испитиваног мотора при сниженој вредности учестаности напајања (10 Hz).

$U_{sk} [V]$	$I_{sk} [A]$	$P_k [W]$	$Q_k [var]$
34,69	1,9	183,79	72,75